MAT02025 - Amostragem 1

AAS: estimação de proporções para classificações em mais de duas categorias e proporções em subpopulações

Rodrigo Citton P. dos Reis citton.padilha@ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul Instituto de Matemática e Estatística Departamento de Estatística

Porto Alegre, 2023



Proporções: duas ou mais categorias

- Até o momento foi tratado o caso em que temos uma variável dicotômica (ou dicotomizada), resultando na classificação da população em duas categorias.
- Muitas vezes temos a necessidade de definir uma classificação com mais de duas categorias.

Por exemplo,

- Estudar a distribuição por faixas etárias de um grupo de pessoas.
 - ► 18-24; 25-44; 45-64; 65+
- Estudar a classificação econômica das empresas de determinado país.
 - Do Setor primário; secundário; ou terciário.
 - Empresa do tipo extrativista; agropecuária; industrial; comercial; serviços.
- Estimar a intenção de voto das chapas do DCE em uma eleição com mais de 2 chapas, além das possibilidades de voto em branco ou nulo ou, ainda, eleitores indecisos.
 - ► Intenção de voto na Chapa 1; Chapa 2; ... ; Chapa 6.

Nesses casos, há interesse de estimar a proporção de unidades em cada uma das possíveis categorias e a respectiva precisão.

Exemplo: seja uma escola com 1.000 alunos distribuídos entre as 9 etapas do ensino fundamental.

Etapa de ensino	Alunos	Proporção		
1° ano	110	0,110		
2° ano	108	0,108		
3° ano	110	0,110		
4° ano	115	0,115		
5° ano	104	0,104		
6° ano	119	0,119		
7° ano	116	0,116		
8° ano	107	0,107		
9° ano	111	0,111		
Total	1.000	1,000		

Para este exemplo, podemos pensar na seguinte notação:

➤ X é uma característica (um atributo, ou classificação) que assume os seguintes valores

$$X = \left\{ \begin{array}{l} C_1, & \text{se aluno do } 1^{\text{o}} \text{ ano} \\ C_2, & \text{se aluno do } 2^{\text{o}} \text{ ano} \\ \vdots & \vdots \\ C_9, & \text{se aluno do } 9^{\text{o}} \text{ ano} \end{array} \right.$$

▶ Gostaríamos de estimar $P_1, P_2, ..., P_9$, em que P_j é a proporção populacional de unidades na classe C_j .

- Observe que, para calcular as proporções em cada uma das categorias, na verdade o que se faz é atribuir o valor 1 às unidades da categoria em questão e o valor 0 para as unidades pertencentes às demais categorias.
- Em outras palavras, se a variável tem m categorias é como se fossem m problemas com duas categorias.
- A proporção de unidades da população pertencentes à categoria $C \in \{1, 2, ..., m\}$, é dada por:

$$P_C = \frac{A_C}{N}$$

em que A_C é o **número de unidades na categoria** C **na população** e N é o tamanho total da população.

► Seja uma amostra aleatória simples de tamanho *n* e seja a variável indicadora *Y_i* definida como:

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{se a unidade } i \text{ pertence à categoria } C; \\ 0, & \text{se a unidade } i \text{ pertence a outra categoria.} \end{cases}$$

Com tal definição pode-se ver que o número de unidades da categoria C na amostra será dado por:

$$a_C = \sum_{i=1}^n Y_i, \ C \in \{1, 2, \dots, m\}.$$

► Um estimador para a proporção de unidades populacionais pertencentes à categoria C é dado por:

$$p_C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = \frac{a_C}{n}, \ C \in \{1, 2, \dots, m\}.$$

Obeservações

- O problema foi reduzido ao caso de estimar proporções em variáveis com duas categorias.
- ▶ Pode-se obter, também, estimativas de precisão utilizando os mesmos resultados já apresentados nas aulas 17, 18 e 19.

