MAT02035 - Modelos para dados correlacionados

Modelando a média: análise de perfis de respostas

Rodrigo Citton P. dos Reis citton.padilha@ufrgs.br

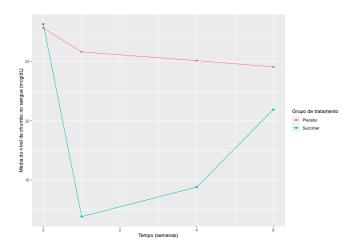
Universidade Federal do Rio Grande do Sul Instituto de Matemática e Estatística Departamento de Estatística

Porto Alegre, 2021



- Nesta aula apresentamos um método para analisar dados longitudinais que impõe uma estrutura mínima ou restrições na resposta média ao longo do tempo e na covariância entre as medidas repetidas.
- O método foca na análise de perfis de respostas e pode ser aplicado para dados longitudinais quando o delineamento é balanceado, com um conjunto de ocasiões de medidas comum para todos os indivíduos no estudo.
 - A análise de perfis de respostas também pode contemplar dados incompletos devido à perda (ou seja, estudos longitudinais incompletos com delineamentos balanceados).

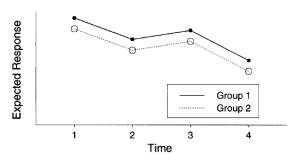
- Métodos para analisar perfis de respostas são atraentes quando existe uma única covariável categórica (grupo de tratamento ou exposição) e quando nenhum padrão específico a priori para diferenças em perfis de respostas entre grupos pode ser especificado.
- Os dados podem ser resumidos pela resposta média em cada ocasião de tempo, estratificado por níveis do fator de grupo.
- Em qualquer nível do fator de grupo, a sequência de médias no tempo é referida como o **perfil de resposta** médio.



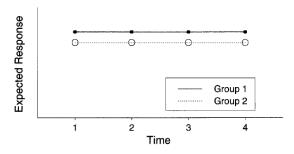
- O principal objetivo da análise de perfis de respostas é caracterizar os padrões de mudança na resposta média ao longo do tempo nos grupos e para determinar quanto as formas dos perfis de respostas médias diferem entre os grupos.
- O método de perfis de respostas pode ser generalizado para estudos com mais de um único fator de grupo de tratamento (exposição) e quando existem covariáveis medidas na linha de base que precisam ser ajustadas.
 - Em estudos observacionais, os grupos são definidos por características dos indivíduos do estudo, tais como idade, sexo, ou nível de exposição.
 - Em estudos aleatorizados, os grupos são definidos por um mecanismo aleatório

- Em nossa discussão sobre a análise dos perfis de resposta, focamos inicialmente no delineamento de dois grupos, mas as generalizações para mais de dois grupos são diretas.
- ▶ Dada uma sequência de n medidas repetidas em vários grupos distintos de indivíduos, três questões principais relacionadas aos perfis de resposta podem ser colocadas:

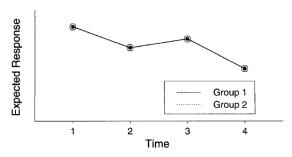
- 1. Os perfis de resposta média são semelhantes nos grupos, no sentido de que os perfis de resposta média são paralelos?
 - Essa é uma pergunta que diz respeito ao **efeito de interação** grupo × tempo.



- 2. Supondo que os perfis médios de resposta da população sejam paralelos, as médias são constantes ao longo do tempo?
 - Esta é uma pergunta que diz respeito ao efeito do tempo.



- 3. Supondo que os perfis médios de resposta da população sejam paralelos, eles também estão no mesmo nível, no sentido de que os perfis médios de resposta para os grupos coincidem?
 - Esta é uma pergunta que diz respeito ao efeito do grupo.



- Exceto em circunstâncias muito raras, não faz sentido fazer a segunda e a terceira perguntas se os perfis médios de resposta não são paralelos.
- Isso é consistente com o princípio geral de que os efeitos principais (por exemplo, efeitos de grupo ou tempo) normalmente não são de interesse quando há uma interação entre eles.
- Ou seja, quando há uma interação grupo × tempo, os perfis médios de resposta nos grupos são diferentes (perfis não paralelos); consequentemente, sua forma pode ser descrita apenas com referência a um grupo específico, e seu nível pode ser descrito apenas com referência a um tempo específico.

