EPI13 - Seminários de Doutorado III

Inferência Causal em Experimentos Aleatorizados

Rodrigo Citton P. dos Reis citton.padilha@ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul Instituto de Matemática e Estatística Departamento de Estatística e Programa de Pós-Graduação em Epidemiologia

Vitória da Conquista, 2019



Ausência efeito é plausível?

Ausência efeito é plausível?

- ▶ Estudo **ProCESS**: suponha que você está inicialmente inclinado a acreditar que o protocolo agressivo não impediu e não causou mortes entre os *I* = 885 pacientes quando contrastado com o protocolo menos agressivo.
- ▶ Os resultados do estudo forçam você a revisar essa crença?
 - ▶ m = 439 pacientes tratados \rightsquigarrow taxa de mortalidade intra-hospitalar de 21,0%.
 - I − m = 446 pacientes controles → taxa de mortalidade intra-hospitalar de 18.2%.
- As duas taxas de mortalidade acima se referem a pacientes diferentes, e talvez pacientes diferentes tenham taxas de mortalidade diferentes simplesmente porque são pacientes diferentes, com infecções diferentes e diferentes estados de saúde.

- ▶ Este é um estudo aleatorizado.
 - ightharpoonup Os dois grupos são amostras aleatórias da população de de I=885 pacientes.
 - Os dois grupos são similares (aleatorização garante balanceamento das covariáveis).
- ► A diferença entre uma taxa de mortalidade de 21,0% e uma taxa de mortalidade de 18,2% pode ser devida ao acaso, ao lançamento de uma moeda que atribuiu um paciente ao protocolo agressivo e o próximo ao protocolo menos agressivo?

```
# Ausência de efeito de tratamento
r_T <- r_C <- c(rep(1, 30), rep(0, 70))

# Atribuição de tratamento
set.seed(2306)
Z <- rbinom(n = 100, size = 1, prob = 0.5)

# Desfecho observado
R <- ifelse(Z == 1, r_T, r_C)
round(prop.table(table(Z, R), margin = 1) * 100, 2)</pre>
```

```
## Z 0 1
## 0 67.39 32.61
## 1 72.22 27.78
```

- ► Estamos perguntando se taxas de mortalidade de 21,0% e 18,2% poderiam facilmente surgir por acaso se a hipótese nula de Fisher de ausência (nenhum) efeito de tratamento fosse verdadeira.
- A hipótese H_0 de Fisher de ausência efeito afirma que $r_{T_i} = r_{C_i}$ para todo i, i = 1, ..., I, em que I = 885 no estudo ProCESS.
 - lsso diz que o paciente i pode morrer ou não, mas a sobrevivência do paciente i sob tratamento agressivo, r_{T_i} , é a mesma que a sobrevivência do paciente i sob o tratamento menos agressivo, r_{C_i} .
- ▶ Equivalentemente, a hipótese H_0 de Fisher de ausência efeito afirma que a diferença de efeito, $\delta_i = r_{T_i} r_{C_i}$, é zero para cada paciente, $H_0: \delta_i = 0, i = 1, ..., I$.

- ▶ É perfeitamente concebível que a hipótese de Fisher de ausência efeito seja verdadeira, o que implica $0 = \bar{\delta} = \bar{r}_T \bar{r}_C$, mas $\hat{r}_T \hat{r}_C = 2,8\%$ porque \hat{r}_T foi estimado em pacientes no grupo de tratamento agressivo, enquanto \hat{r}_C foi estimado em diferentes pacientes no grupo de tratamento menos agressivo.
- ► Se *H*₀ fosse verdade, a moeda lançada que designou um paciente para tratamento e outro para controle produziu facilmente taxas de mortalidade de 21.0% e 18.2% nos dois grupos de tratamento?

