Tugas Besar 1 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya
Semester I Tahun 2020/2021

Kelompok 44:
13519070 - Mhd. Hiro Agayeff Muslion
13519071 - Farhan Nur Hidayat Denira
13519161 - Harith Fakhiri Setiawan

Asisten :
13518070 - Felicia Gillian Tekad Tuerah

BAB I
Deskripsi Masalah

1. **Abstraksi**

Sistem persamaan linier (SPL) $Ax = b$ dengan n peubah (variable) dan m persamaan berbentuk seperti :

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
\vdots \qquad\qquad & \quad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m
\end{aligned}
$$

dalam hal ini x_i adalah peubah, a_{ij} dan b_i adalah koefisien $\in$ R. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah Cramer (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak, atau hanya satu (unik/tunggal).

Sebuah matriks M berukuran n × n

$$
M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}
$$

determinannya adalah

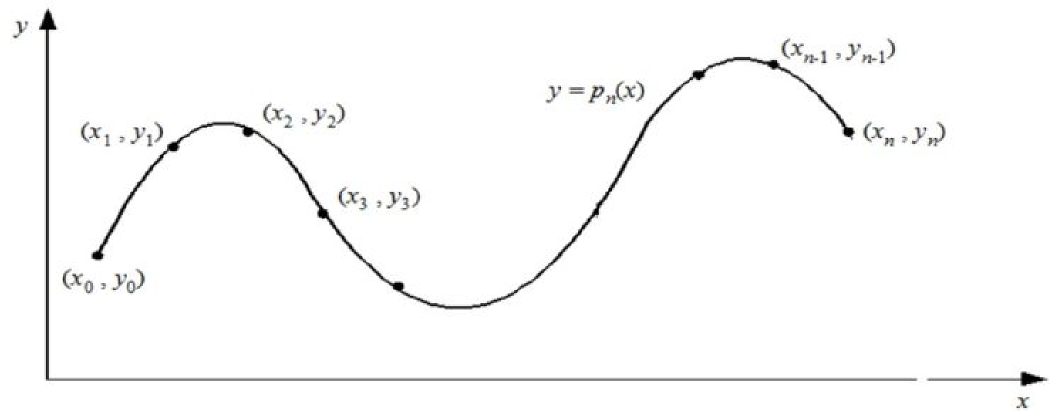
$$
\det(M) = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{vmatrix}
$$

Determinan matriks M berukuran n × n dapat dihitung dengan beberapa cara: reduksi baris dan ekspansi kofaktor.

SPL memiliki banyak aplikasi dalam bidang sains dan rekayasa, dua diantaranya diterapkan pada tugas besar ini, yaitu interpolasi polinom dan regresi linier.

2. Interpolasi Polinom

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, $(x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)$. Tentukan polinom $p_n(x)$ yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga $y_i = p_n(x_i)$ untuk i = 0, 1, 2, …, n.



Setelah polinom interpolasi $p_n(x)$ ditemukan, $p_n(x)$ dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di sembarang titik di dalam selang $[x_0, x_n]$.

Polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasi titik-titik $(x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)$. adalah berbentuk $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x_2 + … + a_nx_n$. Jika hanya ada dua titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1), maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah $p_1(x) = a_0 + a_1x$ yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), dan (x_2, y_2), maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x_2$ atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), dan (x_3, y_3), polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah $p_3(x) = a_0 + a_1x + a_2x_2 + a_3x_3$, demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia (n+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x_2 + … + a_nx_n$ untuk $i = 0, 1, 2, …, n$, akan diperoleh *n* buah sistem persamaan lanjar dalam $a_0, a_1, a_2, …, a_n$,

$$\begin{gathered}
a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \ldots + a_n x_0^n = y_0 \\
a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \ldots + a_n x_1^n = y_1 \\
\ldots \qquad\qquad \ldots \\
a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_n x_n^n = y_n
\end{gathered}$$

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai $a_0, a_1, …, a_n$, diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513). Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada $x = 9.2$. Polinom kuadratik berbentuk $p_2(x) = a_0 + a_1x +$

a_2x_2. Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sisten persamaan lanjar yang terbentuk adalah

$$a_0 + 8.0a_1 + 64.00a_2 = 2.0794$$
$$a_0 + 9.0a_1 + 81.00a_2 = 2.1972$$
$$a_0 + 9.5a_1 + 90.25a_2 = 2.2513$$

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan $a_0 = 0.6762$, $a_1 = 0.2266$, dan $a_2 = -0.0064$. Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah $p_2(x) = 0.6762 + 0.2266x - 0.0064x^2$. Dengan menggunakan polinom ini, maka nilai fungsi pada $x = 9.2$ dapat ditaksir sebagai berikut: $p_2(9.2) = 0.6762 + 0.2266(9.2) - 0.0064(9.2)^2 = 2.2192$.

3. **Regresi Linear Berganda**

Regresi Linear (akan dipelajari lebih lanjut di Probabilitas dan Statistika) merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

$$\begin{array}{lllll}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\
\vdots \qquad \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki}y_i
\end{array}$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

BAB II
Teori Singkat

1. Metode Eliminasi Gauss.

Metode eliminasi gauss adalah metode yang digunakan untuk mencari solusi dari sistem persamaan linear. Metode ini digunakan dengan cara membuat matriks dari sistem persamaan linear variable, lalu melakukan Operasi Baris Elementer (OBE) untuk menghasilkan bentuk eselon baris.

Syarat eselon baris i:

- Apabila pada suatu baris terdapat elemen-elemen yang tidak semuanya nol, maka bilangan tak nol pertama di dalam baris tersebut adalah 1 utama.
- Apabila ada baris yang seluruhnya nol, maka semua baris itu dikumpulkan pada bagian bawah matriks.
- Di dalam dua baris berurutan yang tidak seluruhnya nol, maka 1 utama pada baris yang lebih rendah terdapat lebih jauh ke kanan daripada 1 utama pada baris yang lebih tinggi.

Contoh eselon baris:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Contoh proses metode eliminasi gauss:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 1 & 9 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 11 & 5 & 35 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 1 & 9 \\ 0 & -2 & -2 & -8 \\ 0 & 2 & 2 & 8 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 1 & 9 \\ 0 & -2 & -2 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

2. Metode Eliminasi Gauss Jordan.

Metode eliminasi gauss jordan adalah metode yang digunakan untuk mencari solusi dari sistem persamaan linear. Metode ini digunakan dengan cara membuat matriks dari sistem persamaan linear variable, lalu melakukan Operasi Baris Elementer (OBE) untuk menghasilkan bentuk eselon baris tereduksi.

Syarat eselon baris tereduksi:

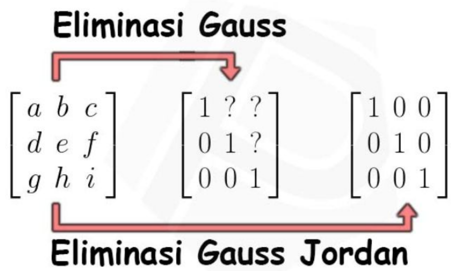
- Apabila pada suatu baris terdapat elemen-elemen yang tidak semuanya nol, maka bilangan tak nol pertama di dalam baris tersebut adalah 1 utama.
- Apabila ada baris yang seluruhnya nol, maka semua baris itu dikumpulkan pada bagian bawah matriks.
- Di dalam dua baris berurutan yang tidak seluruhnya nol, maka 1 utama pada baris yang lebih rendah terdapat lebih jauh ke kanan daripada 1 utama pada baris yang lebih tinggi.

- Setiap kolom yang memiliki 1 utama memiliki nol di tempat lain.

Contoh eselon baris tereduksi :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Secara umum, gauss jordan merupakan proses yang melanjutkan perubahan dari eselon baris, yang didapat dengan metode eliminasi gauss, menjadi eselon baris tereduksi.



3. Determinan.

Determinan adalah nilai skalar yang dapat dihitung dari elemen matriks persegi dan mengkodekan properti tertentu dari transformasi linier yang dijelaskan oleh matriks.

Misalkan matriks adalah *A*, maka determinan sering kali dilambangkan sebagai *det(A)* atau |*A*|.

Beberapa sifat yang dimiliki determinan antara lain:

1. Misal k adalah konstanta yang mengalikan suatu baris pada matriks A, maka *det(kA)=kdet(A).*
2. Misal matriks B merupakan matriks A yang mengalami pertukaran baris, maka *det(B)=-det(A).*
3. Misal matriks B merupakan matriks A yang mengalami penambahan pada satu barisnya dengan nilai k dikali nilai baris lain, maka *det(B)=det(A).*
4. Apabila matriks *A* mengandung sebuah baris nol atau kolom nol, maka *det(A) =0.*
5. Misal matriks A^T merupakan transpose dari *A*, maka $det(A^T)= det(A)$
6. Misal *A=BC*, maka *det(A) = det(BC).*
7. Apabila *det(A)=0*, maka tidak terdapat matriks balikan dari *A.*
8. Misal matriks balikan dari matriks *A* adalah A^{-1}, maka $det(A^{-1})=1/det(A)$.

