Cours de Statistiques Inférentielles

CQLS : cqls@upmf-grenoble.fr

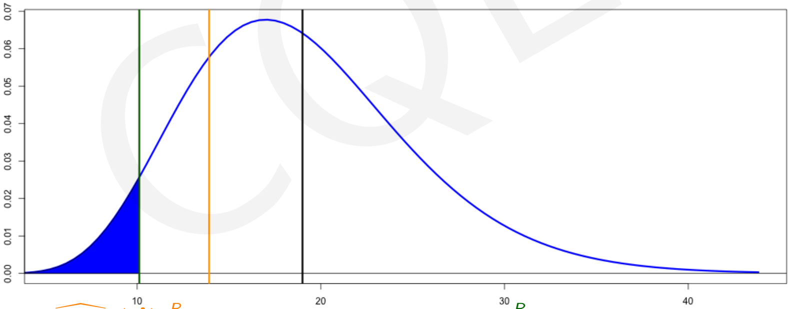
5 juillet 2014

Exemple compétence Alfred

Assertion d'intérêt : Alfred est compétent $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $\sigma_A^2 < 0.1$.
Décision (au vu des $n = 20$ données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,\alpha}$

Loi de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1 \Leftrightarrow \delta_{\sigma_A^2,0.1} = 19$



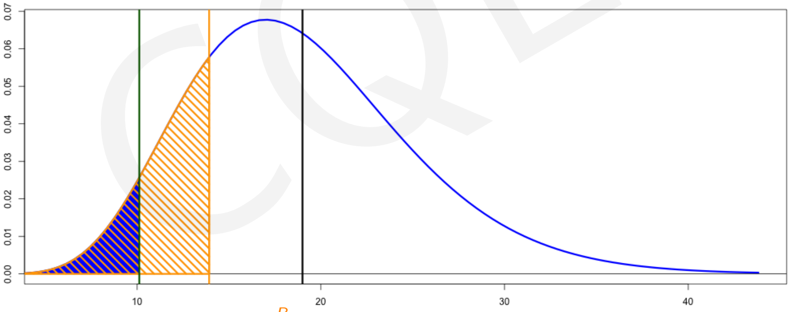
$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) \stackrel{R}{=}$ `19*var(yA)/0.1=13.919` $\not<\delta^-_{lim,5\%} \stackrel{R}{=}$ `qchisq(.05,19)=10.117`

Exemple compétence Alfred

Assertion d'intérêt : Alfred est compétent $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $\sigma^2_A < 0.1$.
Décision (au vu des $n = 20$ données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si $p - valeur(gauche) < \alpha$

Loi de $\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma^2_A = 0.1 \Leftrightarrow \delta_{\sigma^2_A,0.1} = 19$

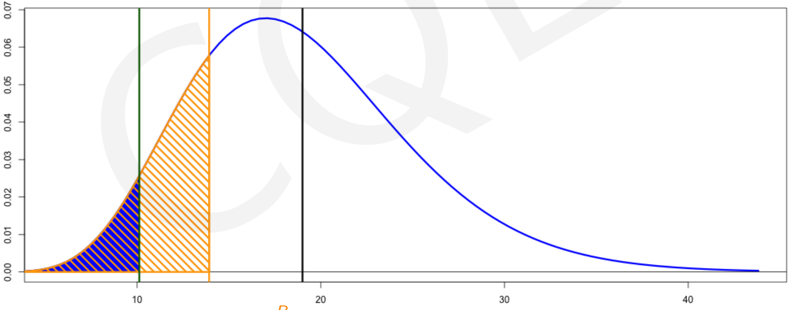


$p - valeur(gauche) \stackrel{R}{=}$`pchisq(19*var(yA)/0.1,19)=21.16%`$\not< \alpha = 5\%$

Exemple compétence Alfred

Question : Peut-on pour autant plutôt penser au vu de ce même jeu de données qu'Alfred n'est pas compétent (i.e. $\mathbf{H_1}$: $\sigma_A^2 > 0.1$) ?
Réponse : p-valeur droite = ?