Agrupando categorias

Agrupando categorias

Agrupando categorias

- Muitas vezes pode-se estar interessado em estimar proporções para agrupamentos das categorias originais.
- Voltando ao exemplo da escola do ensino fundamental, pode ser de interesse estudar a proporção de seus alunos que estão matriculados no primeiro segmento do ensino fundamental (1º até o 5º ano).
 - Nesse caso, seriam contabilizados como pertencentes à categoria C de interesse todos os alunos do 1º até o 5º ano, para os quais Y = 1, sendo Y = 0 para os demais alunos da escola.

Não-resposta

- Outro caso de interesse ocorre quando, na aplicação de um questionário, por exemplo, aparecem respondentes que se recusaram a responder ou, mesmo, disseram que não sabiam a resposta.
- Num caso como esse, pode-se estar interessado em estimar a proporção das pessoas que responderam determinada alternativa, entre as pessoas que efetivamente responderam a pesquisa escolhendo uma das alternativas válidas (respostas válidas, votos válidos, etc.).

Não-resposta

- Um exemplo prático seria uma pesquisa sobre a intenção de voto numa eleição com apenas duas chapas.
 - Nesse caso, o entrevistado poderia responder que votará na chapa A, na chapa B, que votará nulo ou em branco, ou não sabe em que chapa irá votar, onde apenas as duas primeiras alternativas seriam consideradas como votos válidos.

Não-resposta

Pode-se estimar a proporção para cada uma das cinco categorias iniciais (A, B, nulo, em branco, ou não sabe) ou apenas a proporção de votos válidos para cada uma das duas chapas:

$$p_A = \frac{a_A}{a_A + a_B}$$
 e $p_B = \frac{a_B}{a_A + a_B}$.

Vale notar que na expressão acima, tanto o numerador como o denominador do estimador da proporção são variáveis aleatórias, pois a população (eleitores que efetivamente vão votar em uma das duas chapas) é desconhecida. Um exemplo

Um exemplo

- ▶ O Índice de Desempenho Acadêmico da Califórnia (Academic Performance Index, API) é calculado a partir de testes padronizados administrados a alunos em escolas da Califórnia.
- ► Além dos dados de desempenho acadêmico das escolas, há uma ampla gama de variáveis socioeconômicas disponíveis.
- ▶ Os dados a seguir se referem a uma amostra aleatória simples de tamanho n = 200 de uma população de N = 6194 escolas.

```
library(survey)
data(api)

# ?apisrs
head(apisrs[,1:4])
```

```
##
                   cds stype
                                         name
                                                                      sname
## 1039 15739081534155
                              McFarland High
                                                             McFarland High
  1124 19642126066716
                           E Stowers (Cecil Stowers (Cecil B.) Elementary
## 2868 30664493030640
                           H Brea-Olinda Hig
                                                           Brea-Olinda High
## 1273 19644516012744
                           E Alameda Element
                                                         Alameda Elementary
## 4926 40688096043293
                           E Sunnyside Eleme
                                                       Sunnyside Elementary
## 2463 19734456014278
                           E Los Molinos Ele
                                                     Los Molinos Elementary
```

► As escolas podem ser classificadas como "Elementary" (E), "Middle" (M), "High School" (H).

```
(a <- table(apisrs$stype)) # a_E, a_H, a_M

##
## E H M
## 142 25 33
(p <- prop.table(a)) # p_E, p_H, p_M

##
## E H M
## 0.710 0.125 0.165</pre>
```

Podes obter estimativas do erro padrão das proporções.

```
n <- 200
N <- 6194
f <- n/N
(q <- 1 - p) # q_E, q_H, q_M

##
## E H M
## 0.290 0.875 0.835
round(ep <- sqrt( (1 - f) * ((p*q)/(n - 1)) ), 4)

##
## E H M
## ## E H M
## ## 0.0316 0.0231 0.0259</pre>
```

