

MAT02018 - Estatística Descritiva

Números índices

Rodrigo Citton P. dos Reis
citton.padilha@ufrgs.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Porto Alegre, 2022

Apresentação

Apresentação

- ▶ Neste conjunto de notas de aulas, faremos uma breve introdução ao tema de **números índices**, geralmente utilizados para descrever a situação econômica ao longo do tempo.
- ▶ Veremos que a construção dos números índices está fortemente ligada a conceitos de estatística descritiva já apresentados neste curso.

Introdução

Introdução

- ▶ Por **índice**, às vezes, quer-se dizer coisas bem diferentes.
- ▶ Em **Estatística**, como em muitas outras áreas, é sinônimo de **variação relativa** na variável de interesse.
- ▶ Em **Economia**, há índices de preços, quantidades e valor dos bens, de custo de vida, de (des)emprego, de bolsas de valores, de concentração dos mercados, de monopólio de empresas, de importação e exportação.
- ▶ Em **Administração**, índices de produção, de liquidez (corrente e seco), velocidade de vendas, lucratividade e endividamento possibilitam avaliar a saúde financeira das empresas.
- ▶ Em **Administração Pública**, diversos índices permitem avaliar a qualidade de vida, a permanência ou evasão escolar, o nível de criminalidade e o padrão de saúde das populações.
- ▶ E há mais, bem mais, em **Engenharia**, **Física**, **Medicina** (índices de fertilidade, natalidade, morbidez, mortalidade etc.), nas chamadas ciências do comportamento (**Psicologia**, **Sociologia** etc.) e em **Educação** (quociente de inteligência, coeficiente de aprovação etc.).

Introdução

- ▶ No sentido mais simples do termo, podemos dizer que um **número índice** é um quociente que expressa uma dada quantidade em comparação a uma **quantidade base**.
- ▶ Em outras palavras, são **valores relativos**.
- ▶ No entanto devemos considerar dois casos:
 1. Quando o objetivo de comparação refere-se a **um único** produto ou serviço (**índice simples/elementar**).
 2. Quando se refere a um **conjunto** de produtos e de serviços (**índice agregativo/geral**).

Introdução

- ▶ No primeiro caso não temos propriamente um problema de números índices, já que não envolve a **questão da agregação** de bens e serviços.
 - ▶ Trata-se somente de uma forma alternativa de se fazer comparações em termos relativos.

Introdução

- **Exemplo (único produto):** a evolução das compras mensais de arroz (em kg), bem como do preço pago por kg, por parte de um supermercado, é apresentada na tabela a seguir.

Tabela 1: Evolução das compras mensais de arroz

Período (t)	Quantidade (kg)	Preço ($u.m./kg$)	Valor total ($u.m.$)
Mês 0	800	1,00	796,89
Mês 1	1000	1,09	1094,82
Mês 2	900	1,21	1092,99
Mês 3	1050	1,24	1300,35

Introdução

- ▶ Se desejarmos saber qual a evolução da quantidade, do preço e do valor total gasto em arroz com base de comparação o mês 0, basta tomarmos como divisor os respectivos valores do mês zero.

Relativos (notação)

- ▶ Utilizaremos a notação $p_t (q_t, v_t)$ para indicar o **preço (quantidade, valor)** no período t .
 - ▶ Assim, o **relativo** do preço (**quantidade, valor**) pode ser definido como $p_t/p_0 (q_t/q_0, v_t/v_0)$ quando o período base for o período $t = 0$.
- ▶ Por convenção, os resultados são multiplicados por 100.

Introdução

Tabela 2: Evolução das compras mensais de arroz (relativos ao mês 0)

Período (t)	Quantidade	Preço	Valor total
Mês 0	100,0	100,00	100,00
Mês 1	125,0	109,91	137,39
Mês 2	112,5	121,92	137,16
Mês 3	131,2	124,33	163,18

Introdução

A **interpretação** dos números apresentados na tabela acima é direta. Assim, se considerarmos a coluna referente a quantidade:

- ▶ o número 125 significa que houve 25% de aumento ($1,25 - 1,00 = 0,25$) na compra de arroz no mês 1 relativamente ao mês 0;
- ▶ no mês 2 verificamos 12,5% de aumento com relação ao mês 0, e assim por diante.
- ▶ **sua vez:** qual a variação percentual do mês 3 em relação ao mês 0?

Introdução

- ▶ **Exemplo (conjunto de produtos):** considere cinco produtos usualmente consumidos por uma pessoa.
 - ▶ Os preços vigentes em dois períodos distintos de tempo estão apresentados na tabela a seguir.

