Cours de Statistiques Inférentielles

CQLS : cqls@upmf-grenoble.fr

14 mars 2014

Plan

Rédaction standard

Rédaction standard d'un test d'hypothèses paramétrique

Hypothèses de test :

$$\mathbf{H_0} : \theta = \theta_0 \text{ versus } \mathbf{H_1} : \begin{cases} \theta > \theta_0 & \textbf{(a)} : \textit{unilatéral droit} \\ \theta < \theta_0 & \textbf{(b)} : \textit{unilatéral gauche} \\ \theta \neq \theta_0 & \textbf{(c)} : \textit{bilatéral} \end{cases}$$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\theta,\theta_0}}(\mathbf{Y}) \leadsto \mathcal{L}_0 \text{ (à préciser selon problématique)}$$

Règle de décision : on accepte $\mathbf{H_1}$ si

$$\begin{cases} \textbf{(a) :} \ \widehat{\delta_{\theta,\theta_0}}(\mathbf{y}) > \delta^+_{\text{lim},\alpha} \text{ ou p-valeur(droite)} < \alpha \\ \textbf{(b) :} \ \widehat{\delta_{\theta,\theta_0}}(\mathbf{y}) < \delta^-_{\text{lim},\alpha} \text{ ou p-valeur(gauche)} < \alpha \\ \textbf{(c) :} \ \left(\widehat{\delta_{\theta,\theta_0}}(\mathbf{y}) < \delta^-_{\text{lim},\alpha/2} \text{ ou } \widehat{\delta_{\theta,\theta_0}}(\mathbf{y}) > \delta^+_{\text{lim},\alpha/2}\right) \text{ ou p-valeur(bi)} < \alpha \end{cases}$$

Un tableau récapitulatif pour les instructions R

<table>
<tr><td colspan="3" align="center">Assertion d'intérêt</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{H_1} : \theta < \theta_0$</td><td>$\mathbf{H_1} : \theta > \theta_0$</td><td>$\mathbf{H_1} : \theta \neq \theta_0$</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Statistique de test sous H_0
$\widehat{\delta_{\theta,\theta_0}}(\mathbf{Y}) \leadsto \mathcal{L}_0 \stackrel{\mathtt{R}}{=} \mathtt{loi}(\ldots)$</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Le jour J avec les données $\mathbf{y}$
$\widehat{\delta_{\theta,\theta_0}}(\mathbf{y}) \stackrel{\mathtt{R}}{=} \mathtt{deltaEst.H0}$</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Quantile(s)</td></tr>
<tr><td>$\delta^-_{lim,\alpha} \stackrel{\mathtt{R}}{=} \mathtt{qloi}(\alpha, \ldots)$</td><td>$\delta^+_{lim,\alpha} \stackrel{\mathtt{R}}{=} \mathtt{qloi}(1-\alpha, \ldots)$</td><td>$\delta^-_{lim,\frac{\alpha}{2}} \stackrel{\mathtt{R}}{=} \mathtt{qloi}(\alpha, \ldots)$
$\delta^+_{lim,\frac{\alpha}{2}} \stackrel{\mathtt{R}}{=} \mathtt{qloi}(1-\alpha/2, \ldots)$</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">P−valeur</td></tr>
<tr><td>p−val(gauche)$\stackrel{\mathtt{R}}{=}$
$\mathtt{ploi}(\mathtt{deltaEst.H0}, \ldots)$</td><td>p−val(droite)$\stackrel{\mathtt{R}}{=}$
$1 - \mathtt{ploi}(\mathtt{deltaEst.H0}, \ldots)$</td><td>p−val(bi)$\stackrel{\mathtt{R}}{=}$
$2 * \mathtt{ploi}(\mathtt{deltaEst.H0}, \ldots)$ si p−val(g)<p−val(d)
$2 * (1 - \mathtt{ploi}(\mathtt{deltaEst.H0}, \ldots))$ sinon</td></tr>
</table>

Plan

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

2 paramètres

1 paramètre

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

1 paramètre

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

1 paramètre

Asymptotique

Gaussien

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

1 paramètre

Asymptotique

Données : $\mathbf{Y} = (Y_1, \cdots, Y_n)$ avec $n \geq 30$ (n grand).