Formulação do modelo linear geral

Formulação do modelo linear geral

Perfis de respostas e o modelo linear geral

Antes de ilustrarmos as principais ideias com um exemplo numérico, consideramos como a análise de perfis de respostas pode ser implementada no modelo linear geral

$$\mathsf{E}\left(Y_{i}|X_{i}\right)=\mu_{i}=X_{i}\beta,$$

para uma escolha apropriada de X_i .

- ► Também descreveremos como as principais hipóteses de nenhum efeito de interação $grupo \times tempo$ em termos de β .
- Considere n o número de medidas repetidas e N o número de indivíduos.
- Para expressar o modelo para o delineamento longitudinal com G grupos e n ocasiões de medições, precisaremos de $G \times n$ parâmetros para G perfis de respostas médias.

Perfis de respostas e o modelo linear geral

- ► Considere **dois grupos** medidos em **três ocasiões**, há 2 × 3 = 6 parâmetros de média.
- Para o **primeiro grupo**, a matriz de delineamento 3×6 , X_i , fica

$$X_i = \left(egin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}
ight).$$

Para o **segundo grupo**, a matriz de delineamento fica

$$X_i = \left(egin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}
ight).$$

Perfis de respostas e o modelo linear geral: interpretação

► Em termos do modelo

$$\mathsf{E}(Y_i|X_i) = \mu_i = X_i\beta,$$

em que $\beta=(\beta_1,\ldots,\beta_6)'$ é um vetor 6×1 de coeficientes de regressão,

$$\mu(1) = \begin{pmatrix} \mu_1(1) \\ \mu_2(1) \\ \mu_3(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix};$$

similarmente

$$\mu(2) = \begin{pmatrix} \mu_1(2) \\ \mu_2(2) \\ \mu_3(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \end{pmatrix}.$$

Perfis de respostas e o modelo linear geral: hipóteses

- ightharpoonup Como resultado, hipóteses sobre os perfis médios de resposta nos dois grupos podem ser facilmente expressas em termos de hipóteses sobre os componentes de β .
- Especificamente, a hipótese de nenhum efeito de interação grupo × tempo pode ser expressa como

$$H_{01}: (\beta_1 - \beta_4) = (\beta_2 - \beta_5) = (\beta_3 - \beta_6).$$

- Nesta parametrização, hipóteses sobre a interação $grupo \times tempo$ não podem ser expressas em termos de certos componentes de β serem zero
- Em vez disso, essas hipóteses podem ser expressas em termos de $L\beta=0$, para escolhas particulares de vetores ou matrizes L.

Perfis de respostas e o modelo linear geral: hipóteses

▶ Por exemplo, a hipótese nula de nenhum efeito de interação grupo × tempo,

$$H_{01}: (\beta_1 - \beta_4) = (\beta_2 - \beta_5) = (\beta_3 - \beta_6),$$

pode ser expressa como

$$H_{01}: L\beta=0,$$

em que

$$L = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right).$$

Perfis de respostas e o modelo linear geral: dados ausentes

Uma característica atraente da formulação geral do modelo linear

$$\mathsf{E}\left(Y_{i}|X_{i}\right)=\mu_{i}=X_{i}\beta,$$

é que ele pode lidar com configurações em que os dados de alguns indivíduos estão ausentes.

- Por exemplo, suponha que o i-ésimo sujeito pertença ao primeiro grupo e esteja faltando a resposta na terceira ocasião.
- A matriz de delineamento apropriada para esse sujeito é a seguinte matriz 2 × 6, obtida pela remoção da última linha da matriz de delineamento de dados completa para os sujeitos do primeiro grupo:

$$X_i = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

Perfis de respostas e o modelo linear geral: dados ausentes

- Para padrões mais gerais de perda de dados, a matriz de delineamento apropriada para o i-ésimo indivíduo é simplesmente obtida removendo linhas da matriz de delineamento de dados completa correspondentes às respostas ausentes.
- Isso permite que a análise dos perfis de resposta seja baseada em todas as observações disponíveis dos sujeitos.

