Trabajo Práctico N° 6
Problemas planos en coordenadas rectangulares

Ejercicio 6.1- Investigar que problema de estado plano de tensiones se resuelve mediante la función de tensión.

$$\Phi = \frac{3F}{4c}\left(xy - \frac{xy^3}{3c^2}\right) + \frac{P}{2}y^2$$

Ejercicio 6.2- Investigar que problema se resuelve mediante

$$\Phi = -\frac{F}{d^3}xy^2(3d - 2y)$$

aplicada a la región limitada por $y = 0, y = d,\ x = 0$, del lado de las x positivas.

Ejercicio 6.3- Mostrar que

$$\Phi = \frac{q}{8c^3}\left[x^2(y^3 - 3c^2y + 2c^3) - \frac{1}{5}y^3(y^2 - 2c^2)\right]$$

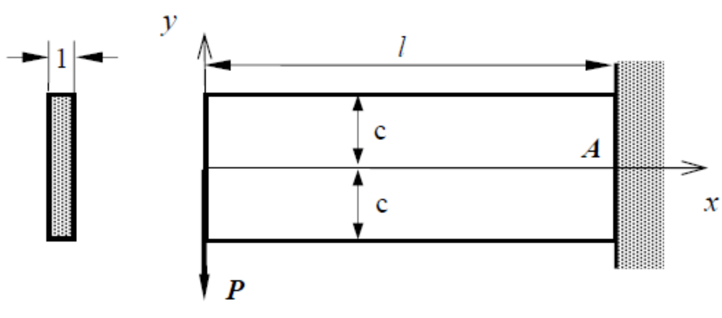
es una función de tensión, y averiguar que problema resuelve cuando se aplica a la región limitada por $y = \pm c\ , x = 0$, del lado de las x positivas.

Ejercicio 6.4- Para el problema de la figura, las condiciones de soporte en x = l están dadas por