Terdapat 2 metode yang sering digunakan untuk menghitung nilai determinan dari sebuah matriks, yaitu reduksi baris, dan juga ekspansi kofaktor.

- Metode reduksi baris
  Metode reduksi baris dilakukan dengan melakukan Operasi Baris Elementer (OBE) hingga terbentuk matriks segitiga atas, lalu mengalikan semua diagonalnya, serta mengalikan dengan -1 setiap kali terjadi pertukaran baris.

$$[A] \overset{\text{OBE}}{\sim} [\text{matriks segitiga bawah}]$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \overset{\text{OBE}}{\sim} \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ 0 & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & a'_{3n} \\ 0 & 0 & 0 & a'_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\text{maka } \det(A) = (-1)^p \, a'_{11} a'_{22} \dots a'_{nn}$$

P = jumlah pertukaran baris pada OBE

- Metode ekspansi kofaktor

Metode ekspansi kofaktor adalah metode pencarian determinan didapat dengan mencari minor matriks, kemudian merubahnya menjadi matriks kofaktor. Minor matriks merupakan submatriks yang disusun dengan cara menghitung determinan dari matriks selain diluar baris i dan kolom j. Misal matriks A memiliki minor matriks M, maka M_{ij} merupakan determinan dari matriks A tanpa baris dan kolom j.

Apabila matriks A, yang elemen elemennya a_{ij}, memiliki matriks kofaktor C, yang elemen elemennya c_{ij}, Maka determinan dapat dicari menggunakan rumus :

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + \dots + a_{1n}C_{1n}$$
$$\det(A) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{2n}C_{2n}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{n1}C_{n1} + a_{n2}C_{n2} + \dots + a_{nn}C_{nn}$$

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \dots + a_{n1}C_{n1}$$
$$\det(A) = a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{n2}C_{n2}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{1n}C_{1n} + a_{2n}C_{2n} + \dots + a_{nn}C_{nn}$$

4. Matriks Balikan.

Matriks balikan merupakan kebalikan atau *inverse* dari sebuah matriks, yang apabila dikalikan dengan matriks tersebut akan menghasilkan matriks identitas. Balikan dari sebuah matriks dapat dicari dengan cara eliminasi gauss jordan, dan juga menggunakan adjoin.

- Mencari matriks balikan dengan metode eliminasi gauss jordan

Misalkan matriks *A* adalah matriks persegi yang berukuran *nxn*, dan *I* adalah matriks identitas dengan ukuran *nxn.* Maka matriks balikan dapat dicari dengan melakukan eliminasi gauss jordan pada matriks A, lalu menerapkan Operasi Baris Elementer (OBE) yang sama pada matriks identitas. Kemudian, hasil dari Operasi Baris Elementer (OBE) tersebut merupakan matriks balikan dari matriks *A.*

$$[A|I] \sim [I|A^{-1}]$$

- Mencari matriks balikan dengan adjoin
  Misalkan matriks A^{-1} adalah balikan dari matriks *A.* Maka A^{-1} dapat dicari dengan menggunakan rumus,

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \operatorname{adj}(A)$$

  dengan *adj(A)* sebagai adjoin dari A.

Selain itu, matriks balikan juga dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear yang memiliki solusi tunggal, misal A adalah sebuah matriks sistem persamaan linear berbentu *Ax=b.* Maka solusi dari sistem persamaan linear tersebut dapat dicari dengan menggunakan rumus $x=A^{-1}b$ dengan A^{-1} merupakan matiks balikan dari matriks A. Rumus ini dibuktikan dengan langkah langkah berikut,

$$(A^{-1})A\mathbf{x} = (A^{-1})\ \mathbf{b}$$
$$I\mathbf{x} = A^{-1}\ \mathbf{b}$$
$$\mathbf{x} = A^{-1}\ \mathbf{b}$$

5. Matriks Kofaktor
   Misal *C* merupakan matriks kofaktor dari sebuah matriks *A* yang elemennya bernilai C_{ij} dan *M* merupakan minor matriks dari sebuah matriks *A* yang elemennya bernilai M_{ij}. Maka elemen dari matriks *C* bernilai :

$$C_{ij} = (-1)^{(i+j)}(M_{ij})$$

6. Matriks Adjoin.
   Misal *C* merupakan matriks kofaktor dari sebuah matriks *A,* maka $adj(A) = C^T$ dengan C^T merupakan transpose dari matriks *C* yang merupakan matriks kofaktor dari matriks *A.*

7. Kaidah Cramer.
   Kaidah cramer merupakan metode yang digunakan untuk mencari solusi dari sistem persamaan linear. Misal sistem persamaan linear berbentuk *Ax=b* yang terdiri dari n variable dan juga n persamaan linear sedemikian rupa sehingga $det(A) \neq 0$. Maka SPL tersebut memiliki solusi tunggal yang didapat dengan,

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}\ ,\quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}\quad ,\ \dots\ ,\quad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

   Dengan A_j merupakan matriks *A* yang kolom ke-j nya digantikan oleh b_i yang merupakan solusi dari spl.

8. Interpolasi Polinom

Interpolasi polinomial adalah metode menghasilkan titik-titik data baru dalam suatu jangkauan dari suatu set diskrit data-data yang diketahui dari kumpulan data tertentu oleh polinomial dengan derajat serendah mungkin yang melewati titik-titik kumpulan data.

Teori:

Diberikan n+1 data $x_0, x_1, \ldots, x_n$ yang berbeda dan diikuti dengan nilai $y_0, y_1, \ldots, y_n$, maka akan ada polinomial dengan derajat tertingginya n yang menginterpolasikan data $\{(x_0, y_0), \ldots, (x_n, y_n)\}$.

Contoh:

$$f(x) = -0.0001521x^6 - 0.003130x^5 + 0.07321x^4 - 0.3577x^3 + 0.2255x^2 + 0.9038x.$$

Pada contoh diatas pada x dengan derajat 6, maka dengan interpolasi polinom akan ditemukan polinom derajat tertingginya 5 (n-1 = 6-1 = 5) yang melalui persamaan tersebut.

9. Regresi Linier berganda

Regresi linier berganda adalah metode statistika yang digunakan untuk memprediksi hasil variabel respon (y) dengan menggunakan beberapa variabel nilai peubah (x). Adapun rumus jadi dari regresi linier berganda sebagai berikut.

Formula and Calcualtion of Multiple Linear Regression

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \ldots + \beta_p x_{ip} + \epsilon$$

where, for $i = n$ observations:

y_i = dependent variable

x_i = expanatory variables

β_0 = y-intercept (constant term)

β_p = slope coefficients for each explanatory variable

ϵ = the model's error term (also known as the residuals)

Untuk mencari regresi linier berganda dari suatu data dapat direpresentasikan sebagai matriks. Misal semua data yang sudah direpresentasikan sebagai matriks dianggap sebagai MatriksReg.

BAB III
IMPLEMENTASI PADA JAVA

1. Class Main

Class ini merupakan program utama yang akan dijalankan, berisi pilihan menu yang dapat dipilih sesuai pilihan pengguna.

a. Attributes

Int menu1 : integer yang akan menentukan menu nomor berapa yang akan dijalankan.

b. Methods

1. Void main : ketika Class dijalankan, maka program akan mengeksekusi method main. Program pertama akan menampilkan daftar pilihan yang tersedia, setelah itu program akan meminta input int menu1, lalu program akan menjalankan fungsi sesuai menu yang dipilih.

2. Void printMatriks: Program menggunakan parameter double[][] matriks, lalu akan menampilkan matriks tersebut per baris ke terminal/file output.

2. Class Cofactor

Class Cofactor merupakan kelas yang digunakan untuk mencari berbagai komponen pada matriks, mulai dari kofaktor, adjoin, hingga inverse.

a. Attributes
   Tidak terdapat atribut pada kelas ini.
b. Methods
   1. Double excMatriks : mengembalikan nilai berupa submatriks small berukuran $(n-1)_x(n-1)$ dengan elemennya berupa input matriks selain baris i dan j pada input.
      Attribute pada method:
      a. Double[][] matriks : matriks input yang akan di perkecil n_xn.
      b. Double[][] small : submatriks dari matriks utama berukuran $(n-1)_x(n-1)$ yang akan dikembalikan pada Double excMatriks.
      c. Int baris : baris yang dikeluarkan pada submatriks small.
      d. Int kolom : baris yang dikeluarkan pada submatriks small.
      e. Int i : indeks baris.
      f. Int j : indeks kolom.
   2. Double getCofactor : Mengembalikan nilai berupa matriks kofaktor dengan elemen berisi determinan dari submatriks small pada Double excMatriks dikalikan dengan $(-1)^{(i+j)}$.
      Attribute pada method :

a. Double[][] matriks : matriks input yang akan dicari nilai kofaktornya.
b. Double[][] cofactor : matriks cofactor dari matriks input yang akan dikembalikan pada Double getCofactor.
c. Int i : indeks baris.
d. Int j : indeks kolom.