Notação tabular

Table 3.1. In-hospital mortality in the ProCESS Trial with general notation

	In-hospital	l mortality			
Treatment group	Death $R_i = 1$	Other $R_i = 0$	Total	Death rate (%)	
Aggressive, $Z_i = 1$	T=92	347	m = 439	$\hat{r}_{\rm T} = 21.0$	
Less aggressive, $Z_i = 0$ Total	81 173	365 712	I - m = 446 $I = 885$	$\hat{r}_{\rm C} = 18.2$	

- ► Fisher usou *T* como a **estatística de teste**.
 - $T = \sum_{i=1}^{I} Z_{i}R_{i} = \sum_{i=1}^{I} Z_{i}r_{T_{i}} = m \times \hat{r}_{T}.$
- Existem duas diferenças entre a primeira e a segunda linha da Tabela:
 - (grupo de) pessoas diferentes; similares por aleatorização, mas ainda assim, diferentes;
 - as pessoas da primeira linha receberam o protocolo agressivo e as pessoas da segunda linha receberam o tratamento menos agressivo.

Notação tabular

- ▶ Repetindo, $\hat{r}_T = 21,0\%$ e $\hat{r}_C = 18,2\%$ podem diferir por dois motivos: (i) são calculados a partir de pessoas diferentes e (ii) é possível que o tratamento agressivo tenha efeitos diferentes do tratamento menos agressivo, $r_{T_i} \neq r_{C_i}$ para algum paciente i.
- A hipótese nula de Fisher de ausência de efeito, H_0 , é uma negação da segunda explicação: diz que $r_{T_i} = r_{C_i}$ para cada paciente i, então $\hat{r}_T = 21,0\%$ e $\hat{r}_C = 18,2\%$ diferem apenas devido à maneira como as moedas escolhem as pessoas para os dois grupos.
- ▶ Se a hipótese nula de Fisher de ausência efeito, H₀, fosse verdadeira, qual a chance de que o lançamento de uma moeda iria, por puro acaso, colocar T = 92 ou mais mortes no grupo tratamento agressivo?
 - Essa chance, essa probabilidade, é chamada de valor-P ou nível de significância.

O ensaio de uniformidade

O ensaio de uniformidade

O que é um ensaio de uniformidade

- ► Em um ensaio de uniformidade, a distinção entre parcelas tratadas e controle foi mantida, mas todas as parcelas foram tratadas da mesma maneira, com o mesmo fertilizante e o mesmo inseticida.
- Usando ensaios de uniformidade, os pesquisadores aprenderam empiricamente quanto os grupos tratado e controle poderiam diferir quando não havia efeito do tratamento, porque todas as parcelas foram tratadas da mesma maneira.
 - ▶ Como todos os participantes de um ensaio de uniformidade recebem o mesmo tratamento, por exemplo, o controle, as duas linhas da tabela análoga à Tabela 3.1 registram o tratamento Z_i atribuído e a resposta ao controle r_{C_i} .
 - No ensaio de uniformidade, as duas linhas da tabela análoga à Tabela 3.1 diferem apenas porque se referem a pessoas diferentes, porque os dois grupos de pessoas receberam o mesmo tratamento.

O ensaio de uniformidade e a hipótese de Fisher

Se o estudo ProCESS fosse um ensaio de uniformidade, em que todos os indivíduos recebesse o protocolo menos agressivo, então $R_i = r_{C_i}$ e

$$T^* = \sum_{i=1}^{I} Z_i R_i = \sum_{i=1}^{I} Z_i r_{C_i}$$

- ▶ Não vemos T* porque é o número de mortes que teria ocorrido entre as pessoas do grupo de tratamento agressivo se elas fossem tratadas usando o protocolo menos agressivo..
- Se a hipótese de Fisher de ausência de efeito, H_0 , fosse verdadeira, então $r_{T_i} = r_{C_i}$ para todo i, i = 1, ..., I = 885, e assim $T = T^*$.
 - Portanto, testar a hipótese de nenhum efeito consiste em perguntar se T exibe o tipo de comportamento que esperaríamos de T^* em um teste de uniformidade, um teste sem efeito de tratamento, ou se precisamos acreditar em $r_{T_i} \neq r_{C_i}$ para algum paciente i se quisermos entender o comportamento de T.