$u(l, 0) = v(l, 0) = 0$
$u(l, \pm c) = 0$

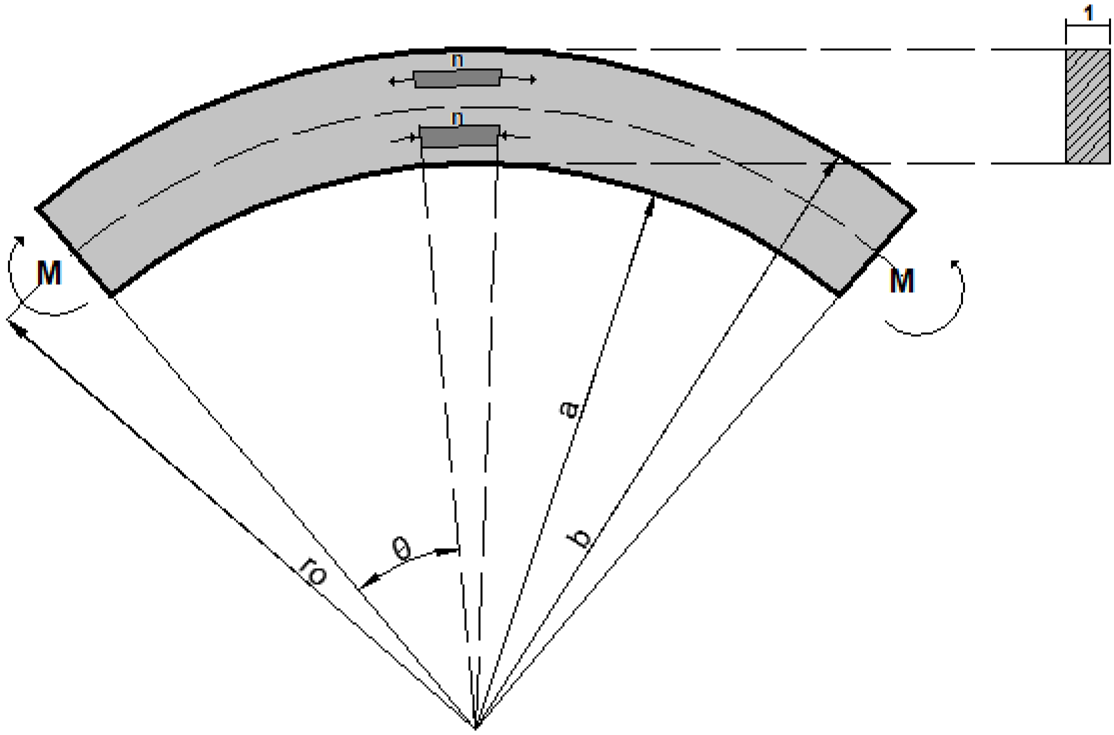
Mostrar que la deflexión está dada por

$$v(0,0) = \frac{P\,l^3}{3E\,I}\left[1 + \frac{1}{2}(4 + 5v)\frac{c^2}{l^2}\right]$$

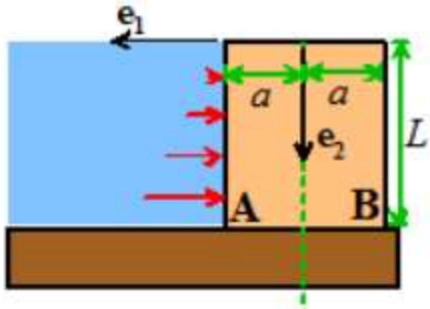


Graficar la forma del extremo x = l luego de la deformación, e indicar cómo podría implementarse este modo de soporte.

Ejercicio 6.5- Se pide encontrar el estado de tensiones en la barra curva de sección cuadrada y directriz circular de la figura, la cual se encuentra sometida a momentos del mismo valor absoluto en sus extremos. Considere estado de Tensión Plana con profundidad unidad en dirección perpendicular al dibujo. Es aceptable la imposición de condiciones de contorno en forma débil en los extremos.



Ejercicio 6.6- Una presa rectangular se somete a presión $p(x_2) = \rho_w x_2$ en una cara, donde ρ_w es la densidad de peso del agua. La presa está hecha de hormigón, con una densidad de peso ρ_c (y, por lo tanto, está sujeta a una fuerza corporal $\rho_c e_2$ por unidad de volumen). El objetivo es calcular fórmulas para a y L para evitar fallas.



a)Escriba las condiciones de contorno en los cuatro lados de la presa.

b) Considere el siguiente estado aproximado de estrés en la presa

$$\sigma_{22} = \frac{\rho_w x_2^3 x_1}{4a^3} + \frac{\rho_w x_2 x_1}{20a^3}\left(-10{x_1}^2 + 6\,a^2\right) - \rho_c x_2$$

$$\sigma_{11} = -\frac{\rho_w x_2}{2} + \frac{\rho_w x_2 x_1}{4a^3}\left({x_1}^2 - 3a^2\right)$$

$$\sigma_{12} = \frac{3\rho_w x_2^2}{8a^3}(a^2 - x_1^2) - \frac{\rho_w}{8a^3}(a^4 - {x_1}^4) + \frac{3\rho_w}{20a}(a^2 - x_1^2)$$

Muestre que (i) El estado de tensión satisface las ecuaciones de equilibrio (ii) el estado de tensión satisface exactamente las condiciones de contorno en los lados $x_1 = \pm a$, (iii) La tensión no satisface exactamente la condición de límite en $x_2 = 0$.

c) Sin embargo, demuestre que la fuerza resultante que actúa sobre $x_2 = 0$ es cero, por lo que, según el principio de Saint Venant, el estado de tensión será preciso lejos de la parte superior de la presa.

d) El hormigón no puede soportar ninguna tensión. Suponiendo que el mayor esfuerzo de tracción principal se encuentra en el punto A ($x_1 = a$, $x_2 = L$), demuestre que el ancho de la presa debe satisfacer

e) El concreto falla por aplastamiento cuando el esfuerzo principal mínimo alcanza $\sigma_{1min}=-\sigma_c$. Suponiendo que el mayor esfuerzo de compresión principal se encuentra en el punto B, ($x_1=-a$, $x_2=L$) muestra que la altura de la presa no puede exceder