3. Double getTranspose : Mengembalikkan nilai berupa transpore dari matriks input.
   Attribute pada method :
   a. Double[][] matriks : matriks input yang akan di transpose
   b. Double[][] transpose : matriks transpose dari matriks input yang akan dikembalikan pada Double getTranspose.
   c. Int i : indeks baris.
   d. Int j : indeks kolom.
4. Double kaliKons : mengembalikan nilai berupa matriks hasil dari perkalian matriks input dengan suatu konstanta x.
   Attribute pada method :
   a. Double[][] matriks : matriks input yang akan dikalikan dengan konstanta
   b. Double x : konstanta yang akan dikalikan dengan matriks input.
   c. Double[][] hasil : hasil dari perkalian matriks input dengan konstanta x yang akan dikembalikan pada Double kaliKons.
   d. Int i : indeks baris.
   e. Int j : indeks kolom.

5. Void makeInverse : membuat matriks invers dari sebuah input matriks dengan memanfaatkan berbagai fungsi.
   Attribute pada method :
   a. Double[][] matriks : input matriks yang akan dicari nilai inversnya
   b. Double[][] kofaktor : matriks kofaktor dari matriks input
   c. Double[][] adjoin : matriks yang merupakan hasil transpose dari matriks kofaktor atau adjoin dari matriks input.
   d. Double[][] inverse : matriks yang merupakan hasil dari konstanta berupa 1/det(mSquare)
   e. Double[][] mSquare : matriks input tanpa solusi SPL (matriks bukan augmented)
   f. Double determinan : determinan dari matriks mSquare.
   g. Int i : indeks baris.
   h. Int j : indeks kolom.

3. Class Determinan

Class Determinan berisi methods dan attributes yang akan digunakan untuk mencari nilai determinan dari suatu matriks.

a. Attributes
   1. Int brs : jumlah baris matriks

2. Int kol : jumlah kolom matriks
3. Double[][] matriks : matriks yang akan dimanipulasi ketika program dijalankan
4. Int menu1 : integer yang akan menentukan menu nomor berapa yang akan dijalankan.
5. Int menu : integer yang akan menentukan menu nomor berapa yang akan dijalankan.

b. Methods
    1. Void main : Saat pertama kali dijalankan program menampilkan daftar pilihan yang tersedia, setelah itu program akan meminta input int menu1, apabila pengguna memberi masukan 1, maka program akan meminta masukan jumlah baris dan matriks perbaris dari pengguna, apabila pengguna memberi masukan 2, maka program akan membaca matriks dari nama file yang pengguna masukkan, dan apabila memberi masukan tidak valid, maka akan memberi luaran “input salah” dan program akan terhenti. Setelah masukan valid, program akan meminta masukan int menu, jika masukan 1, maka akan mencari determinan dengan metode ekspansi kofaktor, jika masukan 2 maka menggunakan metode reduksi baris, dan jika selain itu program akan meminta masukan ulang sampai valid.

    2. Int Insertbrs : meminta masukan integer untuk jumlah baris/kolom matriks
    3. Menu : meminta masukan integer untuk memilih metode mencari determinan yang diinginkan.
    4. Void bacaValue : membuat matriks dari masukan pengguna, dimana pengguna akan memberi masukan per baris.
    5. Double ekspansiKofaktor : memberi keluaran nilai determinan dari matriks dengan menggunakan metode ekspansi Kofaktor
    6. Double reduksiBaris : memberi keluaran nilai determinan dari matriks dengan menggunakan metode Reduksi baris.

4. Class Inverse

a. Attributes
    1. Int brs : jumlah baris matriks
    2. Int kol : jumlah kolom matriks
    3. Double[][] matriks : matriks yang akan dimanipulasi ketika program dijalankan
    4. Int menu1 : integer yang akan menentukan menu nomor berapa yang akan dijalankan.

b. Methods
    1. Void main : Saat pertama kali dijalankan program menampilkan daftar pilihan yang tersedia, setelah itu program akan meminta input int menu1, apabila pengguna memberi masukan 1, maka program akan meminta masukan jumlah baris dan matriks perbaris dari pengguna, apabila pengguna memberi masukan 2, maka program akan membaca matriks dari nama file yang pengguna masukkan, dan apabila memberi masukan tidak valid, maka akan memberi luaran “input salah” dan program akan terhenti. Setelah masukan valid, program

akan melakukan method matriksBalikan dengan parameter matriks yang tadi dibuat.
2. Int Insertbrs : meminta masukan integer untuk jumlah baris/kolom matriks
3. Void matriksBalikan : membuat invers dari suatu matriks, dengan format hingga 3 angka dibelakang koma
   Attributes Method
   a. Double[][] matriks : matriks yang ingin dibuat inversnya
   b. Double[][] adjoin : adjoin dari Double[][] matriks
   c. Double[][] inverse : inverse dari Double[][] matriks
   d. Double[][] kofaktor : kofaktor dari Double[][] matriks
   e. Double[][] mSquare : matriks duplikati dari Double[][] matriks
   f. Double epsilon : nilai yang digunakan untuk membulatkan 0
   g. Double determinan : nilai determinan dari Double[][] matriks

5. Class Interpolasi
   A. Attributes
      1. Int derajatx : derajat x
      2. Double[][] matriksinput : variabel matriks representasi dari input titik (x,y)
   B. Methods
      1. Void bacatitik : membaca input titik (x,y)
      2. Void makematrix1 : membuat semua elemen matriks berukuran brsxkol bernilai 1
      3. Void makeInterpolasi : membuat interpolasi dengan membuat matriks berukuran [derajatx+1]x[derajatx+2] yang berisikan semua elemennya 1, lalu tiap elemen selain kolom [derajatx+2] dikalikan dengan nilai input x dipangkatkan dengan indeks j yang nilainya tergantung dari posisinya di matriks tersebut. Lalu matriks tersebut dilakukan operasi gauss jordan untuk mendapatkan hasil dan persamaannya.
6. Class Regresi
   A. Attributes
      1. Int inputn : input banyaknya jumlah persamaan
      2. Int inputk : input banyaknya jumlah peubah (x)
      3. Double[][] matriksinput : variabel matriks representasi input persamaan
   B. Methods
      1. Void bacaValue : membaca masukan matriks baris ke-i dengan jumlah kolom k+1
      2. Void getTranspose : membuat matriks transpose
      3. Void matriksadd1 : menggeser semua elemen i,j menjadi elemen i,j+1. Pada elemen baris i, kolom pertama (indeks = 0) elemennya menjadi 1
      4. Void newmatriks : sama seperti matriksadd1, namun matriks baru hanya berukuran ixj (elemen baris i kolom j indeks terakhir akan terhapus)
      5. Void kalimatriks : pengalian antar matriks
      6. Void makeRegresi : membuat regresi dengan ibarat matriks input awal adalah A. membuat matriks A1 yaitu matrixadd1(A). Lalu matriks A2 yaitu matriks getTranspose(newmatriks(A)). Lalu melakukan pengalian matriks A2 dengan A1

untuk mendapatkan model SPL persamaannya, lalu dilakukan gauss jordan untuk mendapatkan solusi dari SPLnya.

7. Class Createtxt

   Class yang digunakan untuk membuat dan menulis file output.txt

   a. Attributes

      Class ini tidak memiliki atribut

   b. Methods
      1. Void create : membuat file output.txt apabila belum tersedia
      2. Void write : menulis String ke dalam file tanpa newline
      3. Void writeoln : menulis String ke dalam file dengan newline
      4. Void writematriks : menulis matriks kedalam file

8. Class Readtxt

   Class yang digunakan untuk membaca matriks dari file text

   a. Attributes
      1. String filename : nama file text yang mau dibaca
      2. Int jmlKol : jumlah kolom matriks
      3. Int jmlBrs : jumlah baris matriks
      4. Boolean found : true jika nama file text valid
      5. Double[][] M : matriks
   b. Methods
      1. Void read : meminta nama file text yang akan dibaca sampai valid, lalu program akan membaca file tersebut dan memasukkan nilai-nilai kedalam matriks M dan mengembalikan matriks M

9. Class Gauss

   a. Attributes

      Tidak ada attribute Class

   b. Methods
      1. Void tukarBaris : menukar baris dalam suatu matriks

         Attributes Method
         a. Double[][] matriks : matriks
         b. Int j1 : indeks baris yang akan ditukar dengan j2
         c. Int j2 : indeks baris yang akan ditukar dengan j1
         d. Double temp : elemen matriks sementara

