# MAT02262 - Estatística Demográfica I

Rodrigo Citton P. dos Reis citton.padilha@ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul Instituto de Matemática e Estatística Departamento de Estatística

Porto Alegre, 2023



MAT02262 - Estatística Demográfica I

Introdução

## Introdução

- Nas aulas anteriores vários indicadores para quantificar a mortalidade foram introduzidos, tais como:
  - ► Taxa Bruta de Mortalidade (TBM);
  - ► Taxas Específicas de Mortalidade (TEMs) por idade e sexo.
- Entretanto, os indicadores introduzidos até agora, que quantificam o risco de morte em diferentes idades, não respondem todas as perguntas relevantes para caracterizar a mortalidade.

#### Por exemplo,

- Qual é a probabilidade de que uma pessoa da idade x que está viva hoje ainda estará viva em 20 anos?
- ▶ De todas as pessoas que nascem, quantas chegarão à idade de 65 anos?
- Prevalecendo as condições atuais de mortalidade, qual é o número esperado de óbitos de mulheres entre 15-49 anos de idade, de uma coorte hipotética de 100.000 nascimentos?
- Quantos anos as pessoas vivem em média?

- Para muitas aplicações práticas da análise demográfica são estas as perguntas que importam e uma mera sequência de TEMs não é suficiente para respondê-las.
- ▶ É preciso dispor de um instrumento mais abrangente que quantifica diversos aspectos ou diversas funções da mortalidade que interessam do ponto de vista das principais aplicações.
- Este instrumento é conhecido como a tábua de vida, também chamada tabela de vida, tábua de mortalidade ou tabela de sobrevivência.



Considera-se que a primeira tábua de vida, da **Cidade de Londres**, foi publicada por **John Graunt**, em 1662. No seu livro **Natural and Political Observations Made upon the Bills of Mortality**, Graunt apresentou o cálculo de uma coorte inicial de 100 pessoas, de que 64 chegaram à idade de 6 anos, 40 à idade de 16 e apenas 25 à idade de 26 anos exatos.



Em 1693, **Edmond Halley** aperfeiçoou a técnica, com base nas estatísticas da Cidade de Breslau, na Alemanha, e apresentou um mecanismo de cálculo muito parecido com a forma como se calcula a tábua de vida hoje em dia.

## Tipos de tábuas de vida

- As tábuas de vida podem ser **completas** (para idades 0, 1, 2, 3, 4, 5 etc.) ou **abreviadas** (para idades 0, 1, 5, 10, 15 etc.).
  - As tábuas abreviadas são mais comuns.
- Uma tábua completa exige muita informação cuja qualidade precisa ser muito boa; as exigências de dados para as tábuas abreviadas são menores.
- Por outro lado, as tábuas completas são muito grandes e fornecem mais informação do que a maioria dos usuários precisa.
- → Devido às diferenças consideráveis que costumam existir entre a mortalidade masculina e feminina, as tábuas de vida normalmente são divididas por sexo.

#### Tipos de tábuas de vida

BRASIL: Tábua Completa de Mortalidade - Ambos os Sexos - 2021

						(Continua)
Idades	Probabilidades de Morte	Óbitos				Expectativa de Vida
Exatas	entre Duas Idades Exatas	D (X, N)	1(X)	L (X, N)	T(X)	à Idade X
(X)	Q(X, N) (Por Mil)					E(X)
0	11,203	1120	100000	98968	7702721	77,0
1	0,782	77	98880	98841	7603753	76,9
2	0,497	49	98802	98778	7504912	76,0
3	0,375	37	98753	98735	7406134	75,0
4	0,306	30	98716	98701	7307399	74,0
5	0,261	26	98686	98673	7208698	73,0
6	0,232	23	98660	98649	7110025	72,1
7	0,212	21	98637	98627	7011376	71,1
8	0,200	20	98617	98607	6912749	70,1
9	0,196	19	98597	98587	6814142	69,1
10	0,200	20	98578	98568	6715555	68,1
11	0,216	21	98558	98547	6616987	67,1
12	0,247	24	98537	98524	6518440	66,2
13	0,300	30	98512	98497	6419916	65,2
14	0,385	38	98483	98464	6321418	64,2
15	0,653	64	98445	98413	6222955	63,2
16	0,814	80	98380	98340	6124542	62,3
17	0,957	94	98300	98253	6026202	61,3
18	1,069	105	98206	98154	5927949	60,4
19	1,155	113	98101	98045	5829795	59,4
20	1,239	121	97988	97927	5731751	58,5
21	1,323	129	97866	97802	5633823	57,6
22	1,380	135	97737	97670	5536022	56,6
23	1,403	137	97602	97534	5438352	55,7
24	1,401	137	97465	97397	5340818	54,8
25	1,389	135	97329	97261	5243421	53,9
26	1,380	134	97194	97126	5146160	52,9
27	1,383	134	97059	96992	5049034	52,0
28	1,404	136	96925	96857	4952041	51,1
29	1.440	139	96789	96719	4855184	50.2