Loi de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1 \Leftrightarrow \delta_{\sigma_A^2,0.1} = 19$

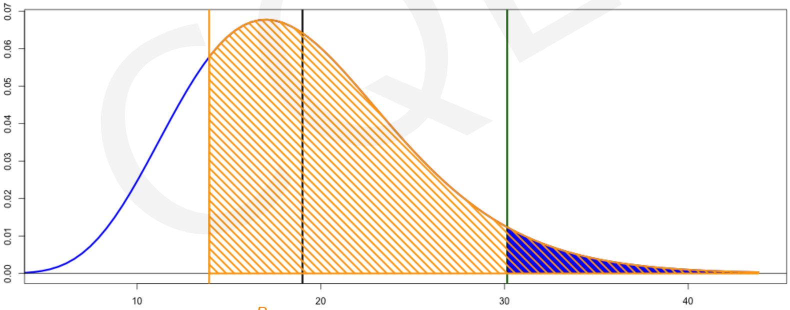


$p - valeur(gauche) \overset{R}{=}$`pchisq(19*var(yA)/0.1,19)=21.16%`$\not< \alpha = 5\%$

Exemple compétence Alfred

Question : Peut-on pour autant plutôt penser au vu de ce même jeu de données qu'Alfred n'est pas compétent (i.e. $\mathbf{H_1}$: $\sigma_A^2 > 0.1$) ?
Réponse : p-valeur droite = 1-(p-valeur gauche)=1-21.16%=78.84% car **la somme des p-valeurs droite et gauche est égale à 1 !**

Loi de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}(\mathbf{Y^A})$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1 \Leftrightarrow \delta_{\sigma_A^2,0.1} = 19$



$p - valeur(droite) \overset{R}{=}$1-pchisq(19*var(yA)/0.1,19)=78.84%$\not< \alpha = 5\%$

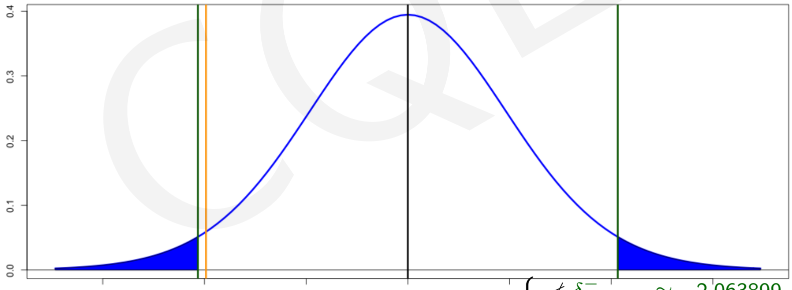
Problématique de la dictée

Assertion d'intérêt : Il y a un effet sur le niveau des bacheliers en orthographe $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $\mu^D \neq 6.3$.

Décision (au vu des $n = 25$ données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si $\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{y^D}\right) < \delta^-_{lim,\alpha/2}$ ou $\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{y^D}\right) > \delta^+_{lim,\alpha/2}$

Loi de $\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\mu^D = 6.3 \Leftrightarrow \delta_{\mu^D,6.3} = 0$



$\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{y^D}\right) \stackrel{R}{=}$ `(mean(yD)-6.3)/seMean(yD)=-1.985`
$\left\{\begin{array}{l} \not< \delta^-_{lim,2.5\%} \simeq -2.063899 \\ \not> \delta^+_{lim,2.5\%} \simeq 2.063899 \end{array}\right.$

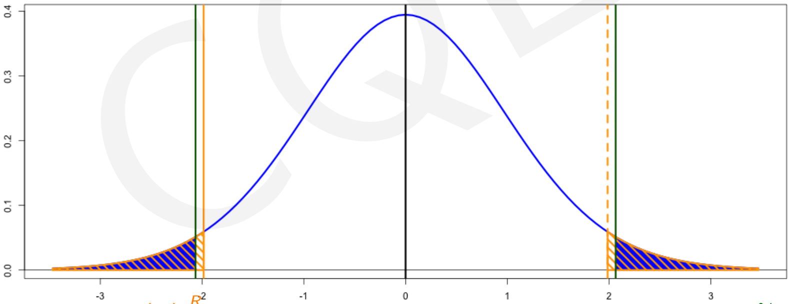
Problématique de la dictée

Assertion d'intérêt : Il y a un effet sur le niveau des bacheliers en orthographe $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $\mu^D \neq 6.3$.

