MAT02025 - Amostragem 1

Conceitos básicos de probabilidade e inferência estatística: uma revisão

Rodrigo Citton P. dos Reis
citton.padilha@ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Estatística

Porto Alegre, 2021

Probabilidade

Introdução

- **Fenômeno aleatório:** situação ou acontecimento cujos resultados não podem ser previstos com certeza.
- **Fenômeno aleatório** *versus* **Fenômeno determinístico**.
- Exemplos de fenômenos aleatórios:
  - Uma partida de futebol.
  - Eleições para presidente.
  - O preço do combustível no próximo mês.
  - Vida (duração) da bateria de um dispositivo móvel.

Espaço amostral e eventos

- **Espaço amostral:** é o conjunto de **todos os resultados possíveis** de um certo fenômeno aleatório.
  - Ele será representado pela letra grega Ω **(ômega)**.

Espaço amostral e eventos

- **Eventos:** Os subconjuntos de Ω são denominados **eventos** e representamos pelas letras latinas maiúsculas $A, B, \ldots$.
    - O subconjunto vazio será denotado por $\emptyset$.
    - Dizemos que um evento **ocorre** quando um dos resultados que o compõem ocorre.

Probabilidade

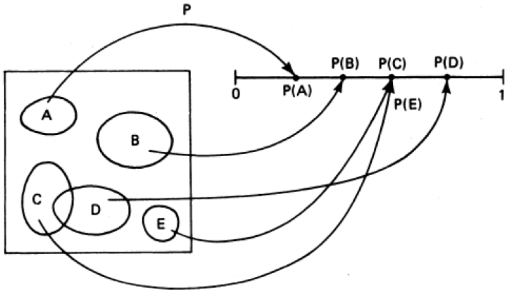
- Vamos considerar **probabilidade** como sendo uma função $\Pr(\cdot)$ que atribui valores numéricos aos eventos do espaço amostral, conforme a definição a seguir.

Probabilidade

Uma função $\Pr(\cdot)$ se satisfaz as condições:

- **(A1)** $0 \leq \Pr(A) \leq 1$, para qualquer evento $A \subset \Omega$;
- **(A2)** $\Pr(\Omega) = 1$;
- **(A3)** $\Pr\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \Pr(A_i)$, com $A_i's$ disjuntos.
  - $\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B)$, com A e B disjuntos.

Probabilidade



Variáveis aleatórias

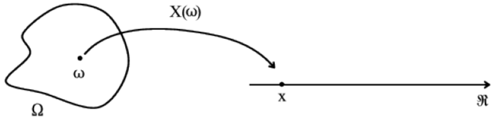
Variável aleatória

Definição

Sejam $\mathcal{E}$ um experimento e Ω um espaço amostral associado ao experimento. Uma função X, que associe a cada elemento $\omega \in \Omega$ um número real $X(\omega)$, é denominada variável aleatória.

- **Exemplo:** Suponha-se que uma lâmpada tenha sido posta em um soquete. O experimento termina quando a lâmpada se queima.
  - Qual será um possível resultado, ω?
  - Qual será espaço amostral consequente?
  - Qual será a variável aleatória X de interesse?
  - Quais serão os possíveis valores de X?
  - "Onde está a aleatoriedade de X"?

Variável aleatória



Variável aleatória discreta

Definição

Uma quantidade X, associada a cada possível resultado do espaço amostral, é denominada de **variável aleatória discreta**, se assume valores num conjunto enumerável, com certa probabilidade.

- **Exemplo:** Observa-se o sexo das crianças em famílias com três filhos. Denotamos m para o sexo masculino e f para o sexo feminino. Existem oito possibilidades para uma família de três filhos. Estas possibilidades são listadas no espaço amostral:

$$\Omega = \{(mmm), (mmf), (mfm), (fmm), (mff), (fmf), (ffm), (fff)\}.$$

Variável aleatória discreta

Definimos

- X : número de crianças do sexo masculino (m).
- A cada possível resultado do espaço amostral, X associa um valor numérico

Ω	mmm	mmf	mfm	fmm	mff	fmf	ffm	fff
X	3	2	2	2	1	1	1	0

- Note que X assume valores no conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$ que é enumerável, portanto X é variável aleatória discreta.

