



Actividad de Evaluación Continua 1

Los trabajos se deben subir al Classroom del curso.

Fecha de entrega, hasta las 9:00hs del día viernes 3 de setiembre de 2021.

Ejercicio 1.

Se posee un eje de un motor completamente frenado mediante un freno de cinta y bloques, como se muestra la Figura 1. Sobre el eje actúa un torque externo de 50 Nm. El radio del eje del motor es $R = 10$ cm. El número de bloques es $N = 10$, la apertura angular de cada taco de freno es $\Delta\theta = 12^\circ$ y el ancho $l = 1$ cm, siendo los coeficientes de fricción entre cada bloque y el eje del motor para el caso estático $\mu_s = 0.60$ y dinámico $\mu_d = 0.25$.

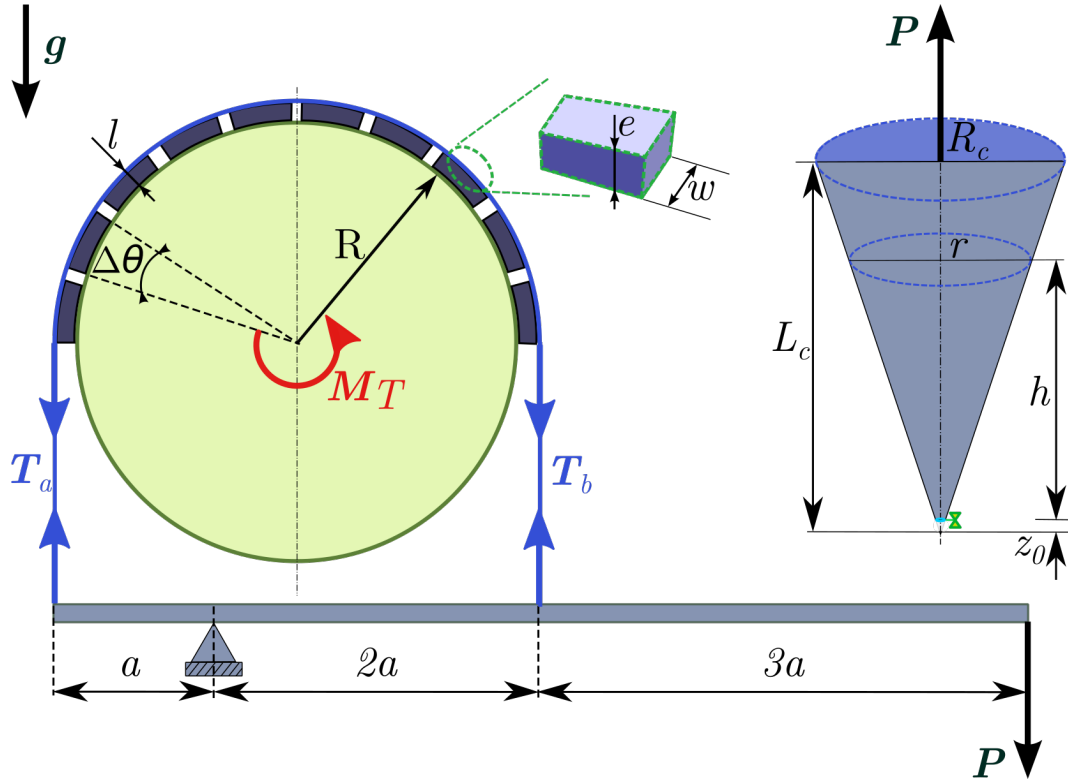


Figura 1: Freno de cinta y bloques actuado por el peso de un líquido contenido en un tanque cónico. Ver descripción del Ejercicio 1.

Las fuerzas tangenciales T_a y T_b , en los extremos de la cinta, se relacionan mediante la expresión

$$\frac{T_b}{T_a} = \left(\frac{1 + \mu \tan \frac{\Delta\theta}{2}}{1 - \mu \tan \frac{\Delta\theta}{2}} \right)^N,$$

donde μ es el coeficiente de rozamiento en reposo/movimiento, entre los bloques y el eje del motor, y N es el número de bloques que actúa sobre el eje.

La carga que mantiene frenado el eje la proporciona el peso del líquido contenido en un tanque cónico vertical invertido de radio R_c y altura L_c . El tanque posee un orificio circular pequeño en la parte inferior, el cual posee un sistema de apertura/cerradura automático (cuyo sellado es perfecto).

