Mecánica de los Sólidos 2021
Profesor Titular Daniel Millán
JTP Eduardo Rodriguez

Trabajo Práctico 6: Problemas planos en coordenadas rectangulares

Ejercicio 1.

Muestre que la siguiente función de Airy

$$\Phi = \frac{3P}{4c}\left(xy - \frac{xy^3}{3c^2}\right) + \frac{N}{4c}y^2,$$

resuelve el siguiente problema de viga en voladizo, como se muestra en la figura. Como es habitual en estos problemas, las condiciones de borde en los extremos ($x = 0$ y L) deben formularse solo en términos del sistema de fuerza resultante, mientras que en $y = c$ debe usarse la especificación exacta. Para el caso con $N = 0$, compare el campo de tensión de elasticidad con los resultados correspondientes de la teoría de la resistencia de los materiales. Grafique en OCTAVE el campo de tensiones de Von Misses y la deformación de la barra. El material es acero, P=5 kN y N=10kN.
La tensión de Von Misses para ejes no principales es:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

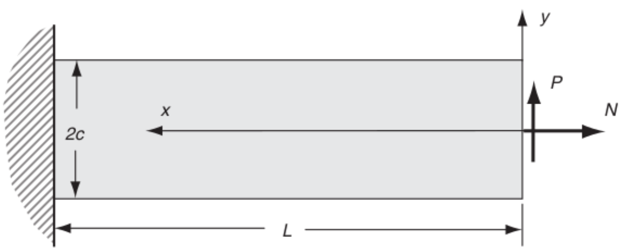

Figura 1: Ejercicio 1.

Ejercicio 2.

¿Qué condiciones se deben cumplir para que las siguientes funciones sean funciones de Airy?

a) $\Phi(x, y) = ax^2 + bxy + cxy^2$

b) $\Phi(x, y) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$

c) $\Phi(x, y) = ax^4 + bx^3y + cx^2y^2 + dxy^3 + ey^4$

d) $\Phi(x,y) = ax^5 + bx^4y + cx^3y^2 + dx^2y^3 + exy^4 + fy^5$

Ejercicio 3.

Mostrar que

$$\Phi = \frac{q}{8c^3}\left[x^2(y^3 - 3c^2y + 2c^3) - \frac{1}{5}y^3(y^2 - 2cy^2)\right],$$

es una función de tensión, y averiguar que problema resuelve cuando se aplica a la región limitada por $y = c$, $x = 0$, del lado de las x positivas.

Ejercicio 4.

Para el problema de la figura, las condiciones de soporte en $x = l$ están dadas por

$$u(l,0) = v(l,0) = 0, \qquad u(l,\pm c) = 0.$$

Mostrar que la deflexión está dada por

$$\nu(0,0) = \frac{Pl^3}{3EI}\left[1 + \frac{1}{2}(4+5\nu)\frac{c^2}{l^2}\right]$$

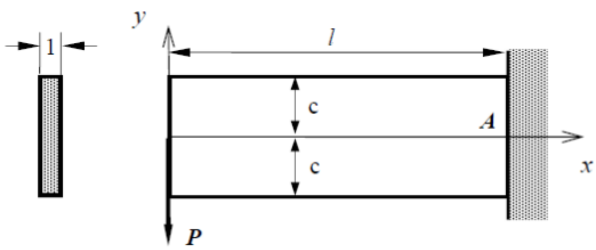

Figura 2: Ejercicio 4.

Graficar la forma del extremo $x = l$ luego de la deformación, e indicar cómo podría implementarse este modo de soporte.

Ejercicio 5.

La solución al problema de la viga en voladizo bidimensional ilustrada se propone utilizando la función de tensión de Airy

$$\phi = C_1x^2 + C_2x^2y + C_3y^3 + C_4y^5 + C_5y^2y^3,$$

donde C_i son constantes. Primero, determine los requisitos de las constantes para que f satisfaga la ecuación gobernante. A continuación, encuentre los valores de las constantes restantes aplicando condiciones de contorno puntuales exactas en la parte superior e inferior de la viga y las condiciones de contorno resultantes integradas en los extremos $x = 0$ y $x = L$.

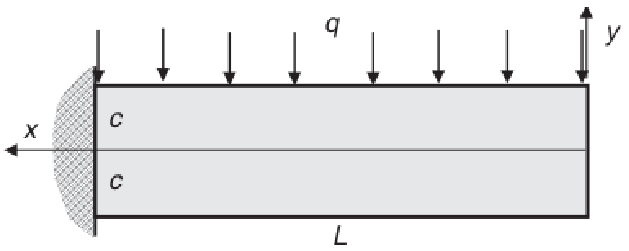

Figura 3: Ejercicio 5.

Ejercicio 6.

La siguiente función de Airy

$$\phi = C_1 xy + C_2 \frac{x^3}{6} + C_3 \frac{x^3 y}{6} + C_4 \frac{xy^3}{6} + C_5 \frac{x^3 y^3}{9} + C_4 \frac{xy^5}{20},$$

se propone para resolver el problema de una viga en voladizo que lleva una carga uniformemente variable como se muestra en la figura. Verifique explícitamente que esta función de tensión satisfará todas las condiciones del problema y determine cada una de las constantes C_i y el campo de tensión resultante. Utilice las condiciones de contorno de la fuerza resultante en los extremos de la viga.

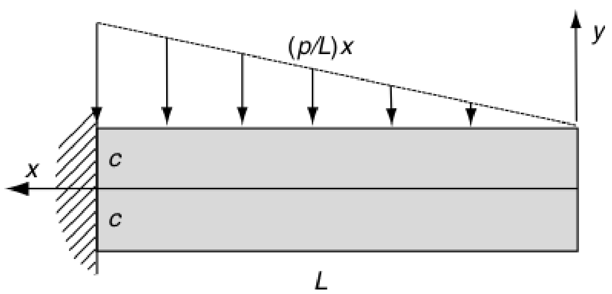

Figura 4: Ejercicio 6.

Ejercicio 7.

El campo de tensiones del siguiente ejercicio esta dado por:

$$\begin{aligned}
\sigma_x =& \frac{w}{2I}(l^2 - x^2)y + \frac{3w}{4c^3}\left(x^2 y - \frac{2}{3}y^3\right) \\
\sigma_y =& -\frac{w}{2I}\left(\frac{y^3}{3} - c^2 y + \frac{2}{3}c^3\right) \\
\tau_{xy} =& -\frac{w}{2I}x(c^3 - x^3)
\end{aligned}$$

Determine el campo de deformación y grafique en OCTAVE la tensión de Von Misses y deformación.

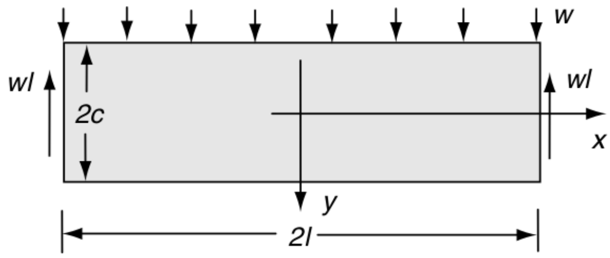

Figura 5: Ejercicio 7.

Nota

En los problemas que se han presentado ¿observa alguna particularidad en cuanto a la condición de contorno que se menciona, en otras palabras la condición de empotrado graficada es correcta?