E também podemos obter limites de confiança (IC 95% usando a aproximação normal).

```
round(li <- p - qnorm(p = 0.975) * ep , 3)

##
## E H M
## 0.648 0.080 0.114
round(ls <- p + qnorm(p = 0.975) * ep + 1/(2*n), 3)

##
## E H M
## 0.775 0.173 0.218</pre>
```

Uma outra forma (mais direta e confiável) de se estimar estas proporções populacionais com os respectivos intervalos de confiança é utilizando o pacote survey.

```
# Estimativa da proporção de escolas
# do tipo "Elementary/Middle/High School"
# e intervalo de confiança de 95%
svyciprop(formula = ~I(stype == "E"),
          design = api.des, method = "mean")
##
                          2.5% 97.5%
## I(stype == "E") 0.710 0.648 0.77
svyciprop(formula = ~I(stype == "H"),
          design = api.des, method = "mean")
##
                            2.5% 97.5%
## I(stype == "H") 0.1250 0.0795 0.17
svyciprop(formula = ~I(stype == "M"),
          design = api.des, method = "mean")
##
                          2.5% 97.5%
## I(stype == "M") 0.165 0.114 0.22
```

A função svyciprop também possui outros métodos de construção dos ICs de P.

```
# Método xlogit
svyciprop(formula = ~I(stype == "E"),
          design = api.des, method = "xlogit")
##
                          2.5% 97.5%
## I(stype == "E") 0.710 0.644 0.77
svyciprop(formula = ~I(stype == "H"),
          design = api.des, method = "xlogit")
##
                            2.5% 97.5%
## I(stype == "H") 0.1250 0.0861 0.18
svyciprop(formula = ~I(stype == "M"),
          design = api.des, method = "xlogit")
##
                          2.5% 97.5%
## I(stype == "M") 0.165 0.120 0.22
```

I(stype == "M") 0.165 0.118 0.22

```
# Método likelihood
svyciprop(formula = ~I(stype == "E"),
          design = api.des, method = "likelihood")
##
                          2.5% 97.5%
## I(stype == "E") 0.710 0.645 0.77
svyciprop(formula = ~I(stype == "H"),
          design = api.des, method = "likelihood")
##
                            2.5% 97.5%
## I(stype == "H") 0.1250 0.0842 0.18
svyciprop(formula = ~I(stype == "M"),
          design = api.des, method = "likelihood")
                          2.5% 97.5%
##
```

O coeficiente de confiança dos ICs também podem ser especificados pela função svyciprop.

```
# TC 90%
svyciprop(formula = ~I(stype == "E"), design = api.des,
          method = "mean". level = 0.9)
##
                            5% 95%
## I(stype == "E") 0.710 0.658 0.76
svyciprop(formula = ~I(stype == "H"), design = api.des,
          method = "xlogit", level = 0.9)
##
                               5% 95%
## I(stype == "H") 0.1250 0.0916 0.17
svyciprop(formula = ~I(stype == "M"), design = api.des,
          method = "xlogit". level = 0.9)
##
                            5% 95%
## I(\text{stype} == "M") 0.165 0.127 0.21
```

I(stype == "M") 0.165 0.108 0.24

```
# IC 99%
svyciprop(formula = ~I(stype == "E"), design = api.des,
          method = "mean", level = 0.99)
##
                          0.5% 99.5%
## I(stype == "E") 0.710 0.628 0.79
svyciprop(formula = ~I(stype == "H"), design = api.des,
          method = "xlogit", level = 0.99)
                            0.5% 99.5%
##
## I(stype == "H") 0.1250 0.0763 0.2
svyciprop(formula = ~I(stype == "M"), design = api.des,
          method = "xlogit", level = 0.99)
##
                          0.5% 99.5%
```

Estimação de proporções dentro de setores

- Em algumas situações práticas, o parâmetro de interesse é a proporção de unidades no setor¹ j que possuem um atributo ou característica C.
 - Por exemplo, quando se deseja estimar a proporção de mulheres de 15 anos ou mais que já tiveram pelo menos um filho;
 - Ou quando se procura estimar a proporção de homens de 18 anos ou mais que prestaram o serviço militar.
- Em casos como os acima citados, o problema é estimar proporções nos setores da população:
 - ► mulheres de 15 anos ou mais:
 - e homens de 18 anos ou mais.
- Pergunta: qual o atributo associado ao parâmetro de proporção que queremos estimar?

