Trabajo Práctico 4: Estados de Deformaciones

Ejercicio 1.

Para el estado de deformación plano en el cual cada punto se desplaza radialmente, con simetría radial alrededor del origen O, los desplazamientos pueden expresarse por medio de una componente radial u. Mostrar que los componentes de deformación en coordenadas polares son:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \qquad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \qquad \gamma_{r\theta} = 0.$$

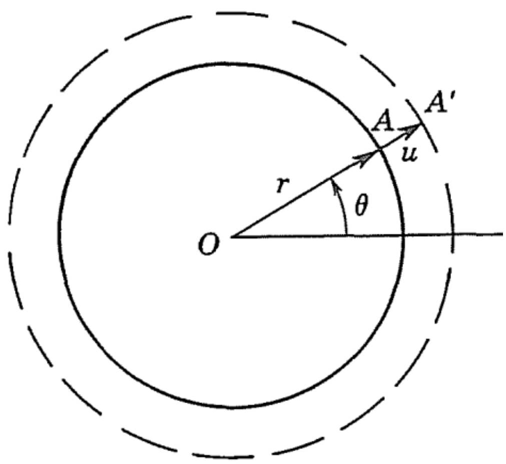

Figura 1: Ejercicio 1.

Ejercicio 2.

Una deformación general en un estado plano puede describirse en coordenadas polares expresando el desplazamiento en cada punto como la suma vectorial de una componente radial u y una tangencial v. Mostrar que en este caso los componentes de deformación en coordenadas polares son:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \qquad \varepsilon_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{u}{r}, \qquad \gamma_{r\theta} = \frac{\partial v}{\partial r}+\frac{1}{4}\frac{\partial v}{\partial \theta}-\frac{v}{r}.$$

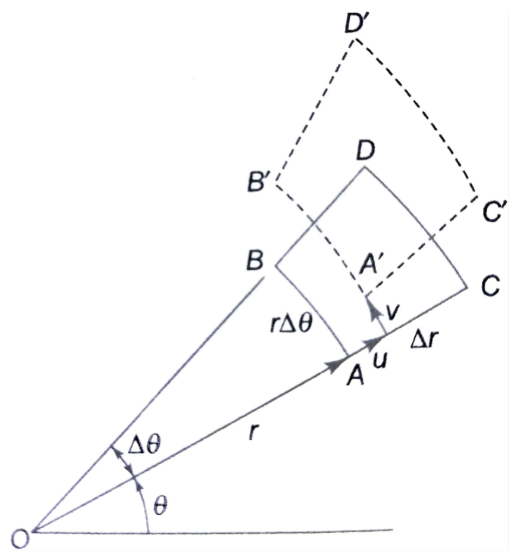

Figura 2: Ejercicio 2.

Ejercicio 3.

Utilizando los resultados anteriores, mostrar que si el caso de deformación tridimensional general se describe en coordenadas cilíndricas, en donde las componentes de desplazamiento son u, v y w, las componentes de deformación son:

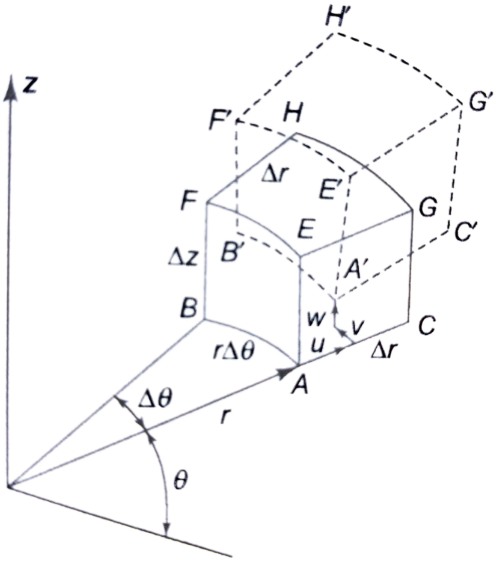

Figura 3: Ejercicio 3.

Ejercicio 4.

En un punto de la superficie plana de un sólido elástico se colocan tres galgas extensométricas indicadas en la figura, siendo $\tan\theta = 3/4$. Después de cargar el sólido se miden, mediante las citadas galgas los siguientes alargamientos unitarios:

$$\varepsilon_x = 0.003, \quad \varepsilon_y = 0.002, \quad \varepsilon_z = -0.004.$$

Calcular la deformación angular del ángulo recto definido por los ejes en las galgas a y b

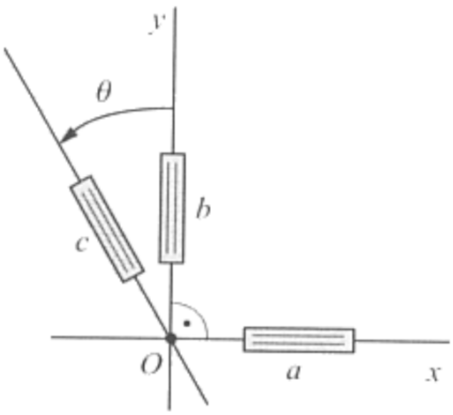

Figura 4: Ejercicio 4.

