MAT02010 - Tópicos Avançados em Estatística II

Diagaramas causais: uma introdução

Rodrigo Citton P. dos Reis citton.padilha@ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul Instituto de Matemática e Estatística Departamento de Estatística

Porto Alegre, 2019



O que é inferência causal?

O que é inferência causal?

O que é inferência causal?

- ▶ A inferência causal é a ciência de inferir a presença e a magnitude das relações de causa e efeito a partir dos dados.
- Como estatísticos, epidemiologistas, sociólogos, etc., e de fato como seres humanos, é algo sobre o qual sabemos muito.
 - ► Suponha que um estudo encontre uma associação entre a propriedade paterna de gravata de seda e a mortalidade infantil.
 - Com base nisso, o governo implementa um programa no qual 5 gravatas de seda são dadas a todos os homens com idade de 18-45 anos, com o objetivo de reduzir a mortalidade infantil.
- Nós todos concordamos que isso é uma bobagem!
- lsso porque entendemos a diferença entre associação e causalidade.

O que é inferência causal?

A área de inferência causal consiste em (pelo menos) três partes:

- Uma linguagem formal para definir inequivocamente conceitos causais.
- Diagramas causais: uma ferramenta para exibir claramente nossas suposições causais.
- Métodos de análise (isto é, métodos estatísticos) que podem nos ajudar a tirar conclusões causais mais confiáveis a partir dos dados disponíveis.

Um pouco de dor de cabeça!

Um pouco de dor de cabeça!

Um exemplo

- ▶ 12 senhoras estão sofrendo de **dor de cabeça**.
- Algumas tomam aspirina; outras não.
- Uma hora depois, perguntamos para cada uma delas se a dor de cabeça sumiu (passou).

Os dados observados

	Z (tomou aspirina?)	R (dor de cabeça sumiu?)
Mary	0	0
Anna	1	0
Emma	1	1
Elizabeth	0	0
Minnie	0	1
Margaret	1	0
lda	1	0
Alice	0	0
Bertha	0	1
Sarah	0	0
Annie	0	1
Clara	1	1

Os dados observados

	Z (tomou aspirina?)	R (dor de cabeça sumiu?)
Mary	0	0
Anna	1	0
Emma	1	1
Elizabeth	0	0
Minnie	0	1
Margaret	1	0
lda	1	0
Alice	0	0
Bertha	0	1
Sarah	0	0
Annie	0	1
Clara	1	1

Os dados observados

- **E**mma tomou aspirina (Z = 1) e a sua dor de cabeça passou (R = 1).
- ▶ A aspirina causou o desaparecimento da sua dor de cabeça?

Relembrando

A estrutura da inferência causal:

- ▶ Z é o tratamento atribuído: tomou aspirina?
- R é o desfecho/resposta: dor de cabeça sumiu?
- $ightharpoonup r_C$ e r_T representam os **desfechos potenciais**.
 - r_C é a resposta que teria sido observada caso a aspirina NÃO tivesse sido tomada.
 - r_T é a resposta que teria sido observada caso a aspirina tivesse sido tomada.
- ▶ Uma destas respostas é observada: se Z = 0, r_C é observada; se Z = 1, r_T é observada.
 - Ou seja, $R = Z \times r_T + (1 Z) \times r_C$.
 - A outra é contrafactual.

Os dados ideais

	r _C	r _T
Mary	0	0
Anna	1	0
Emma	0	1
Elizabeth	0	0
Minnie	1	1
Margaret	0	0
lda	0	0
Alice	0	0
Bertha	1	0
Sarah	0	0
Annie	1	1
Clara	0	1

Os dados ideais

Com o par de desfechos potenciais, podemos responder as seguintes perguntas:

- ▶ A aspirina causou o desaparecimento da dor de cabeça de Emma?
 - ► E de Margaret?
 - ► E de Clara?
 - ► E de Alice?