Variável aleatória discreta

- **Pergunta:** com qual probabilidade X assume os valores $\{0, 1, 2, 3\}$?
- Cada resultado possível do espaço amostral tem probabilidade $\frac{1}{8}$ de acontecer, então:

$$\Pr(X = 0) = \Pr(fff) = \frac{1}{8}$$

- A probabilidade da variável aleatória X assumir o valor zero é a mesma probabilidade do evento (fff) ocorrer. Da mesma forma:

$$\begin{aligned} \Pr(X = 1) &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

$$\Pr(X = 2) = \qquad =$$

$$\Pr(X = 3) = \qquad =$$

Variável aleatória discreta

Função discreta de probabilidade

- **Resumindo:**

X	0	1	2	3
$\Pr(X = x_i)$	$1/8$	$3/8$	$3/8$	$1/8$

Distribuição de probabilidade

Variável aleatória discreta

Função discreta de probabilidade

Definição

Seja X uma variável aleatória discreta e $x_1, x_2, x_3, \ldots,$ seus diferentes valores. A função que atribui a cada valor da variável aleatória sua probabilidade é denominada de **função discreta de probabilidade** ou, simplesmente **função de probabilidade**.

Variável aleatória discreta

Função discreta de probabilidade

- A notação a ser utilizada é:

$$\Pr(X = x_i) = p(x_i) = p_i, i = 1, 2, \ldots$$

ou ainda,

X	x_1	x_2	x_3	$\ldots$
p_i	p_1	p_2	p_3	$\ldots$

- Uma função de probabilidade satisfaz:
  1. $0 \leq p_i \leq 1$
  2. $\sum_i p_i = p_1 + p_2 + \ldots = 1$
- **No exemplo:**

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 + p_3 + p_4 &= \Pr(X = 0) + \Pr(X = 1) + \Pr(X = 2) + \Pr(X = 3) \\ &= 1/8 + 3/8 + 3/8 + 1/8 = 1. \end{aligned}$$

Variável aleatória discreta

Exemplo: lançamento de dois dados

- Dois dados são lançados, de forma independente.

Variável aleatória discreta

Exemplo: lançamento de dois dados

- O espaço amostral deste experimento é:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{cccccc} (1,1), & (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5), & (1,6), \\ (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & (2,6), \\ (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6), \\ (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6), \\ (5,1), & (5,2), & (5,3), & (5,4), & (5,5), & (5,6), \\ (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) \end{array} \right\}$$

- Seja X a variável *soma dos dois lançamentos*, ou seja,
  $X = \text{“face do primeiro lançamento”} + \text{“face do segundo lançamento”}$.

Variável aleatória discreta

Exemplo: lançamento de dois dados

- Quando o evento $(1, 1)$ ocorre, X associa a este resultado o valor 2. Da mesma forma temos:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{cccccc} (1,1), & (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5), & (1,6), \\ (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & (2,6), \\ (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6), \\ (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6), \\ (5,1), & (5,2), & (5,3), & (5,4), & (5,5), & (5,6), \\ (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) \end{array} \right\} \overset{X}{\Rightarrow} \left\{ \begin{array}{cccccc} 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 7, \\ 3, & 4, & 5, & 6, & 7, & 8, \\ 4, & 5, & 6, & 7, & 8, & 9, \\ 5, & 6, & 7, & 8, & 9, & 10, \\ 6, & 7, & 8, & 9, & 10, & 11, \\ 7, & 8, & 9, & 10, & 11, & 12 \end{array} \right\}$$

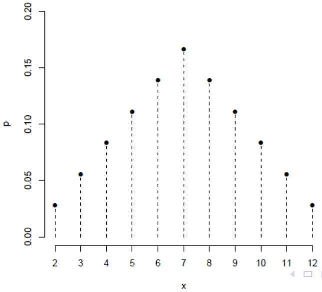
- X assume valores no conjunto $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.
- A probabilidade dos possíveis resultados em Ω é
$P[(1, 1)] = P[(1, 2)] = \ldots = P[(2, 1)] = P[(2, 2)] = \ldots = P[(6, 6)] = 1/36$.
- $P[X = 2] = P[(1, 1)] = 1/36$,
$P[X = 3] = P[(1, 2) \cup (2, 1)] = 1/36 + 1/36 = 2/36$.