Ejercicio 5.

Dado el tetraedro de la figura, cuyos vértices ocupan los puntos de coordenadas en cm $O(0,0,0)$, $A(100,0,0)$, $B(0,100,0)$, $C(0,0,100)$, se pretende someterlo a un estado de deformación definido por las siguientes componentes de la matriz de deformación:

$$\varepsilon_x = 2kx, \quad \varepsilon_y = 2ky, \quad \varepsilon_z = 2kz, \quad \gamma_{xy} = k, \quad \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0,$$

donde las coordenadas x, y, z vienen expresadas en centímetros y k es una constante de valor $k = 10^{-6}$. Se pide:

a) Demostrar que dicho estado de deformación es físicamente posible.

b) Calcular el vector deformación unitaria en los puntos de arista AC y en dirección de la misma.

c) Hallar la variación del ángulo formado por las aristas OB y OC.

d) La deformación transversal máxima en el punto $P(10,10,10)$ utilizando la representación gráfica de Mohr.

e) La deformación longitudinal unitaria en el punto P en la dirección definida por el vector

$$u = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right).$$

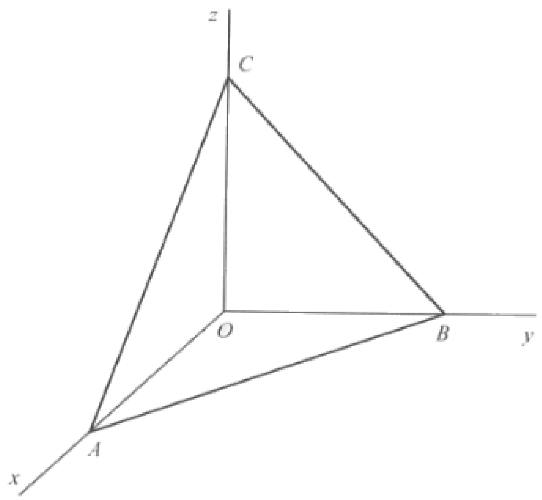

Figura 5: Ejercicio 5.

Ejercicio 6.

Un elemento de material en deformación unitaria plana experimenta las deformaciones unitarias siguientes:

$$\varepsilon_x = 340 \times 10^{-6}, \quad \varepsilon_y = 110 \times 10^{-6}, \quad \gamma_{xy} = 180 \times 10^{-6}.$$

Estas deformaciones unitarias se muestran muy exageradas en la figura, que muestra la deformación de un elemento con dimensiones unitarias. Dado que los bordes del elemento tienen longitudes unitarias, los cambios en las dimensiones lineales tienen las mismas magnitudes que las deformaciones unitarias normales ε_x y ε_y. La deformación unitaria por cortante γ_{xy} es el decremento en el ángulo en la esquina inferior izquierda del elemento.

Determine las cantidades siguientes:

a) Las deformaciones unitarias para un elemento orientado a un ángulo $\theta = 30°$.

b) Las deformaciones unitarias principales.

c) Las deformaciones unitarias por cortante máximas. (Considere sólo las deformaciones unitarias en el plano y muestre todos los resultados en diagramas de elementos orientados de manera apropiada.)

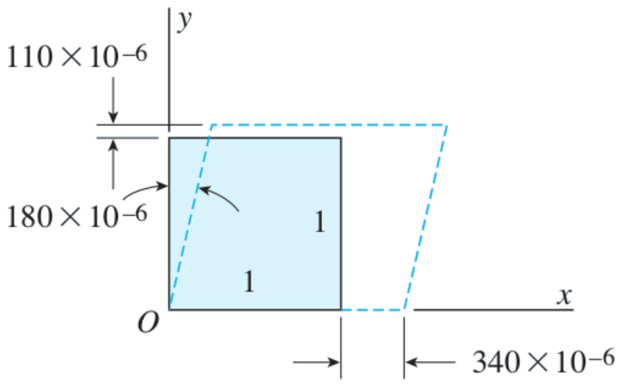

Figura 6: Ejercicio 6.