Os dados ideais

i	r_{C_i}	r_{T_i}	$\delta_i = r_{T_i} - r_{C_i} \neq 0$? (efeito causal?)
Mary	0	0	Não
Anna	1	0	Sim, prejudicial
Emma	0	1	Sim, benéfico
Elizabeth	0	0	Não
Minnie	1	1	Não
Margaret	0	0	Não
lda	0	0	Não
Alice	0	0	Não
Bertha	1	0	Sim, prejudicial
Sarah	0	0	Não
Annie	1	1	Não
Clara	0	1	Sim, benéfico

O problema fundamental da inferência causal

i	r_{C_i}	r_{T_i}	Z_i	R_i
Mary	0	?	0	0
Anna	?	0	1	0
Emma	?	1	1	1
Elizabeth	0	?	0	0
Minnie	1	?	0	1
Margaret	?	0	1	0
lda	?	0	1	0
Alice	0	?	0	0
Bertha	1	?	0	1
Sarah	0	?	0	0
Annie	1	?	0	1
Clara	?	1	1	1

Efeitos causais populacionais

- ▶ $\delta_i = r_{T_i} r_{C_i} = ?$, para todo indivíduo i, pois um dos desfechos potenciais nunca é observado.
- Um objetivo menos ambicioso é focar no efeito causal médio (ou em nível populacional):

$$\overline{\delta} = \overline{r}_T - \overline{r}_C.$$

No caso em que a resposta é dicotômica, temos

$$\overline{\delta} = \Pr(r_T = 1) - \Pr(r_C = 1).$$

Efeitos causais populacionais

i	r_{C_i}	r_{T_i}	$\delta_i = r_{T_i} - r_{C_i} \neq 0$? (efeito causal?)
Mary	0	0	Não
Anna	1	0	Sim, prejudicial
Emma	0	1	Sim, benéfico
Elizabeth	0	0	Não
Minnie	1	1	Não
Margaret	0	0	Não
lda	0	0	Não
Alice	0	0	Não
Bertha	1	0	Sim, prejudicial
Sarah	0	0	Não
Annie	1	1	Não
Clara	0	1	Sim, benéfico

 $ightharpoonup ar{r}_T = \Pr(r_T = 1) = 4/12 \ \text{e} \ \bar{r}_C = \Pr(r_C = 1) = 4/12, \ \text{e portanto,}$

$$\overline{\delta} = \overline{r}_T - \overline{r}_C = \frac{4}{12} - \frac{4}{12} = 0.$$

Ou seja, não existe efeito causal em nível populacional.

Efeitos causais populacionais

- Em verdade, **não sabemos** r_T para cada indivíduo, então **não podemos simplesmente estimar** $Pr(r_T = 1)$ como a proporção de todos os indivíduos com $r_T = 1$.
- ▶ Da mesma forma, **não podemos simplesmente estimar** $Pr(r_C = 1)$ como a proporção de todos os indivíduos com $r_C = 1$.
- Assim, **não podemos estimar** facilmente $\bar{\delta} = \Pr(r_T = 1) \Pr(r_C = 1)$ pelo mesmo motivo que não podemos estimar $\delta_i = r_{T_i} r_{C_i}$.
- A inferência causal é toda sobre a escolha de quantidades dos dados observados (isto é, envolvendo Z, R e outras variáveis observadas) que representam substitutos razoáveis para quantidades hipotéticas tais como $\overline{\delta}$, que envolvem contrafactuais não observáveis.

Quando associção é igual a causalidade?

- ▶ O que pode ser um bom substituto para $Pr(r_T = 1)$?
 - E quanto a $\hat{r}_T = \Pr(R = 1|Z = 1)$?
 - Esta é a proporção de "dor de cabeça desapareceu" entre aquelas que realmente tomaram a aspirina.
 - ▶ Isso é o mesmo que $Pr(r_T = 1)$?
 - Somente se aquelas que tomaram a aspirina forem intercambiáveis com aquelas que não o fizeram.
- ▶ Este seria o caso se a escolha de tomar a aspirina fosse feita ao acaso.
- ▶ É por isso que **experimentos aleatorizados** são o **padrão-ouro** para inferir efeitos causais.

Quando associção é igual a causalidade?

i	r_{C_i}	r_{T_i}	Z_i	R_i
Mary	0	?	О	О
Anna	?	O	1	O
Emma	?	1	1	1
Elizabeth	O	?	O	O
Minnie	1	?	O	1
Margaret	?	O	1	O
lda	?	O	1	O
Alice	O	?	O	O
Bertha	1	?	O	1
Sarah	O	?	O	O
Annie	1	?	O	1
Clara	?	1	1	1

 $\hat{r}_T = \Pr(R = 1|Z = 1) = 2/5 \text{ e } \hat{r}_C = \Pr(R = 1|Z = 0) = 3/7, \text{ e portanto,}$

$$\hat{\delta} = \hat{r}_T - \hat{r}_C = \frac{2}{5} - \frac{3}{7} = -\frac{1}{35}.$$

► Se assumirmos "associação = causalidade", concluiremos que a aspirina foi, em média, prejudicial.

Mas, e se ...

... as senhoras com uma dor de cabeça **mais forte** (grave) fossem **mais propensas** a tomarem a aspirina?

Neste caso, "associação ≠ causalidade"!

Levando em conta a gravidade

- Suponha que perguntamos a cada uma das 12 senhoras no início do estudo: "sua dor de cabeça é forte?".
 - Então, poderíamos propor que, depois de levar em conta a gravidade, a decisão de tomar ou não a aspirina fosse efetivamente tomada de forma aleatória.
- Suponha que X denota a gravidade. Então, sob essa suposição, dentro dos estratos de X, os indivíduos expostos e não expostos podem ser intercambiáveis.
- Isso é chamado de intercambiabilidade (permutabilidade) condicional (dado X).
- Sob intercambiabilidade condicional dada X, "associação = causalidade" dentro dos estratos de X.

Levando em conta a gravidade

i	r_{C_i}	r_{T_i}	Z_i	R_i	Xi
Mary	0	0	0	0	1
Anna	1	0	1	0	0
Emma	0	1	1	1	0
Elizabeth	0	0	0	0	1
Minnie	1	1	0	1	0
Margaret	0	0	1	0	1
lda	0	0	1	0	1
Alice	0	0	0	0	0
Bertha	1	0	0	1	1
Sarah	0	0	0	0	0
Annie	1	1	0	1	0
Clara	0	1	1	1	1

Estratificando por gravidade

No estrato X = 0:

• $\hat{r}_T = \Pr(R = 1|Z = 1) = 1/2 \text{ e } \hat{r}_C = \Pr(R = 1|Z = 0) = 2/4, \text{ e portanto,}$

$$\hat{\delta} = \hat{r}_T - \hat{r}_C = \frac{1}{2} - \frac{2}{4} = 0.$$

No estrato X = 1:

 $\hat{r}_T = \Pr(R = 1|Z = 1) = 1/3 \text{ e } \hat{r}_C = \Pr(R = 1|Z = 0) = 1/3, \text{ e portanto,}$

$$\hat{\delta} = \hat{r}_T - \hat{r}_C = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0.$$

Ou seja, dentro dos estratos não existe efeito causal.

Exemplo da dor de cabeça: breves conclusões

- De maneira mais geral, se existe um efeito causal de Z em R, mas também uma associação não-causal devido a X, então o efeito causal será estimado com viés, a menos que estratifiquemos em X.
 - Este viés será chamada de viés de confundimento (ou viés de confusão) e X será chamada de variável confundidora.

Exemplo da dor de cabeça: breves conclusões

- A intercambiabilidade condicional é o principal critério que nos permite fazer declarações causais usando dados observacionais.
- Assim, precisamos identificar, se possível, um conjunto de (co)variáveis X_1, X_2, \ldots , de tal forma que a intercambiabilidade condicional é válida, dado este conjunto de variáveis.
- Na vida real, pode haver muitas variáveis candidatas X.
- Estes podem ser causalmente inter-relacionados de uma maneira muito complexa.
- ▶ Decidir se os indivíduos expostos e o não expostos são condicionalmente intercambiáveis, dado X₁, X₂,..., requer conhecimento detalhado do assunto.
- Os diagramas causais podem nos ajudar a usar esse conhecimento para determinar se a intercambiabilidade condicional é válida ou não.

- Pesquisa empírica e relações entre variáveis.
- Modelos estatísticos.
 - Propósitos dos modelos estatísticos: predição versus explicação (exploratório, causalidade).
 - Modelos estatísticos: o papel das variáveis, e a relação de dependência entre estas.
- Na estatística, especificamos relações de dependência por meio de distribuições de probabilidades.

▶ Grafos: na matemática e ciência da computação, grafos são usados para modelar objetos, representados por vértices (nós), e as suas relações, representadas por arestas.



- ▶ **DAGs:** Grafos acíclicos dirigidos (*Directed acyclic graphs*)
 - Diagramas causais
 - Modelos causais
 - Modelos gráficos
 - Modelos de equações estruturais não paramétricos
 - Modelos causais estruturais

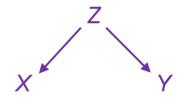
Preliminares



▶ Duas variáveis X e Y serão associadas na população se X causa Y.



▶ X e Y serão associadas na população se Y causa X.



▶ Por fim, X e Y serão associadas na população se existir alguma variável Z que causa ambas X e Y.



- X e Y não podem ser associadas na população por qualquer outra razão.
- ▶ Se *X* e *Y* são associadas na população, então **pelo menos uma** das situações acima deve ser verdade.

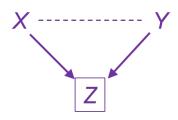
O que queremos dizer com associação "na população"?

- Na terminologia estatística, X e Y são associadas "na população" significa que estas variáveis são marginalmente associadas.
- Se X e Y são marginalmente associadas, então, para um indivíduo em particular, saber a respeito de X nos dá alguma informação sobre o valor provável de Y, e vice-versa.
- ► Suponha, por simplicidade, X e Y dicotômicas. Se X e Y são marginalmente associadas, então

$$\Pr(Y = 1 | X = 1) \neq \Pr(Y = 1 | X = 0)$$

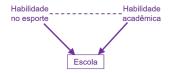
е

$$Pr(X = 1|Y = 1) \neq Pr(X = 1|Y = 0)$$



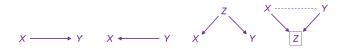
- ▶ Suponha que Z é um **efeito** tanto de X como de Y.
- ▶ Então, X e Y serão **associadas dentro do estrato de** Z, mesmo se na população estas variáveis forem independentes.
- ▶ X e Y serão condicionalmente associadas (dado Z), mesmo que sejam marginalmente independentes (não associadas).
- ► A caixa ao redor de Z denota que estamos estratificando (condicionando) em Z.
- A reta tracejada denota a associação condicional induzida.

Como duas variáveis podem estar associadas em uma subpopulação?



- ▶ Suponha que uma escola aceita alunos ou porque são "bons" no **esporte**, ou porque são "bons" **academicamente**; ou ainda, alunos que são "bons" nos dois.
- Suponha que a habilidade acadêmica e a habilidade no esporte sejam independentes na população.
- ▶ **Dentro da escola**, existirá uma associação (negativa) entre habilidade acadêmica e habilidade no esporte.
- Por que? Suponha que escolhemos um aluno ao acaso e percebemos que ele não tem habilidade nos esportes. Então, este deve ser "bom" academicamente.

Resumindo

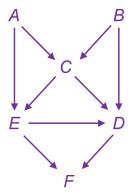


- ▶ X e Y serão **associadas na população** se:
 - ▶ X causa Y.
 - Y causa X.
 - ▶ existe uma Z que é causa comum de X e Y.
- ➤ X e Y serão associadas em subpopulações definadas por Z se Z é um efeito de X e Y.

DAGs: uma introdução mais formal

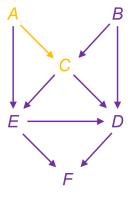
DAGs: uma introdução mais formal

Um exemplo



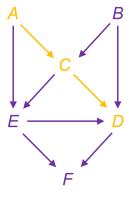
Grafo acíclico dirigido

- Este é um exemplo de um grafo acíclico dirigido (DAG) causal (diagrama causal).
- É dirigido, pois cada aresta é uma seta de ponta única.
- É causal, pois as setas representam nossas suposições a respeito da direção da influência causal.
- É acíclico, pois não contém ciclos: nenhuma variável causa a si mesma.



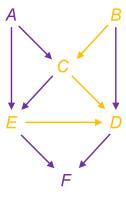
Pais e filhos

- ► A é pai (ou mãe) de C.
- ► C é filho (ou filha) de A.



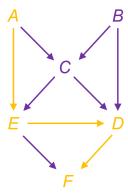
Ancestrais e descendentes

- ► A é um ancestral de D.
- ► D é descendente de A.
- ► A também é um ancestral de C.
- C também é um descendente de A.
 - Ou seja, pais são ancestrais, e filhos são descendentes.



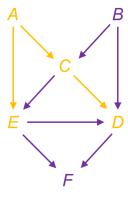
Caminho

► Este é um **caminho** de *E* para *B*.



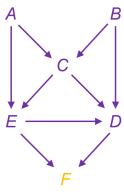
Caminho dirigido

► Este é um caminho dirigido de A para F (todas as setas no caminho apontam "para frente").



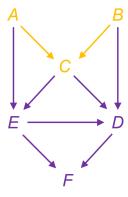
Caminho back-door

Este é um caminho porta dos fundos de E para D (o caminho começa com uma seta chegando em E).



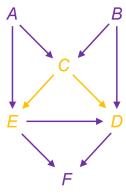
Collider

► F é um colisor desde que duas pontas de setas se encontram em F.



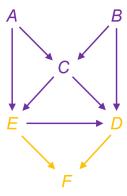
Nota

Note que C é um colisor no caminho $A \rightarrow C \leftarrow B$.



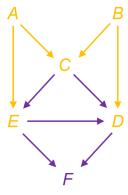
Nota

- ▶ No entanto, C NÃO É um colisor no caminho $E \leftarrow C \rightarrow D$.
- Assim, a definição de um colisor é em relação ao caminho que está sendo considerado.



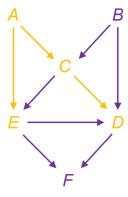
Caminho bloqueado

O caminho E → F ← D é bloqueado desde que este contenha um colisor (F).



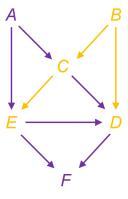
Caminho bloqueado

► Este caminho também é bloqueado (em *C*).



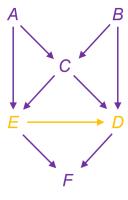
Caminho aberto

Um caminho que não contém um colisor está aberto. Aqui temos um exemplo.



Caminho aberto

► E outro.



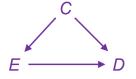
Caminho aberto

► E outro.



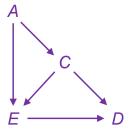
Passo 1

- O primeiro passo na construção de um DAG para um problema particular é escrever a exposição e o desfecho de interesse, com uma seta da exposição para o desfecho.
- Esta seta representa o efeito causal que queremos estimar.



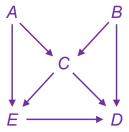
Passo 2

- Se existir qualquer causa comum C de E e D, devemos colocá-lo no grafo, com setas de C para E e de C para D.
- Devemos incluir C no grafo, independentemente deste ter sido ou não mensurado em nosso estudo.



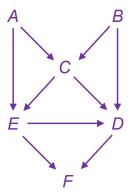
Passo 3

Continuamos assim, adicionando ao diagrama qualquer variável (observada ou não observada) que é uma causa comum de duas ou mais variáveis já existentes no diagrama.



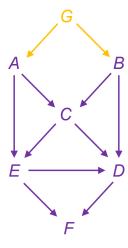
Passo 3

Continuamos assim, adicionando ao diagrama qualquer variável (observada ou não observada) que é uma causa comum de duas ou mais variáveis já existentes no diagrama.



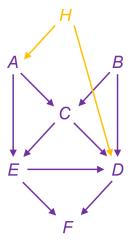
Passo 3

- Se quisermos, podemos também incluir outras variáveis, mesmo que eles não sejam causas comuns de outras variáveis no diagrama.
- ▶ Por exemplo, *F*.
- Vamos supor que finalizamos nesse ponto. As variáveis e setas que NÃO estão em nosso grafo representam nossas suposições causais.



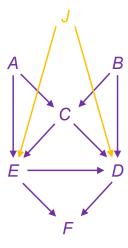
Quais são as nossas suposições?

▶ Por exemplo, estamos fazendo a suposição que não há uma causa comum G de A e B.



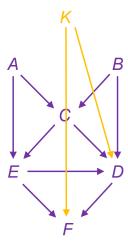
Quais são as nossas suposições?

► E que não há uma causa comum H de A e D.



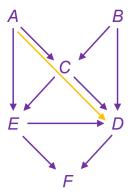
Quais são as nossas suposições?

► E que A, B e C representam TODAS as causas comuns de E e D; não há uma causa comum adicional J.



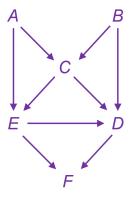
Quais são as nossas suposições?

► E que não há uma causa comum adicional *K* de *D* e *F*.



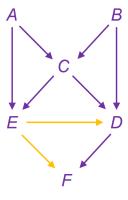
Quais são as nossas suposições?

- Portanto, cada seta omitida também representa uma suposição.
- ▶ Por exemplo, estamos assumindo que todo o efeito de A em D atua por meio de C e E.



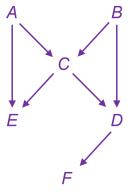
Qual o próximo passo?

- ▶ SE acreditarmos em nosso diagrama causal, podemos proceder para determinar se a relação $E \rightarrow D$ está confundida ou não.
- Isto é feito utilizando o critério porta dos fundos.
- O critério porta dos fundos é aplicado em duas partes:
 - 1. a primeira parte define se existe ou não confundimento.
 - se existir, a segunda parte determina se é possível controlar o confundimento.