Tabela 3: Preços vigentes de cinco produtos

Produtos	Mês 0 (<i>u.m.</i>)	Mês 1 (<i>u.m.</i>)
Arroz (kg)	1,98	2,10
Leite (L)	1,99	2,08
Pão francês (u)	0,90	0,95
Cigarro (maço)	7,00	7,50
Cerveja (garrafa)	5,99	6,99

Introdução

- ▶ Se desejamos saber qual foi a **variação de preços** de um período com relação ao outro, duas soluções são possíveis e serão apresentadas nas próximas duas seções.

Índice agregativo simples

Índice agregativo simples

- Representando por p_0^i e p_1^i os preços do produto i ($i = 1, 2, \dots, n$), respectivamente, no **período 0 (período-base)** e **1 (período atual)**¹, a expressão formal do **índice agregativo simples** (também conhecido como **Índice de Dutot**) é:

$$I_{01}^{as} = \frac{\sum_{i=1}^n p_1^i}{\sum_{i=1}^n p_0^i},$$

ou seja, somamos os preços dos produtos, sem ponderações, tanto para o período-base como para o período atual, e dividimos um pelo outro².

¹Se o produto 1 representa o arroz, então $p_0^1 = 1,98$ e $p_1^1 = 2,1$; se o produto 2 é o leite, então $p_0^2 = 1,99$ e $p_1^2 = 2,08$; e assim respectivamente para os demais produtos.

²Note que I_{01}^{as} é o **relativo das médias** de preços do mês 1 com respeito ao mês 0.

Índice agregativo simples

- ▶ Aplicando a fórmula do I^{as} aos valores dos preços dos cinco produtos, temos que $\sum_{i=1}^5 p_0^i = 17,86$ e $\sum_{i=1}^5 p_1^i = 19,62$, e o portanto, o índice agregativo simples é:

$$I_{01}^{as} = \frac{17,86}{19,62} = 1,10,$$

isto é, os preços do conjunto de cinco produtos apresentados no último exemplo acusaram 10% de aumento no mês atual com relação ao mês-base.

Índice agregativo simples

- ▶ Note que o I^{as} é influenciado pela unidade de medida que estão expressos os preços.
- ▶ Se substituirmos apenas o preço da cerveja em u.m. por meia garrafa, teremos 2,99 u.m. para o mês 0 e 3,49 u.m. para o mês 1.
- ▶ Mantendo os mesmos preços para os demais produtos, o I^{as} é:

$$I_{01}^{as} = \frac{14,87}{16,13} = 1,08.$$

- ▶ Notamos que o aumento apurado é 8% no mês atual com relação ao mês-base.

Índice de preços de Sauerbeck

Índice de preços de Sauerbeck

- ▶ A influência pela unidade de medida expressa no preço no índice agregativo simples é sanada pelo **índice de preços de Sauerbeck**.
- ▶ Este nada mais que a **média (aritmética simples) dos relativos** de preços. Portanto temos:

$$I_{01}^S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_1^i}{p_0^i} \right).$$

Índice de preços de Sauerbeck

- ▶ Na tabela a seguir calculamos os relativos dos preços do mês 1 em relação ao mês 0 para cada um dos cinco produtos do exemplo apresentado anteriormente.

Tabela 4: Relativos de preços (cinco produtos)

Produtos	Mês 0 (<i>u.m.</i>)	Mês 1 (<i>u.m.</i>)	p_1^i/p_0^i
Arroz (kg)	1,98	2,10	1,061
Leite (L)	1,99	2,08	1,045
Pão francês (u)	0,90	0,95	1,056
Cigarro (maço)	7,00	7,50	1,071
Cerveja (garrafa)	5,99	6,99	1,167

Índice de preços de Sauerbeck

- ▶ Aplicando a fórmula do Índice de preços de Sauerbeck aos relativos de preços da última coluna da tabela acima, obtemos:

$$I_{01}^S = \frac{5,4}{5} = 1,08,$$

isto é, o aumento médio dos preços dos cinco produtos foi da ordem de 8% no mês atual relativamente ao mês-base.

Índice de preços de Sauerbeck

Observações

- ▶ O índice de preços de Sauerbeck não é afetado pelas unidades de medidas em que estão expressos os preços
 - ▶ **Sua vez:** recalcule o I_{01}^S utilizando o preço referente a meia garrafa de cerveja.
- ▶ Todos os produtos têm a mesma importância relativa dentro do conjunto de bens e serviços no cálculo do I_{01}^S .
- ▶ Poderemos obter diferentes resultados se utilizarmos outros conceitos de média.
 - ▶ **Sua vez:** calcule a média harmônica (H_{01}) e a média geométrica (G_{01}) dos relativos de preços dos cinco produtos do exemplo. Utilize quatro casas decimais para concluir que $H_{01} \leq G_{01} \leq I_{01}^S$.

Próxima aula

- ▶ Principais fórmulas de cálculo de números índices.

Bons estudos!