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$p^\bullet$	$\widehat{\delta_{p^\bullet,p_0}}(\mathbf{Y}) := \dfrac{\widehat{p^\bullet}(\mathbf{Y}) - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \times (1-p_0)}{n}}} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$
$\mu^\bullet$	$\widehat{\delta_{\mu^\bullet,\mu_0}}(\mathbf{Y}) := \dfrac{\widehat{\mu^\bullet}(\mathbf{Y}) - \mu_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^\bullet}}}(\mathbf{Y})} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$
$\sigma^2_\bullet$	$\widehat{\delta_{\sigma^2_\bullet,\sigma^2_0}}(\mathbf{Y}) := \dfrac{\widehat{\sigma^2_\bullet}(\mathbf{Y}) - \sigma^2_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma^2_\bullet}}}(\mathbf{Y})} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

1 paramètre

Gaussien

Données : $\mathbf{Y} = (Y_1, \cdots, Y_n)$ avec $Y \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu^\bullet, \sigma_\bullet)$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$\mu^\bullet$	$\widehat{\delta_{\mu^\bullet,\mu_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{\mu^\bullet}(\mathbf{Y}) - \mu_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^\bullet}}}(\mathbf{Y})} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(n-1)$
$\sigma^2_\bullet$	$\widehat{\delta_{\sigma^2_\bullet,\sigma^2_0}}(\mathbf{Y}) := (n-1) \times \frac{\widehat{\sigma^2_\bullet}(\mathbf{Y})}{\sigma^2_0} \rightsquigarrow \chi^2(n-1)$

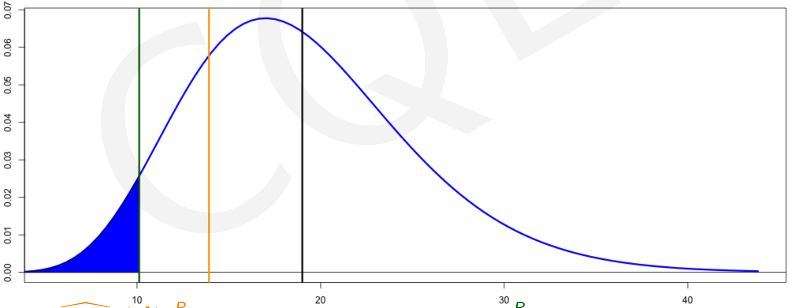
Plan

Exemple compétence Alfred

Assertion d'intérêt : Alfred est compétent $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $\sigma_A^2 < 0.1$.
Décision (au vu des $n = 20$ données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,\alpha}$

Loi de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1 \Leftrightarrow \delta_{\sigma_A^2,0.1} = 19$



$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) \overset{R}{=}$ `19*var(yA)/0.1=13.919` $\not< \delta^-_{lim,5\%} \overset{R}{=}$ `qchisq(.05,19)=10.117`

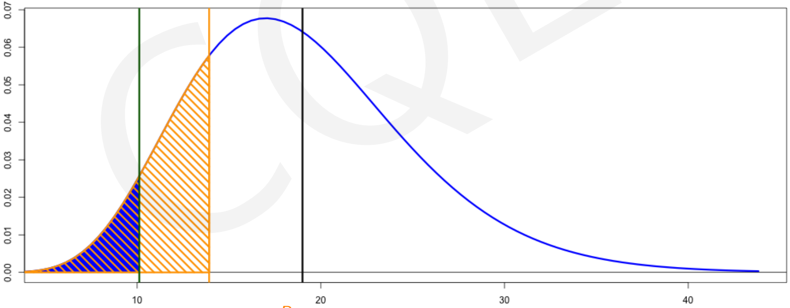
Exemple compétence Alfred

Assertion d'intérêt : Alfred est compétent $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $\sigma^2_A < 0.1$.

Décision (au vu des $n = 20$ données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si $p - valeur(gauche) < \alpha$

Loi de $\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma^2_A = 0.1 \Leftrightarrow \delta_{\sigma^2_A,0.1} = 19$

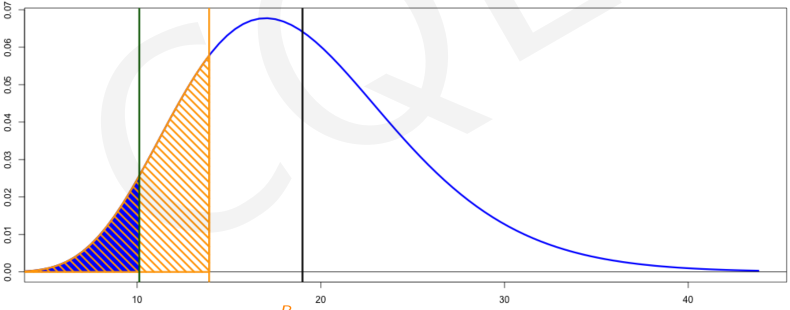


$p - valeur(gauche) \overset{R}{=}$`pchisq(19*var(yA)/0.1,19)=21.16%`$\not< \alpha = 5\%$

Exemple compétence Alfred

Question : Peut-on pour autant plutôt penser au vu de ce même jeu de données qu'Alfred n'est pas compétent (i.e. $\mathbf{H_1}$: $\sigma_A^2 > 0.1$) ?
Réponse : p-valeur droite = ?