Note que o modelo linear geral para dois grupos medidos em duas ocasiões,

$$\mathsf{E}(Y_i|X_i) = \mu_i = X_i\beta,$$

poderia também ser expressado em termo das seguintes duas matrizes de delineamento:

$$X_i = \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right),$$

para o primeiro grupo e

$$X_i = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right),$$

para o segundo grupo.

Neste caso

$$\mu(2) = \begin{pmatrix} \mu_1(2) \\ \mu_2(2) \\ \mu_3(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_1 + \beta_2 \\ \beta_1 + \beta_3 \end{pmatrix},$$

е

$$\mu(1) = \begin{pmatrix} \mu_1(1) \\ \mu_2(1) \\ \mu_3(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 + \beta_4 \\ (\beta_1 + \beta_4) + (\beta_2 + \beta_5) \\ (\beta_1 + \beta_4) + (\beta_3 + \beta_6) \end{pmatrix}.$$

- Esta parametrização é a mais utilizada pelos softwares estatísticos.
- A escolha desta parametrização, e a categoria de referência, é uma escolha do usuário do software (no R veja a formulação ~ −1 e a função relevel()).
- Com esta parametrização as hipóteses de interesse de pesquisa podem ser reescritas:

$$H_{01}: \beta_5 = \beta_6 = 0.$$

$$H_{02}: \beta_2 = \beta_3 = 0.$$

$$H_{03}: \beta_4 = 0.$$

Perfis de respostas e o modelo linear geral: estrutura de covariância

► Finalmente, dado que a análise de perfis de respostas pode ser expressa em termos do modelo de regressão linear,

$$\mathsf{E}\left(Y_{i}|X_{i}\right)=\mu_{i}=X_{i}\beta,$$

em que $\beta=(\beta_1,\ldots,\beta_p)'$ é um vetor $p\times 1$ de coeficientes de regressão (com $p=G\times n$), **estimação** de máxima verossimilhança de β , e a construção de testes de hipóteses para a interação *grupo* \times *tempo* (e efeitos principais de tempo e grupo), **são possíveis uma vez que a covariância de** Y_i **foi especificada**.

Na análise de perfis, a covariância de Y_i é usualmente assumida ser **não estruturada** com nenhuma restrição nos n(n+1)/2 parâmetros de covariância.

Estudo de caso

Estudo de caso

Estudo de tratamento de crianças expostas ao chumbo

- ▶ Lembre-se de que o estudo TLC foi um estudo aleatorizado, controlado por placebo, de um agente quelante administrado por via oral, *succimer*, em crianças com níveis confirmados de chumbo no sangue de 20 a 44 μ g/dL.
- As crianças do estudo tinham idades entre 12 e 33 meses e viviam em moradias deterioradas no centro da cidade.
- ► A análise a seguir é baseada em dados sobre os níveis de chumbo no sangue na linha de base (ou semana 0), semana 1, semana 4 e semana 6 durante o primeiro período de tratamento.

Carregando os dados

```
# Carregando pacotes do R
library(here)
library(haven)
library(tidyr)
library(ggplot2)
# Carregando o arquivo de dados
here::here("data", "tlc.dta")
## [1] "C:/Users/rodri/OneDrive/Documentos/UFRGS/Disciplinas/MAT
chumbo <- read dta(
  file = here::here("data", "tlc.dta"))
```

Carregando os dados

chumbo

```
##
  # A tibble: 100 x 6
##
         id
                            y0
                     trt
                                  y1
                                        у4
                                              у6
               <dbl+1bl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
##
      <dbl>
##
    1
            0
              [Placebo]
                          30.8 26.9
                                     25.8
                                           23.8
          2 1 [Succimer]
##
    2
                          26.5 14.8
                                     19.5
                                           21
    3
              [Succimer]
                          25.8 23
                                           23.2
##
                                      19.1
##
    4
              [Placebo]
                          24.7 24.5
                                     22
                                            22.5
    5
##
              [Succimer]
                          20.4 2.80
                                      3.20 9.40
    6
              [Succimer]
                          20.4 5.40
                                      4.5
                                            11.9
##
##
    7
            0
             「Placebol
                          28.6 20.8
                                     19.2
                                           18.4
##
    8
             「Placebol
                          33.7 31.6
                                     28.5
                                           25.1
            0
##
    9
              [Placebo]
                          19.7 14.9
                                     15.3
                                            14.7
##
   10
         10 0 [Placebo]
                          31.1 31.2
                                     29.2
                                           30.1
##
     ... with 90 more rows
```

