Ejercicio 1. Lea las secciones 1, 2, 4.2 y 4.4 de "Model Checking, A Tutorial Introduction" (Müller-Olm et al. 1999).

Para este trabajo práctico, apóyese también con los capítulos 4 y 5 de:

Christel Baier and Joost-Pieter Katoen. *Principles of Model Checking*. MIT Press, 2008.

Ejercicio 2. Analizar y justificar la validez de lo siguiente:

- $\Box\,\Box\,\phi \rightarrow \Box\,\phi$
- $\Box(\phi \wedge \psi) \rightarrow \Box\,\phi \wedge \Box\,\psi$
- $\Diamond(\phi \vee \psi) \rightarrow \Diamond\phi \vee \Diamond\psi$

Ejercicio 3. Demuestre o refute la validez de la fórmula LTL $\Box(\mathsf{p} \wedge \Diamond\,\mathsf{q}) \leftrightarrow \Box(\mathsf{p}\ \mathtt{U}\ \mathsf{q})$. Justifique formalmente su respuesta.

Ejercicio 4. Demuestre formalmente que *strong fairness* implica *weak fairness*.

Ejercicio 5. Intente expresar en lógica temporal lineal las siguientes propiedades:

- "Si ϕ es cierto durante la ejecución del programa, eventualmente ocurrirá ψ"
- "No es posible que ϕ y ψ ocurran simultaneamente durante la ejecución del programa"
- "Cada vez que ϕ sea cierto, ψ también es"
- "ϕ no deja de ocurrir, al menos hasta que ψ ocurra"

Ejercicio 6. El operador "while" se puede definir como

$$\sigma \models \phi\,\mathtt{W}\,\psi \text{ sii } \forall i \geq 0, \text{ si } \forall j, 0 \leq j \leq i,\ \sigma[j..] \models \psi \text{ entonces } \sigma[i..] \models \phi.$$

1. ¿Puede expresar el operador W en términos de U y operaciones booleanas?
2. ¿Puede expresar el operador U en términos de W y operaciones booleanas?

Ejercicio 7. Dadas dos fórmulas LTL ϕ y ψ, sea $\phi\,\mathtt{Z}\,\psi$ el lenguaje conteniendo todas las secuencias $\rho \in (2^{PA})^\omega$ tales que, para dos posiciones distintas en las cuales ϕ es válida, ψ es válida en una tercera posición estrictamente en medio de las otras dos. Dé una definición de $\phi\,\mathtt{Z}\,\psi$ usando la los operadores de lógica LTL.

Ejercicio 8. Defina autómatas de Büchi para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$:

- conjunto de cadenas infinitas con una cantidad finita de repeticiones de a,
- conjunto de cadenas infinitas en que cada ocurrencia de c viene inmediatamente seguida de una ocurrencia de b,
- conjunto de cadenas infinitas con cantidades finitas de repeticiones de a, b y c.

Ejercicio 9. Demostrar que los siguientes autómatas aceptan el mismo lenguaje ω-regular.

Dar la expresión ω-regular del ω-lenguaje definido por ambos autómatas.

Ejercicio 10. Para todos las expresiones ω-regulares dadas o calculadas en los Ejercicios 7, 8 y 9 del Trabajo práctico 3, defina los autómatas de Büchi que aceptan el mismo lenguaje.

Ejercicio 11. Averigüe cómo se construye, dados dos autómatas de Büchi A_1 y A_2, el autómata $A_{A_1 \cap A_2}$.

Ejercicio 12. Demuestre que $\overline{L(A_\phi)} = L(A_{\neg\phi})$.

Ejercicio 13. Recordemos que una fórmula es satisfactible si es verdadera en algun modelo. Dé un algoritmo para chequear que una formula LTL ϕ es satisfactible. (**Pista:** Piense en el algoritmo básico de model checking.)

Ejercicio 14. Se dice que un modelo M *refina* a un modelo M' si todas las propiedades que satisface M también las satisface M'. Dé un algoritmo para chequear que un modelo M refina a un modelo M'. Justifique su respuesta. (En este ejercicio nos referimos a cualquier propiedad más allá de las expresables en LTL, es decir, a cualquier conjunto de ω-palabras.)

Ejercicio 15. Considere las proposiciones atómicas "$\mathsf{reader} \bowtie i$" y "$\mathsf{writer} \bowtie i$", donde $i \geq 0$ y $\bowtie$ es $<$, $\leq$, $=$, $\geq$, o $>$, y que tienen el significado esperado. Por ejemplo la proposición $\mathsf{reader} > i$ indica que hay más de i lectores en el sistema.

1. Use LTL para representar la propiedad de safety de lectores-escritores del Ejercicio 2 del Trabajo práctico 2
2. Dé una fórmula LTL que asegure fairness incondicional para los lectores y para los escritores.

Ejercicio 16. Considere dos usuarios, *Itchy* y *Scratchy*, y una sola impresora que ocasionalmente necesitarán utilizar. Sin embargo sólo un usuario por vez tiene permitido imprimir sus trabajos. Considere las siguientes proposiciones atómicas

- *Itchy.request*: indica que la *Itchy* solicita el uso de la impresora.
- *Itchy.use*: indica que la *Itchy* tiene el recurso impresora y puede utilizarlo.
- *Itchy.release*: indica que la *Itchy* libera la impresora para que cualquier otro usuario la utilice.

Los mismos predicados se definen para el *Scratchy*. Especificar en LTL las sisuientes propiedades:

1. *Exclusión mutua:* Sólo un usuario puede usar la impresora en un momento dado.
2. *Tiempo de uso finito:* Un usuario no puede estar habilitado para usar la impresora durante un tiempo infinito.
3. *Ausencia de inanición individual:* Todo usuario que pretende imprimir algo, puede hacerlo, ocasionalmente, luego de esperar un tiempo.
4. *Acceso alternante:* Los usuarios deben alternarse estrictamente para hacer uso de la impresora.

Ejercicio 17. Considere un sistema de ascensores que sirve a N pisos ($N > 0$) numerados de 0 a $N-1$. Los ascensores se acceden desde todos los piso, y en cada piso, junto a la puerta hay un botón para llamarlo y una luz que indica si el ascensor ha sido llamado o no. Dentro del ascensor hay N botones que permiten solicitar el traslado a cada uno de los pisos, y N luces indicadoras que informan los pisos solicitados (desde dentro del ascensor) pero aún no servidos. (Bah! un ascensor con memoria común y corriente).

Presente un conjunto mínimo de proposiciones atómicas necesario para modelar el problema de acuerdo a las propiedades siguientes. Dé, además, las fórmulas LTL que describen las siguientes propiedades:

1. Las puertas de los ascensores son *seguras (safe)* en el sentido de que nunca están abiertas si el ascensor no se encuentra en el piso correspondiente.
2. El requerimiento de ir a un determinado piso será atendido en algún momento.
3. El ascensor siempre retorna a la planta baja (piso 0).
4. Cuando hay un requerimiento del piso más alto (piso $N-1$), el ascensor lo atiende inmediatamente sin deternerse en ningún lugar camino a ese piso.
5. El ascensor permanece inmóvil a menos que haya algún requerimiento.