Cours de Statistiques Inférentielles

CQLS : cqls@upmf-grenoble.fr

24 septembre 2013

Plan

Conseils pour l'industriel

Expérience

L'industriel demande conseil auprès de :

1. Un Expérimentateur : naïvement, celui-ci se propose de reproduire l'expérience que se propose de faire l'industriel le **jour J** en la répétant $m = 10000$ fois pour autant de situations souhaitées par l'industriel.

Conseils pour l'industriel

Expérience

L'industriel demande conseil auprès de :

1. Un Expérimentateur : naïvement, celui-ci se propose de reproduire l'expérience que se propose de faire l'industriel le **jour J** en la répétant $m = 10000$ fois pour autant de situations souhaitées par l'industriel.
2. Un Mathématicien : de manière un peu arrogante, il prétend connaître tout ce qui peut se passer avant le **jour J** dès lors qu'une population totale lui est proposé.

Conseils pour l'industriel

Expérience

L'industriel demande conseil auprès de :

1. Un Expérimentateur : naïvement, celui-ci se propose de reproduire l'expérience que se propose de faire l'industriel le **jour J** en la répétant $m = 10000$ fois pour autant de situations souhaitées par l'industriel.
2. Un Mathématicien : de manière un peu arrogante, il prétend connaître tout ce qui peut se passer avant le **jour J** dès lors qu'une population totale lui est proposé.

   Puisque $\mu^\bullet$ (resp. $\underline{\mathcal{Y}}^\bullet$) est inconnu, les deux conseillers s'accordent sur le fait de le remplacer par $\mu^\star$ (resp. $\underline{\mathcal{Y}}^\star$) fixé arbitrairement avant le **jour J** parmi l'ensemble des valeurs possibles de $\mu^\bullet$.

Travail de l'expérimentateur

Expérience

Il construit des urnes contenant $N = 2000000$ boules avec des répartitions en boules $0, 1, 2, 3, \ldots$ spécifiques. puis effectue **des** tirages (avec remise) de $n = 1000$ boules au hasard au sein de cette urne.

Les urnes expérimentales

situation	urne $U^A_{0.1}$	urne $U^A_{0.15}$	urne $U^A_{0.2}$
Caract.	$N_1 = 200000$	$N_1 = 300000$	$N_1 = 400000$
$\mu^\star =$	0.1	0.15	0.2

	urne $U^B_{0.1}$	urne $U^B_{0.15}$	urne $U^B_{0.2}$
Caract.	$N_1 = 100000$	$N_1 = 200000$	$N_1 = 300000$
	$N_2 = N_3 = 20000$		
$\mu^\star =$	0.1	0.15	0.2

Approche Expérimentale des Probabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)}$

L'Expérimentateur :

1. Réaliser m expériences

Approche Expérimentale des Probabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{Y}^\star\right)}$

$1^{ème}$ réalisation

L'Expérimentateur : $\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)}$

1. Réaliser m expériences

14.6%

Approche Expérimentale des Probabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)}$

$2^{ème}$ réalisation

L'Expérimentateur :

$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)}$ 14.6%

$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[2]}\right)}$ 16.3%

1. Réaliser *m* expériences

Approche Expérimentale des Probabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{Y}^\star\right)}$

$m^{\text{ème}}$ réalisation

L'Expérimentateur :

1. Réaliser m expériences

$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)}$	$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[2]}\right)}$	$\cdots\cdots$	$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[m]}\right)}$
14.6%	16.3%		14.1%

Approche Expérimentale des Probabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)}$

$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)}$ $\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[2]}\right)}$ $\cdots\cdots$ $\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[m]}\right)}$

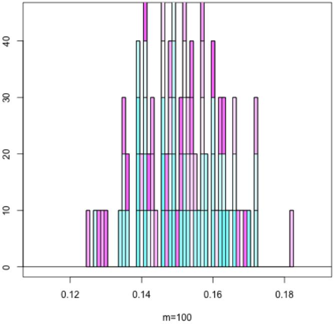
14.6% 16.3% 14.1%

L'Expérimentateur :

1. Réaliser m expériences
2. Répartition des $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[j]}\right)$

Histo

$m = 100$



Approche Expérimentale des Probabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)}$