      2. Void eselonRow : merubah matriks yang diberikan menjadi matriks eselon menggunakan metode Gauss

         Attribute Method
         a. Int i : digunakan sebagai indeks baris
         b. Int j : digunakan sebagai indeks kolom
         c. Int count : indeks jumlah baris yang sudah dibaca
         d. Int pivot : indeks baris yang dijadikan pivot
         e. Int jmlKol : jumlah kolom matriks
         f. Int jmlBrs : jumlah baris matriks
         g. Int currentcol : indeks kolom yang sedang dimanipulasi

h. Boolean changecol : true apabila kolom perlu diubah
i. Double divider : digunakan untuk membagi elemen pada matriks
j. Double multiplier : digunakan untuk mengali elemen pada matriks
k. Double epsilon : untuk membulatkan nilai 0

3. Void eselonRed : merubah matriks yang diberikan menjadi matriks eselon tereduksi menggunakan metode Gauss-Jordan
   Attribute Method :
   a. Int currentbaris : indeks baris yang sedang dimanipulasi
   b. Int jmlKol : jumlah kolom pada double[][] matriks
   c. Int jmlBrs : jumlah baris pada double[][] matriks
   d. Int pivotKol : indeks kolom yang dijadikan pivot
   e. Boolean leadingP : true jika elemen adalah 1 utama
   f. Double divider : digunakan untuk membagi elemen pada matriks
   g. Double multiplier : digunakan untuk mengali elemen pada matriks

10. Class getSolution
    a. Attributes
       Tidak ada attribute Class
    b. Methods
       1. Void o : adalah method Createtxt.write(), dibuat untuk menyingkat penulisan
       2. Void om :adalah method Createtxt.writematriks(), dibuat untuk menyingkat penulisan
       3. Boolean isSatuUtama : true jika elemen pada idbrs dan idkolom merupakan satu utama
          Attributes Method:
          a. Boolean depanAllZero : true jika kolom-kolom sebelum idkolom bernilai 0
          b. Boolean isOne : true jika elemen matriks di idbrs dan idkolom bernilai 1, serta tidak ada lagi elemen bernilai satu pada kolom tersebut.
          c. Int Count0 : menghitung jumlah elemen bernilai 0 pada kolom
          d. Int Count1 : menghitung jumlah elemen bernilai 1 pada kolom
       4. Void getSolutionInverse : mengeluarkan solusi dari SPL yang dicari menggunakan metode inverse
       5. Boolean isExistsol : memberi keluaran true jika SPL memiliki solusi
          Attributes Method:
          a. Int count : nilai untuk mencari persamaan SPL yang tidak memiliki solusi
          b. Boolean isexist : true jika SPL memiliki solusi
       6. Void gaussJordanSolution : mengeluarkan solusi dari SPL yang dicari menggunakan metode Gauss-Jordan
          Attributes Method:
          a. Int idparameter : jumlah elemen yang merupakan parameter pada String[] par
          b. Int stepbaris : indeks baris yang sedang dimanipulasi
          c. String out1 : kalimat yang akan diberi keluarannya.

d. String[] par : array berisi “s” jika variable merupakan parameter, sedangkan jika bukan parameter maka berisi elemen terakhir pada suatu baris
e. Double[][] matriks : matriks yang akan di cari solusi SPL

7. Void gaussSolution : mengeluarkan solusi dari SPL yang dicari menggunakan metode Gauss
   Attributes Method:
   f. Int idparameter : jumlah elemen yang merupakan parameter pada String[] par
   g. Int stepbaris : indeks baris yang sedang dimanipulasi
   h. String out1 : kalimat yang akan diberi keluarannya.
   i. String[] par : array berisi “s” jika variable merupakan parameter, sedangkan jika bukan parameter maka berisi elemen terakhir pada suatu baris
   j. Double[][] matriks : matriks yang akan di cari solusi SPL

11. Class Spl
    a. Attributes
       1. Int jumlahSPL : jumlah baris matriks
       2. Int jumlahVar : jumlah kolom matriks augmented dikurang 1
       3. Double[][] matriks : matriks yang akan dimanipulasi ketika program dijalankan
       4. Int menu1 : integer yang akan menentukan menu apa yang akan digunakan untuk membuat matriks augmented
       5. Int pilihan : integer yang akan menentukan metode mana yang akan digunakan untuk menentukan solusi SPL.
    b. Methods
       1. Void main : Pengguna akan memilih cara untuk membuat matriks, bisa masukan sendiri atau membaca dari file. Setelah matriks terbentuk, akan ada keluaran menu berisi metode-metode mencari SPL.
       2. Void bacaValue : membuat matriks augmented dari masukan pengguna, dimana pengguna akan memberi masukan per baris.
       3. Void gantikolom : menukar kolom tertentu dengan kolom terakhir (hasil) pada matriks augmented
       4. Void copy : melakukan duplikat sebuah matriks
       5. Void cramer : mengeluarkan solusi suatu SPL menggunakan metode cramer

BAB IV
Eksperimen

Studi kasus

SPL

1. A.

```
BUAT MATRIKS Augmented 4 x 5
Masukkan baris ke-1 : 1 1 -1 -1 1
Masukkan baris ke-2 : 2 5 -7 -5 -2
Masukkan baris ke-3 : 2 -1 1 3 4
Masukkan baris ke-4 : 5 2 -4 2 6

Matriks Augmented 4 x 5
[   1.0  1.0  -1.0  -1.0  1.0   ]
[   2.0  5.0  -7.0  -5.0  -2.0      ]
[   2.0  -1.0  1.0  3.0  4.0    ]
[   5.0  2.0  -4.0  2.0  6.0    ]

Menu Sistem Persamaan Linier:
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
0. BACK

Pilih (1/2/3/4/0) : 2
Dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss Jordan,
didapat :
Matriks Eselon Reduksi dari SPL :
[   1.0  0.0  0.0  0.6666666666666667  1.6666666666666663   ]
[   0.0  1.0  0.0  -2.666666666666667  0.3333333333333335   ]
[   0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0    ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  1.0     ]

SPL tidak memiliki solusi

Press ENTER to go back...
```

B.

```
Matriks Augmented 4 x 6
[   1.0  -1.0  0.0  0.0  1.0  3.0   ]
[   1.0  1.0  0.0  -3.0  0.0  6.0   ]
[   2.0  -1.0  0.0  1.0  -1.0  5.0      ]
[   -1.0  2.0  0.0  -2.0  -1.0  -1.0    ]

Menu Sistem Persamaan Linier:
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
0. BACK

Pilih (1/2/3/4/0) : 2
Dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss Jordan,
didapat :
Matriks Eselon Reduksi dari SPL :
[   1.0  0.0  0.0  0.0  -1.0  3.0   ]
[   0.0  1.0  0.0  0.0  -2.0  0.0   ]
[   0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  -1.0      ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0    ]

Solusi SPL :

x1 = 3.0 + (1.0)s2
x2 = 0.0 + (2.0)s2
x3 = s1
x4 = -1.0 + (1.0)s2
x5 = s2
Press ENTER to go back...
```

C.

```
Matriks Augmented 3 x 7
[   0.0  1.0  0.0  0.0  1.0  0.0  2.0   ]
[   0.0  0.0  0.0  1.0  1.0  0.0  -1.0      ]
[   0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  1.0  1.0   ]

Menu Sistem Persamaan Linier:
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
0. BACK

Pilih (1/2/3/4/0) : 1
Dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss,
didapat :
Matriks Eselon dari SPL :
[   0.0  1.0  0.0  0.0  1.0  0.0  2.0   ]
[   0.0  0.0  0.0  1.0  1.0  0.0  -1.0      ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0      ]

Solusi SPL :

x1 = s1
x2 = 1.0 + (-1.0)s3
x3 = s2
x4 = -2.0 + (-1.0)s3
x5 = 1.0 + (1.0)s3
x6 = s3
Press ENTER to go back...
```

D.

n = 6

```
Matriks Augmented 6 x 6
[   1.0  0.5  0.333  0.25  0.2  0.166   ]
[   0.5  0.333  0.25  0.2  0.166  0.142      ]
[   0.333  0.25  0.2  0.166  0.142  0.125   ]
[   0.25  0.2  0.166  0.142  0.125  0.111   ]
[   0.2  0.166  0.142  0.125  0.111  0.1     ]
[   0.166  0.142  0.125  0.111  0.1  0.091      ]

Menu Sistem Persamaan Linier:
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
0. BACK

Pilih (1/2/3/4/0) : 2
Dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss Jordan,
didapat :
Matriks Eselon Reduksi dari SPL :
[   1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.10112712470479265    ]
[   0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  -0.789360496681267     ]
[   0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  0.9889313972918039     ]
[   0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.1383613334335434     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.47824317489642043    ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0    ]

SPL tidak memiliki solusi

Press ENTER to go back...
```

n=10

```
[   0.2  0.167  0.143  0.125  0.111  0.1  0.091  0.083  0.077  0.071    ]
[   0.167  0.143  0.125  0.111  0.1  0.091  0.083  0.077  0.071  0.067      ]
[   0.143  0.125  0.111  0.1  0.091  0.083  0.077  0.071  0.067  0.063      ]
[   0.125  0.111  0.1  0.091  0.083  0.077  0.071  0.067  0.063  0.059      ]
[   0.111  0.1  0.091  0.083  0.077  0.071  0.067  0.063  0.059  0.056      ]
[   0.1  0.091  0.083  0.077  0.071  0.067  0.063  0.059  0.056  0.053      ]

Menu Sistem Persamaan Linier:
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
0. BACK

Pilih (1/2/3/4/0) : 2
Dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss Jordan,
didapat :
Matriks Eselon Reduksi dari SPL :
[   1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.21487746943972352    ]
[   0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  -1.802806905740767     ]
[   0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  4.008501824922181      ]
[   0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  -5.127643241989882     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  5.550388158275431      ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  -0.38721684722779437   ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  -4.220612942470801     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  -0.31210532414098324   ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  2.9797665256932273     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0    ]

SPL tidak memiliki solusi
```

