

# GAMLSS como una alternativa para mejorar la modelación de la relación rentabilidad-riesgo en el mercado accionario para países desarrollados y emergentes \*

**Juan Felipe Múnera Vergara.** *Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín*

**Lorena Padilla Jaramillo.** *Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín.*

---

**Resumen:** En finanzas la modelación de la Rentabilidad a nivel global en base al riesgo, por lo general asume el supuesto de perfecta integración económica, junto con que los supuestos de normalidad y varianza constante se cumplen en los modelos de regresión construidos. Sin embargo, estos supuestos no siempre se cumplen. En el presente trabajo se re-analizan los datos presentados por Botero y Vecino (2015) a través de los modelos GAMLSS (Generalized Additive Model for Location, Scale and Shape), que permiten seleccionar diferentes distribuciones para la variable respuesta y posibilitan modelar todos los parámetros de la distribución en función de las covariables. Como resultados se encontró que el mejor modelo asumía una distribución GAMMA para la Rentabilidad. Además, se apreció que la Inestabilidad económica aumenta la Rentabilidad en los países Emergentes, pero la disminuye en los países Desarrollados. Los resultados de este trabajo aportan al entendimiento de la rentabilidad en base al riesgo asumiendo un mundo parcialmente integrado, brindando un soporte para la inversión en base a los factores de riesgo, para países desarrollados y emergentes.

*Keywords:* gamlss, regresión lineal multiple, rentabilidad, riesgo

---

## Introducción

Uno de los principios básicos de las finanzas, postula que para que aquellas actividades que reportan un mayor nivel de riesgo puedan atraer inversionistas, deben compensarse con una mayor rentabilidad. Así mismo, aquellas inversiones con bajo riesgo tendrán una baja rentabilidad. Capital Asset Pricing Model (CAPM) fue el primer modelo de equilibrio general en el que se estableció una relación matemática y medible entre la Rentabilidad y el riesgo; en este modelo se plantea que el único riesgo que afecta la rentabilidad esperada de una inversión es el que afecta al sistema, debido a que cualquier otro riesgo es diversificable. Estos modelos normalmente suponen una perfecta integración económica, por ello otros modelos han intentado explicar la relación entre la Rentabilidad y el Riesgo, como es el caso del presentado por (C.E. Vecino and D. Botero, 2015), cuyo modelo multifactor asumía un mundo parcialmente integrado. En este trabajo se reevalúan los datos que utilizaron, para ajustar un modelo GAMLSS que pueda dar una mejor respuesta a este problema.

## Modelos gamlss

Los modelos Generalized Additive Models for Location, Scale and Shape (GAMLSS) propuestos Rigby y Stasinopoulos [2005] son de gran utilidad ya que permiten modelar todos los parámetros

---

\* Autor de contacto: [jfmunerave@unal.edu.co](mailto:jfmunerave@unal.edu.co)-[lpadillaj@unal.edu.co](mailto:lpadillaj@unal.edu.co).

de la variable respuesta en función de las covariables.

En estos modelos las observaciones se suponen independientes y su función de densidad de probabilidad ( $D$ ) puede depender hasta de cuatro parámetros  $\mu, \sigma, \nu, \tau$ ; los cuales son de localización, escala y forma. La estructura general de los modelos GAMLSS presentada por [M. D. Stasinopoulos \(2009\)](#) es:

$$y_i \sim D(\mu, \sigma, \nu, \tau)$$

$$g_1(\mu) = \eta_1 = X_1\beta_1 + \sum_{j=1}^{J_1} Z_{j1}\gamma_{j1} \quad ; \quad g_2(\sigma) = \eta_2 = X_2\beta_2 + \sum_{j=1}^{J_2} Z_{j2}\gamma_{j2}$$

$$g_3(\nu) = \eta_3 = X_3\beta_3 + \sum_{j=1}^{J_3} Z_{j3}\gamma_{j3} \quad ; \quad g_4(\tau) = \eta_4 = X_4\beta_4 + \sum_{j=1}^{J_4} Z_{j4}\gamma_{j4}$$