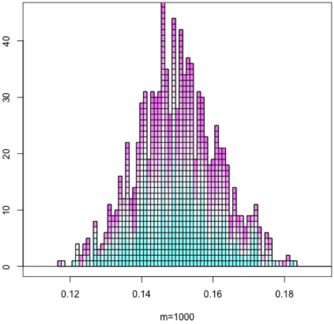
$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)}$ 14.6% $\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[2]}\right)}$ 16.3% ······ $\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[m]}\right)}$ 15.1%

L'Expérimentateur :

1. Réaliser m expériences
2. Répartition des $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[j]}\right)$

Histo

$m = 1000$



Approche Expérimentale des Probabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{Y}^\star\right)}$

$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)}$ 14.6%

$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[2]}\right)}$ 16.3%

$\cdots\cdots$

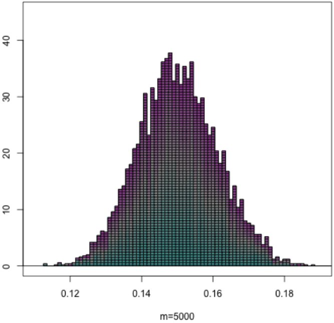
$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[m]}\right)}$ 14.7%

L'Expérimentateur :

1. Réaliser m expériences
2. Répartition des $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[j]}\right)$

Histo

$m = 5000$



Approche **E**xpérimentale des **P**robabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)}$$

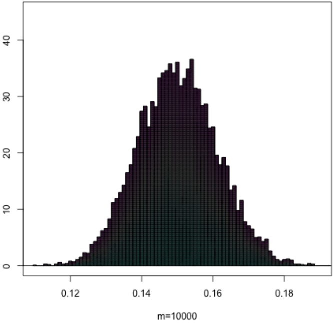
$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)}$ 14.6% $\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[2]}\right)}$ 16.3% $\cdots\cdots$ $\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[m]}\right)}$ 16.3%

L'Expérimentateur :

1. Réaliser m expériences
2. Répartition des $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[j]}\right)$

Histo

$m = 10000$



Approche **E**xpérimentale des **P**robabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{Y}^\star\right)}$

$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)}$ $\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[2]}\right)}$ $\cdots\cdots$ $\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[m]}\right)}$

14.6% 16.3% $\cdots$

L'Expérimentateur :

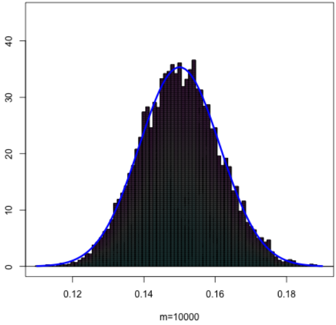
1. Réaliser m expériences
2. Répartition des $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[j]}\right)$

Histo

Le Matheux :

3. Je le savais **à l'avance** pour $m \to +\infty$

$m = +\infty$



Approche Expérimentale des Probabilités : l'Expérimentateur versus le Matheux

$\boxed{\text{Future } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)}$

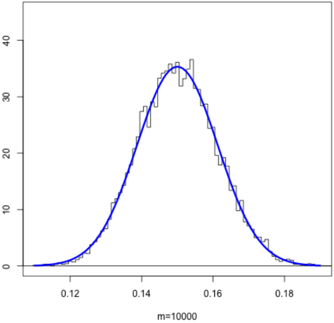
$\boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)}$ 14.6% $\quad \boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[2]}\right)}$ 16.3% $\quad \cdots\cdots \quad \boxed{\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[m]}\right)}$ $\cdots$

L'Expérimentateur :

1. Réaliser m expériences
2. Répartition des $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[j]}\right)$

Histo

$m = 10000$ vs $m = +\infty$



Le Matheux :

3. Je le savais **à l'avance** pour $m \to +\infty$
4. $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star) \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}\left(\mu^\star, \frac{\sigma_\star}{\sqrt{n}}\right)$

Histogramme discret

Répartition de m réalisations de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

- Chaque réalisation $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$ est représentée par une brique de surface $1/m$ et de largeur $1/n$.