De acuerdo a la Ley de Torricelli, dado un tanque abierto, la razón con la que el líquido sale por la apertura inferior (variación del volumen de líquido en el tanque respecto del tiempo) se puede expresar como

$$\frac{dV}{dt} = -A_0 v,$$

donde $A_0 = \pi r_0^2$ es el área del orificio de salida que se encuentra ubicado a una distancia z_0 del vértice del cono, mientras que $v = c\sqrt{2gh}$ es la velocidad del líquido drenado y c es el coeficiente de descarga ($0 < c < 1$), h la altura de líquido en el tanque en el instante t . El volumen de líquido contenido se puede expresar mediante la relación

$$V(h) = V_c(h + z_0) - V_c(z_0),$$

donde $V_c(z) = \frac{\pi r^2 z}{3}$ es el volumen de un cono de altura z y radio r . Suponga que el orificio en la parte inferior posee un radio de $r_0 = 1$ cm, $g = 9.81$ m/s², $R_c = 30$ cm y $L_c = 1$ m. Inicialmente el tanque está completamente lleno de agua, el coeficiente de descarga es $c = 0.7$.

Para el sistema bajo análisis se pide que responda los siguientes aspectos.

- En $t = 0$ el tanque se encuentra completamente lleno. Determine las fuerzas T_a y T_b y la altura de la columna de agua h_s en el tanque en el instante en que el motor comienza a girar.
- Muestre que el instante en que el eje comienza a girar está dado por la expresión

$$t_s = \frac{R_c^2}{L_c^2} \frac{1}{cr_0^2} \sqrt{\frac{2h}{g}} \left(\frac{h^2}{5} + \frac{2z_0 h}{3} + z_0^2 \right) \Big|_{h_s}^{h_c},$$

donde h_c es la columna de agua en el cono para $t = 0$.

- En el instante en que el eje comienza a girar se cierra la salida de líquido de la parte inferior y se inicia el llenado mediante un caudal volumétrico constante $Q_{in} = 300$ cm³/s, el cual se detiene justo en el momento en que el eje gira a velocidad angular constante. Determine el tiempo necesario para alcanzar el estado estacionario, así como la altura de agua y las fuerzas T_a y T_b .
- Estime el estiramiento que experimentará la cinta en la sección donde actúan los bloques de freno, cuando se logre el estado estacionario, si la cinta posee un espesor de $e = 2$ mm y un ancho de $w = 5$ cm y $E = 10$ GPa.
- ¿En qué instante se tendrá la mayor deformación de la cinta? Desarrolle y justifique su respuesta.

Ejercicio 2.

Para la viga cargada que se muestra en la Figura 2, se pide:

- Determinar y graficar las expresiones para la carga, corte y momento flector que se muestran en la figura.
- Aplicar el metodo de funciones de singularidad para realizar las gráficas.
- ¿Cuánto debe valer la carga puntual en el punto D para que el momento sea 0 en ese punto?
- ¿A qué distancia de los extremos se deberían colocar los apoyos B y E para tener el menor momento flector?

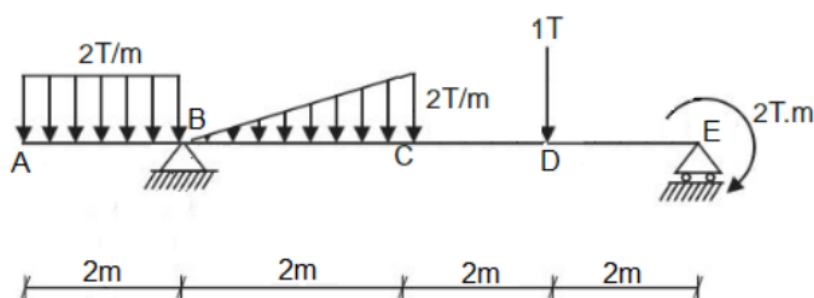


Figura 2: Esquema de las cargas actuando en la viga del Ejercicio 2.

Ejercicio 3.

Muy a menudo se requiere el diseño óptimo de *trusses* para un peso mínimo. En un diseño óptimo, para obtener un peso mínimo, se deben tener en cuenta muchos factores, entre ellos los esfuerzos en las barras en tracción, las fuerzas en las barras en compresión que pueden causar grandes deflexiones laterales (pandeo) y la disponibilidad de elementos estructurales para el diseño.