## Descripción del artículo

En el presente artículo se reanalizan los datos presentados por ([C.E.Vecino and D.Botero, 2015](#)), provenientes de la base de datos de Morgan Stanley Capital International (MSCI), en esta se reúnen datos de 42 países correspondientes a un periodo entre 1994 al 2012. Las variables incorporadas por Botero y Vecino fueron:

- **Rentabilidad ( $Re$ )** variable dependiente. Dado por  $Re = \frac{I_t - I_{t-12}}{I_{t-12}}$ . Donde  $I_t$  es el índice accionario en el tiempo  $t$ .  $I_{t-12}$  es esta medida doce meses atrás.
- **Beta ( $B$ )** la cual hace referencia al riesgo sistemático.
- **Riesgo por tipo de cambio ( $Rc$ )** se utiliza como equivalente la desviación estándar de la variación del índice de tipo de cambio real.
- **Tamaño de mercado ( $T$ )** se utiliza como equivalente la capitalización del mercado de cada país.
- **Inestabilidad económica ( $Ie$ )** se utiliza la desviación en la tasa de crecimiento del PIB como su equivalente.
- **Clasificación ( $Des$ )** países con una economía emergente o desarrollada según la clasificación presentada por Botero y Vecino (2015), quienes incorporan la Clasificación construyendo 3 modelos individuales: uno para los países desarrollados, otros para los emergentes y otro para el conjunto de ambos. En el presente documento se le incorpora como una variable categórica para construir un único modelo, con lo que si un país es desarrollado  $Des = 1$  y si es emergente  $Des = 0$ .

## Resultados

El modelo ajustado por [C.E.Vecino and D.Botero \(2015\)](#) asumía distribución normal y varianza constante. De las covariables consideradas tan solo Beta  $B$  y el riesgo de tipo de cambio  $Rc$  fueron significativas, el modelo reportado fue el siguiente:

$$\hat{Re} = -0.0498 + 0.0736B + 0.6113Rc + -0.0001T + 0.0138Ie \quad ; \quad \sigma = 0.04773$$

Este modelo tiene un  $R^2_{adj}$  de 0.4931, un  $AIC$  de  $-129.6847$  y una correlación entre los valores reales de Rentabilidad y las predicciones del modelo de 0.7366.

Para mejorar el modelo propuesto por [C.E.Vecino and D.Botero \(2015\)](#), se consideraron múltiples distribuciones, con las que se ajustaron modelos GAMLSS para modelar la Rentabilidad ( $Re$ ),

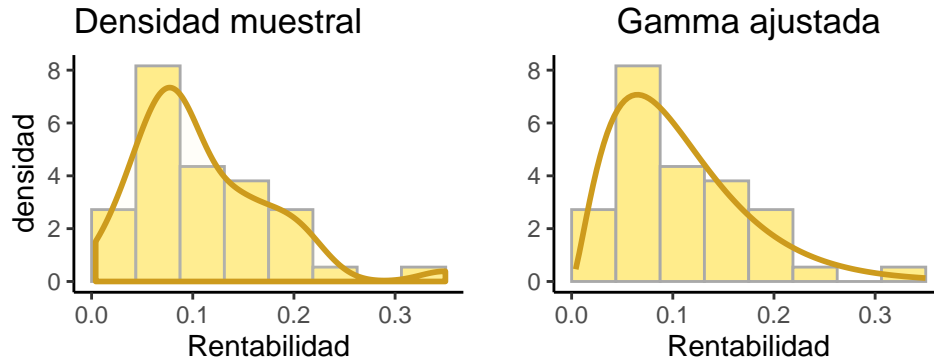


Figure 1: Densidad muestral para la Rentabilidad y distribución Gamma ajustada

cuya densidad muestral se puede ver en la figura 1. Para cada uno de los modelos se aplicó el método de selección de variables *stepGAICAll.A()* (*Strategy A*) de GAMLSS. Para el ajuste de cada uno de los parámetros  $\mu, \sigma, \nu, \tau$ ; se involucraban de forma simultánea a lo sumo las 5 covariables: Beta ( $B$ ), Riesgo por tipo de cambio ( $Rc$ ), Tamaño de mercado ( $T$ ), Inestabilidad económica ( $I$ ) y la clasificación  $Des$ . Además de las interacciones de  $Des$  con las otras covariables.

