

1.7 有效数字及其运算

1.7.1 有效数字的概念

1.7.1.1 一般概念

任何一个物理量,对它进行测量得到的结果总是有误差的,测得值的位数不能任意取,要由不确定度来决定,即测得值的末位数与不确定度的

末位数对齐.例如 1.6.4 小节中例 1 中 $\bar{d}=5.996\ 7\text{ mm}$, $U=0.002\ 8\text{ mm}$ 二者末位对齐.最后结果写为 $d=(5.996\ 7\pm0.002\ 8)\text{ mm}$,说明实际值在 $5.993\ 9\sim5.999\ 5\text{ mm}$ 范围之内,这里前面三位 5.99 是可靠数字,后面两位是反映误差的存疑数字.又如例 2 中 $\bar{g}=9.752\ 3\text{ m/s}^2$, $U_g=0.04\text{ m/s}^2$ 按“末位对齐”原则,最后结果为 $g=(9.75\pm0.04)\text{ m/s}^2$,这里前面两位 9.7 是可靠数字,后面一位是存疑数字.

可靠数字和存疑数字合起来统称为有效数字.它们正确而有效地表示了实验结果.以上两例中 d 有五位有效数字, g 有三位有效数字.

应注意,测得值第一个可靠数字前定位用的“0”不是有效数字,例如棒长 2.34 cm 改用米作单位时为 $0.023\ 4\text{ m}$,“2”前面的两个“0”不是有效数字.但是测得值第一个可靠数字后面的“0”是有效数字.例如 4.02 kg , 50.00 cm^3 前者有三位有效数字,后者有四位有效数字.

1.7.1.2 直接测量的读数原则

直接测量读数应反映出有效数字.例如:用毫米刻度的米尺测量某物体长度.如图 01-6(a)所示, $L=1.67\text{ cm}$.“1.6”是从米尺上读出的“可靠”数,“7”是从米尺上估读的“存疑”数,是含有误差的,但是有效的,所以读出的是三位有效数字.若如图 01-6(b)所示时, $L=2.00\text{ cm}$,亦应是三位有效数字,而不能读为 $L=2.0\text{ cm}$ 或 $L=2\text{ cm}$,因为这样表示分别只有两位或一位有效数字.若用毫米刻度米尺测量某物体长度,如图 01-6(c)所示, $L=90.70\text{ cm}$ 有四位有效数字.但是若改用厘米刻度米尺测该物体长度时,如图 01-6(d)所示,则 $L=90.7\text{ cm}$,只有三位有效数字.所以在直接测量读数时:

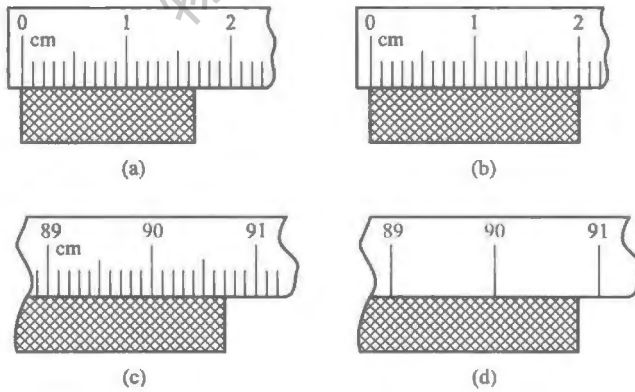


图 01-6 用米尺测量物体长度

- (1) 应估读到仪器最小刻度以下的一位存疑数.
- (2) 有效数字位数的多少既与使用仪器的精度有关,又与被测量本身的大小有关.

综上所述,有效数字位数是仪器精度和被测量本身大小的客观反映,不能任意增减.

因此,在单位换算或交换小数点位置时,不能改变有效数字位数,而是应该运用科学记数法,把不同单位用 10 的不同次幂表示.例如:1.2 m 不能写作 120 cm,也不能写作 1 200 mm,或 1 200 000 μm ,应记为

$$1.2 \text{ m} = 1.2 \times 10^2 \text{ cm} = 1.2 \times 10^3 \text{ mm} = 1.2 \times 10^6 \mu\text{m}$$

反之把小单位换成大单位,小数点移位,在数字前出现的“0”虽不是有效数字,仍应以科学记数法表示为宜.例如:

$$2.4 \text{ mm} = 2.4 \times 10^{-1} \text{ cm} = 2.4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

1.7.2 有效数字运算规则

间接测量结果要通过运算才能得出.运算结果的有效数字位数的多少,仍应由不确定度计算结果来确定.但是,在做误差计算以前的测量值运算过程中,可由有效数字运算规则进行初次的取舍,以简化运算过程.

1.7.2.1 加减运算

规则:几个数相加减,结果以小数位数最少的为准。

【例 1】

$$\begin{array}{r} 30.3 \\ 1.384 \\ + 0.0067 \\ \hline 31.6907 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{结果为} \\ \rightarrow 31.7 \end{array}$$

【例 2】

$$\begin{array}{r} 12.6 \\ - 4.378 \\ \hline 8.222 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{结果为} \\ \rightarrow 8.2 \end{array}$$

1.7.2.2 乘除运算

规则:几个数相乘除时,结果以有效数字位数最少的为准。

$$\text{【例 3】} \quad \frac{10.522 \times 0.34}{1.118} \quad \begin{array}{l} \text{结果为} \\ \rightarrow 3.2 \end{array}$$

$$\text{【例 4】} \quad \frac{160.41}{12.425 \times 4.11} \quad \begin{array}{l} \text{结果为} \\ \rightarrow 3.14 \end{array}$$

1.7.2.3 乘方、立方、开方运算

规则:结果可比原数多保留一位。

$$\text{【例 5】} \quad (341)^2 = 1\,163 \times 10^2 \text{ 或 } 1.163 \times 10^5$$

【例 6】 $\sqrt{27.37} = 5.2316$

1.7.2.4 对数、三角函数运算

对数运算规则： n 位数字应该用 n 位对数表。

【例 7】 $\lg 3.142 + \lg 5.267 = 0.4972 + 0.7216 = 1.1288$

三角函数运算规则：所用函数表的位数随角度误差的减小而增加。角度误差为 $10''$, $1''$, $0.1''$, $0.01''$ 时，相应三角函数表位数分别选择 5 位, 6 位, 7 位, 8 位。

1.7.2.5 计算机运算

计算机运算时，必须对它计算所显示的结果，用上述有效数字运算规则和误差取舍法则进行判别，并写出正确结果。在中间运算时，运算数据可多取一位，使运算结果准确度尽可能高些。