Variável aleatória discreta

Exemplo: lançamento de dois dados

- A função de probabilidade de X é dada por:

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_i	$1/36$	$2/36$	$3/36$	$4/36$	$5/36$	$6/36$	$5/36$	$4/36$	$3/36$	$2/36$	$1/36$



Variável aleatória discreta

Exemplo: lançamento de dois dados

- **Observações:**
  - p_i pertence ao intervalo $(0, 1)$ para $i = 1, \ldots, 11$ (ex: $p_1 = 1/36 \in (0, 1)$)
  - $\sum_{i=1}^{11} p_i = p_1 + p_2 + \ldots + p_{11} = 1/36 + 2/36 + \ldots + 1/36 = 1$
  - A função de probabilidade de X satisfaz às condições 1 e 2, logo é de fato uma função de probabilidade.
- **Pergunta:** Qual a probabilidade da soma dos resultados dos dois lançamentos ser menor do que 6?

$$
\begin{aligned}
\Pr(X < 6) &= \Pr(X = 2) + \Pr(X = 3) + \Pr(X = 4) + \Pr(X = 5) \\
&= p_1 + p_2 + p_3 + p_4 \\
&= 1/36 + 2/36 + 3/36 + 4/36 = 10/36.
\end{aligned}
$$

Valor esperado, variância e desvio padrão

Média

- A **média**, **valor esperado** ou **esperança** de uma variável X é dada pela expressão:

$$\mathrm{E}\left(X\right) = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i$$

- Uma notação alternativa é representar $\mathrm{E}\left(X\right)$ por μ_X ou simplismente μ.

Exemplo

- Considere a variável aleatória X com a seguinte função discreta de probabilidade:

X	-5	10	15	20
p_i	0,3	0,2	0,4	0,1

Temos,

$$\mu = \sum_i x_i p_i = (-5) \times 0,3 + 10 \times 0,2 + 15 \times 0,4 + 20 \times 0,1 = 8,5.$$

Variância

- Seja X uma variável aleatória com $\Pr(X = x_i) = p_i, i = 1, 2, \ldots, k$ e média μ. A **variância** de X é a ponderação pelas respectivas probabilidades, dos desvios relativos à média, elevados ao quadrado, isto é,

$$\mathrm{Var}\,(X) = \sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2 p_i.$$

- Muitas vezes, denotamos a variância por σ^2 e, se houver possibilidade de confusão, usamos σ^2_X.
  - Extraindo a raiz quadrada da variância obtemos o **desvio-padrão** que é representado por σ ou σ_X

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2 p_i}.$$

Variância

- Note, que pela definição da variância, concluímos que a variância é o valor esperado de uma nova variável, o desvio quadrado. Isto é,

$$\mathrm{Var}\,(X) = \mathrm{E}\,[(X-\mu)^2],$$

a qual pode ser convenientemente reescrita na seguinte forma

$$\mathrm{Var}\,(X) = \mathrm{E}\,(X^2) - \mu^2 = \sum_{i=1}^{k} x_i^2 p_i - \mu^2.$$

- Esta última expressão é bastante útil e, para não criar confusão, explicitamos os seus termos.
  - O termo $\mathrm{E}\,(X^2)$ é o valor esperado da variável aleatória X^2;
  - $\mu^2 = (\mathrm{E}\,[X])^2$ indica o quadrado do valor esperado de X.

Exemplo

- Considere a variável aleatória X com a seguinte função discreta de probabilidade:

X	-5	10	15	20
p_i	0,3	0,2	0,4	0,1

Temos,

$$\mathrm{E}(X^2) = \sum_i x_i^2 p_i = (-5)^2 \times 0,3 + 10^2 \times 0,2 + 15^2 \times 0,4 + 20^2 \times 0,1 = 157,5.$$

$$Var(X) = 157,5 - 8,5^2 = 157,5 - 72,5 = 85,25.$$

Propriedades

- Seja X uma variável aleatória e

$$Y = aX + b,$$

então

$$\mathrm{E}\left(Y\right) = a\mathrm{E}\left(X\right) + b,$$

e

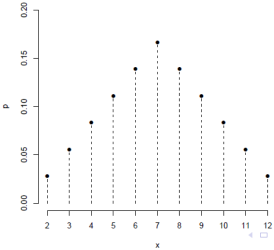
$$\mathrm{Var}\left(Y\right) = a^2\mathrm{Var}\left(X\right).$$

Exercício

Considere a seguinte função discreta de probabilidade:

- A função de probabilidade de X é dada por:

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_i	$1/36$	$2/36$	$3/36$	$4/36$	$5/36$	$6/36$	$5/36$	$4/36$	$3/36$	$2/36$	$1/36$



- Calcule a média, a variância e o desvio padrão desta variável.