O ensaio de uniformidade e a hipótese de Fisher

- A quantidade $A = \sum_{i=1}^{I} Z_i \delta_i = T T^*$ é chamada de **efeito atribuível**: é o aumento líquido de mortes no grupo tratado causado pelo recebimento de tratamento e não de controle.
 - ▶ Não vemos A, pois não vemos T*.
 - ▶ Se a hipótese de nenhum efeito de Fisher fosse verdadeira, $r_{T_i} = r_{C_i}$ para cada paciente i, i = 1, ..., I = 885 e A = 0.
- Se a hipótese de Fisher de ausência de tratamento é verdadeira, então vemos o efeito causal (r_{T_i}, r_{C_i}) para todo i, pois $r_{T_i} = r_{C_i}$.
 - Neste caso, a Tabela 3.1 seria o resultado de um ensaio de uniformidade, pois $r_{T_i} = r_{C_i}$.
- Se a Tabela 3.1 tivesse vindo de um estudo de uniformidade (ausência de efeito), qual é a chance de haver 92 ou mais mortes no grupo de tratamento agressivo?

Testando nenhum efeito: um exemplo pequeno

Testando nenhum efeito: um exemplo pequeno

Possíveis atribuições de tratamento e suas probabilidades

- ▶ Imagine um ensaio clínico aleatorizado com I=8 pacientes dos quais m=4 são escolhidos aleatoriamente para o protocolo agressivo no estudo ProCESS, e os demais I-m=4 pacientes recebem o protocolo menos agressivo (controle).
- ▶ O paciente *i* tem $Z_i = 1$ se atribuído ao protocolo agressivo e $Z_i = 0$ se atribuído ao protocolo menos agressivo e $4 = m = Z_1 + ... + Z_8$.

Possíveis atribuições de tratamento e suas probabilidades

- Existem 70 maneiras de escolher m=4 pacientes para tratamento de I=8 pacientes $(70 = \binom{8}{4})$.
- ▶ Sempre que você escolhe quatro dos oito pacientes para tratamento, define quatro dos Z_i igual a 1 e os quatro restantes como 0.
 - Se você selecionou os pacientes 1, 2, 3 e 5 para tratamento, define $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 1$, $Z_4 = 0$, $Z_5 = 1$, $Z_6 = Z_7 = Z_8 = 0$.
- ▶ Portanto, existem 70 maneiras de definir quatro dos Z_i igual a 1 e os quatro restantes Z_i iguais a 0.

Possíveis atribuições de tratamento e suas probabilidades

Table 3.2. Abbreviated table of 70 possible treatment assignments

			Treatment indicators							
Assignment	Probability	Treated	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8
1	1/70	1, 2, 3, 4	1	1	1	1	0	0	0	0
2	1/70	1, 2, 3, 5	1	1	1	0	1	0	0	0
44	1/70	2, 3, 6, 8	0	1	1	0	0	1	0	1
70	1/70	5, 6, 7, 8	0	0	0	0	1	1	1	1

Os resultados do ensaio

- Com probabilidade 1/70 escolhemos (por sorteio) a configuração 44 da Tabela 3.2 ($Z_1 = 0$, $Z_2 = 1$, $Z_3 = 1$, $Z_4 = 0$, $Z_5 = 0$, $Z_6 = 1$, $Z_7 = 0$, $Z_8 = 1$).
 - Não há nada de especial com esta atribuição de tratamento; escolhemos por sorte!
- \triangleright Os pacientes foram então tratados da maneira ditada pelos números aleatórios e a mortalidade intra-hospitalar, R_i , foi registrada.
- ▶ Para cada paciente i, registramos $R_i = 1$ se o paciente morreu ou $R_i = 0$ se o paciente sobreviveu.
- Imagina-se que o ensaio tenha resultados extremos para a sobrevivência; especificamente, $R_1=0$, $R_2=1$, $R_3=1$, $R_4=0$, $R_5=0$, $R_6=1$, $R_7=0$, $R_8=1$, produzindo a Tabela a seguir.

Os resultados do ensaio

Table 3.3. In-hospital mortality in the small hypothetical experiment

	In-hospita	l mortality				
Treatment group	Death $R_i = 1$	Other $R_i = 0$	Total	Death rate (%)		
Treated, $Z_i = 1$	T=4	0	m = 4	$\hat{r}_{\rm T} = 100$		
Control, $Z_i = 0$	0	4	I-m=4	$\hat{r}_{\rm C} = 0$		
Total	4	4	<i>I</i> = 8			

- ▶ A Tabela 3.3 pode ser devido ao acaso?
 - \blacktriangleright É uma diferença dramática, mas há apenas I=8 pacientes.
 - O padrão da Tabela 3.3 poderia surgir facilmente apenas por acaso, se o tratamento não tivesse efeito?