◂ Retour ▸ Suite

Histogramme discret

Répartition de m réalisations de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

- Chaque réalisation $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{y_{[j]}})$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$ est représentée par une brique de surface $1/m$ et de largeur $1/n$.
- Toutes les briques sont empilées l'une après l'autre en les centrant en abscisse en leur valeur associée.

Retour Suite

Histogramme discret

Répartition de m réalisations de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

- Chaque réalisation $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{y_{[j]}})$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$ est représentée par une brique de surface $1/m$ et de largeur $1/n$.
- Toutes les briques sont empilées l'une après l'autre en les centrant en abscisse en leur valeur associée.
- L'évolution de cet empilement laisse apparaître un "mur" de briques de surface totale toujours égale à 1.

Retour Suite

Histogramme discret

Répartition de m réalisations de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

- Chaque réalisation $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{y_{[j]}})$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$ est représentée par une brique de surface $1/m$ et de largeur $1/n$.
- Toutes les briques sont empilées l'une après l'autre en les centrant en abscisse en leur valeur associée.
- L'évolution de cet empilement laisse apparaître un "mur" de briques de surface totale toujours égale à 1.
- Cette représentation est appelée histogramme (discret) et permet de visualiser en seul coup d'oeil la répartition des $(\widehat{\mu^\star}(\mathbf{y_{[j]}}))_{j=1,\cdots,m}$.

Retour Suite

Approche Expérimentale des Probabilités : Tableau récapitulatif

$\downarrow$ **AVANT le jour J**			
Phase expérimentale *Le paramètre à estimer est $\mu^\star$ fixé arbitrairement (par exemple, à 0.15)*			
Avant simulation	$\boldsymbol{\mathcal{E}}^\star = (\mathcal{E}_1^\star, \mathcal{E}_2^\star, \ldots, \mathcal{E}_n^\star)$	$\mathbf{Y}^\star = (Y_1^\star, Y_2^\star, \ldots, Y_n^\star)$	$\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)$

Approche Expérimentale des Probabilités : Tableau récapitulatif

$\downarrow$ **AVANT le jour J**			
Phase expérimentale *Le paramètre à estimer est $\mu^\star$ fixé arbitrairement (par exemple, à 0.15)*			
Avant simulation	$\boldsymbol{\mathcal{E}}^\star = (\mathcal{E}_1^\star, \mathcal{E}_2^\star, \ldots, \mathcal{E}_n^\star)$	$\mathbf{Y}^\star = (Y_1^\star, Y_2^\star, \ldots, Y_n^\star)$	$\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)$
Après simulation	$1^{ère}$ expérience $\mathbf{e}_{[1]}^\star$	$\mathbf{y}_{[1]}^\star$	$\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}_{[1]}^\star\right)$
	$2^{ème}$ expérience $\mathbf{e}_{[2]}^\star$	$\mathbf{y}_{[2]}^\star$	$\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}_{[2]}^\star\right)$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$m^{ème}$ expérience $\mathbf{e}_{[m]}^\star$	$\mathbf{y}_{[m]}^\star$	$\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}_{[m]}^\star\right)$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Approche Expérimentale des Probabilités : Tableau récapitulatif