Exercício

1

Exercício

Considere, a título de ilustração, uma população composta dos elementos (A, B, C, D, E, F) **(Ana, Bruno, Carlos, Dorcina, Emília, Fernando)**, nos quais se observou a característica X **(idade)**. Então, $N = 6$ e X é uma variável discreta (idade em anos). Logo, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Os valores podem ser vistos na tabela a seguir

Elementos	i	X_i
A	1	2
B	2	4
C	3	6
D	4	8
E	5	10
F	6	12

2

Exercício

Utilizando um sorteio **com reposição** de uma amostra de **dois elementos** dessa população, responda:

1. Liste as possíveis amostras. Qual o nome é dado a esta lista?
2. Qual a probabilidade de cada amostra ser selecionada? É preciso realizar alguma suposição para atribuição destas probabilidades?
3. Calcule a média amostral de X ($\bar{x}_j = \frac{1}{2}\sum_{i \in S_j} X_i$) para cada amostra.
4. Faça o gráfico da distribuição de frequências da média amostral.

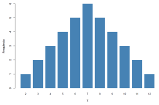
3

Exercício

S_j	Amostras	π_j	(x_1, x_2)	$\bar{x}_j$
1				
2				
3				
4				
5				
⋮				

4

Exercício



5

Exercício

Extras:

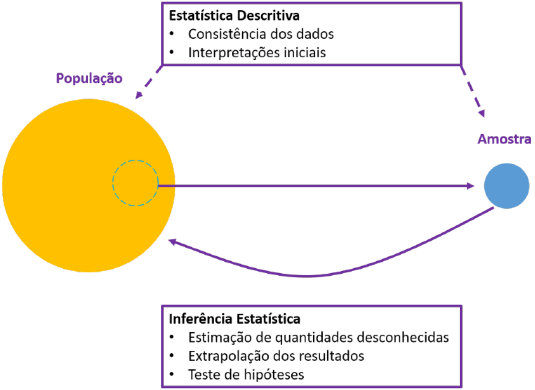
5. Onde você já viu este esquema de sorteio?
6. Discuta de onde vem a distribuição de $\bar{x}$.
7. Imagine $N = 26$ e amostras de tamanho 4.

População e amostra, estatística, parâmetro, estimador, estimativa e distribuição amostral

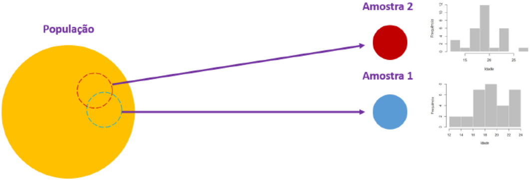
Inferência estatística

- A **Inferência Estatística** é um conjunto de técnicas que objetiva estudar a população por meio de evidências fornecidas por uma amostra.
- É a amostra que contém os elementos que podem ser observados e, a partir daí, **quantidades de interesse** podem ser medidas.

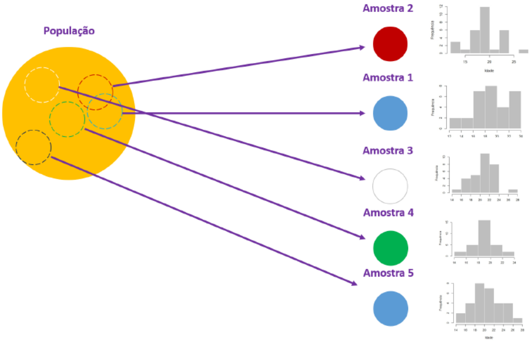
População e amostras



População e amostras



População e amostras



Uma questão ...

- Uma questão que surge agora é: apesar de diferentes, podemos ter respostas próximas ou iguais nas diversas amostras?
  - A reposta é afirmativa e estará subjacente às ideias que desenvolvermos a partir desta aula.
- Podemos dizer que devido à **natureza aleatória**, geralmente envolvida no procedimento amostral, não podemos garantir que repetições de amostras produzam sempre resultados idênticos.
  - Assim, **todas as quantidades associadas à amostra terão caráter aleatório** e, portanto, devem receber tratamento probabilístico.
- Nesta aula, formalizaremos alguns conceitos relacionados a um ramo da Inferência Estatística denominado **estimação**.
  - Estudaremos combinações dos valores de amostras aleatórias, objetivando a obtenção de informações a respeito de características de interesse na população.
- **Notação:** vamos representar uma amostra de tamanho n, a ser retirada da população, por $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.

Parâmetro

Definição

As quantidades da população, em geral desconhecidas, sobre as quais temos interesse, são denominadas **parâmetros** e, usualmente, representadas por letras gregas θ, μ, σ, α, β, λ, entre outras.