A lógica dos testes de hipóteses

- ▶ Para testar a hipótese nula de ausência de efeito tratamento, supomos, provisoriamente, apenas por uma questão de argumento, que isso é verdade.
- ► Supor que a hipótese nula seja verdadeira ao testar essa hipótese não tem nada a ver com acreditar que a hipótese nula é verdadeira.
 - Hipóteses nulas não são o tipo de coisa em que você acredita ou não, e, em qualquer caso, a crença não tem papel aqui.
 - Testar uma hipótese nula pergunta se os dados que vimos aqui, a Tabela 3.3 fornecem fortes evidências de que a hipótese nula é falsa ou, alternativamente, se os dados que vimos fornecem pouca orientação sobre se a hipótese nula é verdadeira ou falsa.

A lógica dos testes de hipóteses

- ▶ A lógica dos testes de hipóteses pergunta: se a hipótese nula fosse verdadeira, veríamos uma tabela como a Tabela 3.3?
 - Obviamente, poderíamos ver uma tabela como a Tabela 3.3 (é uma possibilidade lógica), mas é altamente improvável?
- Se a hipótese nula de nenhum efeito do tratamento fosse verdadeira em um experimento aleatorizado com m=4 pessoas escolhidas aleatoriamente de l=8 pessoas, qual é a chance de vermos T=4 ou mais mortes no grupo tratado na Tabela 3.3?

- Se a hipótese nula de nenhum efeito for verdadeira, então $r_{T_i} = r_{C_i}$, então para todos os I = 8 pacientes, $R_i = r_{C_i}$.
- Se a hipótese fosse verdadeira, saberíamos pelos **dados observados** que $r_{C_1} = 0$, $r_{C_2} = 1$, $r_{C_2} = 1$, $r_{C_3} = 0$, $r_{C_5} = 0$, $r_{C_5} = 0$, $r_{C_7} = 0$, $r_{C_7} = 0$.
- ▶ Além disso, se a hipótese fosse verdadeira, saberíamos que alterar os tratamentos que os pacientes receberam não alteraria suas respostas.
- Em geral, se a hipótese nula fosse verdadeira, então $T = \sum_{i=1}^{8} Z_i r_{C_i}$, portanto, sabemos o que T teria sido em cada uma das 70 situações da Tabela 3.2.

Table 3.4. Abbreviated null distribution of T in the small hypothetical randomized experiment

			Responses under the hypothesis of no effect							
			$R_1 = 0 = r_{C1}$	$R_2 = I = r_{C2}$	$R_3 = I = r_{C3}$	$R_4 = 0 = r_{C4}$	$R_5 = 0 = r_{C5}$	$R_6 = I = r_{C6}$	$R_7 = 0 = r_{C7}$	$R_8 = I = r_{C8}$
				Treatment indicators						
Assignment	Probability	T	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8
1	1/70	2	1	1	1	1	0	0	0	0
2	1/70	2	1	1	1	0	1	0	0	0
44	1/70	4	0	: 1 :	1	0	0	1	0	1
70	1/70	2	0	0	0	0	1	1	1	1

- ► A Tabela 3.5 é a distribuição da estatística de teste T quando a hipótese nula de nenhum efeito é verdadeira e desempenha um papel importante no teste da hipótese nula.
 - É a distribuição de T sob a hipótese nula em um experimento aleatorizado no qual m=4 de I=8 pacientes foram escolhidos aleatoriamente para tratamento, com respostas observadas $R_1=0$, $R_2=1$, $R_3=1$, $R_4=0$, $R_5=0$, $R_6=1$, $R_7=0$, $R_8=1$.
- ▶ A Tabela 3.5 é construída a partir de duas premissas e uma atividade.
 - A primeira premissa é que atribuímos tratamentos usando números verdadeiramente aleatórios; essa premissa produz probabilidades, 1/70.
 - 2. A segunda premissa é que a hipótese de nenhum efeito de tratamento é verdadeira, para que possamos deduzir o valor de T em todas as atribuições de tratamento possíveis a partir das respostas que observamos.
 - 3. A atividade é contar em uma tabela com 70 linhas, em nosso caso, a Tabela 3.4.