Décision (au vu des $n = 25$ données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (bi) $= 2 \times \min($p-valeur gauche,p-valeur droite$) < \alpha$

Loi de $\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\mu^D = 6.3 \Leftrightarrow \delta_{\mu^D,6.3} = 0$



$p - valeur(bi) \overset{R}{=}$ `2*pt((mean(yD)-6.3)/seMean(yD),24)` $=5.87\% \not< \alpha = 5\%$

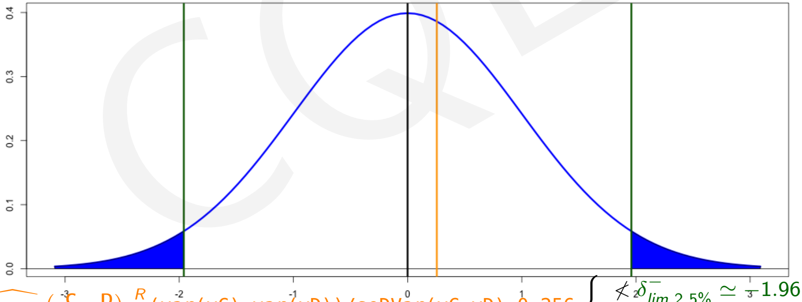
Hétérogénéité des notes

Assertion d'intérêt : Les variances des notes entre les sections C et D sont différentes $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $d_{\sigma^2} \neq 0$.

Décision (au vu des données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si $\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{y^C},\mathbf{y^D}\right) < \delta^-_{lim,\alpha/2}$ ou $\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{y^C},\mathbf{y^D}\right) > \delta^+_{lim,\alpha/2}$

Loi de $\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y^C},\mathbf{Y^D}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma^2_C = \sigma^2_D \Leftrightarrow \delta_{d_{\sigma^2},0} = 0$



$\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{y^C},\mathbf{y^D}\right) \overset{R}{=}$`(var(yC)-var(yD))/seDVar(yC,yD)=0.256`

$$\begin{cases} \not< \delta^-_{lim,2.5\%} \simeq -1.96 \\ \not> \delta^+_{lim,2.5\%} \simeq 1.96 \end{cases}$$

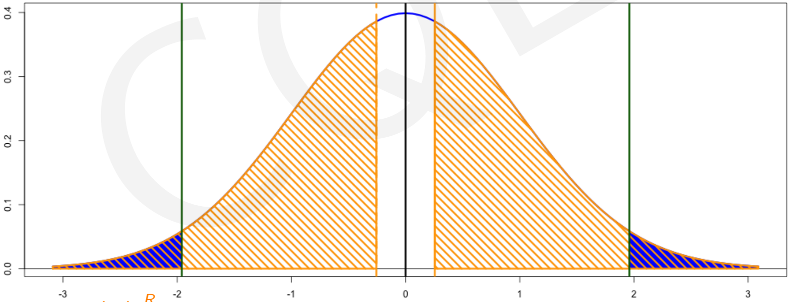
Hétérogénéité des notes

Assertion d'intérêt : Les variances des notes entre les sections C et D sont différentes $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $d_{\sigma^2} \neq 0$.

Décision (au vu des données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (bi) $=2\times\min($p-valeur gauche,p-valeur droite$)<\alpha$

Loi de $\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y^C},\mathbf{Y^D}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma^2_C=\sigma^2_D \Leftrightarrow \delta_{d_{\sigma^2},0}=0$



$p-valeur(bi) \overset{R}{=}$ `2*(1-pnorm(var(yC)-var(yD))/seDVar(yC,yD))=79.81%` $\not<\alpha=5\%$