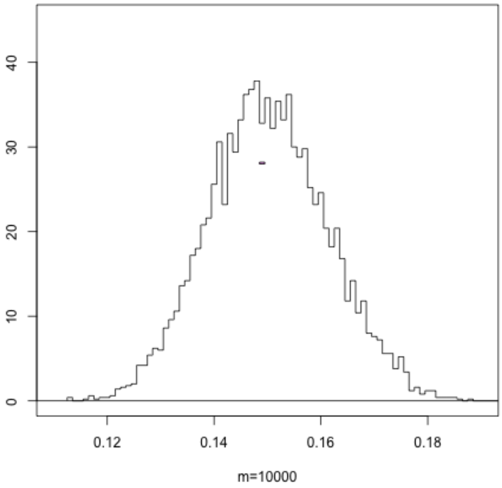
↓ **AVANT le jour J**			
Phase expérimentale *Le paramètre à estimer est* $\mu^\star$ *fixé arbitrairement (par exemple, à* 0.15*)*			
Avant simulation	$\boldsymbol{\mathcal{E}}^\star = (\mathcal{E}_1^\star, \mathcal{E}_2^\star, \ldots, \mathcal{E}_n^\star)$	$\mathbf{Y}^\star = (Y_1^\star, Y_2^\star, \ldots, Y_n^\star)$	$\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)$
Après simulation	$1^{ère}$ expérience $\mathbf{e}_{[1]}^\star$	$\mathbf{y}_{[1]}^\star$	$\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}_{[1]}^\star\right)$
	$2^{ème}$ expérience $\mathbf{e}_{[2]}^\star$	$\mathbf{y}_{[2]}^\star$	$\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}_{[2]}^\star\right)$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$m^{ème}$ expérience $\mathbf{e}_{[m]}^\star$	$\mathbf{y}_{[m]}^\star$	$\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}_{[m]}^\star\right)$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Phase pratique *Le paramètre à estimer est* $\mu^\bullet$ *qui est inconnu*			
Avant pratique	$\boldsymbol{\mathcal{E}}^\bullet = (\mathcal{E}_1^\bullet, \mathcal{E}_2^\bullet, \ldots, \mathcal{E}_n^\bullet)$	$\mathbf{Y}^\bullet = (Y_1^\bullet, Y_2^\bullet, \ldots, Y_n^\bullet)$	$\widehat{\mu^\bullet}(\mathbf{Y}^\bullet)$

Approche Expérimentale des Probabilités : Tableau récapitulatif

$\downarrow$ **AVANT le jour J**			
Phase expérimentale *Le paramètre à estimer est* $\mu^\star$ *fixé arbitrairement (par exemple, à* 0.15*)*			
Avant simulation	$\boldsymbol{\mathcal{E}}^\star = (\mathcal{E}_1^\star, \mathcal{E}_2^\star, \ldots, \mathcal{E}_n^\star)$	$\mathbf{Y}^\star = (Y_1^\star, Y_2^\star, \ldots, Y_n^\star)$	$\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}^\star)$
Après simulation	$1^{ère}$ expérience $\mathbf{e}^\star_{[1]}$	$\mathbf{y}^\star_{[1]}$	$\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[1]}\right)$
	$2^{ème}$ expérience $\mathbf{e}^\star_{[2]}$	$\mathbf{y}^\star_{[2]}$	$\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[2]}\right)$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$m^{ème}$ expérience $\mathbf{e}^\star_{[m]}$	$\mathbf{y}^\star_{[m]}$	$\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y}^\star_{[m]}\right)$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Phase pratique *Le paramètre à estimer est* $\mu^\bullet$ *qui est inconnu*			
Avant pratique	$\boldsymbol{\mathcal{E}}^\bullet = (\mathcal{E}_1^\bullet, \mathcal{E}_2^\bullet, \ldots, \mathcal{E}_n^\bullet)$	$\mathbf{Y}^\bullet = (Y_1^\bullet, Y_2^\bullet, \ldots, Y_n^\bullet)$	$\widehat{\mu^\bullet}(\mathbf{Y}^\bullet)$
$\downarrow$ **APRES le jour J**			
Après pratique	l'expérience réelle $\mathbf{e}^\bullet$	$\mathbf{y}^\bullet$	$\widehat{\mu^\bullet}(\mathbf{y}^\bullet)$

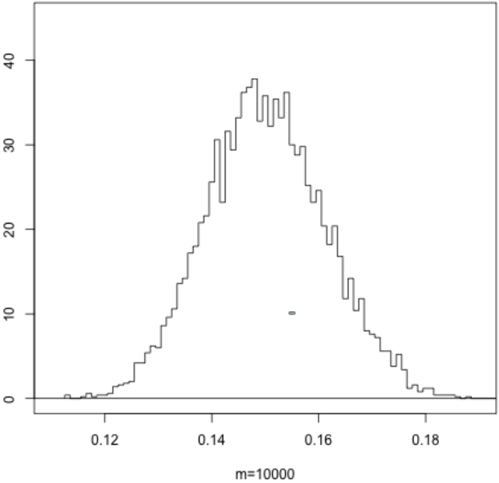
Réalisation d'une future estimation par l'**Expérimentateur**

j	$\widehat{\mu^\bullet}\left(\mathbf{y}^\bullet_{[j]}\right)$
⋮	⋮
4150	14.4%
4151	17.2%
4152	15%
4153	14.9%
4154	13.7%
4155	15.8%
4156	14.6%
⋮	⋮



