

Descripción General

En este trabajo se calculó el género del espacio topológico que se considera al tomar las orbitas de  $\mathbb{H}$  (plano complejo superior) bajo la acción de

$$\Gamma(N) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL_2(\mathbb{Z}) : \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

dada por

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \tau = \frac{a\tau + b}{c\tau + d} \tag{1}$$

Con este fin exploramos la estructura compleja del cociente para poder utilizar el teorema de Riemann-Hurwitz, y así obtener que el género del espacio  $\mathbb{H}^*/\Gamma(N)$  (para  $N \leq 3$ ) es

$$g_N = 1 + \frac{N^2(N-6)}{24} \prod_{p|N} \left(1 - \frac{1}{p^2}\right) \tag{2}$$

El juego de la vida

Conway cuenta que fueron las ideas de cómo los autómatas podrían en algún momento simular cosas complejas como el cerebro humano, o incluso, podrían replicarse a sí mismas, las que dieron inicio a su interés en crear autómatas. Conway empezó a buscar automatasm universales que tuvieran reglas simples. La idea de Von Neumann era sobre una cuadrícula de dos dimensiones, así que Conway pensó primero en algo más simple, algo de una sola dimensión, FRACTRAN fue el primer resultado.

FRACTRAN

Es un lenguaje de programación cuyos programas consisten en una lista finitas de fracciones, y puede crear cualquier programa posible, por ejemplo, este es un programa que genera los números primos en orden

$$\left( \frac{17}{91}, \frac{78}{85}, \frac{19}{51}, \frac{23}{38}, \frac{29}{33}, \frac{77}{29}, \frac{95}{23}, \frac{77}{19}, \frac{1}{17}, \frac{11}{13}, \frac{13}{11}, \frac{15}{14}, \frac{15}{2}, \frac{55}{1} \right).$$

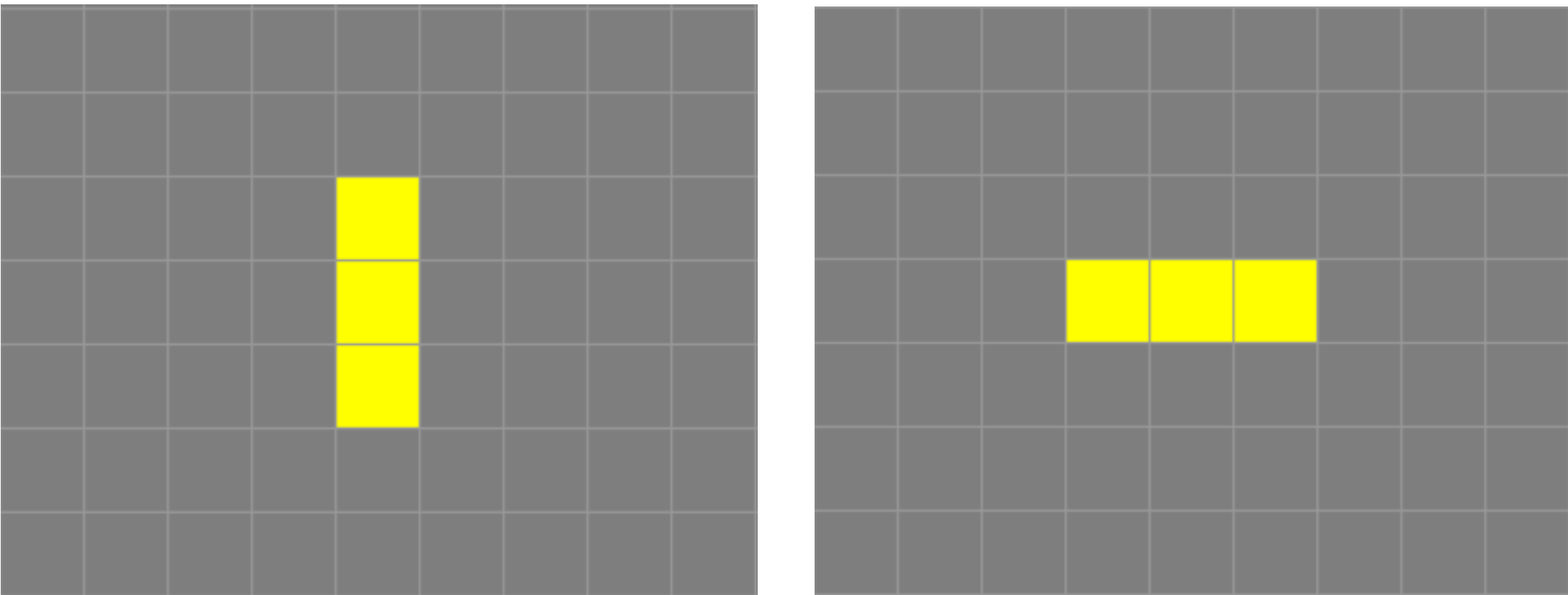
Despues de esto, Conway intentó jugar con autómatas de una dimension, es decir autómatas donde la cuadrícula es de solo un cuadro de ancho. Sin embargo, se le hizo muy difícil tener resultados sobre estos [2]. Fue hasta que lo intentó con dos dimensiones cuando llegó a conseguir su cometido.