2. A.

```
Matriks Augmented 4 x 5
[   1.0  -1.0  2.0  -1.0  -1.0      ]
[   2.0  1.0  -2.0  -2.0  -2.0      ]
[   -1.0  2.0  -4.0  1.0  1.0    ]
[   3.0  0.0  0.0  -3.0  -3.0    ]

Menu Sistem Persamaan Linier:
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
0. BACK

Pilih (1/2/3/4/0) : 1
Dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss,
didapat :
Matriks Eselon dari SPL :
[   1.0  -1.0  2.0  -1.0  -1.0      ]
[   0.0  1.0  -2.0  0.0  0.0    ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0     ]

Solusi SPL :

x1 = -1.0 + (1.0)s2
x2 = 0.0 + (2.0)s1
x3 = s1
x4 = s2
Press ENTER to go back...
```

B.

```
[   2.0  0.0  8.0  0.0  8.0     ]
[   0.0  1.0  0.0  4.0  6.0     ]
[   -4.0  0.0  6.0  0.0  6.0    ]
[   0.0  -2.0  0.0  3.0  -1.0   ]
[   2.0  0.0  -4.0  0.0  -4.0   ]
[   0.0  1.0  0.0  -2.0  0.0    ]

Menu Sistem Persamaan Linier:
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
0. BACK

Pilih (1/2/3/4/0) : 2
Dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss Jordan,
didapat :
Matriks Eselon Reduksi dari SPL :
[   1.0  0.0  0.0  0.0  0.0     ]
[   0.0  1.0  0.0  0.0  2.0     ]
[   0.0  0.0  1.0  0.0  1.0     ]
[   0.0  0.0  0.0  1.0  1.0     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0     ]

Solusi SPL :

x1 = 0.0
x2 = 2.0
x3 = 1.0
x4 = 1.0
Press ENTER to go back...
```

3. A.

```
Matriks Augmented 4 x 5
[   8.0  1.0  3.0  2.0  0.0     ]
[   2.0  9.0  -1.0  -2.0  1.0   ]
[   1.0  3.0  2.0  -1.0  2.0    ]
[   1.0  0.0  6.0  4.0  3.0     ]

Menu Sistem Persamaan Linier:
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
0. BACK

Pilih (1/2/3/4/0) : 3
Dengan menggunakan metode Matriks Balikan,
didapat :
[   0.138  -0.019  0.011  -0.076    ]
[   -0.034  0.142  -0.081  0.068    ]
[   -0.02  -0.115  0.351  0.041     ]
[   -0.004  0.177  -0.53  0.208     ]
x1 = -0.22499999999999998
x2 = 0.184
x3 = 0.71
x4 = -0.259
```

3. B

```
Dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss Jordan,
didapat :
Matriks Eselon Reduksi dari SPL :
[   1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  3.003207138161314      ]
[   0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.9959198397257305     ]
[   0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  4.000873022112735      ]
[   0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.9961561878889438     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  5.0055764485712775     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  8.99826736353976   ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  2.0006366739497716     ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  5.998503711702721      ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  5.000859614347507      ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0    ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0    ]
[   0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0    ]

SPL tidak memiliki solusi
```

Determinan :

a. Metode Ekspansi Kofaktor

```
Matriks 4 x 4
[   1.0  3.0  4.0  5.0      ]
[   2.0  3.0  8.0  4.0      ]
[   0.0  4.0  -1.0  3.0     ]
[   4.0  3.0  6.0  7.0      ]

MENU DETERMINAN:
1. Metode Ekspansi Kofaktor
2. Metode Reduksi Baris
0. BACK

Pilih (1/2/0) :1
Dengan menggunakan metode Ekspansi Kofaktor,
didapat nilai determinan = 165.0
```

b. Metode Reduksi Baris

```
Matriks 4 x 4
[   1.0  3.0  4.0  5.0      ]
[   2.0  3.0  8.0  4.0      ]
[   0.0  4.0  -1.0  3.0     ]
[   4.0  3.0  6.0  7.0      ]

MENU DETERMINAN:
1. Metode Ekspansi Kofaktor
2. Metode Reduksi Baris
0. BACK

Pilih (1/2/0) :2
Dengan menggunakan metode Reduksi Baris,
didapat nilai determinan = 165.0
```

Matriks Balikan

a. Matriks memiliki invers

```
1. Buat Matriks, 2. Load dari file (1/2) : 1
BUAT MATRIKS :
Masukkan jumlah baris/kolom (mxm): 4

Masukkan baris ke-1 : 1 2 8 4
Masukkan baris ke-2 : 2 -3 1 3
Masukkan baris ke-3 : 3 2 -4 5
Masukkan baris ke-4 : -1 3 -8 9
matriks balikannya adalah :
[   -0.017  0.02  0.275  -0.152     ]
[   0.068  -0.228  0.122  -0.022    ]
[   0.085  0.011  -0.041  -0.018    ]
[   0.051  0.088  -0.047  0.085     ]

Press ENTER to go back...
```

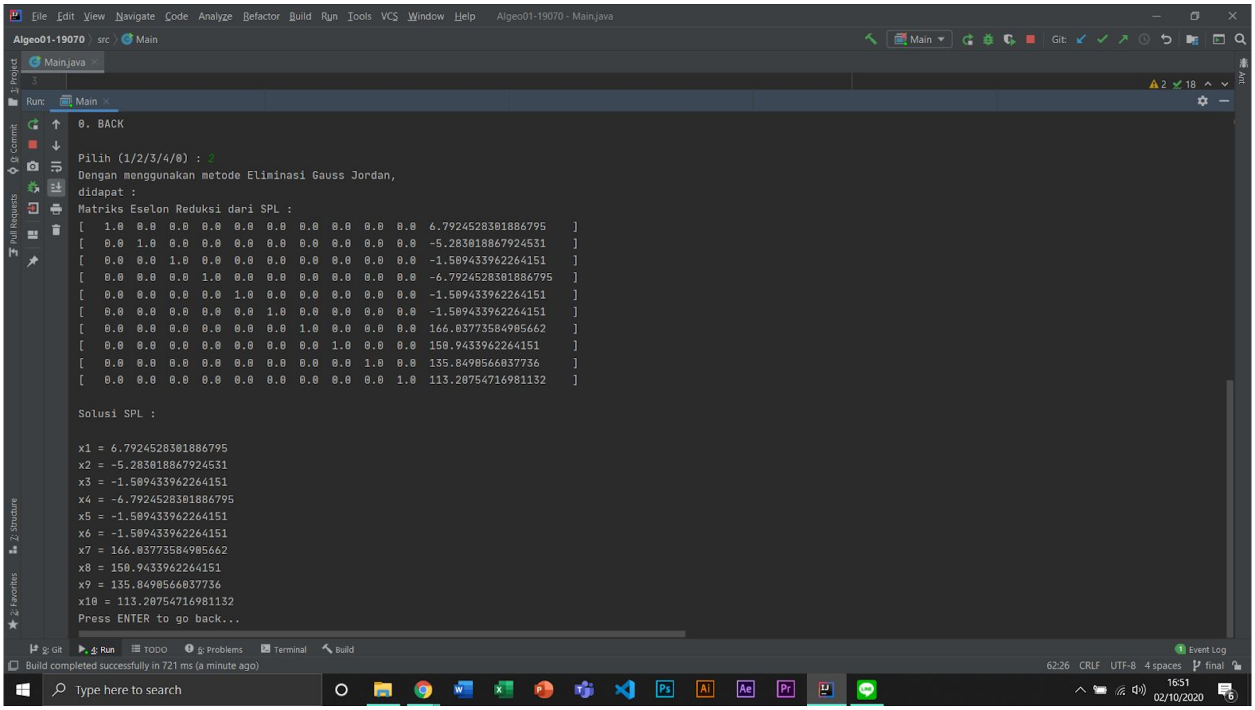
b. Apabila determinan bernilai 0

```
Masukkan jumlah baris/kolom (mxm): 3

Masukkan baris ke-1 : 1 2 3
Masukkan baris ke-2 : 4 5 6
Masukkan baris ke-3 : 7 8 9
matriks harus matriks persegi atau determinan tidak boleh nol
```