En la selección de los mejores modelos se compararon los siguiente indicadores:  $R^2$  generalizado para modelos gamlss, la correlación entre la Rentabilidad ( $R$ ) y la estimación del modelo ( $\hat{R} = \hat{E}[R]$ ), y el Akaike information criterion (AIC); que sirve para medir la calidad relativa de los modelos estadísticos, cuya expresión es dada por:

$$AIC = -2\hat{I} + 2df$$

donde  $\hat{I}$  corresponde al valor de log-verosimilitud estimada por el modelo y  $df$  corresponde al número de parámetros estimados del modelo.

En la Tabla 1 presentan los 4 modelos GAMLSS que mejor se ajustaron a los datos bajo los criterios mencionados, estos asumieron que  $Re$  se distribuía: Gamma, Log-Normal, Weibull o inversa Gaussiana. Adicionalmente se considero un modelo Loess con tres covariables: Beta ( $B$ ), Riesgo tipo de cambio ( $Rc$ ) y Clasificación.

Table 1: Comparación de modelos				
Modelo	Distribucion	AIC	$R^2_{pseudo}$	Cor
1	Normal(Referencia)	-129.68	0.49	0.73
2	Gamma	-194.10	0.91	0.72
3	Log-Normal	-190.51	0.93	0.66
4	Weibull	-184.34	0.89	0.67
5	Inverse Gaussian	-189.87	0.94	0.71
6	Loess	—	—	0.92

El modelo 1 corresponde al ajustado por [C.E.Vecino and D.Botero \(2015\)](#) y se utiliza como punto de referencia. Se considera que el modelo 2 con respuesta Gamma es el que mejor describe la variable respuesta, dado que tiene el mejor AIC, el tercer mejor  $R^2$  y cuenta con la mejor correlación entre  $Re$  y  $\hat{E}[Re]$  entre los modelos GAMLSS. Además, sus residuales presentaron un buen comportamiento como se puede apreciar en la figura 3. En la parametrización de la distribución Gamma usada,  $\mu = \hat{E}[Re]$  y  $var[Re] = \mu^2\sigma^2$ . En la tabla 2 se reporta este modelo.

Table 2: Resumen modelo con respuesta Gamma

Modelo para $\log(\mu)$	Estimado	Error Estándar	Valor t	Valor-P
Intercept	-3.7171	0.0353	-105.439	< 2e-16
<i>B</i>	1.0581	0.0132	80.070	< 2e-16
<i>Rc</i>	1.1231	0.1316	-8.530	3.62e-10
<i>I</i>	0.0942	0.0037	25.609	< 2e-16
<i>Des</i>	0.0759	0.0135	5.606	2.34e-06
<i>I</i> $\times$ <i>Des</i>	-0.1353	0.0034	-40.296	< 2e-16
Modelo para $\log(\sigma)$	Estimado	Error Estándar	Valor t	Valor-P
Intercept	5.8875	0.6880	8.557	4.23e-10
<i>B</i>	-1.0909	0.4851	-2.249	0.0309
<i>T</i>	-0.0825	0.0038	-21.499	< 2e-16
<i>Rc</i>	-19.2780	3.1631	-6.095	5.80e-07
<i>Des</i>	5.8387	1.0697	5.458	4.00e-06
<i>B</i> $\times$ <i>Des</i>	-8.3519	0.8864	-9.422	3.93e-11
<i>T</i> $\times$ <i>Des</i>	0.0652	0.0043	15.172	< 2e-16

Se puede apreciar que todas las covariables involucradas en la modelación de  $\mu$  y  $\sigma$  son significativas. el Tamaño (*T*) es la única de las variables involucradas por [C.E.Vecino and D.Botero \(2015\)](#) que no es relevante para modelar  $\mu = E[Re]$ . La expresión simbólica del modelo sería:

$$\log(\hat{\mu}) = \log(\hat{E}[Re]) = -3.7171 + 1.0581B + 1.1231Rc + (0.0942 - 0.1353Des)I + 0.0759Des$$

$$\log(\sigma) = 5.8875 - 1.0909B - 0.0825T - 19.2780Rc + 5.8387Des - 8.3519(B \times Des) + 0.0652(T \times Des)$$