De "largo" para "longo"

```
## # A tibble: 400 x 4
##
       id
                 trt tempo chumbo
    <dbl> <dbl+1bl> <chr> <dbl>
##
## 1 1 0 [Placebo] y0 30.8
        2 1 [Succimer] y0 26.5
##
##
   3
        3 1 [Succimer] y0 25.8
##
        4 0 [Placebo] v0 24.7
##
        5 1 [Succimer] y0 20.4
##
        6 1 [Succimer] y0 20.4
##
   7
          0 [Placebo] y0
                         28.6
```

```
## 8 8 0 [Placebo] y0 33.7
## 9 9 0 [Placebo] y0 19.7
## 10 10 0 [Placebo] y0 31.1
## # ... with 390 more rows
```

Transforma variáveis

```
## # A tibble: 400 x 4
##
                     tempo chumbo
         id trt
##
      <dbl> <fct>
                      <dbl>
                             <dbl>
##
          1 Placebo
                              30.8
    1
##
    2
          2 Succimer
                              26.5
##
    3
          3 Succimer
                          0 25.8
##
    4
          4 Placebo
                              24.7
    5
          5 Succimer
                              20.4
##
##
    6
          6 Succimer
                          0 20.4
    7
          7 Placebo
                              28.6
##
##
    8
          8 Placebo
                              33.7
##
    9
          9 Placebo
                              19.7
         10 Placebo
                              31.1
##
   10
                          0
##
     ... with 390 more rows
```

Time plot (perfis médios)

"Pré-processamento"

```
library(dplyr)

chumbo.resumo <- chumbo.longo %>%
    group_by(trt, tempo) %>%
    summarise(chumbo.m = mean(chumbo))

chumbo.resumo

## # A tibble: 8 x 3
```

```
## # Groups: trt [2]

## trt tempo chumbo.m

## <fct> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 Placebo 0 26.3

## 2 Placebo 1 24.7

## 3 Placebo 4 24.1

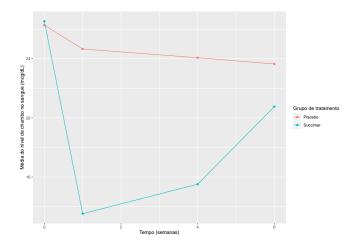
## 4 Placebo 6 23.6
```

Time plot (perfis médios)

```
## 5 Succimer 0 26.5
## 6 Succimer 1 13.5
## 7 Succimer 4 15.5
## 8 Succimer 6 20.8
```

Time plot (perfis médios)

Time plot (perfis médios)



```
chumbo.longo$tempo <- factor(chumbo.longo$tempo)</pre>
library(nlme)
# matriz de covariância não estruturada
mod.unst <- gls(chumbo ~ trt * tempo,
                corr = corSymm(form = ~ 1 | id),
                weights = varIdent(form = ~ 1 | tempo),
                method = "REML",
                data = chumbo.longo)
summary(mod.unst)
```

```
## Generalized least squares fit by REML
    Model: chumbo ~ trt * tempo
##
##
    Data: chumbo.longo
##
         ATC
                  BIC
                         logLik
## 2452.076 2523.559 -1208.038
##
## Correlation Structure: General
##
   Formula: ~1 | id
   Parameter estimate(s):
##
## Correlation:
## 1 2
## 2 0.571
## 3 0.570 0.775
## 4 0.577 0.582 0.581
## Variance function:
##
   Structure: Different standard deviations per stratum
## Formula: ~1 | tempo
```

```
##
   Parameter estimates:
##
   1.000000 1.325888 1.370453 1.524826
##
  Coefficients:
##
                       Value Std. Error
                                         t-value p-value
   (Intercept)
                       26.272 0.7102888
                                         36.98777
                                                  0.0000
  trtSuccimer
                      0.268 1.0045000 0.26680
                                                  0.7898
                      -1.612 0.7919194
                                        -2.03556
                                                  0.0425
## tempo1
                      -2.202 0.8149167
                                        -2.70212
                                                  0.0072
## tempo4
                                        -2.95546
                                                   0.0033
## tempo6
                      -2.626 0.8885252
## trtSuccimer:tempo1 -11.406 1.1199432 -10.18445
                                                   0.0000
                      -8.824 1.1524662 -7.65662
                                                   0.0000
## trtSuccimer:tempo4
  trtSuccimer:tempo6 -3.152 1.2565645
                                        -2.50843
                                                   0.0125
##
##
    Correlation:
##
                      (Intr) trtScc tempo1 tempo4 tempo6 trtS:1
```

```
## trtSuccimer
                      -0.707
## tempo1
                      -0.218 \quad 0.154
## tempo4
                      -0.191 0.135 0.680
## tempo6
                      -0.096 0.068 0.386 0.385
## trtSuccimer:tempo1 0.154 -0.218 -0.707 -0.481 -0.273
## trtSuccimer:tempo4 0.135 -0.191 -0.481 -0.707 -0.272
                                                          0.680
## trtSuccimer:tempo6 0.068 -0.096 -0.273 -0.272 -0.707
                                                          0.386
##
## Standardized residuals:
##
          Min
                      Q1
                                Med
                                            Q3
                                                      Max
## -2.1756390 -0.6849960 -0.1515545 0.5294173 5.6327402
##
## Residual standard error: 5.0225
## Degrees of freedom: 400 total; 392 residual
```

