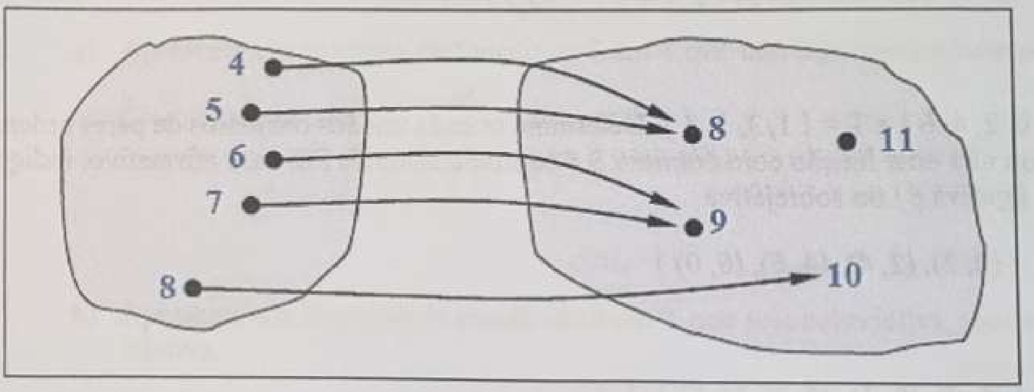
Escola Politécnica - PUCPR
Matemática Discreta - BSI
Lista de Exercícios – Funções
Nome: Rodrigo da Silva Alves

1. A figura a seguir indica uma função.



a) Qual o seu domínio? Qual o seu contradomínio? Qual o conjunto imagem?

DOMINIO = {4,5,6,7,8}
C. DOMINIO = {8, 9, 10, 11}
IMG = {8, 9, 10}

b) Qual a imagem de 5? E de 8?

5 = {8}
8 = {10}

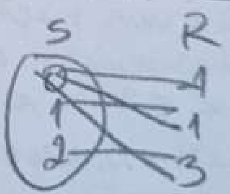
c) Quais as pré-imagens de 9?

{6,7}

d) Esta função é injetiva? É sobrejetiva?

NENHUM DOS DOIS

2. Usando a notação $f(x) = 2x - 1$ para descrever a associação da função, escreva um conjunto de pares ordenados para os casos de o contradomínio ser R e:



a) O domínio ser S = { 0, 1, 2 }

$f = \{(0,-1), (1,1)(2,3)\}$

b) O domínio ser S = { 1, 2, 4, 5 }

$f = \{(1,1)(2,3)\ \overline{(4,7)}(5,9)\}$

1 1
2 3
4 7
5 9

3. Seja $f : Z \to Z$ é definida por $f(x) = 3x$, encontre $f(A)$ para:

a) $A=\{1,2,3\}$

$f = \{3, 6, 9\}$

existe pertence

b) $A = \{ x \mid x \in Z \text{ e } (\exists y) (y \in Z \text{ e } x = 2y) \}$ x PERTENCE AOS INTEIROS e existe y

4. Seja $S = \{ 0, 2, 4, 6 \}$ e $T = \{ 1, 3, 5, 7 \}$. Determine se cada um dos conjuntos de pares ordenados a seguir é ou não uma função com domínio S e contradomínio T. Em caso afirmativo, indique se a função é injetiva e / ou sobrejetiva.

a) $\{ (0, 2), (2, 4), (4, 6), (6, 0) \}$ NÃO

b) $\{ (6, 3), (2, 1), (0, 3), (4, 5) \}$ SIM

NENHUM DOS DOIS

c) $\{ (2, 3), (4, 7), (0, 1), (6, 5) \}$ SIM

BIJETORA

d) $\{ (6, 1), (0, 3), (4, 1), (0, 7), (2, 5) \}$ NÃO

5. Quais dos itens a seguir representa funções. Quais são injetivas? Quais são sobrejetivas?

int naturais

a) $f : Z \to N$, onde f é definida por $f(x) = x^2 + 1$

É UMA FUNÇÃO

NÃO É NENHUM DOS DOIS

b) $g : N \to Q$, onde g é definida por $g(x) = 1 / x$

NÃO É UMA FUNÇÃO $g(0) = 1/0$

PRECISARÍAMOS EXCLUIR O 0 PARA A FUNÇÃO FUNCIONAR

$x \in N \wedge x \neq 0$

c) $h : Z \times N \to Q$, onde h é definida por $h(z, n) = z / (n + 1)$

É UMA FUNÇÃO

É SOBREJETORA

$$h(0,0) = 0/(0+1) = 0/1 = 0$$

$$h(1,1) = 1/(1+1) = 1/2 = 0{,}5$$

d) $g : N \to N$, onde g é definida por $g(x) = 2^x$

É UMA FUNÇÃO INJETORA $g(0) = 2^0 = 1$

$1 = 2^1 = 2$

$2 = 2^2 = 4$

6. Sejam S = { a, b, c, d } e T = { x, y, z }.

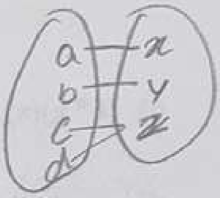
a) Apresente um exemplo de função de S em T que não seja injetiva nem sobrejetiva.