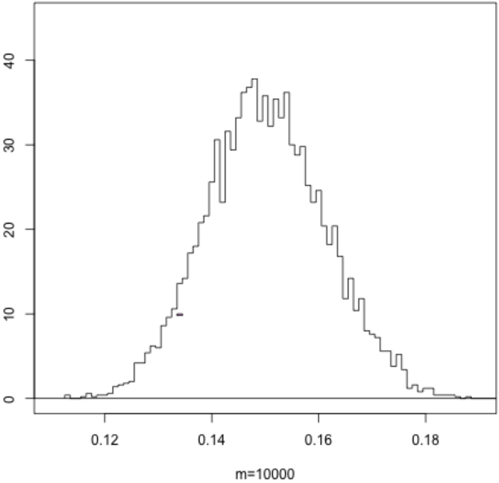
Réalisation d'une future estimation par l'**Expérimentateur**

j	$\widehat{\mu^\bullet}\left(\mathbf{y}^\bullet_{[j]}\right)$
⋮	⋮
2105	15.3%
2106	14.1%
2107	13.2%
2108	15.5%
2109	16.7%
2110	15.5%
2111	14.5%
⋮	⋮



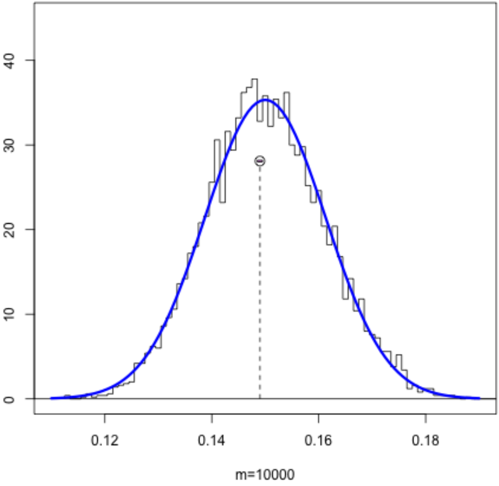
Réalisation d'une future estimation par l'**Expérimentateur**

j	$\widehat{\mu^\bullet}\left(\mathbf{y}^\bullet_{[j]}\right)$
$\vdots$	$\vdots$
3728	14.9%
3729	14.4%
3730	14.8%
3731	13.4%
3732	14.9%
3733	14.4%
3734	16.4%
$\vdots$	$\vdots$



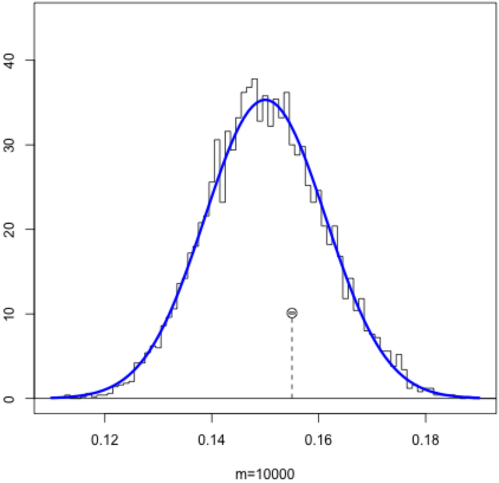
Réalisation d'une future estimation par le **Matheux**

j	$\widehat{\mu^\bullet}\left(\mathbf{y}^\bullet_{[j]}\right)$
⋮	⋮
4150	14.4%
4151	17.2%
4152	15%
4153	14.9%
4154	13.7%
4155	15.8%
4156	14.6%
⋮	⋮