Figura 1: Uma tábua de vida completa.

## Tipos de tábuas de vida Tabela 1.1 - Tábua Abreviada de Mortalidade, por sexo, segundo os grupos quinquenais de idade - Brasil - 2010

Grupos guinguenais	População	Óbitos	M(x,n)	Х	Funções da tábua					
de idade					Q(x,n)	l(x)	D(x,n)	L(x,n)	T(x)	E(x)
					Total					
Menos de 1 ano	2 713 244	46 116	0,01700	0	0,01674	100 000	1 674	98 483	7 376 466	73,
I a 4 anos	11 082 914	7 576	0,00068	1	0,00273	98 326	268	392 652	7 277 983	74
a 9 anos	14 969 375	4 493	0,00030	5	0,00150	98 058	147	489 921	6 885 331	70
10 a 14 anos	17 166 761	6 174	0,00036	10	0,00180	97 911	176	489 114	6 395 410	65
15 a 19 anos	16 990 872	20 355	0,00120	15	0,00597	97 735	584	487 215	5 906 297	60,
20 a 24 anos	17 245 192	29 868	0,00173	20	0,00862	97 151	838	483 661	5 419 082	55
25 a 29 anos	17 104 414	30 904	0,00181	25	0,00899	96 313	866	479 402	4 935 421	51
30 a 34 anos	15 744 512	32 175	0,00204	30	0,01017	95 447	970	474 810	4 456 019	46
35 a 39 anos	13 888 579	34 541	0,00249	35	0,01236	94 477	1 168	469 466	3 981 209	42
10 a 44 anos	13 009 364	43 684	0,00336	40	0,01665	93 309	1 554	462 663	3 511 743	37
15 a 49 anos	11 833 352	56 984	0,00482	45	0,02379	91 756	2 183	453 321	3 049 080	33
50 a 54 anos	10 140 402	70 611	0,00696	50	0,03422	89 573	3 065	440 201	2 595 759	29
55 a 59 anos	8 276 221	82 245	0,00994	55	0,04848	86 508	4 194	422 052	2 155 558	24
50 a 64 anos	6 509 120	92 198	0,01416	60	0,06840	82 313	5 630	397 491	1 733 506	21
55 a 69 anos	4 840 810	102 713	0,02122	65	0,10075	76 683	7 726	364 102	1 336 015	17
70 a 74 anos	3 741 636	121 448	0,03246	70	0,15011	68 958	10 351	318 910	971 913	14
75 a 79 anos	2 563 447	128 257	0,05003	75	0,22235	58 606	13 031	260 453	653 003	11
30 a 84 anos	1 666 972	129 146	0,07747	80	0,32451	45 575	14 790	190 900	392 550	8
35 a 89 anos	819 483	98 732	0,12048	85	0,46296	30 785	14 252	118 295	201 650	6
90 anos e mais	449 129	89 082	0,19834	90	1,00000	16 533	16 533	83 355	83 355	5
				Н	omens					
Menos de 1 ano	1 378 532	25 588	0,01856	0	0,01826	100 000	1 826	98 348	7 020 533	70
l a 4 anos	5 638 455	4 109	0,00073	1	0,00291	98 174	286	392 012	6 922 185	70
a 9 anos	7 624 144	2 570	0,00034	5	0,00168	97 889	165	489 032	6 530 174	66

Figura 2: Uma tábua de vida abreviada.