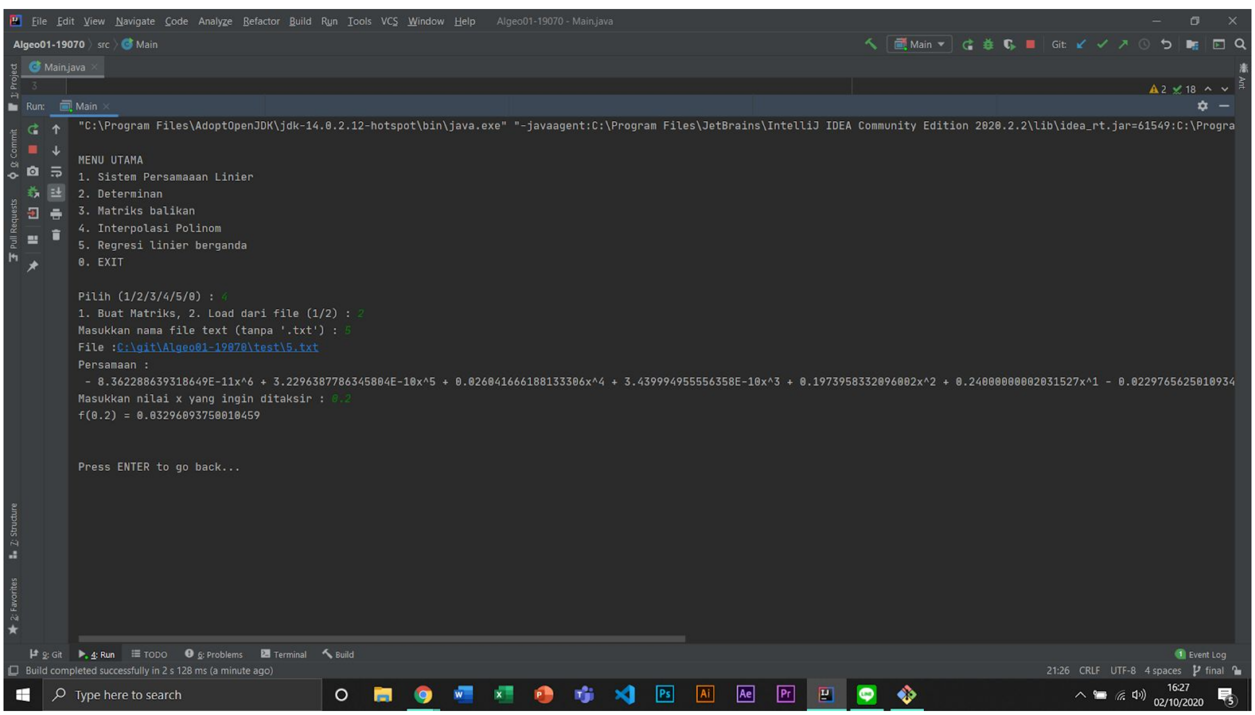
4. Studi Kasus: Interpolasi

Didapatkan solusi:

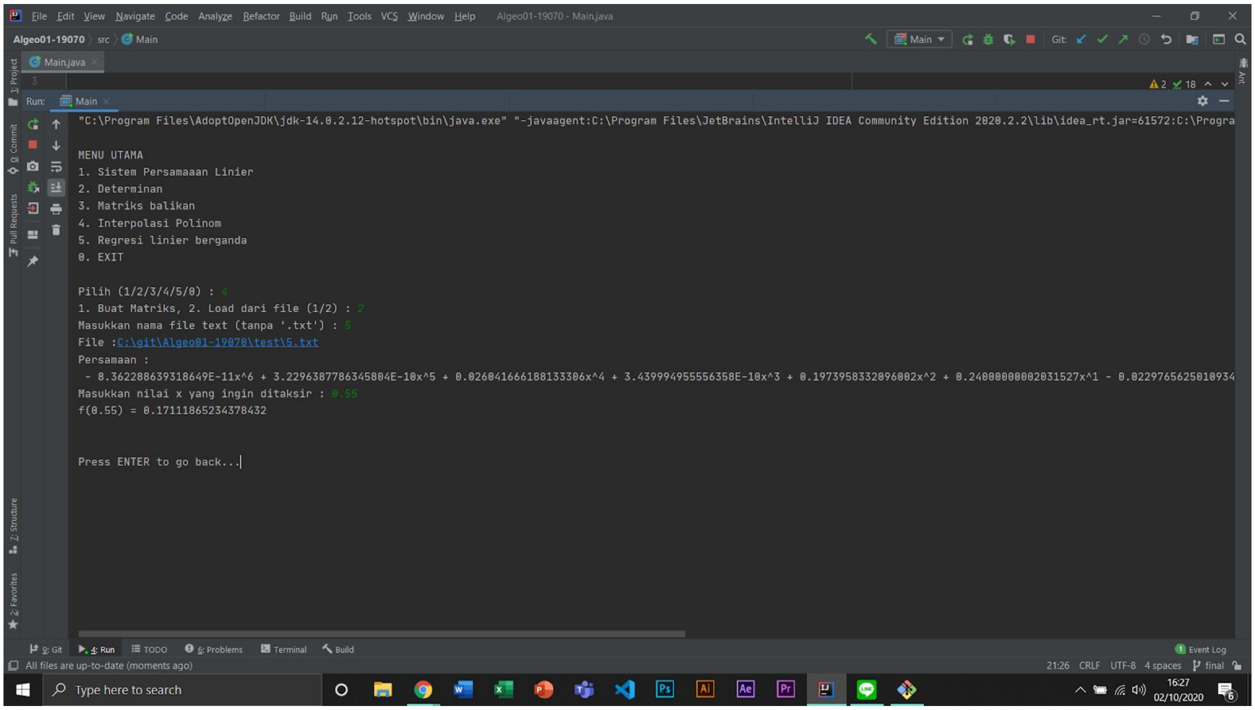


5. Interpolasi x dan f(x)

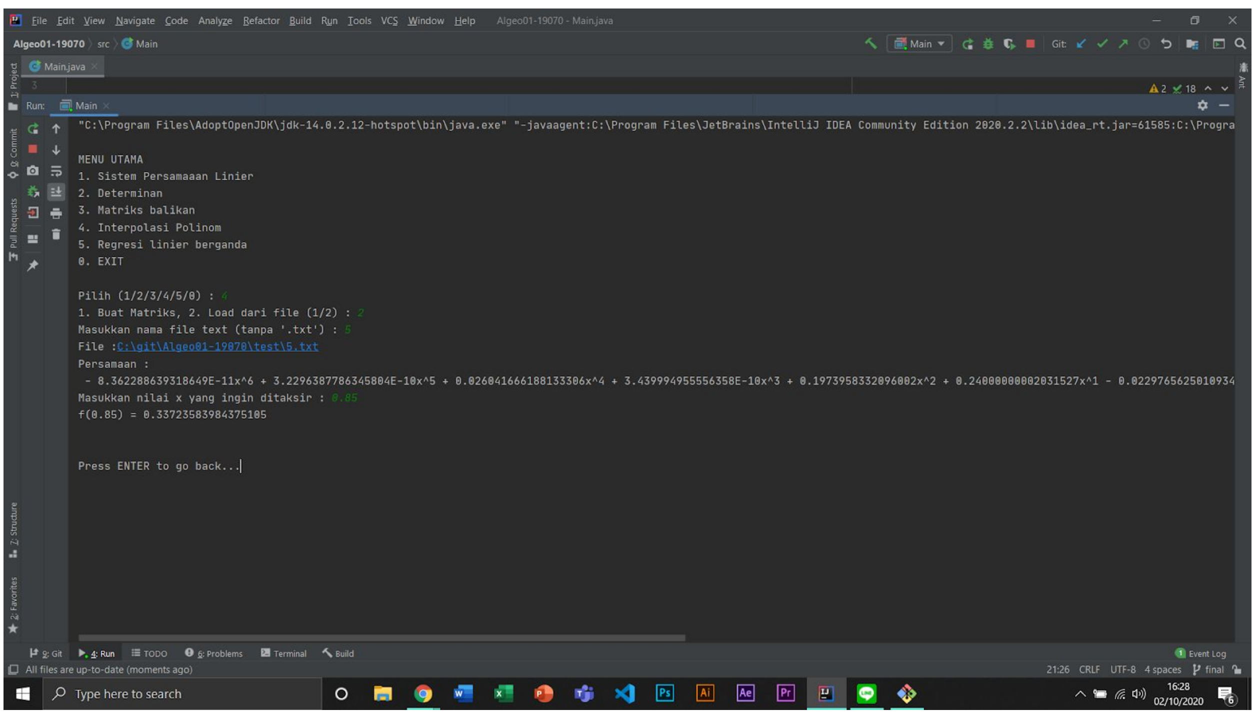
1. Untuk x = 0.2



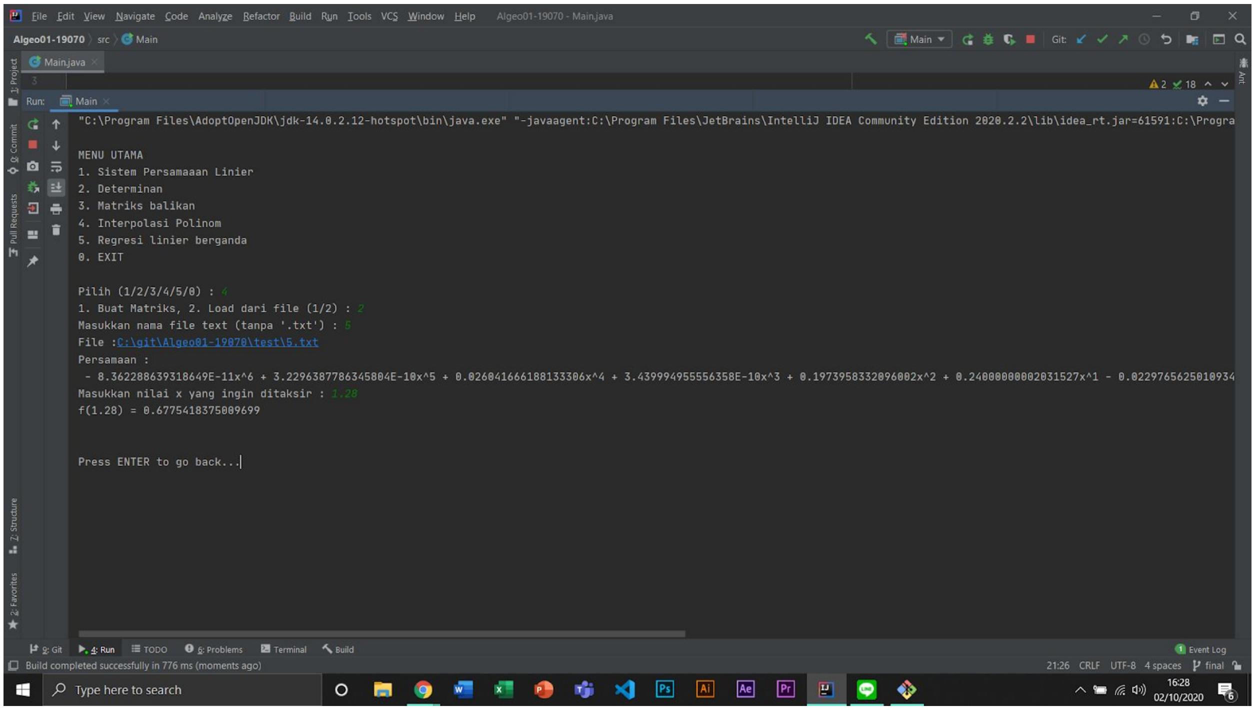
2. Untuk x = 0.55



3. Untuk x = 0.85

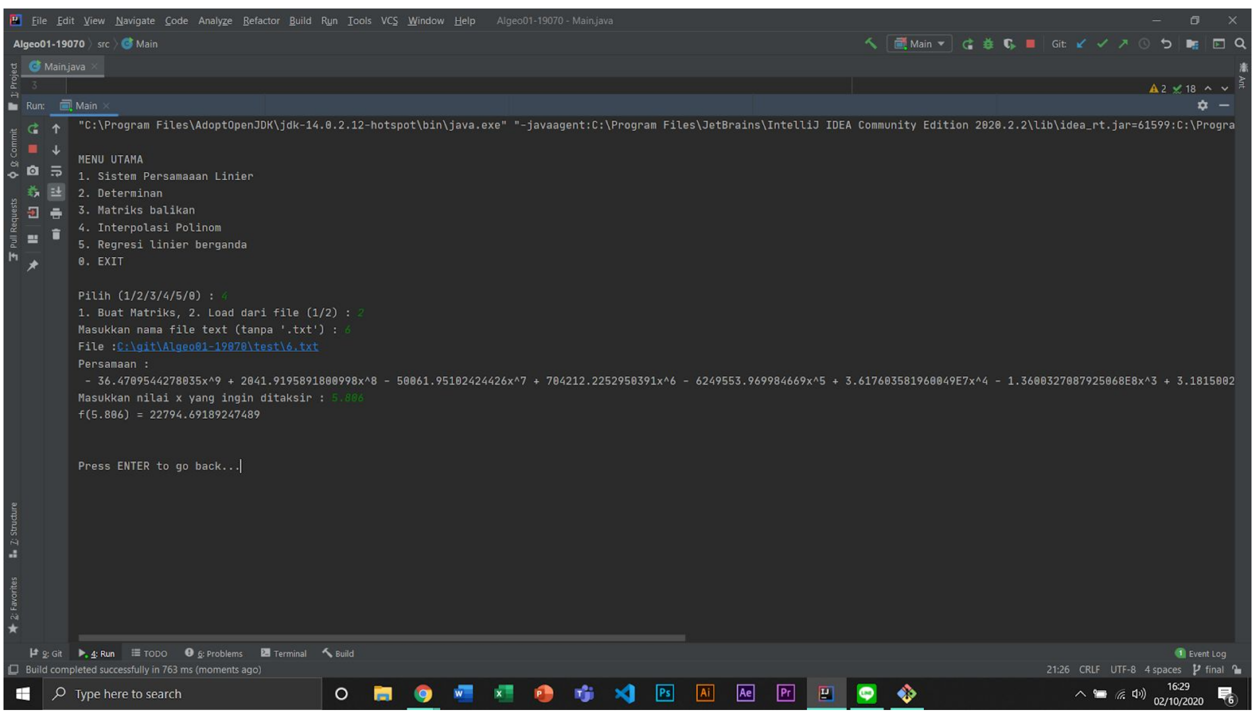


4. Untuk x = 1.28