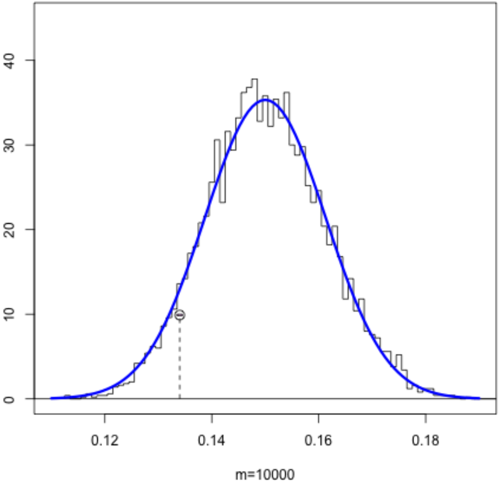
Réalisation d'une future estimation par le **Matheux**

j	$\widehat{\mu^\bullet}\left(\mathbf{y}^\bullet_{[j]}\right)$
⋮	⋮
2105	15.3%
2106	14.1%
2107	13.2%
2108	15.5%
2109	16.7%
2110	15.5%
2111	14.5%
⋮	⋮



Réalisation d'une future estimation par le **Matheux**

j	$\widehat{\mu^\bullet}\left(\mathbf{y}^\bullet_{[j]}\right)$
⋮	⋮
3728	14.9%
3729	14.4%
3730	14.8%
3731	13.4%
3732	14.9%
3733	14.4%
3734	16.4%
⋮	⋮



Comment l'industriel doit-il utiliser ces informations ?

Réalisation d'une future estimation

$\rightarrow$ L'industriel s'imagine être le **jour J** dans la situation où $\mu^{\bullet} = \mu^{\star} = 0.15$ (juste pas le marché)

Comment l'industriel doit-il utiliser ces informations ?

Réalisation d'une future estimation

$\rightarrow$ L'industriel s'imagine être le **jour J** dans la situation où $\mu^{\bullet} = \mu^{\star} = 0.15$ (juste pas le marché)

$\rightarrow$ Il prend alors conscience que ce qui peut lui arriver **le jour J**, c'est équivalent (ou presque) à :

Comment l'industriel doit-il utiliser ces informations ?

Réalisation d'une future estimation

→ L'industriel s'imagine être le **jour J** dans la situation où $\mu^\bullet = \mu^\star = 0.15$ (juste pas le marché)

→ Il prend alors conscience que ce qui peut lui arriver **le jour J**, c'est équivalent (ou presque) à :

1. Choisir au hasard une brique (i.e un des m $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$)

Comment l'industriel doit-il utiliser ces informations ?

Réalisation d'une future estimation

→ L'industriel s'imagine être le **jour J** dans la situation où $\mu^\bullet = \mu^\star = 0.15$ (juste pas le marché)

→ Il prend alors conscience que ce qui peut lui arriver **le jour J**, c'est équivalent (ou presque) à :

1. Choisir au hasard une brique (i.e un des m $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{y_{[j]}})$)
2. Choisir au hasard un point sous la "courbe $\mathcal{N}(\mu^\star, \frac{\sigma_\star}{\sqrt{n}})$" associé à son abscisse représentant une réalisation au hasard de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$ choisie parmi une infinité.

Comment l'industriel doit-il utiliser ces informations ?

Réalisation d'une future estimation

→ L'industriel s'imagine être le **jour J** dans la situation où $\mu^\bullet = \mu^\star = 0.15$ (juste pas le marché)

→ Il prend alors conscience que ce qui peut lui arriver **le jour J**, c'est équivalent (ou presque) à :

1. Choisir au hasard une brique (i.e un des m $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$)
2. Choisir au hasard un point sous la "courbe $\mathcal{N}(\mu^\star, \frac{\sigma_\star}{\sqrt{n}})$" associé à son abscisse représentant une réalisation au hasard de $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{Y}\right)$ choisie parmi une infinité.

⇒ Il voit clairement la "courbe $\mathcal{N}(\mu^\star, \frac{\sigma_\star}{\sqrt{n}})$" comme un empilement d'une infinité de briques ("devenues des points") associées à une infinité de réalisations possibles de $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{Y}\right)$.