Loi de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1 \Leftrightarrow \delta_{\sigma_A^2,0.1} = 19$

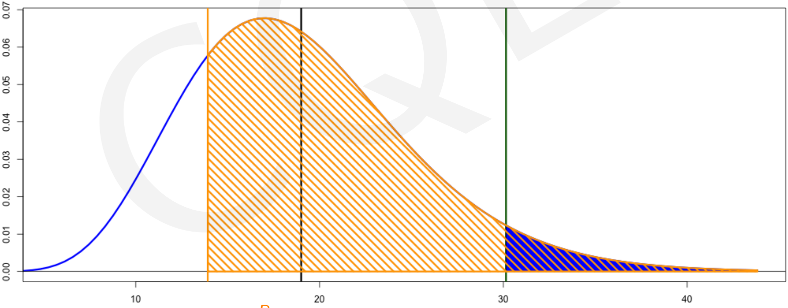


$p - valeur(gauche) \stackrel{R}{=}$`pchisq(19*var(yA)/0.1,19)=21.16%`$\not< \alpha = 5\%$

Exemple compétence Alfred

Question : Peut-on pour autant plutôt penser au vu de ce même jeu de données qu'Alfred n'est pas compétent (i.e. $\mathbf{H_1}$: $\sigma_A^2 > 0.1$) ?
Réponse : p-valeur droite = 1-(p-valeur gauche)=1-21.16%=78.84% car **la somme des p-valeurs droite et gauche est égale à 1 !**

Loi de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1 \Leftrightarrow \delta_{\sigma_A^2,0.1} = 19$



$p - valeur(droite) \stackrel{R}{=}$`1-pchisq(19*var(yA)/0.1,19)=78.84%`$\not< \alpha = 5\%$

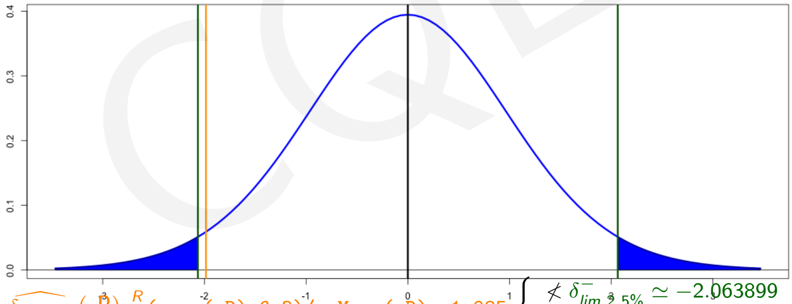
Problématique de la dictée

Assertion d'intérêt : Il y a un effet sur le niveau des bacheliers en orthographe $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $\mu^D \neq 6.3$.

Décision (au vu des $n = 25$ données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si $\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{y^D}\right) < \delta^-_{lim,\alpha/2}$ ou $\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{y^D}\right) > \delta^+_{lim,\alpha/2}$

Loi de $\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\mu^D = 6.3 \Leftrightarrow \delta_{\mu^D,6.3} = 0$



$\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{y^D}\right) \stackrel{R}{=}$ `(mean(yD)-6.3)/seMean(yD)=-1.985` $\left\{\begin{array}{l} \not< \delta^-_{lim,2.5\%} \simeq -2.063899 \\ \not> \delta^+_{lim,2.5\%} \simeq 2.063899 \end{array}\right.$

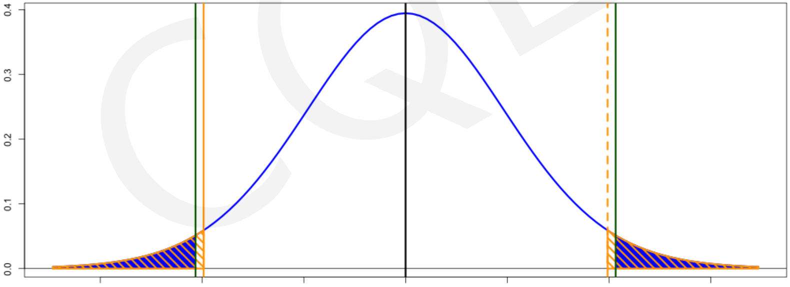
Problématique de la dictée

Assertion d'intérêt : Il y a un effet sur le niveau des bacheliers en orthographe $\Leftrightarrow$ $\mathbf{H_1}$: $\mu^D \neq 6.3$.

