MAT02018 - Estatística Descritiva

Medidas de tendência central (continuação)

Rodrigo Citton P. dos Reis
citton.padilha@ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Estatística

Porto Alegre, 2021

Mediana

Mediana

- A **mediana**, geralmente representada por md, é o valor de x, em uma **série ordenada de dados**, que divide a série em dois subgrupos de igual tamanho.
- Considere que observamos as notas de cinco alunos:
    - André: nota 5,0;
    - Carla: nota 5,5;
    - Eliana: nota 8,5;
    - Júlio: nota 7,0;
    - Pedro: nota 8,0.

Mediana

- Para obter a mediana desde conjunto de dados, primeiro ordenamos de maneira crescente as notas observadas:

$$5,0; 5,5; 7,0; 8,0; 8,5$$

- A mediana é o valor que está no centro, ou seja, $7,0$[1].
- Como interpretação, temos que metade das notas da turma estão abaixo de 7, e metade estão acima de 7.

[1] A mediana é também definida por alguns autores como o **valor que ocupa a posição central** de um **conjunto de dados ordenados**.

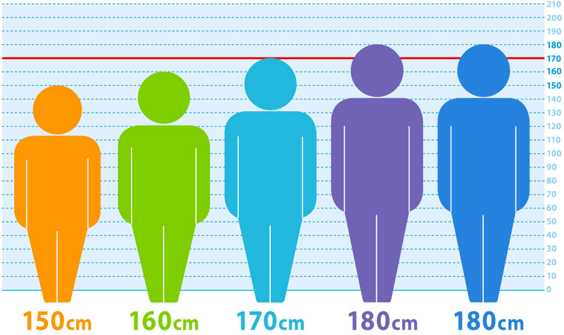
Mediana

- Uma característica importante da mediana é a de que ela **não é afetada** pelos extremos da série.
- No exemplo anterior, se observássemos a nota $3,5$ para o aluno André e $9,0$ para a aluna Eliana, a mediana continuaria sendo o valor $7,0$:

$$3,5; 5,5; 7,0; 8,0; 9,0$$

Mediana

- Para calcular a mediana, **ordenamos os dados** para que se possa identificar em que posição ela se localiza.



Mediana

- Em grandes conjuntos de dados, a **posição da mediana**, ou seja, a posição central na versão ordenada deste conjunto, é encontrada facilmente por intermédio do seguinte cálculo:

$$\frac{n+1}{2}.$$

- **Exemplo:** em uma amostra de 35 medidas de estatura ($n = 35$), a mediana é o o valor que encontra-se no $(35+1)/2 = 18$ da **série dos dados ordenados**[2].

[2] Lembre: para encontrarmos a mediana de uma distribuição é necessário ordenarmos os dados do conjunto observado.

Mediana

- Quando o conjunto contiver um **número par** de elementos, a **mediana é a média dos dois valores centrais** (do cojunto ordenado).
  - Assim, se observamos os seguintes valores para uma certa variável:

$$1, 3, 7, 98$$

- A mediana está na posição 2,5[3], e portanto, a mediana é a média dos valores centrais $md = (3 + 7)/2 = 5$[4].

[3] De maneira mais formal, a mediana está entre as posições 2 e 3 da série de dados ordenados.

[4] **Sua vez!** Calcule a mediana de altura da sua casa.

Mediana em tabelas de frequências com agrupamento simples

- Considere mais uma vez o exemplo do **número de carburadores** em um conjunto de 32 modelos de automóveis.

Número de carburadores (x_i)	n_i
1	7
2	10
3	3
4	10
6	1
8	1
Total	32

Mediana em tabelas de frequências com agrupamento simples

- Note que os valores já estão ordenados.
- Como o conjunto possui **32** elementos, e portanto n **é par**, a fórmula $(n+1)/2 = (32+1)/2$ nos diz que a mediana está entre as posições 16 e 17.
  - A mediana será a média dos valores destas duas posições.
- A frequência acumulada (n_{ac}) pode nos ajudar.

Mediana em tabelas de frequências com agrupamento simples

Número de carburadores (x_i)	n_i	n_{ac}
1	7	7
2	10	17
3	3	20
4	10	30
6	1	31
8	1	32
Total	32	-

Mediana em tabelas de frequências com agrupamento simples

- Percebemos que ambas as posições assumem o valor 2, e assim, $md = (2+2)/2 = 2$.