El reticulado en voladizo que se muestra en la Figura 3(a), está apoyado en A y B y debe soportar las cargas que se muestran en las uniones C y D . Se requiere rediseñar, si es posible, el *truss* para un peso mínimo tal que el esfuerzo máximo $\sigma_{\text{máx}}$ en cualquier miembro en tensión no exceda los 140 MPa y la fuerza máxima P_c en cualquier elemento en compresión sea menor que

$$P_c \leq C \frac{10^8 I}{L^2} \text{ [kN]}, \quad I \text{ [cm}^4], \quad L \text{ [cm]},$$

donde I es la sección transversal mnimo de inercia del miembro, L es la longitud del miembro y C es una constante definida como $C = [(2.54)^4 / (2.54)^2] / 1000 \text{ [kN/cm}^2]$.

Una solución óptima para esta estructura reticular, que proporcione las propiedades óptimas de los elementos, no es una tarea realista porque solo hay dos miembros estructurales de aluminio disponibles para la construcción. Los cuales poseen las siguientes propiedades:

- $A=15 \text{ cm}^2$, $I=25 \text{ cm}^4$, peso/m=100 N;
- $A=20 \text{ cm}^2$, $I=35 \text{ cm}^4$, peso/m=133 N.

En Figura 3(b) y Figura 3(e) se muestran dos posibles rediseños adicionales que mantienen fijos el soporte y las uniones cargadas.

Teniendo en cuenta los diseños considerados, Figura 3 (a – b – c) y que solo pueden considerarse elementos iguales y del tipo I ó II, se pide:

- Realizar un programa en Octave que permita determinar de forma sencilla (por aproximación), para cada uno de los 6 casos, la carga $P_1 = 2P_2$ [kN] con ± 100 N de precisión con el cual se alcance o supere alguno de los valores admisibles de la estructura, $\sigma_{\text{máx}}$ o P_c . Indique en cada caso el valor vertical que se desplaza el punto D , usar 4 decimales.
- Encontrar el diseño del reticulado que soporta un conjunto de cargas externas totales mayores a 150 kN, tal que sea consistente con las restricciones anteriores y cuyo desplazamiento vertical del punto D máximo sea menor a 1.5 cm. Indicar el peso.
- Repetir los incisos anteriores considerando $P_1 = 3P_2$ [kN] con ± 100 N. ¿Las cargas externas totales aplicadas a la estructura reticular difieren con las aplicadas en el inciso a)? ¿Los desplazamientos verticales? ¿Qué distribución de cargas es la más adecuada en función de los requisitos solicitados a) ó b)? Cuantifique todas su conclusiones.