¹domínio, subgrupo ou subpopulação.

Rev Saude Publica, 2017:51 Supl 1:12s

Suplemento DCNT e Inquéritos Artigo Original



Revista de Saúde Pública

Fatores associados ao diabetes autorreferido segundo a Pesquisa Nacional de Saúde, 2013

Deborah Carvalho Malta¹, Regina Tomie Ivata Bernal^{II}, Betine Pinto Moehlecke Iser^{III,IV}, Célia Landmann Szwarcwald^V, Bruce Bartholow Duncan^{III}, Maria Inês Schmidt^{IV}

- Departamento de Enfermagem Materno Infantil e Saúde Pública. Escola de Enfermagem. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. MG. Brasil
- " Núcleo de Pesquisas Epidemiológicas em Nutrição e Saúde. Universidade de São Paulo. São Paulo, SP, Brasil
- Programa de Pós-Graduação em Epidemiologia. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, Brasil
- № Faculdade de Medicina. Universidade do Sul de Santa Catarina. Tubarão, SC, Brasil
- V Instituto de Comunicação e Informação Científica e Tecnológica em Saúde. Fundação Oswaldo Cruz. Rio de Janeiro. RL Brasil

	Tabela 1. Prevalência de diabetes em adultos por sexo, segundo fatores sociodemográficos. Pesquisa Nacional de Saúde, Brasil, 2013.							
Estimativa populacional ("global")	Variável		Total		Masculino		Feminino	
		%	IC95%	%	IC95%	%	IC95%	
	Total	6,2	5,9-6,6	5,4	4,8-5,9	7	6,5-7,5	
Estimativa	Idade (anos)	┖		\subseteq				
subpopulacional (setor sexo masculino) Estimativa subpopulacional + (setor sexo feminino)	18-24	0,5	0,3-0,8 -	-0,4	0,1-0,7	- 0,6	0,2-1,1	
	25–34	0,8-	0,6-1,1	- 9,8	0,4-1,2	0,9	0,6-1,2	
	35-44	3_	2,4-3,5	2,5	1,7-3,3	3,3	2,6-4,1	
	45-54	6,5	5,8-7,3	5,7	4,6-6,8	7,3	6,2-8,4	
	55-64	_13,5	- T2-15	12,1	9,7-14,4	14,8	12,9-16,7	
	≥65	19,8	18,2-21,4	18	15,2-20,7	21,2	19,1-23,4	
Estimativa	_Escolaridade (anos))			
subpopulacionais (setor sexo masculino + escolaridade)	Analfabeto/Fundamental incompleto	9,6	8,9-10,3	6,7	5,8-7,6	12,3	11,3-13,4	
	Fundamental completo/Médio incompleto	5,4	4,4-6,3	5,4	3,8-6,9	5,4	4,3-6,4	
	Médio completo/Superior incompleto	3,4	3-3,9	3,6	2,8-4,3	3,3	2,7-3,9	
Estimativa	Superior completo	4,2	3,3-5	5,7	4-7,4	3,1	2,2-3,9	
subpopulacionais +	Raça/cor ^a							
(setor sexo feminino + Raça/cor)	Branco	6,7	6,1-7,2	6	5,2-6,8	7,3	6,5-8	
	Preto	7,2	5,8-8,5	5,4	3,2-7,6	8,7	7,1-10,4	
Estimativa = _ = _ = _ subpopulacional (setor <i>categorias de IMC</i>)	Pardo	5,5	5,1-6	4,6	3,9-5,2	6,4	5,8–7	
	Categorias de IMC ^b	$\overline{}$	$\overline{}$					
	Baixo peso/Normal (< 25 kg/m²)	3,3	2,8-3,8	3,4	2,7-4,2	3,2	2,5-3,8	
	Sobrepeso (entre 25 e 29,9 kg/m²)	6,9	6,1-7,7	6,5	5,3-7,6	7,5	6,4-8,6	
	Obesidade (≥ 30 kg/m²)	11.8	10.4-13.1	10.3	8.5-12.1	13	11.2-14.8	