Mediana em tabelas de frequências com agrupamento simples

- Uma forma alternativa para se obter a mediana quando os dados estão agrupados é usar a frequência acumulada relativa (f_{ac}).
- O valor de x para o qual $f_{ac} = 0,5$ é a mediana, pois metade dos valores é igual ou menor $f_{ac}^{-1}(x)$.

Número de carburadores (x_i)	n_i	n_{ac}	f_i	f_{ac}
1	7	7	0,22	0,22
2	10	17	0,31	0,53
3	3	20	0,09	0,62
4	10	30	0,31	0,94
6	1	31	0,03	0,97
8	1	32	0,03	1,00
Total	32	-	1,00	-

Mediana em tabelas de frequências com agrupamento simples

- Na tabela acima, % são iguais ou menores que 1 e % são iguais ou menores do que 2; logo, a mediana é 2.

Mediana em tabelas de frequências com dados agrupados por intervalos

Quando os dados estiverem organizados em intervalos de classe, os valores individuais não podem ser identificados.

Nesse caso, pode-se **estimar** a mediana usando a seguinte expressão:

$$md = LIR_{md} + h\left(\frac{n/2 - n_{ac}^{(ant)}}{n_{md}}\right),$$

em que

- LIR_{md}: limite inferior real do intervalo que contém a mediana;
- h: amplitude do intervalo;
- n: tamanho da amostra;
- $n_{ac}^{(ant)}$: frequência absoluta acumulada no intervalo anterior ao que contém a mediana;
- n_{md}: frequência absoluta simples no intervalo que contém a mediana.

Mediana em tabelas de frequências com dados agrupados por intervalos

- Assim, como nos casos anteriores, o primeiro passo é encontrar a posição do valor central do conjunto de dados ordenados pela fórmula $(n+1)/2$, e em seguida, encontrar a classe em que a mediana se encontra utilizando a frequência acumulada.
- Como exemplo, utilizaremos os dados de idades de 30 crianças de uma escola.

Idade (anos)	n_i	n_{ac}
5,5 $\vdash$ 6,5	1	1
6,5 $\vdash$ 7,5	20	21
7,5 $\vdash$ 8,5	7	28
8,5 $\vdash$ 9,5	2	30
Total	30	-

Mediana em tabelas de frequências com dados agrupados por intervalos

- Neste exemplo, a mediana está entre as posições **15** e **16**, pois $(30+1)/2 = 15,5$.
- Esse valor encontra-se no intervalo $6,5 \vdash 7,5$, porque ali estão desde o 2º até o 20º valor deste conjunto de dados (ordenados).
- Então, estima-se a idade mediana como:

$$md = 6,5 + 1,0 \times \left(\frac{30/2 - 1}{20}\right) = 7,2.$$

- Este resultado nos informa que metade das crianças desta escola, que coletamos informação, tem idade superior a 7,2 anos.
- **Sua vez!** Calcule a mediana do **Teste de Desempenho Escolar** (TDE; exercício da aula passada).

Moda

Moda

- A **moda** é o **valor mais frequente** (que apresenta a maior frequência) de uma série de valores[5].
- **Exemplo:** considere que em uma certa quadra da cidade observamos as cores das faixadas das casas:

amarela, laranja, laranja, amarela, verde, amarela, laranja, verde, laranja, laranja

- A cor laranja é a **moda** nesta quadra, pois apresenta a maior frequência (5).

[5] Note que esta medida de tendência central se aplica a dados qualitativos, pois se refere às frequências da distribuição. Já a média se aplica apenas para dados quantitativos. Pense por um minuto na média da variável *cor dos olhos*. Faz algum sentido?

Moda

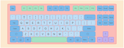
- **Exemplo:** considere novamente o exemplo do número de carburadores.
  - Temos que 10 carros apresentam dois carburadores e 10 carros apresentam quatro carburadores.
  - Assim, temos **duas modas**, ou dizemos que a distribuições do **número de carburadores** é **bimodal**, com uma moda em **2** e outra em **4**.

Moda

- Quando os dados estão apresentados em intervalos de classe, costuma-se indicar um **intervalo modal**.
- No exemplo de **milhas por galão** a classe $14,3 \vdash 18,2$ é o intervalo modal, pois apresenta maior frequência (10).
- **Sua vez!** Encontre o intervalo modal do exemplo do **Teste de Desempenho Escolar** (TDE; exercício da aula passada).