Décision (au vu des $n = 25$ données) :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (bi) $= 2 \times$ min(p-valeur gauche,p-valeur droite) $< \alpha$

Loi de $\widehat{\delta_{\mu^D,6.3}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ **sous** $\mathbf{H}_0$: $\mu^D = 6.3 \Leftrightarrow \delta_{\mu^D,6.3} = 0$



$p - valeur(bi) \overset{R}{=}$ `2*pt((mean(yD)-6.3)/seMean(yD),24)` $=5.87\% \not< \alpha = 5\%$

Plan

$\boxed{\text{Nbre de paramètres pour décrire } \mathbf{H_1} \text{ ?}}$

$\downarrow$

$\boxed{\text{1 paramètre}}$

$\downarrow$

$\boxed{\text{Asymptotique}}$

Données : $\mathbf{Y} = (Y_1, \cdots, Y_n)$ avec $n \geq 30$ (n grand).

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$p^\bullet$	$\widehat{\delta_{p^\bullet,p_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{p^\bullet}(\mathbf{Y}) - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \times (1-p_0)}{n}}} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$
$\mu^\bullet$	$\widehat{\delta_{\mu^\bullet,\mu_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{\mu^\bullet}(\mathbf{Y}) - \mu_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^\bullet}}}(\mathbf{Y})} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$
$\sigma^2_\bullet$	$\widehat{\delta_{\sigma^2_\bullet,\sigma^2_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{\sigma^2_\bullet}(\mathbf{Y}) - \sigma^2_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma^2_\bullet}}}(\mathbf{Y})} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$

Chomage (abr. quant)

Question Peut-on penser que le taux de chômage en France serait cette année inférieur à 10% au vu des données `yC` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`-0.942809`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Assertion d'intérêt : $\mathbf{H}_1$: $p^C < 10\%$

Application numérique : puisqu'au vu des données,

$$\widehat{\delta_{p^C,10\%}}\left(\mathbf{y^C}\right) \overset{\mathtt{R}}{=} (16/200 - 0.1)/\mathtt{sqrt}(0.1 * (1 - 0.1)/200) \simeq -0.942809$$

$$\not< \quad \delta^-_{lim,5\%} \overset{\mathtt{R}}{=} -\mathtt{qnorm}(1 - .05) \simeq -1.644854$$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que le taux de chômage en France serait cette année inférieur à 10%.

Chomage (abr. p-val)

Question Peut-on penser que le taux de chômage en France serait cette année inférieur à 10% au vu des données `yC` en `R` ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.1728893`

Assertion d'intérêt : $\mathbf{H}_1$: $p^C < 10\%$
Application numérique : puisqu'au vu des données,

$$p\text{-}valeur \overset{\mathtt{R}}{=} \mathtt{pnorm}((16/200 - 0.1)/\mathtt{sqrt}(0.1 * (1 - 0.1)/200)) \simeq 17.29\% \not< 5\%,$$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que le taux de chômage en France serait cette année inférieur à 10%.

Diététicien (quantile)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine

Indications R :

```
> length(yD)
[1] 50
> mean(yD)
[1] 4.5
> deltaEst.H0 # instruction R à fournir
[1] 2.044722
> qnorm(0.95)
[1] 1.644854
```

Diététicien (quantile)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : \mu^D > 4 \Longleftrightarrow \delta_{\mu^D,4} := \frac{\mu^D - 4}{\sigma_{\widehat{\mu^D}}} > 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$

Diététicien (quantile)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$

Diététicien (quantile)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$

Diététicien (quantile)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $\mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1$: $\mu^D > 4$

Diététicien (quantile)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Diététicien (quantile)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`2.044722`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Diététicien (quantile)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`2.044722`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{y^D}\right) > \delta^{+}_{lim,5\%}$$

Diététicien (quantile)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yD` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`2.044722`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

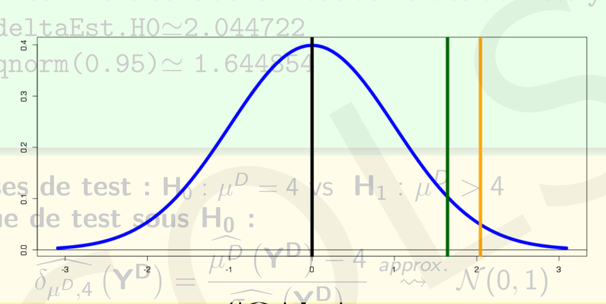
Accepter $\mathbf{H_1}$ si $\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{y^D}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$

Diététicien (quantile)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yD` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`2.044722`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0}$: $\mu^D = 4$ vs $\mathbf{H_1}$: $\mu^D > 4$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{y^D}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{y^D}\right) \overset{R}{=}$ `(mean(yD)-4)/seMean(yD)` $\simeq 2.045$

$> \delta^+_{lim,5\%} \overset{R}{=} \mathtt{qnorm}(1 - .05) \simeq 1.645$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine.