Ejercicio 7.

Una placa cuadrada delgada en esfuerzo biaxial está sometida a esfuerzos σ_x y σ_y, como se muestra en la parte "a" de la figura. El ancho de la placa es $b = 12in$. Las mediciones muestran que las deformaciones unitarias normales en las direcciones x y y son $\varepsilon_x = 427 \times 10^{-6}$ y $\varepsilon_y = 113 \times 10^{-6}$, respectivamente. Con referencia a la parte "b" de la figura, que muestra una vista bidimensional de la placa, determine las cantidades siguientes:

a) El incremento Δd en la longitud de la diagonal Od.

b) El cambio $\Delta\theta$ en el ángulo θ entre la diagonal Od y el eje x.

c) la deformación unitaria por cortante γ asociada con las diagonales Od y cf (es decir, encuentre el decremento del ángulo ced).

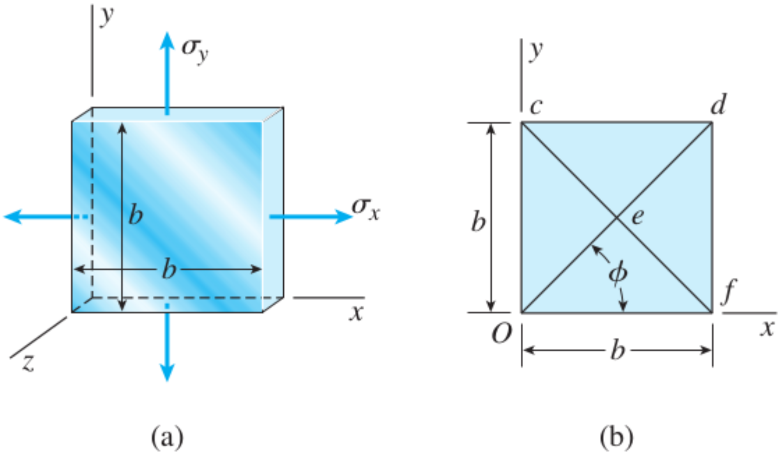

Figura 7: Ejercicio 7.

Ejercicio 8.

Las deformaciones unitarias para un elemento de material en deformación unitaria plana (consulte la figura) son las siguientes: $\varepsilon_x = 480 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_y = 140 \times 10^{-6}$ y $\gamma_{xy} = -350 \times 10^{-6}$

Determine las deformaciones unitarias principales y las deformaciones unitarias por cortante máximas, y muestre estas deformaciones en diagramas de elementos orientados de manera apropiada.

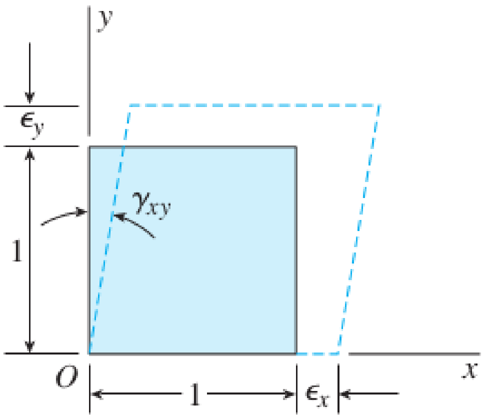

Figura 8: Ejercicio 8.

Ejercicio 9.

Un elemento de material en deformación unitaria plana (consulte la figura) está sometido a deformaciones unitarias $\varepsilon_x = 480 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_y = 70 \times 10^{-6}$ y $\gamma_{xy} = 420 \times 10^{-6}$

Determine las siguientes cantidades:

a) Las deformaciones unitarias para un elemento orientado a un ángulo $\theta = 75°$,

b) Las deformaciones unitarias principales.

c) Las deformaciones unitarias máximas.

Muestre los resultados en diagramas de elementos orientado de manera apropiada.

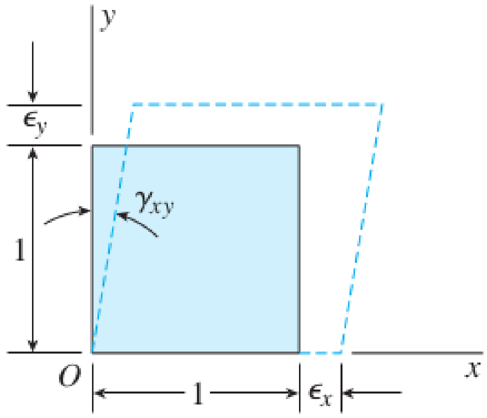

Figura 9: Ejercicio 9.