▶ Nesses casos, a variável de pesquisa *Y* seria dada por:

$$Y_i = I(i \in C) = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ possui o atributo } C, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Na população como um todo, a proporção de unidades com atributo C é definida como P = A/N e a estimação desta proporção foi discutida nas aulas 17, 18 e 19.

Considere a notação a seguir. O número de unidades no setor *j* que também possuem o atributo *C* é definido como:

$$A_j = \sum_{k=1}^{n_j} Y_{ik}.$$

E a proporção de unidades no setor j que também possuem o atributo C é definida como:

$$P_j = \frac{A_j}{N_i},$$

em que N_j é o tamanho do setor j.

Sob amostragem aleatória simples, o estimador para P_j pode ser obtido a partir do estimador:

$$\widehat{P}_{j} = p_{j} = \frac{1}{n_{j}} \sum_{k=1}^{n_{j}} Y_{ik} = \frac{a_{j}}{n_{j}}$$

em que a_j denota o número de unidades na amostra no setor j que também possuem o atributo \mathcal{C} .

Considerando fixado o tamanho da amostra no setor j, a variância **condicional** do estimador p_i é dada por:

$$\mathsf{Var}\left(\widehat{p}_{j}
ight) = \left(1 - rac{n_{j}}{\mathsf{N}_{j}}
ight) rac{P_{j}(1 - P_{j})}{\left(n_{j} - 1
ight)}.$$

Um estimador da variância de \hat{p}_i sob AAS resulta em:

$$\widehat{\mathsf{Var}}(\widehat{p}_j) = \left(1 - \frac{n_j}{N_i}\right) \frac{p_j(1-p_j)}{(n_j-1)}.$$

Nas expressões acima, n_j, N_j e P_j são, respectivamente, o número de unidades da amostra que pertencem ao setor j, o número total de unidades da população no setor j e a proporção de unidades no domínio que possuem o atributo C.

Estimação de proporções dentro de setores

► Caso N_j não seja conhecido, a **fração de amostragem** no setor, n_j/N_j , pode ser aproximada por n/N na expressão anterior, levando ao estimador:

$$\widehat{\mathsf{Var}}(p_j) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{p_j q_j}{n_j - 1},$$

em que $q_j = 1 - p_j$.

Estimação de proporções dentro de setores

- Para completar a inferência sobre uma proporção de unidades portadoras do atributo C no setor j, admite-se a validade da aproximação normal para a distribuição de p_j e soma-se uma correção de continuidade.
- Assim a expressão do intervalo de confiança para a proporção populacional p_j é dada por:

$$IC(P_j; \ 100 \times (1-lpha)\%) = \left[p_j \pm \left(z_{lpha/2} \sqrt{\widehat{\mathsf{Var}}\left(p_j
ight)} + rac{1}{2n_j}
ight)
ight],$$

em que $1/2n_j$ é a correção de continuidade.

Essa correção é praticamente nula quando n_j cresce.

Estimação de proporções dentro de setores

- \triangleright Para se estimar o **número total**, A_i , de unidades da categoria C que estão no Setor *j*, há duas possibilidades.
- \triangleright Se N_i , o número total de unidades da população que pertencem ao Setor *j*, for conhecido, pode-se usar a estimativa condicional:

$$\widehat{A}_j = N_j \times \frac{a_j}{n_j} = N_j p_j.$$

Se N_i não é conhecido, a estimativa é

$$\widehat{A}_j = N \times \frac{a_j}{n}$$
.