Matriz de covariância estimada

```
library(lavaSearch2)
knitr::kable(
  getVarCov2(mod.unst)$0mega,
  digits = 1)
```

| | 0 | 1 | 4 | 6 |
|---|------|------|------|------|
| 0 | 25.2 | 19.1 | 19.7 | 22.2 |
| 1 | 19.1 | 44.3 | 35.5 | 29.7 |
| 4 | 19.7 | 35.5 | 47.4 | 30.6 |
| 6 | 22.2 | 29.7 | 30.6 | 58.7 |
| | | | | |

Testando hipóteses (teste de Wald)

```
library(car)
knitr::kable(
  Anova(mod.unst),
  digits = c(0, 2, 4))
```

| | Df | Chisq | Pr(>Chisq) |
|-----------|----|--------|------------|
| trt | 1 | 4.23 | 0.0398 |
| tempo | 3 | 184.48 | 0.0000 |
| trt:tempo | 3 | 107.79 | 0.0000 |

Coeficientes estimados

```
knitr::kable(
  summary(mod.unst)$tTable[,-4],
  digits = c(3, 3, 2),
  col.names = c("Estimativa", "EP", "Z"))
```

| | Estimativa | EP | Z |
|--------------------|------------|-------|--------|
| (Intercept) | 26.272 | 0.710 | 36.99 |
| trtSuccimer | 0.268 | 1.005 | 0.27 |
| tempo1 | -1.612 | 0.792 | -2.04 |
| tempo4 | -2.202 | 0.815 | -2.70 |
| tempo6 | -2.626 | 0.889 | -2.96 |
| trtSuccimer:tempo1 | -11.406 | 1.120 | -10.18 |
| trtSuccimer:tempo4 | -8.824 | 1.152 | -7.66 |
| trtSuccimer:tempo6 | -3.152 | 1.257 | -2.51 |

Matriz de delineamento

```
chumbo.longo <- arrange(chumbo.longo, id)
chumbo.longo</pre>
```

```
## # A tibble: 400 x 4
##
         id trt tempo chumbo
     <dbl> <fct> <fct>
##
                            <dbl>
##
   1
          1 Placebo
                     Ω
                             30.8
##
          1 Placebo 1
                             26.9
   3
##
          1 Placebo 4
                             25.8
##
    4
          1 Placebo 6
                             23.8
    5
          2 Succimer 0
                             26.5
##
    6
##
          2 Succimer 1
                             14.8
##
   7
          2 Succimer 4
                             19.5
##
   8
          2 Succimer 6
                             21
##
          3 Succimer 0
                             25.8
##
   10
          3 Succimer 1
                             23
  # ... with 390 more rows
##
```