#### Tipos de tábuas de vida



#### Tábuas Completas de Mortalidade



- A maioria das tábuas de vida começa com uma sequência de **TEMs**  $_{n}M_{x}$  e deriva o resto da tábua a partir daí.
- ► A opção pela construção da tábua de vida a partir de <sub>n</sub>M<sub>x</sub> se baseia em considerações práticas, já que em muitos casos a informação estatística de base vem neste formato.
- Mas em realidade, as funções da tábua de vida são equivalentes, no sentido de que qualquer uma delas pode ser construída a partir de qualquer outra.
  - Em teoria seria possível (embora pouco usual) construir uma tábua de vida inteira a partir da série de dados que descrevem o **tempo médio** que um indivíduo de idade exata x (x = 0, 1, 5, 10, 15, 20, 25 etc. anos) ainda tem por viver (a função da tábua de vida conhecida como  $e_x$ ).

Já foram mencionadas algumas das funções da tábua de vida. A seguir se mostra uma lista mais completa:

- $ightharpoonup_n m_x$ : A Taxa Específica de Mortalidade da tábua de vida (ou da população estacionária) do intervalo etário de  $ightharpoonup_n a$  anos exatos (ou  $ightharpoonup_n a$  anos completos).
- $Arr nM_x$ : A Taxa Específica de Mortalidade correspondente na população observada, geralmente próxima mas não exatamente igual a  $_nM_x$ .
- ▶  $_nq_x$ : A probabilidade de morte do intervalo etário de x a x + n 1 anos completos, ou seja, a probabilidade de que uma pessoa de x anos exatos morra antes de alcançar a idade de x + n anos exatos.
- ▶  ${}_{n}p_{x}$ : O complemento de  ${}_{n}q_{x}$ , ou seja  ${}_{n}p_{x}=1-{}_{n}q_{x}$ , a probabilidade de sobrevivência do intervalo etário de x a x+n-1 anos completos.
- $\ell_x$ : O número de sobreviventes de uma coorte de  $\ell_0$  nascidos vivos depois de x anos. No caso onde  $\ell_0 = 1$ , nota-se que  $\ell_x$  é equivalente com  $_xp_0$ , embora essa notação seja raramente usada.

- ▶  ${}_{n}d_{x}$ : O número de óbitos esperado entre uma coorte de  $\ell_{0}$  nascidos vivos entre as idades de x e x + n 1 anos completos.
- ▶  $_{n}L_{x}$ : O número de anos-pessoa vivido pela coorte de  $\ell_{0}$  pessoas nascidas vivas e ainda vivas na idade de x anos no intervalo de x até x+n anos exatos. Se todo o mundo sobrevive dos x até os x+n anos, este número será simplesmente  $n\ell_{x}$ , mas como algumas pessoas morrem durante o intervalo, o número efetivo será menor:  $n\ell_{x}+n+{}_{n}a_{xn}d_{x}$ , onde  ${}_{n}a_{x}$  é:
  - nax: Um fator de separação que expressa o número médio de anos vividos entre as idades x e x + n por pessoas vivas em x, mas que morrem antes de x + n. Normalmente este número é aproximadamente n/2, mas pode se afastar deste valor se há variações fortes da intensidade da mortalidade ao longo do intervalo.
- ▶  ${}_{n}S_{x}$ : A razão de sobrevivência do intervalo etário (x, x + n) ou seja a proporção de pessoas com idades entre x e x + n anos exatos na população estacionária que sobreviverão até o próximo intervalo:  ${}_{n}L_{x+n}/{}_{n}L_{x}$ .

- T<sub>x</sub>: O número de anos-pessoa vivido pela coorte de ℓ<sub>0</sub> pessoas nascidas vivas e ainda vivas na idade de x anos até a extinção completa da coorte, ou seja, até a morte do último sobrevivente.
- e<sub>x</sub>: O número médio de anos vividos a partir da idade exata x. Em particular, e<sub>0</sub> simboliza a esperança de vida (também chamada expectativa de vida) ao nascer.

#### Próxima aula

► Tábuas de vida: continuação.

#### Para casa

- Verificar os dados disponíveis em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9126tabuas-completas-de-mortalidade.html
- ▶ Ler o capítulo 9 do livro "Métodos Demográficos Uma Visão Desde os Países de Língua Portuguesa"¹.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>FOZ, Grupo de. *Métodos Demográficos Uma Visão Desde os Países de Língua Portuguesa*. São Paulo: Blucher, 2021. https://www.blucher.com.br/metodos-demograficos-uma-visao-desde-os-paises-de-lingua-portuguesa\_9786555500837

## Por hoje é só!

#### Bons estudos!