ComplementaR

ComplementaR



Esta seção é complementar. São apresentadas algumas poucas funções em R relacionadas a discussão da aula. Para tal, vamos utilizar o exemplo original de (BUSSAB; MORETTIN, 2017) sobre os dados dos empregados da seção de orçamentos da Companhia MB. A planilha eletrônica correspondente encontra-se no arquivo `companhia_mb.xlsx`. Vamos começar carregando os dados para o R. Existem várias formas de se carregar **arquivos de dados** em diferentes no R. Como arquivo de interesse encontra-se no formato do Excel (xlsx), vamos utilizar a função `read_excel` do pacote `readxl`[6].

[6] Caso você não tenha o pacote, instale-o: `install.packages("readxl")`.

ComplementaR

```
# install.packages("readxl")
library(readxl)

dados <- read_excel(path = "companhia_mb.xlsx")
```

```
class(dados) # classe do objeto dados
```

```
## [1] "tbl_df"     "tbl"        "data.frame"
```

```
dim(dados) # dimensão do objeto dados
```

```
## [1] 36  7
```

- Note que o objeto dados é uma tabela de dados bruto.

```
head(dados) # apresenta as primeiras linhas do objeto dados
```

ComplementaR

```
## # A tibble: 6 x 7
##       N `Estado Civil` `Grau de Instruçã~ `N de Filhos` `Salario (x Sal M~ I
##   <dbl> <chr>          <chr>                      <dbl>              <dbl> <
## 1     1 solteiro       ensino fundamental            NA               4
## 2     2 casado         ensino fundamental             1               4.56
## 3     3 casado         ensino fundamental             2               5.25
## 4     4 solteiro       ensino médio                  NA               5.73
## 5     5 solteiro       ensino fundamental            NA               6.26
## 6     6 casado         ensino fundamental             0               6.66
```

- A função mean calcula a média aritmética de um conjunto de dados.

```
mean(dados$Idade)
```

```
## [1] 34.58333
```

```
mean(dados$`Salario (x Sal Min)`)
```

```
## [1] 11.12222
```

ComplementaR

- No caso em que a variável possui **dados ausentes**, como é o caso da variável *número de filhos*, precisamos utilizar o argumento `na.rm = TRUE` para remover os dados ausentes do conjunto antes de calcular a média.

```
mean(dados$`N de Filhos`, na.rm = TRUE)
```

```
## [1] 1.65
```

- A mediana de um conjunto de dados pode ser obtida utilizando a função `median`.

```
median(dados$Idade)
```

```
## [1] 34.5
```

```
median(dados$`Salario (x Sal Min)`)
```

```
## [1] 10.165
```

```
median(dados$`N de Filhos`, na.rm = TRUE)
```

```
## [1] 2
```

ComplementaR

- A moda pode ser obtida observando-se a maior frequência em uma tabela de frequências.

```
table(dados$`Estado Civil`)
```

```
##
##    casado solteiro
##        20       16
```

- Casado é a moda na seção de orçamentos da Companhia MB. Outra possibilidade é recuperar a maior frequência do vetor de frequências utilizando a função `which.max`.

```
which.max(table(dados$`Região de Procedência`))
```

```
## outra
##     3
```

```
which.max(table(dados$`N de Filhos`))
```

```
## 2
## 3
```

Para casa

1. Resolver os exercícios 1 a 3 do Capítulo 8.5 do livro **Fundamentos de Estatística**[7] (disponível no Sabi+).
2. Para o seu levantamento estatístico, calcule médias, modas e medianas, de acordo com a classificação das variáveis. Compartilhe no Fórum Geral do Moodle.

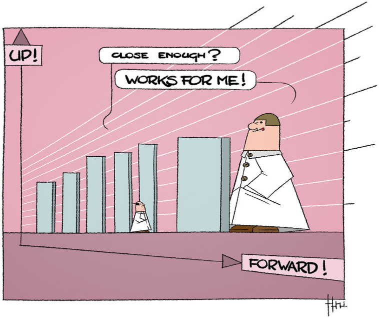
[7] Vieira, S. **Fundamentos de Estatística**, Atlas, 2019, p. 135-136.

Próxima aula

- Médias ponderada, geométrica e harmônica.

Por hoje é só!

Bons estudos!



BUSSAB, W. de O.; MORETTIN, P. A. **Estatística básica**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.