Parâmetro

Exemplos

- a média de idade dos estudantes da UFRGS.
- a média de altura da população de Porto Alegre.
- a probabilidade de uma lâmpada ser produzida de maneira defeituosa em uma certa linha de fabricação.
- a média de peso de pacotes de queijo ralado.

Estimador e estimativa

Definição

A combinação dos elementos da amostra, construída com a finalidade de representar, ou estimar, um parâmetro de interesse na população, denominamos **estimador**. Em geral, denotamos os estimadores por símbolos com o acento circunflexo: $\hat{\theta}$, $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$, etc. Aos valores numéricos assumidos pelos estimadores denominamos **estimativas pontuais** ou simplesmente **estimativas**.

Estimador e estimativa

Exemplos de estimadores

- $\hat{\mu}_1 = \bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, **a média amostral**, é um estimador para a média populacional.
- $\hat{\mu}_2 = X_1$, **a primeira observação da amostra**, é um estimador para a média populacional.
- $\hat{\mu}_3 = \frac{X_{(1)}+X_{(n)}}{2}$, **a média aritmética entre o valor mínimo ($X_{(1)}$) e o valor máximo ($X_{(n)}$) da amostra**, é um estimador para a média populacional.
- $\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$ é um estimador para a variância populacional (este é chamado de **estimador "natural"** da variância populacional).
- $\hat{\sigma}_2^2 = S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$ é um estimador para a variância populacional (este estimador é chamado de **variância amostral**).

Estimador e estimativa

Exemplos de estimativas

Suponha que a seguinte amostra de altura de pessoas (em metros) foi observada (1,65; 1,57; 1,72; 1,66; 1,71). Considerando os estimadores do exemplo anterior, temos as seguintes **estimativas**:

- $\hat{\mu}_1 = \frac{1{,}65+1{,}57+1{,}72+1{,}66+1{,}71}{5} = 1,662.$
- $\hat{\mu}_2 = 1,65.$
- $\hat{\mu}_3 = \frac{1{,}57+1{,}72}{2} = 1,645.$
- $\hat{\sigma}_1^2 = \frac{(1{,}65-1{,}662)^2+(1{,}57-1{,}662)^2+(1{,}72-1{,}662)^2+(1{,}66-1{,}662)^2+(1{,}71-1{,}662)^2}{5} \approx 0,0029.$
- $\hat{\sigma}_2^2 == \frac{(1{,}65-1{,}662)^2+(1{,}57-1{,}662)^2+(1{,}72-1{,}662)^2+(1{,}66-1{,}662)^2+(1{,}71-1{,}662)^2}{4} \approx 0,0036.$

Estimador e estimativa

- Notamos que um estimador, digamos $\hat{\theta}$, é uma **função das variáveis aleatórias** constituintes da amostra. Logo, um estimador **também é uma variável aleatória**.
- A correspondente distribuição de probabilidade formará a base das argumentações probabilísticas utilizadas na extrapolação da informação da amostra para os parâmetros da população.
- Diferentes amostras (observações diferentes e/ou diferentes tamanhos) produzirão diferentes estimativas para o mesmo parâmetro.
  - Amostra 1: (1,65; 1,57; 1,72; 1,66; 1,71)
    - $\hat{\mu}_1^1 = \bar{X}_5 = 1,662$.
  - Amostra 2: (1,78; 1,63; 1,82; 1,54; 1,78)
    - $\hat{\mu}_1^2 = \bar{X}_5 = 1,71$.
  - Amostra 3: (1,78; 1,63; 1,82; 1,54; 1,78; 1,72; 1,66; 1,71)
    - $\hat{\mu}_1^3 = \bar{X}_8 = 1,705$.

Propriedades dos estimadores

- Vimos nos exemplos anteriores que mais de uma função da amostra pode ser proposta para estimar um parâmetro de interesse.
- Para facilitar a escolha entre tais estimadores, torna-se importante verificar se possuem algumas **propriedades** que serão definidas a seguir.

Vício

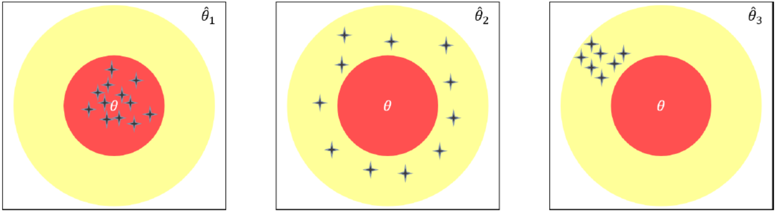
Um estimador $\hat{\theta}$ é **não viciado** ou **não viesado** para um parâmetro θ se

$$\mathrm{E}\left[\hat{\theta}\right] = \theta.$$

Em outras palavras, um estimador é não viciado se o seu valor esperado coincide com o parâmetro de interesse.