Approche Expérimentale versus Approche Classique

Moyenne des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

Approche Expérimentale versus Approche Classique

Moyenne des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$\simeq$ Moyenne d'une infinité de réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

Approche Expérimentale versus Approche Classique

Moyenne des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$\simeq$ Moyenne d'une infinité de réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$=$ Espérance $\mathbb{E}\left(\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})\right)$

Approche Expérimentale versus Approche Classique

Moyenne des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$\simeq$ Moyenne d'une infinité de réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$=$ Espérance $\mathbb{E}\left(\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})\right)$

$=$ Le paramètre $\mu^\star$

Approche Expérimentale versus Approche Classique

Moyenne des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$\simeq$ Moyenne d'une infinité de réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$=$ Espérance $\mathbb{E}\left(\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})\right)$

$=$ Le paramètre $\mu^\star$

Variance des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

Approche Expérimentale versus Approche Classique

Moyenne des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$\simeq$ Moyenne d'une infinité de réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$=$ Espérance $\mathbb{E}\left(\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})\right)$

$=$ Le paramètre $\mu^\star$

Variance des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$\simeq$ Variance d'une infinité de réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

Approche Expérimentale versus Approche Classique

Moyenne des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$\simeq$ Moyenne d'une infinité de réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$=$ Espérance $\mathbb{E}\left(\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})\right)$

$=$ Le paramètre $\mu^\star$

Variance des $m = 10000$ réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$\simeq$ Variance d'une infinité de réalisations $\widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})$

$=$ Variance $\mathbb{V}ar\left(\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})\right)$

Approche Expérimentale versus Approche Classique

$$\begin{aligned}
& \text{Moyenne des } m = 10000 \text{ réalisations } \widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right) \text{ de } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}) \\
\simeq\ & \text{Moyenne d'une infinité de réalisations } \widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right) \text{ de } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}) \\
=\ & \text{Espérance } \mathbb{E}\left(\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})\right) \\
=\ & \text{Le paramètre } \mu^\star
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{Variance des } m = 10000 \text{ réalisations } \widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right) \text{ de } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}) \\
\simeq\ & \text{Variance d'une infinité de réalisations } \widehat{\mu^\star}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right) \text{ de } \widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y}) \\
=\ & \text{Variance } \mathbb{V}ar\left(\widehat{\mu^\star}(\mathbf{Y})\right) \\
=\ & \frac{\sigma_\star^2}{n}
\end{aligned}$$

Risque d'erreur de première espèce - Produit A ($\mu^\star = p^A$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à $p^+_{lim,5\%} = 16.86\%$ $(= 517/10000)$

Risque d'erreur de première espèce - Produit A ($\mu^\star = p^A$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à $p^+_{lim,5\%} = 16.86\%$ $(= 517/10000)$

$=$ Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{p^A,15\%}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{p^A,15\%} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ $(= 517/10000)$

Risque d'erreur de première espèce - Produit A ($\mu^\star = p^A$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à $p^+_{lim,5\%} = 16.86\%$ $(= 517/10000)$

$=$ Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{p^A,15\%}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{p^A,15\%} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ $(= 517/10000)$

$\simeq$ Proportion parmi une infinité d'estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à 16.86%

Risque d'erreur de première espèce - Produit A ($\mu^\star = p^A$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à $p^+_{lim,5\%} = 16.86\%$ $(= 517/10000)$

$=$ Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{p^A,15\%}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{p^A,15\%} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ $(= 517/10000)$

$\simeq$ Proportion parmi une infinité d'estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à 16.86%

$= \mathbb{P}_{p^A=15\%}\left(\widehat{p^A}\left(\mathbf{Y}\right) > 16.86\%\right)$

Risque d'erreur de première espèce - Produit A ($\mu^\star = p^A$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{p^A}(\mathbf{y_{[j]}})$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à $p^+_{lim,5\%} = 16.86\%$ ($= 517/10000$)

$=$ Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{p^A,15\%}}(\mathbf{y_{[j]}})$ de $\delta_{p^A,15\%} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ ($= 517/10000$)

$\simeq$ Proportion parmi une infinité d'estimations $\widehat{p^A}(\mathbf{y_{[j]}})$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à 16.86%