$f : S \to T \quad f(a) = x$

$g(s) = \{(s, t) \mid t \in T \wedge t \neq y\}$

b) Apresente um exemplo de função de S em T que seja sobrejetiva, mas não seja injetiva.

$f : S \to T \quad g(s) = \{(s, t) \mid t \in T$



$IMG = \{x, y, z\}$

c) É possível encontrar uma função de S em T que seja injetiva?

NÃO

AS CARDINALIDADES DOS DOIS GRUPOS PRECISARIAM SER IGUAIS

7. Sejam f(x)=3x-5, g(x)=x²+2x-3, obter:

a) (f ° g)(2)

$g(2) = 2^2 + 2.2 - 3$
$4 + 4 - 3$
$8 - 3 = 5$
$f(5) = 3.5 - 5$
$15 - 5 = 10$

b) (g ° f)(-3)

$f(-3) = 3.-3 - 5$
$-9 - 5 = -14$
$g(-3) = -3^2 + 2.-3 - 3$
$-9 + -6 - 3$
$-15 - 3 = -18$

c) (g ° f)(x)

$g(f(x)) = g(3x-5)$
$g(3x-5) = (3x-5)^2$

d) (f ° g)(x).

$f(g(x)) = f(x^2 + 2x - 3)$
$f(x^2 + 2x - 3) = 3(x^2 + 2x - 3) - 5$
$= 3x^2 + 6x - 9 - 5$
$(f \circ g)(x) = 3x^2 + 6x - 14$

c) $g(f(x) = g(3x - 5)$

$g(3x-5) = (3x-5)^2 + 2(3x-5) - 3$
$(3x-5).(3x-5) + 6x - 10 - 3$
$9x^2 - 15x + 15x + 25$
$9x^2 - 30x + 25 + 6x - 10 - 3$
$9x^2 - 24x + 12$

8. Para cada par de funções **f** e **g** a seguir, responda.

- Verifique se é possível determinar **f ° g** e **g ° f**.
- Se ambas **f ° g** e **g ° f** existirem, verifique se são iguais.

a) $f = \{ (1, \underline{2}), (2, \underline{3}), (3, \underline{4}) \}$ e $g = \{ (2, \underline{1}), (3, \underline{1}), (4, \underline{1}) \}$

$g = \{(\underline{2},1)(\underline{3},1)(\underline{4},1)\}$ $f = \{(\underline{1},2)(2,3)(3,4)\}$

$f \circ g = \{(1,1)(2,1)(3,1)\}$ $g \circ f = \{(2,2)(3,2)(4,2)\}$

$\neq$

b) $f = \{ (1, \underline{2}), (2, \underline{3}), (3, \underline{4}) \}$ e $g = \{ (2, \underline{1}), (3, \underline{2}), (4, \underline{3}) \}$

$g = \{(\underline{2},1),(\underline{3},2),(\underline{4},3)\}$ $f = \{(\underline{1},2)(2,3)(\underline{3},4)\}$

$f \circ g = \{(1,1)(2,2)(3,3)\}$ $g \circ f = \{(2,2)(3,3)(4,4)\}$

$\neq$

c) $f = \{ (1, \underline{2}), (2, \underline{3}), (3, \underline{4}) \}$ e $g = \{ (1, \underline{2}), (2, 0), (3, 5), (4, \underline{3}) \}$

$g = \{(1,2)(\underline{2},0)(\underline{3},5)(\underline{4},3)\}$ $f = \{(1,2)(\underline{2},3)(\underline{3},4)\}$

$f \circ g = \{(1,0)(2,5)(3,3)\}$ $g \circ f = \{(1,3)(4,4)\}$

$\neq$

d) $f = \{ (1, \underline{4}), (2, \underline{4}), (3, 3), (4, \underline{1}) \}$ e $g = \{ (1, \underline{1}), (2, \underline{1}), (3, \underline{4}), (4, \underline{4}) \}$

$g = \{(\underline{1},1)(2,1)(\underline{3},4)(\underline{4},4)\}$ $f = \{(\underline{1},4)(2,4)(3,3)(\underline{4},1)\}$

$f \circ g = \{(1,4)(2,4)(\underline{3,4})(4,1)\}$ $g \circ f = \{(1,4)(2,4)(\underline{3,1})(4,1)\}$

$\neq$

e) $f = \{ (1, \underline{2}), (2, \underline{3}), (3, \underline{4}), (4, \underline{5}), (5, \underline{1}) \}$ e $g = \{ (1, \underline{3}), (2, \underline{4}), (3, \underline{5}), (4, \underline{1}), (5, \underline{2}) \}$

$g = \{(\underline{1},3)(\underline{2},4)(3,5)(\underline{4},1)(\underline{5},2)\}$ $f = \{(\underline{1},2)(\underline{2},3)(\underline{3},4)(4,5)(5,1)\}$

$f \circ g = \{(1,4)(2,5)(3,1)(4,2)(5,3)\}$ $g \circ f = \{(1,4)(2,5)(3,1)(4,2)(5,3)\}$

$==$