

# PROTOKOLL

Name der Übenden:	1. Rafal Dabel
	2. Lucas Hönl
	3.
Gruppennummer: 316	Platznummer: 63
Titel der Übung: Elektronen in E- und B-Feld	
Ausgeführt am: 22. November 2023	Betreuer:

Punkte:	1.
	2.
	3.

# Elektronen in $\vec{E}$ und $\vec{B}$ -Feldern - Protokoll

Rafael Dabek und Lucas Hörle

22. November 2023

## 1) Erzeugung und Formierung von Elektronenstrahlen

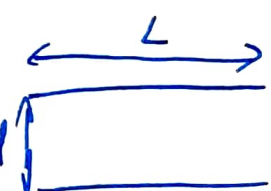
Energieerhaltung:  $\frac{1}{2}mv^2 = eU \rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$  (1)

Durchführung: Heizspannung wurde auf 6,3V gestellt, die Beschleunigungsspannung wurde im Bereich 150-300V variiert. Der Elektronenstrahl ist schwach sichtbar, die Wehnelt-Spannung (und der damit einhergehende Wehnelt-Zylinder) wird so eingestellt, dass der Strahl fokussiert. Dies gelingt jedoch nur bedingt gut, der Elektronenstrahl ähnelt eher einem intensitätsschwachen Kegel. Aufbau des Versuchs wie in Anleitung.

## 2) Aufbau wie in Anleitung beschrieben

$$v_x = v = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}, \quad L = \frac{v_y^2}{2a}, \quad a = \frac{F}{m} = \frac{eU_p}{md}, \quad L = \frac{mv_y^2 d}{2eU_p}$$

$\Rightarrow v_y^2 = \frac{2}{m} eU_p L/d$

$$\tan \varphi = \frac{v_y}{v_x} = \left( \frac{2eU_0}{m} \right)^{-1/2} \sqrt{\frac{2eU_p L}{md}} = \sqrt{\frac{U_p L}{U_0 d}} \quad (2)$$


Beobachtung: Es sind Ablenkungswinkel des Elektronenstrahls zu beobachten; für  $U_0 = 201V$  wird  $U_p$  variiert: Für größer werdende  $U_p$  steigt die Ablenkung an; bei ca. 27V verschwindet der Strahl; für konstantes  $U_0$  beobachten wir, dass der Ablenkungswinkel indirekt proportional zum Ablenkungswinkel ist. Diese Beobachtung stimmt mit der Formel für den Ablenkungswinkel  $\varphi$  überein.



3)  $\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B})$  wirkt als Zentripetalkraft ( $\vec{F} \perp \vec{v}, \vec{B}$ )

$$\vec{F} = -evB \sin \alpha \vec{e}_r = -\frac{mv^2}{r} \vec{e}_r \quad (\rightarrow \sum F_i = 0), \quad \sin \alpha = 1 \quad \text{da } \vec{v} \perp \vec{B}$$

$$\rightarrow \frac{mv^2}{r} = evB \Rightarrow \boxed{r = \frac{mv}{eB}} \quad (3)$$

Aufbau: wie in Anleitung beschrieben

Beobachtung: Der Strom in der Spule zwingt die Elektronen auf kreisförmige Bahnen ( $\rightarrow$  Lorentz-Kraft)

Je größer  $U_0$  desto größer wird der Bahnradius  $r$

Für den Spulenstrom  $I$  verhält es sich andersherum:

Größerer Strom führt zu kleineren Bahnradien  $r$ .

Für große Potenzen wird aus der kreisförmigen Bahn eine offene Spirale, da die Bahn durch die Geometrie des Fadenstrahlrohrs begrenzt ist.

$$4) \text{ Aus (3) : } \frac{e}{m} = \frac{v}{rB} \xrightarrow{(1)} \frac{e}{m} = \frac{2U_0}{B^2 r^2}$$

$$z. z. \quad B = \frac{\mu N I_s}{R} \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}$$

$$\text{Biot-Savart} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_s d\vec{r} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad \vec{r}' = 0 \rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{r} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{r} = R \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ z \end{pmatrix} \quad d\vec{r} = R \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} d\varphi \quad d\vec{r} \times \vec{r} = d\varphi \begin{pmatrix} -R\sin\varphi \\ R\cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} R\cos\varphi \\ R\sin\varphi \\ z \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} z\cos\varphi \\ z\sin\varphi \\ -R \end{pmatrix} d\varphi$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_s}{4\pi} \int_0^{2\pi N} \frac{1}{(R^2 + z^2)^{3/2}} R \begin{pmatrix} z\cos\varphi \\ z\sin\varphi \\ -R \end{pmatrix} d\varphi = \frac{\mu_0 I_s}{4\pi} \frac{NR^2 2\pi}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{e}_z$$

$$\text{Betrag und } z = \frac{R}{2}: |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_s NR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \Big|_{z=\frac{R}{2}} = \frac{N\mu_0 I_s}{2R} \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}$$

Wir vernüchten die beiden Spulen um  $z' = z \pm \frac{a}{2}$  und betrachten die Superposition der beiden Spulen  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  bzw. deren z-Komponente, da alle anderen Beträge durch die Integration verschwinden (siehe oben)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I_s}{2} \left( \frac{1}{(R^2 + (z - \frac{a}{2})^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (z + \frac{a}{2})^2)^{3/2}} \right) \Big|_{\substack{z=0 \\ a=\frac{R}{2}}} = \frac{\mu_0 N I_s}{R} \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}$$

$$U_0 = \frac{r^2 e}{2m} B^2 = \frac{r^2 e}{2m} \frac{\mu_0^2 N^2}{R^2} \left(\frac{4}{5}\right)^3 I_s^2$$

$$\boxed{\frac{e}{m} = 2k \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{1}{(\mu_0 N)^2} \left(\frac{5}{4}\right)^3} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{125k}{32} \left(\frac{R}{\mu_0 N r}\right)^2$$

$$N = 130$$

$$r = 8 \text{ cm}$$

$$R = 150 \text{ mm}$$

$$D = 150 \text{ mm}$$

Aus den Messwerten erhalten wir für die mittl. Steigung

$$\underline{\underline{\langle k \rangle = 104 \text{ V/A}^2}} \Rightarrow \underline{\underline{\langle \frac{e}{m} \rangle = 7,82 \cdot 10^{10} \frac{\text{C}}{\text{kg}}}}$$

### Fehlerrechnung:

Abschätzung der einzelnen Ablesfehler

$$\Delta r = 2 \text{ cm}, \text{ Fehler bei } k = \frac{U_0}{I_s^2} \text{ mit } \Delta U_0 = 0,3 \text{ V}, \Delta I_s = 0,1 \text{ A}$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{I_s^2} \Delta U_s + \left(-\frac{U_0}{I_s^3}\right) \Delta I_s} = \Delta k^2$$

$$\sigma_{e/m} = \frac{125 R^2}{32 U_0 N^2} \sqrt{\frac{\Delta k^2}{r^2} + \frac{2 \Delta r k}{r^3}} \overset{\substack{\text{Ablesfehler} \\ \text{dominant}}}{\approx} 7,1 \cdot 10^{10} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

$$\frac{e}{m} = (7,8 \pm 0,7) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

1	Spannung (V)	Strom <sup>2</sup> (A <sup>2</sup> )
2	300	1.787
3	290	1.767
4	280	1.681
5	270	1.648
6	260	1.625
7	250	1.598
8	240	1.565
9	230	1.494
10	220	1.442
11	210	1.391
12	200	1.360
13	190	1.327
14	180	1.295
15	170	1.239
16	160	1.200
17	150	1.090