$= \mathbb{P}_{p^A=15\%}\left(\widehat{p^A}(\mathbf{Y}) > 16.86\%\right)$

$= \mathbb{P}_{\delta_{p^A,15\%}=0}\left(\widehat{\delta_{p^A,15\%}}(\mathbf{Y}) > 1.6449\right)$

Risque d'erreur de première espèce - Produit A ($\mu^\star = p^A$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à $p^+_{lim,5\%} = 16.86\%$ $(= 517/10000)$

$=$ Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{p^A,15\%}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{p^A,15\%} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ $(= 517/10000)$

$\simeq$ Proportion parmi une infinité d'estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à 16.86%

$= \mathbb{P}_{p^A=15\%}\left(\widehat{p^A}\left(\mathbf{Y}\right) > 16.86\%\right)$

$= \mathbb{P}_{\delta_{p^A,15\%}=0}\left(\widehat{\delta_{p^A,15\%}}\left(\mathbf{Y}\right) > 1.6449\right)$

$= \mathbb{P}_{H_0}\left(\text{ Accepter } H_1\right)$

Risque d'erreur de première espèce - Produit A ($\mu^\star = p^A$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à $p^+_{lim,5\%} = 16.86\%$ $(= 517/10000)$

$=$ Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{p^A,15\%}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{p^A,15\%} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ $(= 517/10000)$

$\simeq$ Proportion parmi une infinité d'estimations $\widehat{p^A}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $p^A = 15\%$ qui sont supérieures à 16.86%

$= \mathbb{P}_{p^A=15\%}\left(\widehat{p^A}\left(\mathbf{Y}\right) > 16.86\%\right)$

$= \mathbb{P}_{\delta_{p^A,15\%}=0}\left(\widehat{\delta_{p^A,15\%}}\left(\mathbf{Y}\right) > 1.6449\right)$

$= \mathbb{P}_{H_0}\left(\text{ Accepter } H_1\right)$

$\simeq \alpha = 5\%$.

Risque d'erreur de première espèce - Produit B ($\mu^\star = \mu^B$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{\mu^B,0.15} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ $(= 497/10000)$.

Risque d'erreur de première espèce - Produit B ($\mu^\star = \mu^B$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{\mu^B,0.15} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ $(= 497/10000)$.

$\simeq$ Proportion parmi une infinité d'estimations $\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{\mu^B,0.15} = 0$ qui sont supérieures à 1.6449.

Risque d'erreur de première espèce - Produit B ($\mu^\star = \mu^B$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{\mu^B,0.15} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ ($= 497/10000$).

$\simeq$ Proportion parmi une infinité d'estimations $\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{\mu^B,0.15} = 0$ qui sont supérieures à 1.6449.

$= \mathbb{P}_{\delta_{\mu^B,0.15}=0}\left(\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{Y}\right) > 1.6449\right)$

Risque d'erreur de première espèce - Produit B ($\mu^\star = \mu^B$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{\mu^B,0.15} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ $(= 497/10000)$.

$\simeq$ Proportion parmi une infinité d'estimations $\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{\mu^B,0.15} = 0$ qui sont supérieures à 1.6449.

$= \mathbb{P}_{\delta_{\mu^B,0.15}=0}\left(\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{Y}\right) > 1.6449\right)$

$= \mathbb{P}_{H_0}($ Accepter $H_1)$

Risque d'erreur de première espèce - Produit B ($\mu^\star = \mu^B$)

Proportion parmi les $m = 10000$ estimations $\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{\mu^B,0.15} = 0$ qui sont supérieures à $\delta^+_{lim,5\%} \simeq 1.6449$ $(= 497/10000)$.

$\simeq$ Proportion parmi une infinité d'estimations $\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{y_{[j]}}\right)$ de $\delta_{\mu^B,0.15} = 0$ qui sont supérieures à 1.6449.

$= \mathbb{P}_{\delta_{\mu^B,0.15}=0}\left(\widehat{\delta_{\mu^B,0.15}}\left(\mathbf{Y}\right) > 1.6449\right)$

$= \mathbb{P}_{H_0}\left(\text{ Accepter } H_1\right)$

$\simeq \alpha = 5\%$.