



Trabajo Práctico 9: Torsión de ejes prismáticos sin simetría de revolución

Ejercicio 1.

Para la torsión de una barra de sección elíptica, exprese la ecuación de par en términos del momento polar de inercia de la sección y compare este resultado con la relación correspondiente para la sección triangular equilátera.

$$M_t = \frac{\pi a^3 b^3 G \theta}{a^2 + b^2}$$

Ejercicio 2.

Para la sección triangular que se muestra en la figura

- Calcule el esfuerzo cortante resultante a lo largo de la línea $y = 0$ y grafique el resultado en el rango $-2a \leq x \leq a$.
- Determine y etiquete todos los valores máximos y mínimos.
- Trace los contornos del esfuerzo cortante resultante constante $\tau = \sqrt{\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2}$
- Señale cómo estos contornos implicarían que el esfuerzo cortante máximo ocurre en los puntos medios de cada lado del límite.

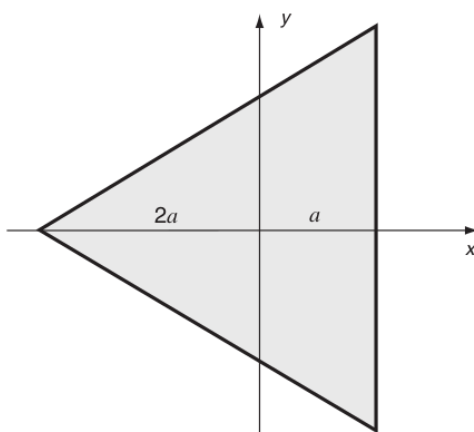


Figura 1: Ejercicio 2.

Ejercicio 3.

Considere la torsión de una barra de sección triangular general como se muestra en la figura. Usando la técnica de la ecuación de contorno, intente una solución de función de esfuerzo de la forma:

$$\Phi = K(x - a)(y - m_1x)(y - m_2x)$$

donde m_1 , m_2 y a son constantes geométricas definidas en la figura y K es una constante por determinar. Demuestre que esta forma será una solución al problema de torsión solo para el caso de una sección triangular equilátera.

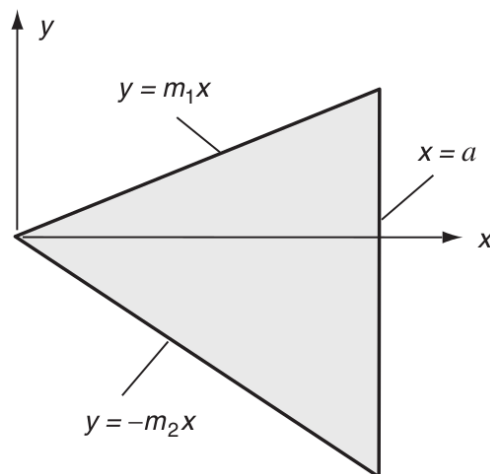


Figura 2: Ejercicio 3.

Ejercicio 4.

Utilizando la siguiente relación de torsión para la sección rectangular

$$M_t = \frac{16G\theta a^3b}{3} - \frac{1024G\theta a^4}{\pi^5} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh \frac{n\pi b}{2a}$$

calcule el parámetro de carga no dimensional $T/\mu\alpha b^4$ y gráfiquelo como una función de la relación adimensional b/a sobre el rango $1 \leq b/a \leq 10$. Para el caso en que b/a se aproxime a 10, demuestre que el comportamiento de carga puede estar dado por la relación aproximada:

$$\Phi = G\theta(a^2 - x^2),$$

$$\tau_{max} = 2G\theta a,$$

$$M_t = \frac{16}{3}G\theta a^3b.$$

Emplear Octave.

Ejercicio 5.

Usando la relación:

$$M_t = \frac{16}{3} G \theta \sum_{i=1}^N a_i^3 b_i$$

desarrolle una solución aproximada para el torque de carga de la sección del canal que se muestra.

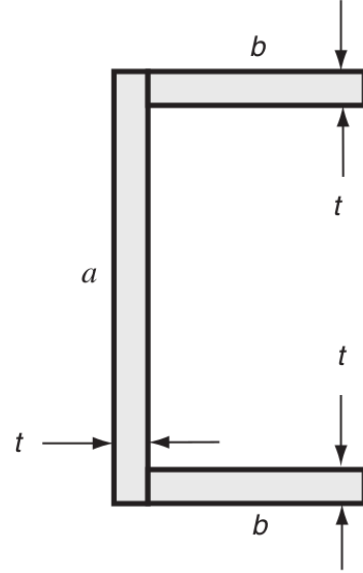


Figura 3: Ejercicio 5.

Ejercicio 6.

Un eje circular con un chavetero puede aproximarse por la sección que se muestra en la siguiente figura. El chavetero está representado por la ecuación de límite $r = b$, mientras que el eje tiene la relación de límite $r = 2a \cos \theta$. Usando la técnica de la Sección 9.4, se sugiere una función de tensión de prueba de la forma:

$$\Phi = K(b^2 - r^2) \left(1 - \frac{2a \cos \theta}{r} \right)$$

donde K es una constante por determinar. Demuestre que esta forma resolverá el problema y determinará la constante K . Calcule las dos componentes del esfuerzo cortante τ_{xz} y τ_{yz} .

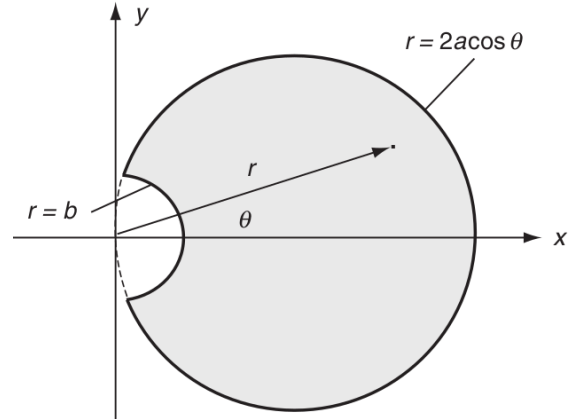


Figura 4: Ejercicio 6.

Ejercicio 7.

Para la sección del chavetero del ejercicio anterior, demuestre que las tensiones resultantes en los límites del eje y del chavetero están dadas por

$$\tau_{eje} = G\theta a \left(\frac{b^2}{4a^4 \cos^2 \theta} - 1 \right), \quad \tau_{chavetero} = G\theta(2a \cos \theta - b)$$

Determine los valores máximos de estas tensiones y demuestre que para $b \ll a$, la magnitud de la tensión máxima del chavetero es aproximadamente el doble de la tensión del eje. Finalmente, haga una gráfica del factor de concentración de tensión

$$\frac{(\tau_{max})_{chavetero}}{(\tau_{max})_{ejesolido}},$$

versus la relación b/a en el rango $0 \leq b/a \leq 1$. Note que $(\tau_{max})_{ejesolido}$ es el esfuerzo cortante máximo para un eje sólido de sección circular. Demuestre que la gráfica de concentración de estrés da

$$\frac{(\tau_{max})_{chavetero}}{(\tau_{max})_{ejesolido}} \rightarrow 2, b/a \rightarrow 0,$$

lo que indica que una pequeña muesca dará como resultado una duplicación de la tensión en una sección circular bajo torsión.

Ejercicio 8.

Ejercicios propuestos en el Capítulo 7, pág. 304 del libro de L. Ortiz Berrocal*.

*Luis Ortiz Berrocal, Elasticidad, 3ra. Edición, Mc GrawHill, 2005.