Diététicien (quantile)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yD` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`2.044722`
`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $\mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1$: $\mu^D > 4$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{y^D}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{y^D}\right) \overset{R}{=}$ `(mean(yD)-4)/seMean(yD)` $\simeq 2.045$
$> \delta^+_{lim,5\%} \overset{R}{=}$ `qnorm(1 - .05)` $\simeq 1.645$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine.

Diététicien (p-valeur)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?
Assertion d'intérêt : le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine

Indications R :

```
> length(yD)
[1] 50
> mean(yD)
[1] 4.5
> pnorm(deltaEst.H0)
[1] 0.9795589
```

Diététicien (p-valeur)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : \mu^D > 4 \Longleftrightarrow \delta_{\mu^D,4} := \frac{\mu^D - 4}{\sigma_{\widehat{\mu^D}}} > 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$

Diététicien (p-valeur)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : **H**$_1$: $\mu^D > 4$

Diététicien (p-valeur)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$

Diététicien (p-valeur)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$

Diététicien (p-valeur)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Diététicien (p-valeur)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9795589`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Diététicien (p-valeur)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.9795589`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Diététicien (p-valeur)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yD` en `R` ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9795589`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D > 4$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

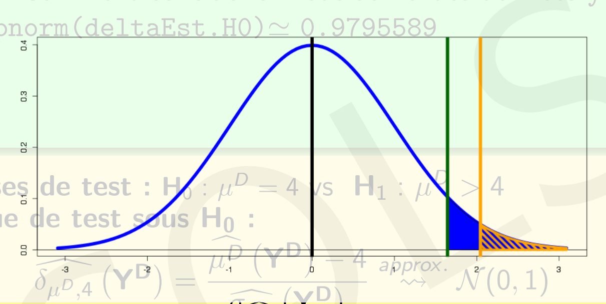
Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Diététicien (p-valeur)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yD` en `R` ?

Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.9795589`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0} : \mu^D = 4$ vs $\mathbf{H_1} : \mu^D > 4$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\texttt{p-valeur} \overset{\texttt{R}}{=} 1 - \texttt{pnorm}((\texttt{mean}(\texttt{yD}) - 4)/\texttt{seMean}(\texttt{yD}))$$
$$\simeq 2.04\% < 5\%$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine.

Diététicien (p-valeur)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yD` en `R` ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.9795589`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $\mu^D = 4$ vs $\mathbf{H}_1$: $\mu^D > 4$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - 4}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\texttt{p-valeur} \overset{\texttt{R}}{=} 1 - \texttt{pnorm}((\texttt{mean}(\texttt{yD}) - 4)/\texttt{seMean}(\texttt{yD}))$$
$$\simeq 2.04\% < 5\%$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine.

Diététicien (abr. quant)

Question Peut-on penser que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine au vu des données `yD` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`2.044722`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Assertion d'intérêt : $\mathbf{H}_1$: $\mu^D > 4$

Application numérique : puisqu'au vu des données,

$$\begin{aligned}\widehat{\delta_{\mu^D,4}}\left(\mathbf{y^D}\right) &\overset{\mathtt{R}}{=} (\mathtt{mean}(\mathtt{yD}) - 4)/\mathtt{seMean}(\mathtt{yD}) \simeq 2.044722 \\ &> \delta^+_{lim,5\%} \overset{\mathtt{R}}{=} \mathtt{qnorm}(1 - .05) \simeq 1.644854\end{aligned}$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine.

Diététicien (abr. p-val)

Question Peut-on penser que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine au vu des données `yD` en `R` ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9795589`

Assertion d'intérêt : $\mathbf{H}_1$: $\mu^D > 4$
Application numérique : puisqu'au vu des données,

$$p-valeur \overset{\mathtt{R}}{=} 1 - \mathtt{pnorm}((\mathtt{mean}(\mathtt{yD}) - 4)/\mathtt{seMean}(\mathtt{yD})) \simeq 2.04\% < 5\%,$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids de 2 kilos par semaine.