El juego de la vida se juega en un tablero dos dimensional conformado por celdas, como un tablero de Go pero infinito. El juego empieza con un estado inicial y va evolucionando conforme a las reglas. Cada celda tiene 8 celdas adyacentes a los que llamaremos vecinos, cuatro que comparten un lado y cuatro que comparten solamente un vértice, es decir, dos horizontales, dos verticales, y cuatro en diagonal. Las reglas del juego son:

Reglas

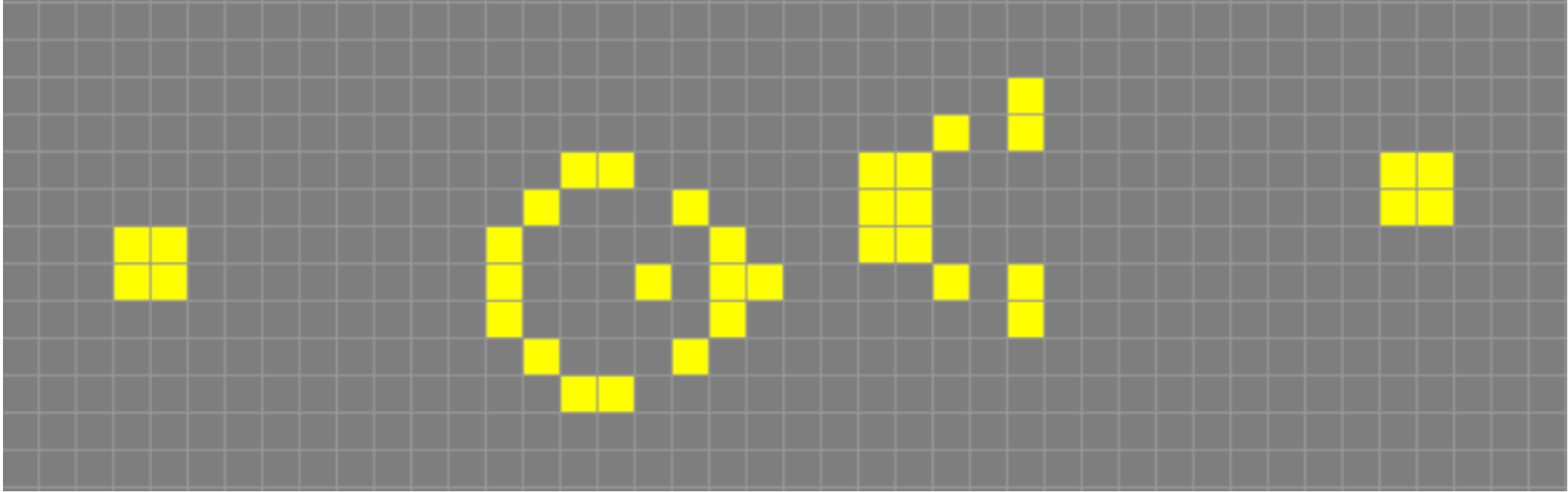
- Regla de nacimiento:** Si una celda está muerta en el tiempo  $t$ , y la celda tiene exactamente 3 celdas vecinas que están vivas, entonces la celda se convierte en una celda viva en el tiempo  $t + 1$ .
- Regla de muerte:** Si una celda viva en el tiempo  $t$  tiene menos que 2 vecinos vivos, la celda muere por soledad en el tiempo  $t + 1$ . Si una celda viva en el tiempo  $t$  tiene más que 3 vecinos vivos, la celda muere por hacinamiento en el tiempo  $t + 1$ .
- Regla de supervivencia:** Si una celda viva tiene exactamente 2 o 3 celdas vivas vecinas, entonces la celda sigue viva en el tiempo  $t + 1$ .

En la izquierda se muestra la configuración en el paso  $t = 0$ , a la derecha en la iteración siguiente  $t = 1$ . A esta figura se le conoce como *blinker*.



En Octubre de 1970, Martin Gardner en su columna *Mathematical Games* del *Scientific American* [1] escribió un texto titulado *The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "life"*. La columna, además de describir el juego proponía un reto; encontrar un patrón inicial que al evolucionar creciera sin límites, y además prometía 50 USD a quien fuera el primero en encontrarla o demostrar que no existe.

En Noviembre del año en que salió la columna de Gardner (1970), un equipo del MIT liderado por Bill Gosper, un matemático y programador estadounidense, se ganó el premio propuesto en la columna al descubrir/inventar una pistola de gliders ahora conocida como la *Gosper Glider gun*



Referencias

[1] Martin Gardner. "Mathematical Games". En: *Scientific American* 223.4 (oct. de 1970), págs. 120-123. DOI: 10.1038/scientificamerican1070-120. URL: <https://doi.org/10.1038/scientificamerican1070-120>.  
[2] Siobhan Roberts. *Genius at play*. en. New York, NY: Bloomsbury Publishing Plc, sep. de 2015.