Del modelo se puede deducir que, si se consideran las demás covariables constantes, el logaritmo de la Rentabilidad ( $\log(Re)$ ) aumenta 1.0581 por cada unidad de riesgo sistemático *B* que se incrementa. Bajo el mismo argumento el aumento del Riesgo por tipo de cambio (*Rc*) incrementa *Re*. Se espera que el logaritmo de la Rentabilidad de los países Desarrollados sea 0.0759 mayor que los Emergentes, si el país es de esta última categoría se espera además un crecimiento de 0.0942 en  $\log(Re)$  por cada unidad de *I* incrementada, en cambio si el país es Desarrollado se espera un decrecimiento de -0.0411 por cada unidad aumentada, por lo que la Inestabilidad económica tiende a afectar disminuir la Rentabilidad de los países Desarrollados y causa un efecto opuesto en países Emergentes.

## Conclusiones

En el presente trabajo se presentaron una serie de modelos alternativos al planteado por [C.E.Vecino and D.Botero \(2015\)](#) para relacionar la Rentabilidad (*Re*), consiguiendo que todas las variables involucradas en la modelación fueran significativas Además, se consiguió involucrar la clasificación de los países como emergentes o desarrollados para crear un único modelo.

El modelo final con una distribución Gamma, presento una mejoría en todas los índices analizados frente al reportado por [C.E.Vecino and D.Botero \(2015\)](#). Además de presentar el mejor AIC, la mejor correlación entre *Re* y  $\hat{E}[Re]$ , y un buen pseudo  $R^2$  al compararse con los otros modelos analizados. Con este modelo se consigue modelar la Rentabilidad considerando un mundo parcialmente integrado, encontrando que la Inestabilidad económica *I* aumenta la Rentabilidad de los países emergentes y que la disminuye en los desarrollados.

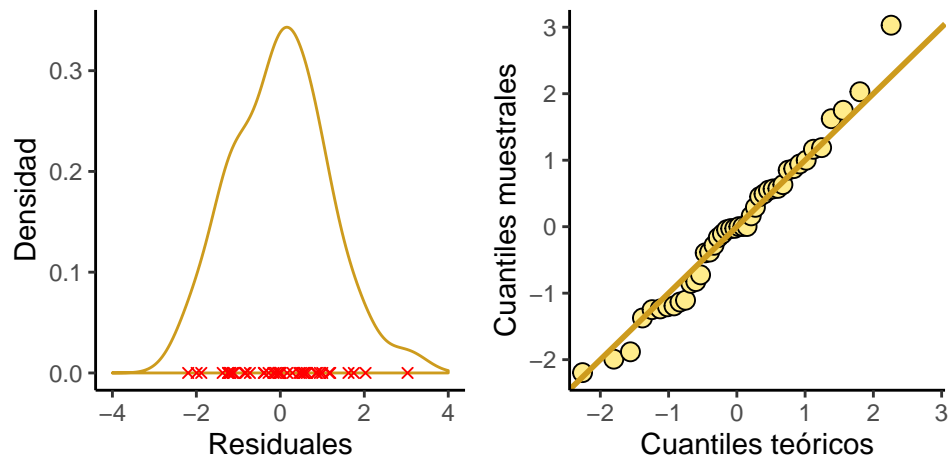


Figure 2: Densidad de los residuales y qqplot para modelo Gamma

## Bibliografía

C.E.Vecino and D.Botero. 2015. *Análisis de la relación rentabilidad-riesgo en el mercado accionario internacional para un mundo parcialmente integrado*. 1st ed. Cali: Universidad del Valle.

**URL:** <http://www.scielo.org.co/pdf/cuadm/v31n53/v31n53a04.pdf>

M. D. Stasinopoulos, R. A. Rigby, G. Heller ... 2009. *Flexible Regression and Smoothing Using Gamlss in R*. New York, NY: Cambridge University Press.