Alfred (quantile)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : Alfred est compétent

Indications R :

```
> length(yA)
[1] 50
> var(yA)
[1] 0.06362229
> deltaEst.H0 # instruction R à fournir
[1] -2.762438
> qnorm(0.95)
[1] 1.644854
```

Alfred (quantile)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : \sigma_A^2 < 0.1 \Longleftrightarrow \delta_{\sigma_A^2,0.1} := \frac{\sigma_A^2 - 0.1}{\sigma_{\widehat{\sigma_A^2}}} < 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (quantile)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \sigma^2_A < 0.1$

Alfred (quantile)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (quantile)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (quantile)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma^2_A < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma^2_A}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma^2_A}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Alfred (quantile)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`-2.762438`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1$: $\sigma_A^2 < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma_A^2}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Alfred (quantile)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`-2.762438`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma^2_A < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma^2_A}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma^2_A}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,5\%}$$

Alfred (quantile)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`-2.762438`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma_A^2}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

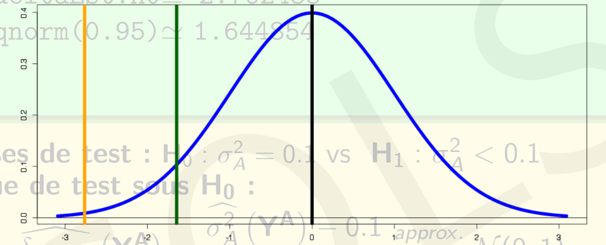
$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,5\%}$$

Alfred (quantile)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`-2.762438`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0}$: $\sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H_1}$: $\sigma^2_A < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma^2_A}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma^2_A}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) \overset{\mathtt{R}}{=} \texttt{(var(yA)-0.1)/seVar(yA)} \simeq -2.762$$

$$< \delta^-_{lim,5\%} \overset{\mathtt{R}}{=} -\texttt{qnorm}(1-.05) \simeq -1.645$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.

Alfred (quantile)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`-2.762438`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma^2_A < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma^2_A}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma^2_A}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) \overset{\mathtt{R}}{=}$ `(var(yA)-0.1)/seVar(yA)` $\simeq -2.762$

$< \delta^-_{lim,5\%} \overset{\mathtt{R}}{=} -\mathtt{qnorm}(1-.05) \simeq -1.645$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.

Alfred (p-valeur)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : Alfred est compétent

Indications R :

```
> length(yA)
[1] 50
> var(yA)
[1] 0.06362229
> pnorm(deltaEst.H0)
[1] 0.002868572
```

Alfred (p-valeur)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : \sigma_A^2 < 0.1 \Longleftrightarrow \delta_{\sigma_A^2, 0.1} := \frac{\sigma_A^2 - 0.1}{\sigma_{\widehat{\sigma_A^2}}} < 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (p-valeur)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (p-valeur)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma^2_A < 0.1$

Alfred (p-valeur)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (p-valeur)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma_A^2}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Alfred (p-valeur)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.002868572`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma_A^2}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Alfred (p-valeur)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.002868572`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma_A^2}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Alfred (p-valeur)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.002868572`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

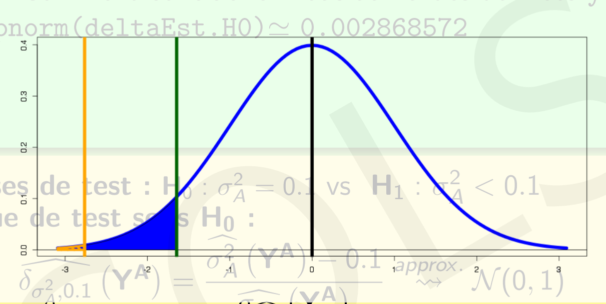
$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma_A^2}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?

Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.002868572`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0}$: $\sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H_1}$: $\sigma^2_A < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$ **:**

$$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma^2_A}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\sigma_{\widehat{\sigma^2_A}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

`p-valeur` $\overset{R}{=}$ `pnorm((var(yA) - 0.1)/seVar(yA))`

$\simeq 0.29\% < 5\%$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.

Alfred (p-valeur)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.002868572`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma^2_A < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = \frac{\widehat{\sigma^2_A}\left(\mathbf{Y^A}\right) - 0.1}{\widehat{\sigma_{\widehat{\sigma^2_A}}}\left(\mathbf{Y^A}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\texttt{p-valeur} \overset{\texttt{R}}{=} \texttt{pnorm}((\texttt{var}(\texttt{yA}) - 0.1)/\texttt{seVar}(\texttt{yA})) \simeq 0.29\% < 5\%$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.

Alfred (abr. quant)

Question Peut-on penser que Alfred est compétent au vu des données `yA` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`-2.762438`

`qnorm(0.95)`$\simeq$ `1.644854`

Assertion d'intérêt : $\mathbf{H}_1$: $\sigma^2_A < 0.1$

Application numérique : puisqu'au vu des données,

$$\begin{aligned} \widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) &\overset{\mathtt{R}}{=} (\mathtt{var(yA)} - 0.1)/\mathtt{seVar(yA)} \simeq -2.762438 \\ &< \delta^-_{lim,5\%} \overset{\mathtt{R}}{=} -\mathtt{qnorm}(1 - .05) \simeq -1.644854 \end{aligned}$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.