Vamos estimar, a partir de uma amostra aleatória simples sem reposição com n = 300, a proporção de municípios com população² menor que 10.000 habitantes para cada macro-região do Brasil.

² **Atenção:** aqui temos como **população alvo** um conjunto de municípios; uma caractarística de interesse nos elementos (município) desta população é o **tamanho da população de habitantes**.

- População alvo: municípios do Brasil.
- ► Característica de interesse: tamanho da população de habitantes < 10.000;
- ► Setores: macro-regiões do Brasil.



```
# Dados dos municípios (população)
mun aas <- readRDS(file = here::here("dados",</pre>
                                   "MunicBR amostra.rds"))
mun aas
## # A tibble: 300 x 9
##
      CodMunic SiglaUF CodUF
                                 Pop
                                       Area Densidade Regiao Pop menor 10
                                                                               cpf
                <chr>
                        <chr> <dbl>
                                      <db1>
                                                 <dbl> <chr>
##
      <chr>>
                                                                       <dbl> <int>
##
    1 1100031
                RO
                        11
                                6495
                                      1314.
                                                  4.94 Norte
                                                                              5570
    2 1100064
                RΩ
                                      1451.
                                                 13.2 Norte
                                                                              5570
##
                        11
                               19190
##
    3 1100346
                RΩ
                        11
                               17399
                                      3029.
                                                  5.74 Norte
                                                                              5570
##
    4 1100700
                R.O
                        11
                               13939
                                      3442.
                                                  4.05 Norte
                                                                              5570
##
    5 1101435
                RΩ
                        11
                                7883
                                       807.
                                                  9.77 Norte
                                                                              5570
##
    6 1200179
                AC
                        12
                                9836
                                      1703.
                                                  5.78 Norte
                                                                              5570
##
    7 1200385
                AC
                        12
                               17795
                                      1943.
                                                  9.16 Norte
                                                                              5570
##
    8 1300631
                AM
                        13
                               17332 17251.
                                                  1.00 Norte
                                                                              5570
##
    9 1301159
                AM
                        13
                               26722
                                      2631.
                                                 10.2 Norte
                                                                              5570
   10 1301852
                        13
                               44503
                                      2214.
                                                                              5570
##
                ΑM
                                                 20.1 Norte
   # i 290 more rows
```

3 Norte

5 Sul

4 Sudeste

```
# Estimativa populacional
round(mean(mun_aas$Pop_menor_10), 2)
## [1] 0.44
# Estimativa subpopulacionais
library(dplyr)
mun_aas %>%
 group_by(Regiao) %>%
 summarize(round(mean(Pop_menor_10), 2))
## # A tibble: 5 x 2
##
    Regiao
              `round(mean(Pop_menor_10), 2)`
##
     <chr>>
                                           <dbl>
## 1 Centro-Deste
                                            0.71
## 2 Nordeste
                                            0.25
```

