Parcial 1

Métodos Computacionales
Universidad de Antioquia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
2014-2

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1 8 0 3

Nombre:
Cédula:
22 Enero 2015

El parcial tiene una duración de 2 horas. Cada numeral tiene un valor del 25%.

1. El método de bisección para determinar raíces de funciones presenta una convergencia que escala como $1/2^k$, donde k es el número de iteraciones realizadas. Una modificación de este método consiste en dividir cada intervalo en N subintervalos en vez de solamente dos. Este conjunto de métodos se pueden denominar métodos de N-sección.

Una ventaja de estos métodos es que la convergencia numérica mejora sustancialmente ya que escala aproximadamente como $1/N^k$. Sin embargo, en términos de rendimiento computacional esta ventaja se ve disminuida debido a que una sola iteración de N-sección requiere más tiempo que una iteración de bisección.

Suponga que la tarea de dividir y evaluar el signo de un subintervalo toma un tiempo t_{int}, que es el mismo para cualquiera de los métodos. **Calcule para los métodos N-sección cuanto tiempo, en unidades de t_{int}, se requiere para realizar k iteraciones. Usando esta información y la formula para calcular la convergencia (precisión), considera usted que existe alguna ventaja en usar un método en específico?**

Pistas: UNA iteración de bisección toma un tiempo de $2\,t_{int}$ ya que es necesario dividir en dos subintevalosy evaluar el signo en cada uno de ellos.

Si lo considera necesario, cree una tabla para bisección, trisección (3-sección) y quadrisección (4-sección) donde tabule, en términos de cada iteración, la convergencia y el tiempo acumulado requerido.

2. El método de Newton para encontrar raíces permite evaluar determinar la solución a partir de un conjunto de iteraciones, donde la n-ésima aproximación está dada por

$$p_{n+1} = p_n - \frac{f(p_n)}{f'(p_n)}$$

Calcular la raíz de la función

$$f(x) = \cos(x) - x$$

dando como valor inicial $p_n = 0$.

Tabule los resultados para cada iteración hasta que la aproximación coincida en 5 cifras decimales con la respuesta correcta (0.73908513321516064)**.**

3. Demostrar la formula general para los polinomios interpolantes de Lagrange

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i L_{n,i}(x)$$

donde n es el número de datos, $\{x_i\}_i$ y $\{y_i\}_i$ son los datos que se desean interpolar y $L_{n,i}(x)$ son las funciones base.

Pista: demuestre la expresión para $n = 2$ puntos, y generalice la expresión.

4. Usando los datos $X = \{0.5, 1.2, 3.2\}$ y $Y = \{-1.5, 0.1, 1.4\}$ y la expresión deducida en el numeral anterior, determinar el polinomio interpolante de Lagrange para estos puntos.

Escriba la respuesta de forma factorizada, es decir, $P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots$