

# MAT02010 - Tópicos Avançados em Estatística II

## Inferência Causal em Experimentos Aleatorizados

Rodrigo Citton P. dos Reis  
citton.padilha@ufrgs.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Porto Alegre, 2019

**Ausência efeito é plausível?**

# Os protocolos agressivo e menos agressivo são equivalentes?

- ▶ Estudo **ProCESS**: suponha que você está inicialmente inclinado a acreditar que o protocolo agressivo não impediu e não causou mortes entre os  $I = 885$  pacientes quando contrastado com o protocolo menos agressivo.
- ▶ Os resultados do estudo forçam você a revisar essa crença?
  - ▶  $m = 439$  pacientes tratados  $\rightsquigarrow$  taxa de mortalidade intra-hospitalar de 21,0%.
  - ▶  $I - m = 446$  pacientes controles  $\rightsquigarrow$  taxa de mortalidade intra-hospitalar de 18,2%.
- ▶ As duas taxas de mortalidade acima se referem a **pacientes diferentes**, e talvez pacientes diferentes tenham taxas de mortalidade diferentes simplesmente porque são pacientes diferentes, com infecções diferentes e diferentes estados de saúde.

# Os protocolos agressivo e menos agressivo são equivalentes?

- ▶ Este é um estudo aleatorizado.
  - ▶ Os dois grupos são amostras aleatórias da população de  $n = 885$  pacientes.
  - ▶ Os dois grupos são similares (aleatorização garante balanceamento das covariáveis).
- ▶ A diferença entre uma taxa de mortalidade de 21,0% e uma taxa de mortalidade de 18,2% pode ser devida **ao acaso**, ao lançamento de uma moeda que atribuiu um paciente ao protocolo agressivo e o próximo ao protocolo menos agressivo?

# Os protocolos agressivo e menos agressivo são equivalentes?

```
# Ausência de efeito de tratamento
r_T <- r_C <- c(rep(1, 30), rep(0, 70))

# Atribuição de tratamento
set.seed(2306)
Z <- rbinom(n = 100, size = 1, prob = 0.5)

# Desfecho observado
R <- ifelse(Z == 1, r_T, r_C)
round(prop.table(table(Z, R), margin = 1) * 100, 2)
```

```
##      R
## Z      0      1
## 0 67.39 32.61
## 1 72.22 27.78
```

# Os protocolos agressivo e menos agressivo são equivalentes?

- ▶ Estamos perguntando se taxas de mortalidade de 21,0% e 18,2% poderiam facilmente surgir por acaso **se a hipótese nula de Fisher de ausência (nenhum) efeito** de tratamento fosse verdadeira.
- ▶ A hipótese  $H_0$  de Fisher de ausência efeito afirma que  $r_{T_i} = r_{C_i}$  para todo  $i$ ,  $i = 1, \dots, I$ , em que  $I = 885$  no estudo ProCESS.
  - ▶ Isso diz que o paciente  $i$  pode morrer ou não, mas a sobrevivência do paciente  $i$  sob tratamento agressivo,  $r_{T_i}$ , é a mesma que a sobrevivência do paciente  $i$  sob o tratamento menos agressivo,  $r_{C_i}$ .
- ▶ Equivalentemente, a hipótese  $H_0$  de Fisher de ausência efeito afirma que a diferença de efeito,  $\delta_i = r_{T_i} - r_{C_i}$ , é zero para cada paciente,  $H_0 : \delta_i = 0, i = 1, \dots, I$ .

## Os protocolos agressivo e menos agressivo são equivalentes?

- ▶ É perfeitamente concebível que a hipótese de Fisher de ausência efeito seja verdadeira, o que implica  $0 = \bar{\delta} = \bar{r}_T - \bar{r}_C$ , mas  $\hat{r}_T - \hat{r}_C = 2,8\%$  porque  $\hat{r}_T$  foi estimado em pacientes no grupo de tratamento agressivo, enquanto  $\hat{r}_C$  foi estimado em diferentes pacientes no grupo de tratamento menos agressivo.
- ▶ Se  $H_0$  fosse verdade, a moeda lançada que designou um paciente para tratamento e outro para controle produziu facilmente taxas de mortalidade de 21,0% e 18,2% nos dois grupos de tratamento?

# Notação tabular

Table 3.1. In-hospital mortality in the ProCESS Trial with general notation

| <i>Treatment group</i>     | <i>In-hospital mortality</i> |                           | <i>Total</i>  | <i>Death rate (%)</i> |
|----------------------------|------------------------------|---------------------------|---------------|-----------------------|
|                            | <i>Death</i><br>$R_i = 1$    | <i>Other</i><br>$R_i = 0$ |               |                       |
| Aggressive, $Z_i = 1$      | $T = 92$                     | 347                       | $m = 439$     | $\hat{r}_T = 21.0$    |
| Less aggressive, $Z_i = 0$ | 81                           | 365                       | $I - m = 446$ | $\hat{r}_C = 18.2$    |
| Total                      | 173                          | 712                       | $I = 885$     |                       |

- ▶ Fisher usou  $T$  como a **estatística de teste**.
  - ▶  $T = \sum_{i=1}^I Z_i R_i = \sum_{i=1}^I Z_i r_{Ti} = m \times \hat{r}_T$ .
- ▶ Existem duas diferenças entre a primeira e a segunda linha da Tabela:
  1. (grupo de) pessoas diferentes; similares por aleatorização, mas ainda assim, diferentes;
  2. as pessoas da primeira linha receberam o protocolo agressivo e as pessoas da segunda linha receberam o tratamento menos agressivo.



# Notação tabular

- ▶ Repetindo,  $\hat{r}_T = 21,0\%$  e  $\hat{r}_C = 18,2\%$  podem diferir por dois motivos: **(i)** são calculados a partir de pessoas diferentes e **(ii)** é possível que o tratamento agressivo tenha efeitos diferentes do tratamento menos agressivo,  $r_{Ti} \neq r_{Ci}$  para algum paciente  $i$ .
- ▶ A hipótese nula de Fisher de ausência de efeito,  $H_0$ , é uma negação da segunda explicação: diz que  $r_{Ti} = r_{Ci}$  para cada paciente  $i$ , então  $\hat{r}_T = 21,0\%$  e  $\hat{r}_C = 18,2\%$  diferem apenas devido à maneira como as moedas escolhem as pessoas para os dois grupos.
- ▶ **Se a hipótese nula** de Fisher de ausência efeito,  $H_0$ , **fosse verdadeira**, qual a chance de que o lançamento de uma moeda iria, por puro acaso, colocar  $T = 92$  ou mais mortes no grupo tratamento agressivo?
  - ▶ Essa chance, essa probabilidade, é chamada de **valor- $P$**  ou **nível de significância**.

# O ensaio de uniformidade

# O que é um ensaio de uniformidade

- ▶ Em um ensaio de uniformidade, a distinção entre parcelas tratadas e controle foi mantida, mas todas as parcelas foram tratadas da mesma maneira, com o mesmo fertilizante e o mesmo inseticida.
- ▶ Usando ensaios de uniformidade, os pesquisadores aprenderam empiricamente quanto os grupos tratado e controle poderiam diferir quando não havia efeito do tratamento, porque todas as parcelas foram tratadas da mesma maneira.
  - ▶ Como todos os participantes de um ensaio de uniformidade recebem o mesmo tratamento, por exemplo, o controle, as duas linhas da tabela análoga à Tabela 3.1 registram o tratamento  $Z_i$  atribuído e a resposta ao controle  $r_{C_i}$ .
  - ▶ No ensaio de uniformidade, **as duas linhas** da tabela análoga à Tabela 3.1 **diferem** apenas porque se referem a **pessoas diferentes**, porque os dois grupos de pessoas receberam o mesmo tratamento.

# O ensaio de uniformidade e a hipótese de Fisher

- ▶ Se o estudo ProCESS fosse um ensaio de uniformidade, em que todos os indivíduos recebesse o protocolo menos agressivo, então  $R_i = r_{C_i}$  e  $T^* = \sum_{i=1}^I Z_i R_i = \sum_{i=1}^I Z_i r_{C_i}$ .
  - ▶ **Não vemos**  $T^*$  porque é o número de mortes que teria ocorrido entre as pessoas do grupo de tratamento agressivo se elas fossem tratadas usando o protocolo menos agressivo..
- ▶ Se a hipótese de Fisher de ausência de efeito,  $H_0$ , fosse verdadeira, então  $r_{T_i} = r_{C_i}$  para todo  $i$ ,  $i = 1, \dots, I = 885$ , e assim  $T = T^*$ .
  - ▶ Portanto, testar a hipótese de nenhum efeito consiste em perguntar se  $T$  exibe o tipo de comportamento que esperaríamos de  $T^*$  em um teste de uniformidade, um teste sem efeito de tratamento, ou se precisamos acreditar em  $r_{T_i} \neq r_{C_i}$  para algum paciente  $i$  se quisermos entender o comportamento de  $T$ .

# O ensaio de uniformidade e a hipótese de Fisher

- ▶ A quantidade  $A = \sum_{i=1}^I Z_i \delta_i = T - T^*$  é chamada de **efeito atribuível**: é o aumento líquido de mortes no grupo tratado causado pelo recebimento de tratamento e não de controle.
  - ▶ **Não vemos**  $A$ , pois não vemos  $T^*$ .
  - ▶ Se a hipótese de nenhum efeito de Fisher fosse verdadeira,  $r_{T_i} = r_{C_i}$  para cada paciente  $i$ ,  $i = 1, \dots, I = 885$  e  $A = 0$ .
- ▶ Se a hipótese de Fisher de ausência de tratamento é verdadeira, então vemos o efeito causal  $(r_{T_i}, r_{C_i})$  para todo  $i$ , pois  $r_{T_i} = r_{C_i}$ .
  - ▶ Neste caso, a Tabela 3.1 seria o resultado de um ensaio de uniformidade, pois  $r_{T_i} = r_{C_i}$ .
- ▶ Se a Tabela 3.1 tivesse vindo de um estudo de uniformidade (**ausência de efeito**), qual é a chance de haver 92 ou mais mortes no grupo de tratamento agressivo?

## Testando nenhum efeito: um exemplo pequeno

## Possíveis atribuições de tratamento e suas probabilidades

- ▶ Imagine um ensaio clínico aleatorizado com  $I = 8$  pacientes dos quais  $m = 4$  são escolhidos aleatoriamente para o protocolo agressivo no estudo ProCESS, e os demais  $I - m = 4$  pacientes recebem o protocolo menos agressivo (controle).
- ▶ O paciente  $i$  tem  $Z_i = 1$  se atribuído ao protocolo agressivo e  $Z_i = 0$  se atribuído ao protocolo menos agressivo e  $4 = m = Z_1 + \dots + Z_8$ .

## Possíveis atribuições de tratamento e suas probabilidades

- ▶ Existem 70 maneiras de escolher  $m = 4$  pacientes para tratamento de  $I = 8$  pacientes ( $70 = \binom{8}{4}$ ).
- ▶ Sempre que você escolhe quatro dos oito pacientes para tratamento, define quatro dos  $Z_i$  igual a 1 e os quatro restantes como 0.
  - ▶ Se você selecionou os pacientes 1, 2, 3 e 5 para tratamento, define  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 1$ ,  $Z_4 = 0$ ,  $Z_5 = 1$ ,  $Z_6 = Z_7 = Z_8 = 0$ .
- ▶ Portanto, existem 70 maneiras de definir quatro dos  $Z_i$  igual a 1 e os quatro restantes  $Z_i$  iguais a 0.



# Possíveis atribuições de tratamento e suas probabilidades

Table 3.2. Abbreviated table of 70 possible treatment assignments

| Assignment | Probability | Treated    | Treatment indicators |       |       |       |       |       |       |       |
|------------|-------------|------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|            |             |            | $Z_1$                | $Z_2$ | $Z_3$ | $Z_4$ | $Z_5$ | $Z_6$ | $Z_7$ | $Z_8$ |
| 1          | 1/70        | 1, 2, 3, 4 | 1                    | 1     | 1     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 2          | 1/70        | 1, 2, 3, 5 | 1                    | 1     | 1     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     |
|            |             |            |                      | ⋮     |       |       |       |       |       |       |
| 44         | 1/70        | 2, 3, 6, 8 | 0                    | 1     | 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1     |
|            |             |            |                      | ⋮     |       |       |       |       |       |       |
| 70         | 1/70        | 5, 6, 7, 8 | 0                    | 0     | 0     | 0     | 1     | 1     | 1     | 1     |

## Os resultados do ensaio

- ▶ Com probabilidade  $1/70$  escolhemos (por sorteio) a configuração 44 da Tabela 3.2 ( $Z_1 = 0, Z_2 = 1, Z_3 = 1, Z_4 = 0, Z_5 = 0, Z_6 = 1, Z_7 = 0, Z_8 = 1$ ).
  - ▶ Não há nada de especial com esta atribuição de tratamento; escolhemos por sorte!
- ▶ Os pacientes foram então tratados da maneira ditada pelos números aleatórios e a mortalidade intra-hospitalar,  $R_i$ , foi registrada.
- ▶ Para cada paciente  $i$ , registramos  $R_i = 1$  se o paciente morreu ou  $R_i = 0$  se o paciente sobreviveu.
- ▶ Imagina-se que o ensaio tenha resultados extremos para a sobrevivência; especificamente,  $R_1 = 0, R_2 = 1, R_3 = 1, R_4 = 0, R_5 = 0, R_6 = 1, R_7 = 0, R_8 = 1$ , produzindo a Tabela a seguir.

# Os resultados do ensaio

Table 3.3. In-hospital mortality in the small hypothetical experiment

| <i>Treatment group</i> | <i>In-hospital mortality</i> |                           | <i>Total</i> | <i>Death rate (%)</i> |
|------------------------|------------------------------|---------------------------|--------------|-----------------------|
|                        | <i>Death</i><br>$R_i = 1$    | <i>Other</i><br>$R_i = 0$ |              |                       |
| Treated, $Z_i = 1$     | $T = 4$                      | 0                         | $m = 4$      | $\hat{r}_T = 100$     |
| Control, $Z_i = 0$     | 0                            | 4                         | $I - m = 4$  | $\hat{r}_C = 0$       |
| Total                  | 4                            | 4                         | $I = 8$      |                       |

- ▶ A Tabela 3.3 pode ser devido ao acaso?
  - ▶ É uma diferença dramática, mas há apenas  $I = 8$  pacientes.
  - ▶ O padrão da Tabela 3.3 poderia surgir facilmente apenas por acaso, se o tratamento não tivesse efeito?

# A lógica dos testes de hipóteses

- ▶ Para testar a hipótese nula de ausência de efeito tratamento, supomos, provisoriamente, apenas por uma questão de argumento, que isso é verdade.
- ▶ Supor que a hipótese nula seja verdadeira ao testar essa hipótese não tem nada a ver com acreditar que a hipótese nula é verdadeira.
  - ▶ Hipóteses nulas não são o tipo de coisa em que você acredita ou não, e, em qualquer caso, a **crença não tem papel aqui**.
  - ▶ Testar uma hipótese nula pergunta se os dados que vimos - aqui, a Tabela 3.3 - **fornecem fortes evidências** de que a hipótese nula é falsa ou, alternativamente, se os dados que vimos fornecem pouca orientação sobre se a hipótese nula é verdadeira ou falsa.

# A lógica dos testes de hipóteses

- ▶ A lógica dos testes de hipóteses pergunta: se a hipótese nula fosse verdadeira, veríamos uma tabela como a Tabela 3.3?
  - ▶ Obviamente, poderíamos ver uma tabela como a Tabela 3.3 (é uma possibilidade lógica), mas é altamente improvável?
- ▶ Se a hipótese nula de nenhum efeito do tratamento fosse verdadeira em um experimento aleatorizado com  $m = 4$  pessoas escolhidas aleatoriamente de  $I = 8$  pessoas, qual é a chance de vermos  $T = 4$  ou mais mortes no grupo tratado na Tabela 3.3?

## A distribuição da estatística de teste $T$ quando a hipótese nula é verdadeira

- ▶ Se a hipótese nula de nenhum efeito for verdadeira, então  $r_{T_i} = r_{C_i}$ , então para todos os  $I = 8$  pacientes,  $R_i = r_{C_i}$ .
- ▶ Se a hipótese fosse verdadeira, saberíamos pelos **dados observados** que  $r_{C_1} = 0$ ,  $r_{C_2} = 1$ ,  $r_{C_3} = 1$ ,  $r_{C_4} = 0$ ,  $r_{C_5} = 0$ ,  $r_{C_6} = 1$ ,  $r_{C_7} = 0$ ,  $r_{C_8} = 1$ .
- ▶ Além disso, se a hipótese fosse verdadeira, saberíamos que alterar os tratamentos que os pacientes receberam não alteraria suas respostas.
- ▶ Em geral, se a hipótese nula fosse verdadeira, então  $T = \sum_{i=1}^8 Z_i r_{C_i}$ , portanto, sabemos o que  $T$  teria sido em cada uma das 70 situações da Tabela 3.2.

# A distribuição da estatística de teste $T$ quando a hipótese nula é verdadeira

Table 3.4. Abbreviated null distribution of  $T$  in the small hypothetical randomized experiment

| Assignment | Probability | $T$ | Responses under the hypothesis of no effect |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |
|------------|-------------|-----|---|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|            |             |     | $R_1 = 0 = r_{C1}$                          | $R_2 = 1 = r_{C2}$ | $R_3 = 1 = r_{C3}$ | $R_4 = 0 = r_{C4}$ | $R_5 = 0 = r_{C5}$ | $R_6 = 1 = r_{C6}$ | $R_7 = 0 = r_{C7}$ | $R_8 = 1 = r_{C8}$ |
|            |             |     | Treatment indicators                        |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |
|            |             |     | $Z_1$                                       | $Z_2$              | $Z_3$              | $Z_4$              | $Z_5$              | $Z_6$              | $Z_7$              | $Z_8$              |
| 1          | 1/70        | 2   | 1   | 1                  | 1                  | 1                  | 0                  | 0                  | 0                  | 0                  |
| 2          | 1/70        | 2   | 1   | 1                  | 1                  | 0                  | 1                  | 0                  | 0                  | 0                  |
|            |             |     |   | ⋮                  |                    |                    |                    |                    |                    |                    |
| 44         | 1/70        | 4   | 0   | 1                  | 1                  | 0                  | 0                  | 1                  | 0                  | 1                  |
|            |             |     |   | ⋮                  |                    |                    |                    |                    |                    |                    |
| 70         | 1/70        | 2   | 0   | 0                  | 0                  | 0                  | 1                  | 1                  | 1                  | 1                  |

## A distribuição da estatística de teste $T$ quando a hipótese nula é verdadeira

- ▶ A Tabela 3.5 é a distribuição da estatística de teste  $T$  quando a hipótese nula de nenhum efeito é verdadeira e desempenha um papel importante no teste da hipótese nula.
  - ▶ É a distribuição de  $T$  sob a hipótese nula em um experimento aleatorizado no qual  $m = 4$  de  $I = 8$  pacientes foram escolhidos aleatoriamente para tratamento, com respostas observadas  $R_1 = 0$ ,  $R_2 = 1$ ,  $R_3 = 1$ ,  $R_4 = 0$ ,  $R_5 = 0$ ,  $R_6 = 1$ ,  $R_7 = 0$ ,  $R_8 = 1$ .
- ▶ A Tabela 3.5 é construída a partir de duas premissas e uma atividade.
  1. A primeira premissa é que atribuímos tratamentos usando números verdadeiramente aleatórios; essa premissa produz probabilidades,  $1/70$ .
  2. A segunda premissa é que a hipótese de nenhum efeito de tratamento é verdadeira, para que possamos deduzir o valor de  $T$  em todas as atribuições de tratamento possíveis a partir das **respostas que observamos**.
  3. A atividade é contar em uma tabela com 70 linhas, em nosso caso, a Tabela 3.4.



# A distribuição da estatística de teste $T$ quando a hipótese nula é verdadeira

Table 3.5. The distribution of  $T$  when the null hypothesis is true

| $t$                         | Possible values $t$ of $T$ |       |       |       |      | Total |
|-----------------------------|----------------------------|-------|-------|-------|------|-------|
|                             | 0                          | 1     | 2     | 3     | 4    |       |
| Number of rows with $T = t$ | 1                          | 16    | 36    | 16    | 1    | 70    |
| $\Pr(T = t)$                | 1/70                       | 16/70 | 36/70 | 16/70 | 1/70 | 1     |
| $\Pr(T \geq t)$             | 70/70                      | 69/70 | 53/70 | 17/70 | 1/70 |       |

- ▶  $T \geq 4$  é muito demais para ser “devido ao acaso”.
- ▶ Como observamos  $T \geq 4$  e  $T \geq 4$  é improvável quando a hipótese nula de nenhum efeito for verdadeira, dizemos que a Tabela 3.3 constitui evidência bastante forte contra a hipótese nula em nosso pequeno experimento aleatório.

## Valor- $P$

- ▶ A quantidade calculada,  $\Pr(T \geq t) = 1/70$ , é conhecida como o valor- $P$  unilateral ao testar a hipótese nula de ausência de efeito.
- ▶ Se o valor- $P$  é **pequeno**, então o valor da estatística de teste  $T$  tão grande ou mais que o valor observado, aqui 4, **seria improvável** se a hipótese nula fosse verdadeira.
  - ▶ Valor- $P$  pequeno conta como evidência contra a hipótese nula.
- ▶ Por uma convenção arbitrária e bem entranhada, o valor- $P$  de 0,05 ou menos é julgado pequeno, e valor- $P$  acima de 0,05 é julgado não pequeno.

# Rejeitando ou aceitando a hipótese nula

- ▶ Diz-se às vezes que uma hipótese nula é “rejeitada” se o valor- $P$  está abaixo de algum ponto de corte  $\alpha$ , convencionalmente  $\alpha = 0,05$ , e “aceita” de outra forma.
  - ▶ Diríamos que a Tabela 3.3 nos levou a rejeitar a hipótese de nenhum efeito no nível  $\alpha = 0,05$ .
- ▶ Essa maneira de falar tem um papel útil, mas também é fonte de mais do que um pouco de confusão.
  - ▶ O papel útil decorre da necessidade de falar de cometer um erro no teste de hipóteses, da necessidade de manter a frequência dos erros sob controle.
  - ▶ Por exemplo, um erro é descrito como “rejeitar falsamente uma hipótese nula verdadeira”.
  - ▶ A confusão deriva dos termos “aceitar” e “rejeitar”.

## Rejeitando ou aceitando a hipótese nula

- ▶ “Rejeitar falsamente uma verdadeira hipótese nula” é uma maneira admiravelmente concisa, mas imprecisa, de dizer “alegar ter fornecido evidências relativamente fortes contra uma hipótese nula quando a hipótese é de fato verdadeira”.
  - ▶ Isso costuma ser chamado de “erro tipo 1” e mais sugestivamente chamado de “falsa rejeição” ou, às vezes, “falsa descoberta”.
- ▶ Paralelamente, “aceitar falsamente uma hipótese nula falsa” é uma maneira concisa, mas bastante enganosa, de dizer “não fornecer muitas evidências de uma maneira ou de outra sobre se uma hipótese nula é verdadeira”.
  - ▶ Isso geralmente é chamado de “erro tipo 2” e pode ser mais sugestivamente chamado de “falha em fornecer muitas evidências”.

## Rejeitando ou aceitando a hipótese nula

- ▶ É um erro enorme e imperdoável interpretar “aceitar uma hipótese nula” como evidência de que a hipótese nula é verdadeira.
  - ▶ “Aceitar uma hipótese nula” significa deixar de fornecer muita evidência sobre se é verdadeira ou falsa.
- ▶ Se você quisesse fornecer fortes evidências de que o tratamento agressivo e o tratamento menos agressivo diferiam desprezivelmente em seus efeitos, então você não faria isso “aceitando a hipótese nula”.

## Teste exato de Fisher: a “base racional para inferência”

- ▶ O teste na Tabela 3.5 é geralmente chamado de “teste exato de Fisher” para uma tabela  $2 \times 2$  e foi introduzido no capítulo 2 do livro de Fisher de 1935, **Design of Experiments**.
- ▶ O nome popular, “teste exato de Fisher”, não transmite os aspectos do teste que interessaram a Fisher.
- ▶ A palavra “exato” significa que a distribuição na Tabela 3.5 é exatamente a distribuição da estatística de teste  $T$  em um experimento completamente aleatorizado quando a hipótese nula de Fisher é verdadeira.
  - ▶ Ou seja, a Tabela 3.5 é exatamente a distribuição nula de  $T$ , e não uma aproximação à sua distribuição nula.
- ▶ As aproximações são amplamente usadas em inferência estatística e, em geral, quando essas aproximações são bem projetadas, elas funcionam bem.
  - ▶ (Voltaremos a este tópico nas próximas aulas).

# Teste exato de Fisher: a “base racional para inferência”

- ▶ No capítulo 2 de seu **Design of Experiments**, Fisher falou da aleatorização em experimentos como a “**base racional da inferência**” nos experimentos.
  - ▶ Ele estava tentando transmitir duas coisas, uma sobre sua hipótese nula de nenhum efeito e a outra sobre a origem das distribuições de probabilidade.

# Teste exato de Fisher: a “base racional para inferência”

- ▶ A hipótese de Fisher de nenhum efeito de tratamento é uma hipótese nula que **fala diretamente** sobre os **efeitos causados** pelos tratamentos.
  - ▶ Especificamente, a hipótese nega que exista algum efeito, portanto, alterar o tratamento que uma pessoa recebe não altera a resposta da pessoa.
- ▶ Diferentemente das hipóteses sobre parâmetros nos modelos estatísticos, a hipótese nula de Fisher está falando direta e claramente sobre o aspecto mais básico da questão científica que motivou o experimento: o tratamento causou algum efeito?
  - ▶ Existe alguma evidência convincente de que o tratamento seja ativo para produzir algum efeito?



# Teste exato de Fisher: a “base racional para inferência”

- ▶ De onde vêm as distribuições de probabilidade?
  - ▶ Como sabemos que o modelo de probabilidade usado em uma análise estatística específica é o modelo correto, ou um modelo razoável?
- ▶ A distribuição nula na Tabela 3.5 foi derivada dos lançamentos de moedas que designavam os pacientes para tratamento ou controle - não há nada especulativo sobre isso.
- ▶ Você pode negar a correção da distribuição da aleatorização apenas acusando os investigadores de mentirem sobre a maneira como eles conduziram seu experimento e realizaram sua análise: se eles não estavam mentindo, se eles realmente utilizaram aleatorização, então a **distribuição da aleatorização** é a distribuição nula correta para  $T$  na Tabela 3.5.
- ▶ De onde veio a distribuição nula de Fisher?
  - ▶ Da moeda na mão de Fisher.

# Comparando tratamentos no estudo ProCESS

# Testando a hipótese de ausência de efeito de tratamento

```
ProCESS <- matrix(c(92, 81, 347, 365), 2, 2)
fisher.test(ProCESS, alternative = "greater")
```

```
##
## Fisher's Exact Test for Count Data
##
## data: ProCESS
## p-value = 0.1676
## alternative hypothesis: true odds ratio is greater than 1
## 95 percent confidence interval:
##  0.8911298      Inf
## sample estimates:
## odds ratio
##  1.194477
```

# Testando a hipótese de ausência de efeito de tratamento

- ▶ Para o estudo ProCESS, descobrimos que a Tabela 3.1 não seria digna de nota se a hipótese de Fisher fosse verdadeira.
- ▶ Nesse sentido, a hipótese de Fisher não é contradita pelos resultados do estudo ProCESS.
- ▶ Descobrir que a Tabela 3.1 não seria digna de nota se a hipótese fosse verdadeira é descobrir que **há uma ausência de evidência contra a hipótese**;
  - ▶ No entanto, uma ausência de evidência contra a hipótese não é, por si só, evidência de que a hipótese é verdadeira.

# Testando a hipótese de ausência de efeito de tratamento

- ▶ De fato, nunca podemos ter evidências de que a hipótese de Fisher seja verdadeira, mas poderíamos ter fortes evidências de que ela é falsa.
- ▶ Afirmar que a hipótese de Fisher é verdadeira é dizer que nenhum paciente foi beneficiado e nenhum foi prejudicado pelo protocolo agressivo e, em particular, que o paciente  $i = 17$ , Harry, não sobreviveu porque recebeu o protocolo agressivo;
  - ▶ No entanto, como vimos várias vezes, não estamos e não podemos estar em posição de fazer tais alegações sobre pacientes individuais.

# Avisos

- ▶ **Para casa:** Ler o Capítulo 4 do livro do Paul R. Rosenbaum.
  - ▶ Ler o artigo “Statistics and Causal Inference” do Paul Holland.
- ▶ **Próxima aula:** Discussão do Capítulo 4 do livro do Paul R. Rosenbaum.
  - ▶ A discussão deste capítulo será condizida pelos estudantes da turma.
  - ▶ Ver Cap. 1 do livro “**Statistics: a guide to the unknown**”.

# Por hoje é só!