Alfred (abr. p-val)

Question Peut-on penser que Alfred est compétent au vu des données `yA` en `R` ?
Indic `R` : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.002868572`

Assertion d'intérêt : $\mathbf{H}_1$: $\sigma^2_A < 0.1$
Application numérique : puisqu'au vu des données,

$$p - valeur \overset{\mathtt{R}}{=} \mathtt{pnorm}((\mathtt{var}(\mathtt{yA}) - 0.1)/\mathtt{seVar}(\mathtt{yA})) \simeq 0.29\% < 5\%,$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

1 paramètre

Gaussien

Données : $\mathbf{Y} = (Y_1, \cdots, Y_n)$ avec $Y \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu^\bullet, \sigma_\bullet)$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$\mu^\bullet$	$\widehat{\delta_{\mu^\bullet,\mu_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{\mu^\bullet}(\mathbf{Y})-\mu_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^\bullet}}}(\mathbf{Y})} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(n-1)$
$\sigma_\bullet^2$	$\widehat{\delta_{\sigma_\bullet^2,\sigma_0^2}}(\mathbf{Y}) := (n-1) \times \frac{\widehat{\sigma_\bullet^2}(\mathbf{Y})}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2(n-1)$

Diététicien (abr. quant)

Question Peut-on penser que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids au vu des données `AV-AP` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`5.25`

`qt(0.95,9)`$\simeq$ `1.833113`

Assertion d'intérêt : $\mathbf{H}_1$: $\mu^D > 0$ avec $\mu^D =$ moyenne de $Y^D (= Y^{AV} - Y^{AP})$

Application numérique : puisqu'au vu des données,

$$\begin{aligned} \widehat{\delta_{\mu^D,0}}\left(\mathbf{y^D}\right) &\overset{\mathtt{R}}{=} (\mathtt{mean}(\mathtt{AV}-\mathtt{AP})-0)/\mathtt{seMean}(\mathtt{AV}-\mathtt{AP}) \simeq 5.25 \\ &> \delta^+_{lim,5\%} \overset{\mathtt{R}}{=} \mathtt{qt}(1-.05,9) \simeq 1.833113 \end{aligned}$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids.

Diététicien (abr. p-val)

Question Peut-on penser que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids au vu des données `AV-AP` en `R` ?
Indic `R` : `pt(deltaEst.H0,9)`$\simeq$ `0.9997362`

Assertion d'intérêt : $\mathbf{H}_1$: $\mu^D > 0$ avec $\mu^D =$ moyenne de $Y^D (= Y^{AV} - Y^{AP})$
Application numérique : puisqu'au vu des données,

$$p\text{–}valeur \stackrel{\texttt{R}}{=} 1 - \texttt{pt}((\texttt{mean}(\texttt{AV} - \texttt{AP}) - 0)/\texttt{seMean}(\texttt{AV} - \texttt{AP}), 9) \simeq 0.03\% < 5\%,$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le régime alimentaire du diététicien permet une perte de poids.

Alfred (quantile)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?
Assertion d'intérêt : Alfred est compétent

Indications R :

```
> length(yA)
[1] 20
> var(yA)
[1] 0.07325571
> deltaEst.H0 # instruction R à fournir
[1] 13.91858
> qchisq(0.95,19)
[1] 30.14353
```

Alfred (quantile)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : \sigma_A^2 < 0.1 \Longleftrightarrow \delta_{\sigma_A^2,0.1} := (20-1)\frac{\sigma_A^2}{0.1} < 20-1$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (quantile)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (quantile)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (quantile)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma^2_A < 0.1$

Alfred (quantile)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \rightsquigarrow \chi^2(20-1)$$

Alfred (quantile)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`13.91858`

`qchisq(0.95,19)`$\simeq$ `30.14353`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \rightsquigarrow \chi^2(20-1)$$

Alfred (quantile)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`13.91858`

`qchisq(0.95,19)`$\simeq$ `30.14353`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \rightsquigarrow \chi^2(20-1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,5\%}$$

Alfred (quantile)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`13.91858`

`qchisq(0.95,19)`$\simeq$ `30.14353`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H_1}$: $\sigma_A^2 < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \leadsto \chi^2(20-1)$$

Règle de Décision :

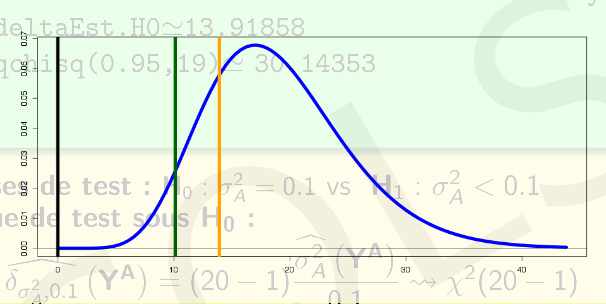
Accepter $\mathbf{H_1}$ si $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,5\%}$