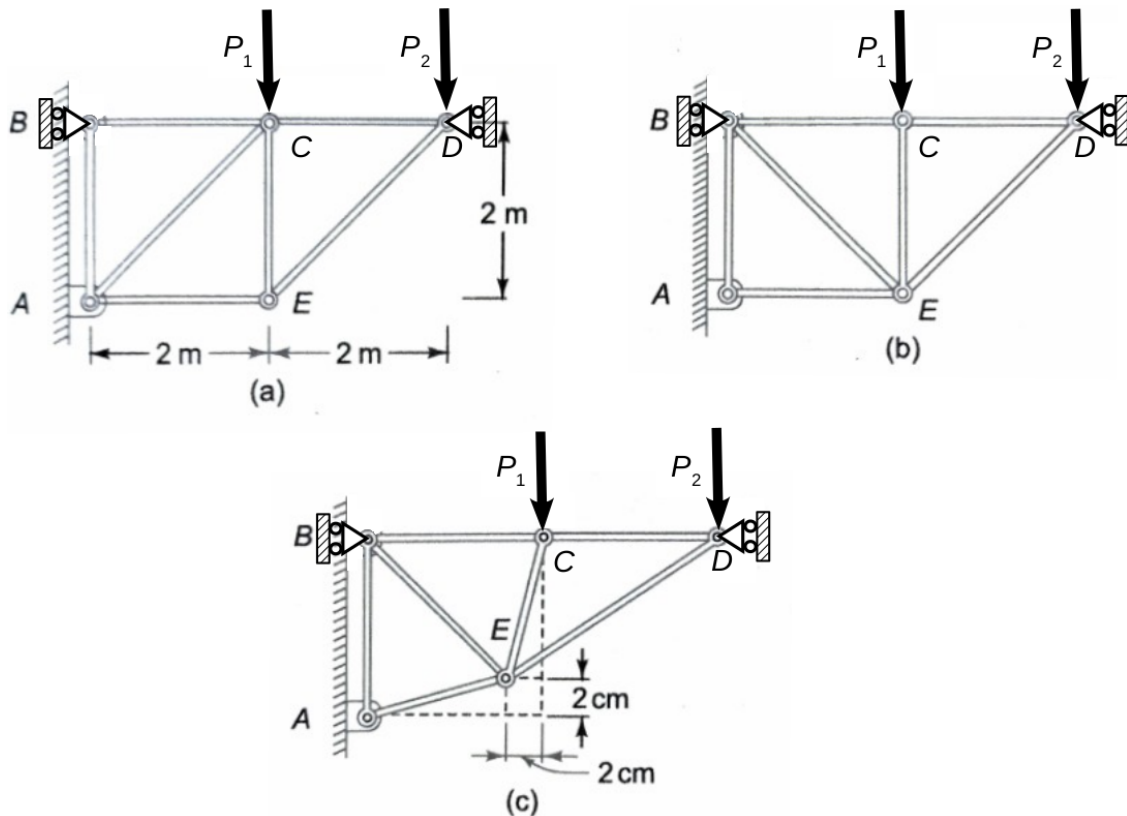


Figura 3: Reticulado en voladizo analizado en el Ejercicio 3.

Ejercicio 4.

Una determinada viga de hormigón pretensado de $30 \times 30 \text{ cm}^2$ (sección cuadrada) se fabrica de la siguiente forma: Se tensan cuatro cables de acero de 0.8 cm^2 , cada uno de ellos dispuestos en las esquinas de un cuadrado de lado 25 cm. La tensión de cada cable es de 1400 MPa. Posteriormente se hormigona la sección y una vez endurecida se cortan los cables, con lo cual el hormigón queda comprimido (Figuras 4 y 5).

Se desea conocer:

- a) Tensiones de compresión finales en el hormigón.
- b) Tensiones finales en el acero.
- c) Acortamiento de la pieza al cortar los cables.

Una vez fabricada la pieza, se la somete a un esfuerzo axial de tracción de valor $N=720 \text{ kN}$, ver Figura 6.

Se pide determinar:

- d) Tensiones finales en el acero y en el hormigón.
- e) Alargamiento de la pieza como consecuencia de la aplicación de la carga N de 720 kN.

Considere, módulo de elasticidad del acero $E_a = 200 \text{ GPa}$, módulo de elasticidad del hormigón $E_h = 30 \text{ GPa}$, longitud de la pieza 4 m.

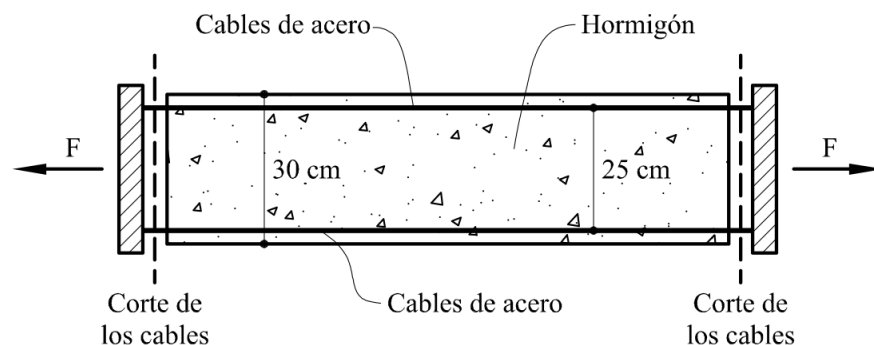


Figura 4: Ejercicio 4. Barras sometidas a esfuerzo axial.

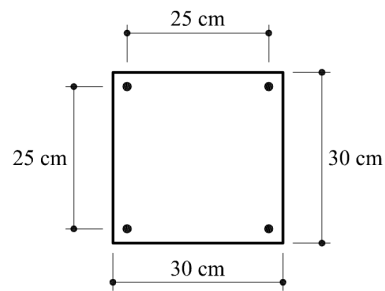


Figura 5: Ejercicio 4. Pieza de hormigón pretensado.

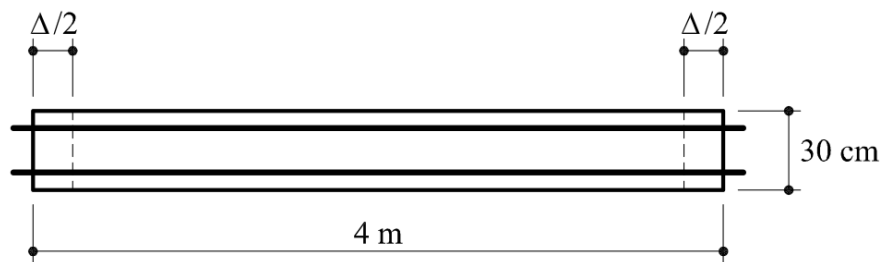


Figura 6: Ejercicio 4. Acortamiento de la pieza una vez cortados los cables.