$U_{(\omega)} = \beta_{(\omega)} - \omega$