Table 3.5. The distribution of T when the null hypothesis is true

Possible values t of T						
t	0	1	2	3	4	Total
Number of rows with $T = t$	1	16	36	16	1	70
$\Pr(T=t)$ $\Pr(T \ge t)$	1/70 70/70	16/70 69/70	36/70 53/70	16/70 17/70	1/70 1/70	1

- ▶ $T \ge 4$ é morte demais para ser "devido ao acaso".
- Como observamos T ≥ 4 e T ≥ 4 é improvável quando a hipótese nula de nenhum efeito for verdadeira, dizemos que a Tabela 3.3 constitui evidência bastante forte contra a hipótese nula em nosso pequeno experimento aleatório.

Valor-P

- A quantidade calculada, $Pr(T \ge t) = 1/70$, é conhecida como o valor-P unilateral ao testar a hipótese nula de ausência de efeito.
- Se o valor-P é pequeno, então o valor da estatística de teste T tão grande ou mais que o valor observado, aqui 4, seria improvável se a hipótese nula fosse verdadeira.
 - ▶ Valor-*P* pequeno conta como evidência contra a hipótese nula.
- ▶ Por uma convenção arbitrária e bem entranhada, o valor-P de 0,05 ou menos é julgado pequeno, e valor-P acima de 0,05 é julgado não pequeno.

Rejeitando ou aceitando a hipótese nula

- ▶ Diz-se às vezes que uma hipótese nula é "rejeitada" se o valor-P está abaixo de algum ponto de corte α , convencionalmente $\alpha=0,05$, e "aceita" de outra forma.
 - ▶ Diríamos que a Tabela 3.3 nos levou a rejeitar a hipótese de nenhum efeito no nível $\alpha=0,05$.
- Essa maneira de falar tem um papel útil, mas também é fonte de mais do que um pouco de confusão.
 - O papel útil decorre da necessidade de falar de cometer um erro no teste de hipóteses, da necessidade de manter a frequência dos erros sob controle.
 - Por exemplo, um erro é descrito como "rejeitar falsamente uma hipótese nula verdadeira".
 - A confusão deriva dos termos "aceitar" e "rejeitar".

Rejeitando ou aceitando a hipótese nula

- "Rejeitar falsamente uma verdadeira hipótese nula" é uma maneira admiravelmente concisa, mas imprecisa, de dizer "alegar ter fornecido evidências relativamente fortes contra uma hipótese nula quando a hipótese é de fato verdadeira".
 - Isso costuma ser chamado de "erro tipo 1" e mais sugestivamente chamado de "falsa rejeição" ou, às vezes, "falsa descoberta".
- Paralelamente, "aceitar falsamente uma hipótese nula falsa" é uma maneira concisa, mas bastante enganosa, de dizer "não fornecer muitas evidências de uma maneira ou de outra sobre se uma hipótese nula é verdadeira".
 - Isso geralmente é chamado de "erro tipo 2" e pode ser mais sugestivamente chamado de "falha em fornecer muitas evidências".

Rejeitando ou aceitando a hipótese nula

- ▶ É um erro enorme e imperdoável interpretar "aceitar uma hipótese nula" como evidência de que a hipótese nula é verdadeira.
 - "Aceitar uma hipótese nula" significa deixar de fornecer muita evidência sobre se é verdadeira ou falsa.
- Se você quisesse fornecer fortes evidências de que o tratamento agressivo e o tratamento menos agressivo diferiam desprezivelmente em seus efeitos, então você não faria isso "aceitando a hipótese nula".