Matriz de delineamento

```
model.matrix(chumbo ~ trt * tempo,
             data = chumbo.longo[chumbo.longo$id == 1,])
     (Intercept) trtSuccimer tempo1 tempo4 tempo6 trtSuccimer:te
##
## 1
## 2
## 3
## 4
     trtSuccimer:tempo6
##
## 1
## 2
## 3
## 4
```

[1] 0 1 2 2 2 3 3 3 ## attr(,"contrasts")

attr(,"assign")

attr(,"contrasts")\$trt

Matriz de delineamento ## [1] "contr.treatment"

```
##
## attr(,"contrasts")$tempo
## [1] "contr.treatment"
model.matrix(chumbo ~ trt * tempo,
             data = chumbo.longo[chumbo.longo$id == 2,])
##
     (Intercept) trtSuccimer tempo1 tempo4 tempo6 trtSuccimer:te
## 1
## 2
## 3
## 4
##
     trtSuccimer:tempo6
## 1
## 2
## 3
##
```

Matriz de delineamento

```
## attr(,"assign")
## [1] 0 1 2 2 2 3 3 3
## attr(,"contrasts")
## attr(,"contrasts")$trt
## [1] "contr.treatment"
##
## attr(,"contrasts")$tempo
## [1] "contr.treatment"
```

Matriz de delineamento (modelo sem intercepto)

```
trtPlacebo trtSuccimer tempo1 tempo4 tempo6 trtSuccimer:tem
##
## 1
## 2
## 3
## 4
     trtSuccimer:tempo6
##
## 1
## 2
## 3
## 4
## attr(,"assign")
## [1] 1 1 2 2 2 3 3 3
## attr(,"contrasts")
## attr(,"contrasts")$trt
```

3 ## 4

Matriz de delineamento (modelo sem intercepto)

Matriz de delineamento (modelo sem intercepto)

```
## attr(,"assign")
## [1] 1 1 2 2 2 3 3 3
## attr(,"contrasts")
## attr(,"contrasts")$trt
## [1] "contr.treatment"
##
## attr(,"contrasts")$tempo
## [1] "contr.treatment"
```

2

```
chumbo.longo$trt <- relevel(chumbo.longo$trt,</pre>
                              ref = "Succimer")
chumbo.longo$tempo <- relevel(chumbo.longo$tempo,</pre>
                                ref = "6")
model.matrix(chumbo ~ trt * tempo,
              data = chumbo.longo[chumbo.longo$id == 1,])
##
     (Intercept) trtPlacebo tempo0 tempo1 tempo4 trtPlacebo:temp
## 1
## 2
## 3
## 4
     trtPlacebo:tempo4
##
## 1
```

```
## 3
## 4
## attr(,"assign")
## [1] 0 1 2 2 2 3 3 3
## attr(,"contrasts")
## attr(,"contrasts")$trt
## [1] "contr.treatment"
##
## attr(,"contrasts")$tempo
## [1] "contr.treatment"
model.matrix(chumbo ~ trt * tempo,
             data = chumbo.longo[chumbo.longo$id == 2,])
```

```
(Intercept) trtPlacebo tempo0 tempo1 tempo4 trtPlacebo:temp
##
## 1
## 2
## 3
## 4
     trtPlacebo:tempo4
##
## 1
## 2
## 3
## 4
## attr(,"assign")
   [1] 0 1 2 2 2 3 3 3
## attr(,"contrasts")
```

```
## attr(,"contrasts")$trt
## [1] "contr.treatment"
##
```

```
## attr(,"contrasts")$tempo
## [1] "contr.treatment"
```

MAT02035 - Modelos para dados correlacionados

Exercícios

Exercícios

Exercícios

- Realize os exercícios do Capítulo 5 do livro "Applied Longitudinal Analysis" (páginas 140 e 141).
- Construa intervalos de confiança de 95% para as estimativas do modelo do exemplo da aula.
- Com base na leitura da Seção 5.8 (Applied Longitudinal Analysis), faça uma discussão dos pontos fortes e fracos da análise de perfis de resposta.

Avisos

Avisos

Avisos

- **Próxima aula:** Modelando a média através de curvas paramétricas.
- ▶ Para casa: ler o Capítulo 5 do livro "Applied Longitudinal Analysis".
 - Caso ainda não tenha lido, leia também os Caps. 1, 2, 3 e 4.

Bons estudos!