0.36

0.48

0.62

- O pacote dplyr nos ajudou na estimativa das proporções por setores (agrupadas).
- Vamos aproveitar este exemplo para apresentar o pacote srvyr, que utiliza uma sintaxe semelhante a utilizada pelo pacote dplyr na estimação de quantidades populacionais a partir de levantamentos por amostragem.
 - Veja a vinheta do pacote srvyr.

```
# install.packages(srvyr)
library(srvyr)
mun des <- mun aas %>%
 as_survey_design(ids = 1,
                  fpc = cpf)
summary(mun_des)
## Independent Sampling design
## Called via srvvr
## Probabilities:
     Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
##
## 0.05386 0.05386 0.05386 0.05386 0.05386
## Population size (PSUs): 5570
## Data variables:
## [1] "CodMunic" "SiglaUF"
                                    "CodUF"
                                                  "Pop"
                                                                 "Area"
## [8] "Pop menor 10" "cpf"
```

```
# Estimativa populacional
mun_des %>%
  summarize(
    Proporção = survey_mean(Pop_menor_10, vartype = "ci")) %>%
  round(2)
```

```
## # A tibble: 1 x 3
## Proporção Proporção_low Proporção_upp
## <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 0.44 0.39 0.49
```

```
# Estimativas subpopulacionais
mun des %>%
 group_by(Regiao, Pop_menor_10) %>%
 summarize(Proporção = survey_mean()) %>%
 mutate_at(vars(matches("Proporção")), function(x){round(x, 2)})
    A tibble: 10 x 4
## # Groups: Regiao [5]
##
      Regiao
                   Pop_menor_10 Proporção Proporção_se
##
      <chr>
                          dbl>
                                    <dbl>
                                                 <dbl>
    1 Centro-Deste
                                     0.29
                                                  0.09
##
                              0
##
   2 Centro-Deste
                              1
                                     0.71
                                                  0.09
##
   3 Nordeste
                              0
                                     0.75
                                                  0.04
##
   4 Nordeste
                              1
                                     0.25
                                                  0.04
##
   5 Norte
                              0
                                     0.64
                                                  0.08
##
   6 Norte
                                     0.36
                                                  0.08
                              0
                                     0.52
                                                  0.05
##
   7 Sudeste
##
   8 Sudeste
                              1
                                     0.48
                                                  0.05
                              0
                                     0.38
##
   9 Sul
                                                  0.06
## 10 Sul
                              1
                                     0.62
                                                  0.06
```

A tibble: 10 x 5

```
Regiao [5]
## # Groups:
##
      Regiao
                   Pop menor 10 Proporção Proporção se
      <chr>>
                          <dbl>
                                    <dbl>
                                                  <dbl> <int>
##
##
    1 Centro-Deste
                              0
                                     0.29
                                                   0.09
##
    2 Centro-Deste
                                     0.71
                                                   0.09
                                                           17
##
    3 Nordeste
                              0
                                     0.75
                                                   0.04
                                                           67
##
    4 Nordeste
                                     0.25
                                                   0.04
                                                           22
##
    5 Norte
                              0
                                      0.64
                                                   0.08
                                                           21
##
                                     0.36
                                                   0.08
                                                           12
    6 Norte
##
    7 Sudeste
                              0
                                     0.52
                                                   0.05
                                                           53
                              1
                                     0.48
                                                           48
##
    8 Sudeste
                                                   0.05
                              0
                                     0.38
                                                   0.06
                                                           20
##
    9 Sul
## 10 Sul
                                      0.62
                                                   0.06
                                                           33
```

Regiao	Proporção	Proporção_low	Proporção_upp	Total	Total_low	Total_upp
Centro-	0.71	0.53	0.89	316	173	458
Oeste						
Nordeste	0.25	0.16	0.33	408	248	569
Norte	0.36	0.20	0.52	223	102	344
Sudeste	0.48	0.38	0.57	891	665	1117
Sul	0.62	0.49	0.75	613	420	806

- Revisar os tópicos discutidos nesta aula.
- ▶ Faça uma busca por um levantamento por amostragem que tenha apresentado (parte dos) seus resultados em termos de proporções. Investigue os procedimentos de amostragem e métodos de estimação. Compartilhe os seus achados no Fórum Geral do Moodle.
- Estime a proporção (percentual) de municípios com população menor que 20.000 habitantes, com os seus respectivos erros padrões e intervalos de confiança de 95% (dados no Moodle).
 - A partir das estimativas pontuais, construa um mapa das regiões do Brasil para apresentar os resultados.
 - Estime para o total de municípios com menos que 20.000 habitantes.
- Compartilhe os seus achados no Fórum Geral do Moodle.

Próxima aula

▶ Área 3: dimensionamento de amostra.

Por hoje é só!

Bons estudos!