- O teste na Tabela 3.5 é geralmente chamado de "teste exato de Fisher" para uma tabela 2 × 2 e foi introduzido no capítulo 2 do livro de Fisher de 1935, Design of Experiments.
- ▶ O nome popular, "teste exato de Fisher", não transmite os aspectos do teste que interessaram a Fisher.
- ▶ A palavra "exato" significa que a distribuição na Tabela 3.5 é exatamente a distribuição da estatística de teste *T* em um experimento completamente aleatorizado quando a hipótese nula de Fisher é verdadeira.
 - Ou seja, a Tabela 3.5 é exatamente a distribuição nula de T, e não uma aproximação à sua distribuição nula.
- As aproximações são amplamente usadas em inferência estatística e, em geral, quando essas aproximações são bem projetadas, elas funcionam bem.
 - (Voltaremos a este tópico nas próximas aulas).

- No capítulo 2 de seu Design of Experiments, Fisher falou da aleatorização em experimentos como a "base racional da inferência" nos experimentos.
 - Ele estava tentando transmitir duas coisas, uma sobre sua hipótese nula de nenhum efeito e a outra sobre a origem das distribuições de probabilidade.

- ▶ A hipótese de Fisher de nenhum efeito de tratamento é uma hipótese nula que **fala diretamente** sobre os **efeitos causados** pelos tratamentos.
 - Especificamente, a hipótese nega que exista algum efeito, portanto, alterar o tratamento que uma pessoa recebe não altera a resposta da pessoa.
- ▶ Diferentemente das hipóteses sobre parâmetros nos modelos estatísticos, a hipótese nula de Fisher está falando direta e claramente sobre o aspecto mais básico da questão científica que motivou o experimento: o tratamento causou algum efeito?
 - Existe alguma evidência convincente de que o tratamento seja ativo para produzir algum efeito?

- De onde vêm as distribuições de probabilidade?
 - Como sabemos que o modelo de probabilidade usado em uma análise estatística específica é o modelo correto, ou um modelo razoável?
- ▶ A distribuição nula na Tabela 3.5 foi derivada dos lançamentos de moedas que designavam os pacientes para tratamento ou controle - não há nada especulativo sobre isso.
- ▶ Você pode negar a correção da distribuição da aleatorização apenas acusando os investigadores de mentirem sobre a maneira como eles conduziram seu experimento e realizaram sua análise: se eles não estavam mentindo, se eles realmente utilizaram aleatorização, então a distribuição da aleatorização é a distribuição nula correta para T na Tabela 3.5.
- ▶ De onde veio a distribuição nula de Fisher?
 - Da moeda na mão de Fisher.

Comparando tratamentos no estudo ProCESS

Comparando tratamentos no estudo ProCESS

Testando a hipótese de ausência de efeito de tratamento

```
ProCESS \leftarrow matrix(c(92, 81, 347, 365), 2, 2)
fisher.test(ProCESS, alternative = "greater")
##
##
   Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: ProCESS
## p-value = 0.1676
## alternative hypothesis: true odds ratio is greater than 1
## 95 percent confidence interval:
## 0.8911298
                    Tnf
## sample estimates:
## odds ratio
## 1.194477
```

Testando a hipótese de ausência de efeito de tratamento

- ▶ Para o estudo ProCESS, descobrimos que a Tabela 3.1 não seria digna de nota se a hipótese de Fisher fosse verdadeira.
- Nesse sentido, a hipótese de Fisher não é contradita pelos resultados do estudo ProCESS.
- Descobrir que a Tabela 3.1 não seria digna de nota se a hipótese fosse verdadeira é descobrir que há uma ausência de evidência contra a hipótese;
 - No entanto, uma ausência de evidência contra a hipótese não é, por si só, evidência de que a hipótese é verdadeira.

Testando a hipótese de ausência de efeito de tratamento

- ▶ De fato, nunca podemos ter evidências de que a hipótese de Fisher seja verdadeira, mas poderíamos ter fortes evidências de que ela é falsa.
- ightharpoonup Afirmar que a hipótese de Fisher é verdadeira é dizer que nenhum paciente foi beneficiado e nenhum foi prejudicado pelo protocolo agressivo e, em particular, que o paciente i=17, Harry, não sobreviveu porque recebeu o protocolo agressivo;
 - No entanto, como vimos várias vezes, não estamos e não podemos estar em posição de fazer tais alegações sobre pacientes individuais.

Por hoje é só!