Propriedades dos estimadores

- Implícita à definição de **vício**, está a ideia de podermos retirar diversas amostras da população de interesse.
- Na figura abaixo, os estimadores $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ são não viciados para θ, enquanto que $\hat{\theta}_3$ é um estimador viciado para θ.



Distribuições amostrais

- Vimos que estimadores são funções de variáveis aleatórias e, portanto, eles também são variáveis aleatórias.
- Neste momento, vamos estudar a distribuição de probabilidade de alguns dos estimadores mais utilizados.
  - As distribuições de probabilidade de estimadores são chamadas **distribuições amostrais**.
- A partir das distribuições amostrais descreveremos a incerteza com respeito às nossas estimativas.
- Devido às suas propriedades (ausência de viés, consistência e eficiência), foco será dado aos estimadores $\bar{X}_n$ para a média populacional e S^2 para a variância populacional.

Distribuições amostrais

- Consideremos, inicialmente, o caso em que conseguimos calcular facilmente a função de probabilidade dos estimadores de interesse.

Exemplo

- Um jogo consiste em lançar uma moeda honesta 3 vezes.
- Para cada lançamento, se sair cara você **ganha** um ponto, caso saia coroa, você **perde** um ponto.
  - Podemos modelar essa situação através de uma variável X que, em uma população, pode assumir os valores -1 e 1, com probabilidades iguais.

x	-1	1
$Pr(X = x)$	$1/2$	$1/2$

Distribuições amostrais

- Se observarmos a amostra $(-1, 1, -1)$, temos

$$\bar{x} = \frac{-1+1-1}{3} = -1/3;$$

$$s^2 = \frac{(-1-(-1/3))^2 + (1-(-1/3))^2 + (-1-(-1/3))^2}{(3-1)} = 4/3$$

- Se considerarmos outra amostra $(-1, 1, 1)$, temos

$$\bar{x} = \frac{-1+1+1}{3} = 1/3;$$

$$s^2 = \frac{(-1-1/3)^2 + (1-1/3)^2 + (1-1/3)^2}{(3-1)} = 4/3$$

Distribuições amostrais

- Assim, considerando todas as possíveis amostras, teríamos a seguinte tabela:

(X_1, X_2, X_3)	probabilidade	$\bar{X}$	S^2
$(-1, -1, -1)$	$1/8$	-1	0
$(-1, -1, +1)$	$1/8$	$-1/3$	$4/3$
$(-1, +1, -1)$	$1/8$	$-1/3$	$4/3$
$(-1, +1, +1)$	$1/8$	$1/3$	$4/3$
$(+1, -1, -1)$	$1/8$	$-1/3$	$4/3$
$(+1, -1, +1)$	$1/8$	$1/3$	$4/3$
$(+1, +1, -1)$	$1/8$	$1/3$	$4/3$
$(+1, +1, +1)$	$1/8$	1	0

Distribuições amostrais

- Com base na tabela anterior, podemos construir as distribuições amostrais de $\bar{X}$ e S^2:

$\bar{x}$	-1	$-1/3$	$1/3$	1
$\Pr(\bar{X} = \bar{x})$	$1/8$	$3/8$	$3/8$	$1/8$

e

s^2	0	$4/3$
$\Pr(S^2 = s^2)$	$1/4$	$3/4$

Distribuições amostrais

- Ainda,

$$\mathrm{E}\left[\bar{X}\right] = (-1) \times 1/8 + (-1/3) \times 3/8 + 1/3 \times 3/8 + 1 \times 1/8 = 0$$

e

$$\mathrm{E}\left[S^2\right] = 0 \times 1/4 + 4/3 \times 3/4 = 1$$

como já esperado, pois $\bar{X}$ e S^2 são **não viciados** para a média e variância populacional, respectivamente.

Para casa

- Revisar os tópicos discutidos nesta aula.
  - Ler os capítulos 5, 6, 10 e 11 do Livro "Estatística Básica"[1] (disponível no Sabi+).
- Revisar as aulas 01-06.

[1] Morettin, P. A. e Bussab, W. O. **Estatística Básica**, Saraiva, 2010.

Próxima aula

- Propriedades e variâncias dos estimadores.

Por hoje é só!

Bons estudos!