Alfred (quantile)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`13.91858`

`qchisq(0.95,19)`$\simeq$`30.14353`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0} : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H_1} : \sigma_A^2 < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \leadsto \chi^2(20-1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) \overset{\mathtt{R}}{=} \mathtt{(length(yA)-1)*var(yA)/0.1} \simeq 13.92$$

$$\nless \delta^-_{lim,5\%} \overset{\mathtt{R}}{=} \mathtt{qchisq}(.05,19) \simeq 10.12$$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.

Alfred (quantile)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?

Indic `R` : `deltaEst.H0`$\simeq$`13.91858`

`qchisq(0.95,19)`$\simeq$ `30.14353`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $\sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1$: $\sigma^2_A < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma^2_A}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \rightsquigarrow \chi^2(20-1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) < \delta^-_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{y^A}\right) \overset{\mathtt{R}}{=}$ `(length(yA)-1)*var(yA)/0.1`$\simeq 13.92$

$\not< \delta^-_{lim,5\%} \overset{\mathtt{R}}{=}$`qchisq`$(.05,19)\simeq 10.12$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.

Alfred (p-valeur)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?
Assertion d'intérêt : Alfred est compétent

Indications R :

```
> length(yA)
[1] 20
> var(yA)
[1] 0.07325571
> pchisq(deltaEst.H0,19)
[1] 0.2115835
```

Alfred (p-valeur)

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : \sigma_A^2 < 0.1 \Longleftrightarrow \delta_{\sigma_A^2,0.1} := (20-1)\frac{\sigma_A^2}{0.1} < 20-1$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (p-valeur)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (p-valeur)

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$

Alfred (p-valeur)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma^2_A < 0.1$

Alfred (p-valeur)

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \rightsquigarrow \chi^2(20-1)$$

Alfred (p-valeur)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic `R` : `pchisq(deltaEst.H0,19)` $\simeq$ `0.2115835`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \rightsquigarrow \chi^2(20-1)$$

Alfred (p-valeur)

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic `R` : `pchisq(deltaEst.H0,19)` $\simeq$ `0.2115835`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1$: $\sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \rightsquigarrow \chi^2(20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Alfred (p-valeur)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?
Indic `R` : `pchisq(deltaEst.H0,19)`$\simeq$ `0.2115835`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1 : \sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \rightsquigarrow \chi^2(20-1)$$

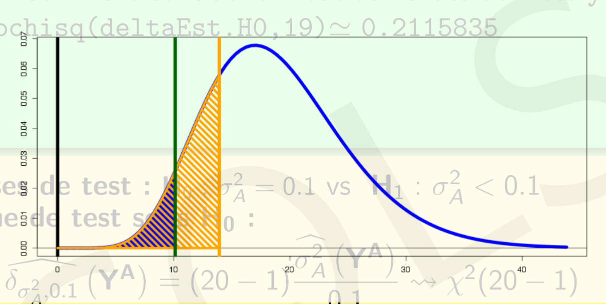
Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Alfred (p-valeur)

Question : Comment concluerez-vous au vu des données `yA` en `R` ?

Indic `R` : `pchisq(deltaEst.H0,19)` $\simeq$ `0.2115835`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0} : \sigma^2_A = 0.1$ vs $\mathbf{H_1} : \sigma^2_A < 0.1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma^2_A,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma^2_A}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \leadsto \chi^2(20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\texttt{p-valeur} \overset{\texttt{R}}{=} \texttt{pchisq((length(yA)} - 1) * \texttt{var(yA)/0.1, 19)}$

$\simeq 21.16\% \not< 5\%$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.

Alfred (p-valeur)

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yA` en `R` ?
Indic `R` : `pchisq(deltaEst.H0,19)`$\simeq$ `0.2115835`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $\sigma_A^2 = 0.1$ vs $\mathbf{H}_1$: $\sigma_A^2 < 0.1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\sigma_A^2,0.1}}\left(\mathbf{Y^A}\right) = (20-1)\frac{\widehat{\sigma_A^2}\left(\mathbf{Y^A}\right)}{0.1} \leadsto \chi^2(20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\texttt{p-valeur} \stackrel{\texttt{R}}{=} \texttt{pchisq}((\texttt{length}(\texttt{yA})-1)*\texttt{var}(\texttt{yA})/0.1, 19)$$
$$\simeq 21.16\% \not< 5\%$$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que Alfred est compétent.