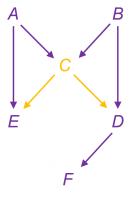
Passo 1

Primeiro removemos todas as setas saindo da exposição.

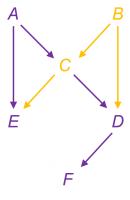


Passo 2

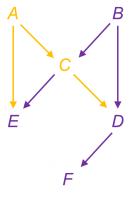
- Em seguida, procuramos por caminhos abertos a partir da exposição até o desfecho.
- Relembrando: um caminho aberto não contém um colisor.



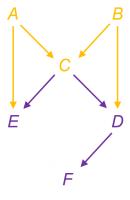
Passo 2



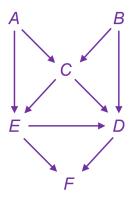
Passo 2



Passo 2



Passo 2



Existe confundimento?

- Identificamos três caminhos porta dos fundos abertos de E para D. Assim, há confundimento.
- Próxima pergunta: podemos usar alguns ou todos de A, B, C, F para controlar esse confundimento?
- Existe um conjunto S de variáveis tal que se estratificarmos (ajustarmos) por elas, podemos concluir que o efeito causal existe no estrato?

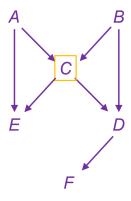
O critério back-door

A segunda parte do critério da porta dos fundos nos permite determinar, com base em nosso diagrama causal, se um conjunto de covariáveis candidato é ou não suficiente para controlar o confundimento:

O critério back-door

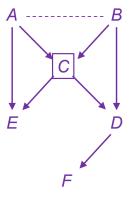
- (i) Primeiro, o conjunto candidato S não deve conter descendentes da exposição.
- (ii) Em seguida, removemos todas as setas que saem da exposição.
- (iii) Então, nós juntamos com uma linha tracejada quaisquer duas variáveis que compartilham um filho que esteja ela mesma em $\mathcal S$ ou que tenha um descendente em $\mathcal S$.
- (iv) Existe um caminho aberto de E para D que não passa por um membro de \mathcal{S} ?

Se NÃO, então ${\cal S}$ é suficiente para controlar para confundimento.



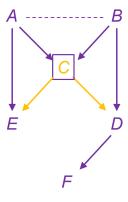
O critério back-door: passos (i) e (ii)

- C é suficiente?
- C não é um descendente de E, então o passo (i) é satisfeito.
- Todas as setas saindo da exposição já foram removidas (passo (ii)).



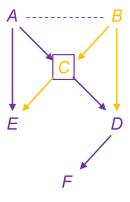
passo (iii)

- ► Conectamos A e B com uma linha tracejada, pois eles compartilham um filho (C) que está em nosso conjunto candidato (C).
- Nenhuma outra variável precisa ser conectada desta forma.



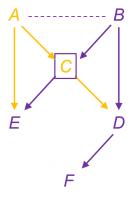
passo (iv)

- ▶ Agora procuramos por caminhos abertos de *E* para *D* e vemos se estes todos passo por *C*.
- ► Este está OK!



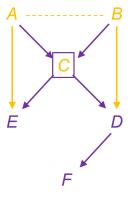
passo (iv)

Este também!



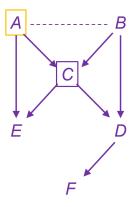
passo (iv)

Este também!



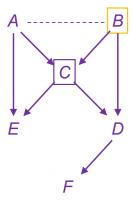
passo (iv)

- ▶ PORÉM, aqui está um caminho aberto de E para D que NÃO passa por C
- Assim, controlar apenas por C
 NÃO é suficiente.



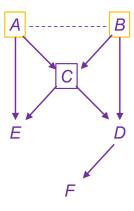
Qual é a solução?

► Devemos controlar adicionalmente para *A*.



Qual é a solução?

▶ Ou B.



Qual é a solução?

► Ou ambos A e B para controlar para o confundimento.

Avisos

Avisos

- ► Próxima semana (06/11):
 - 1. Catecolaminas: diagramas causais na pesquisa empírica (Atividade de avaliação).
 - 2. Ferramentas computacionais na construção de diagramas causais.
- ▶ Para casa: Ler o artigo "Causal diagrams for epidemiologic research" de Sander Greenland. Judea Pearl e James Robins.

Por hoje é só!