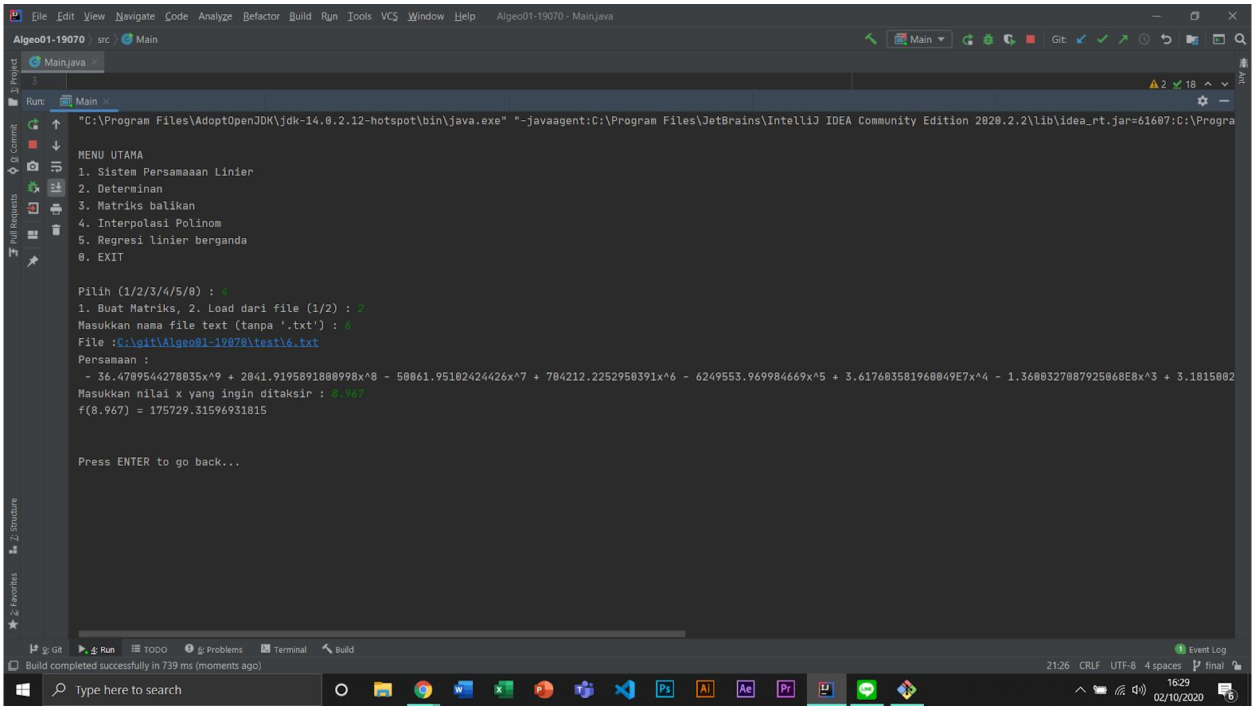


6. Interpolasi Penduduk

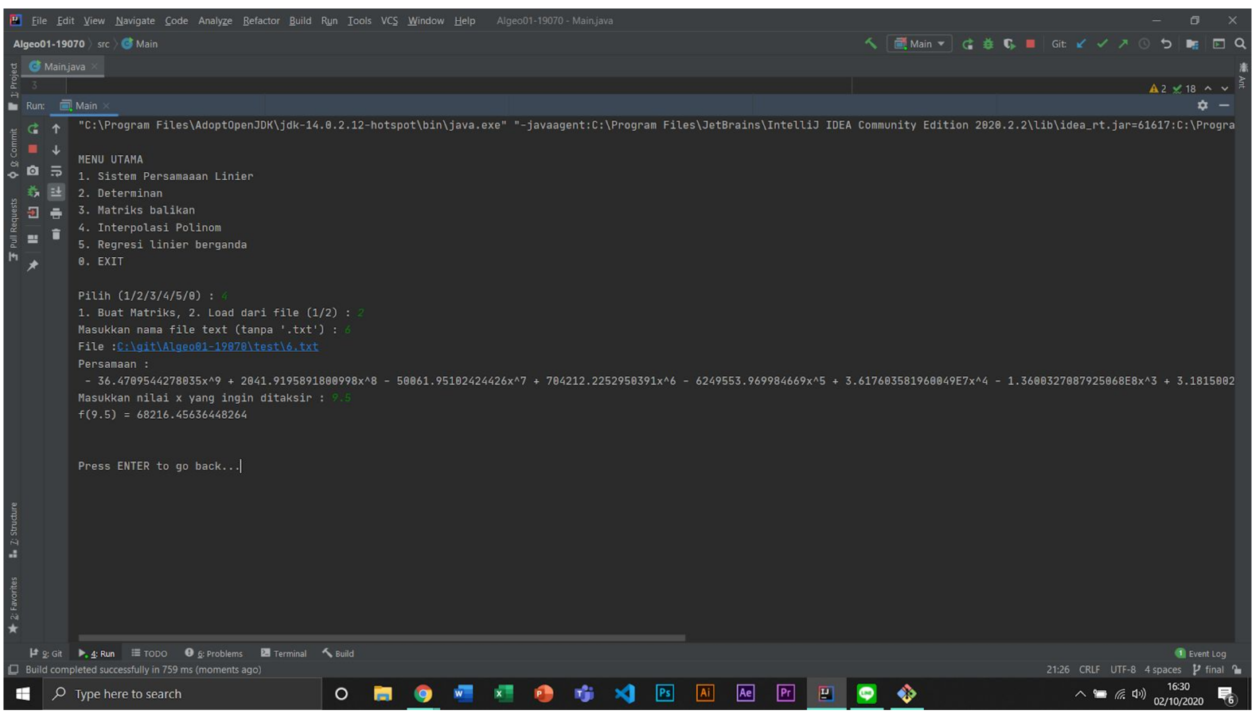
1. Untuk tanggal 25/05



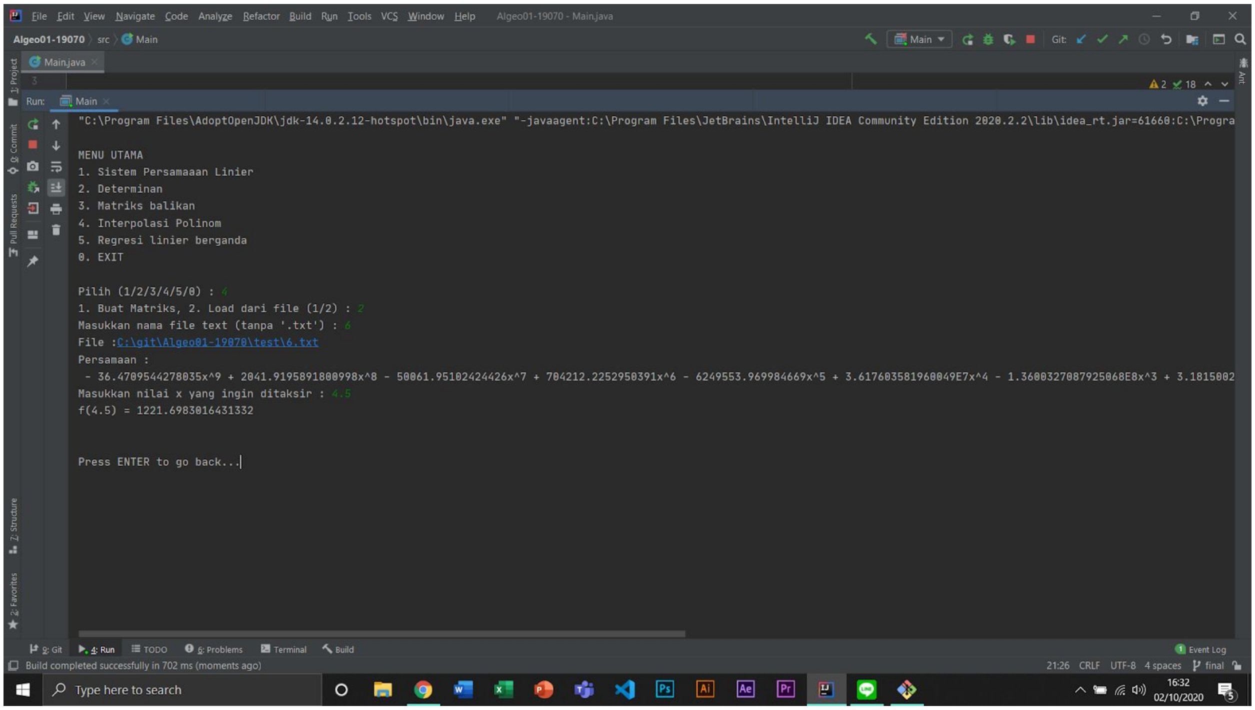
2. Untuk tanggal 30/08



3. Untuk tanggal 15/09

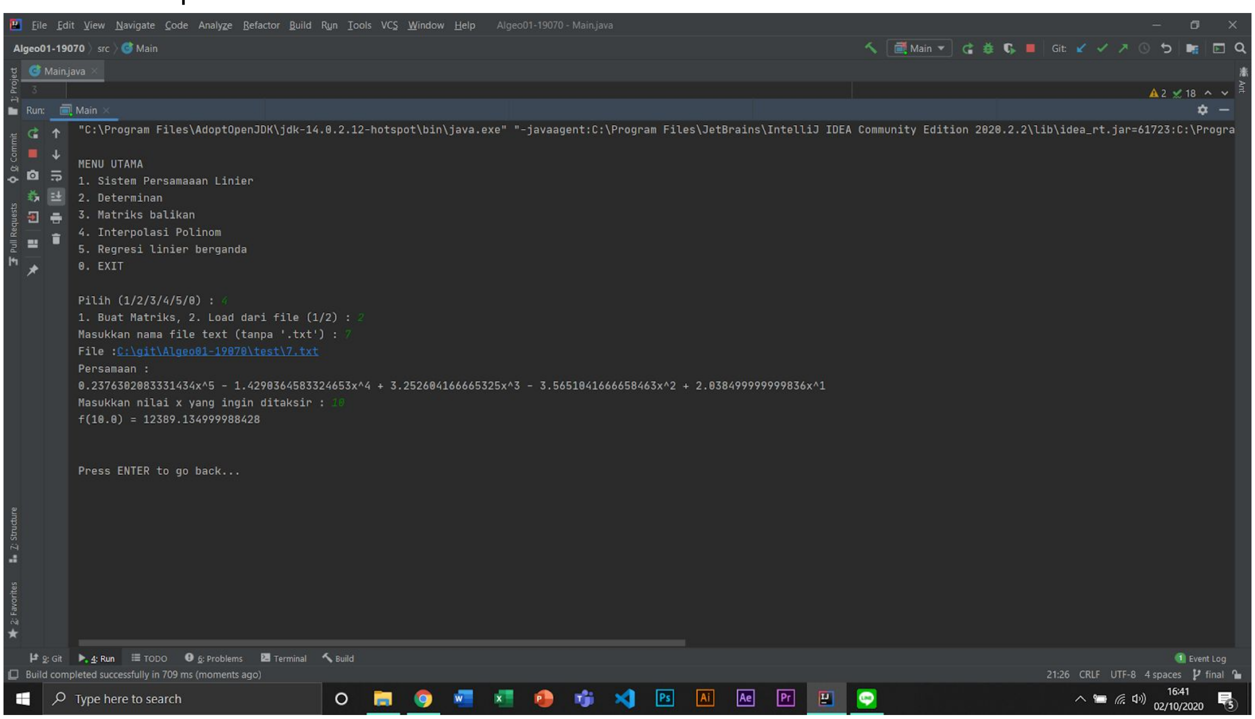


4. Untuk tanggal 15/04



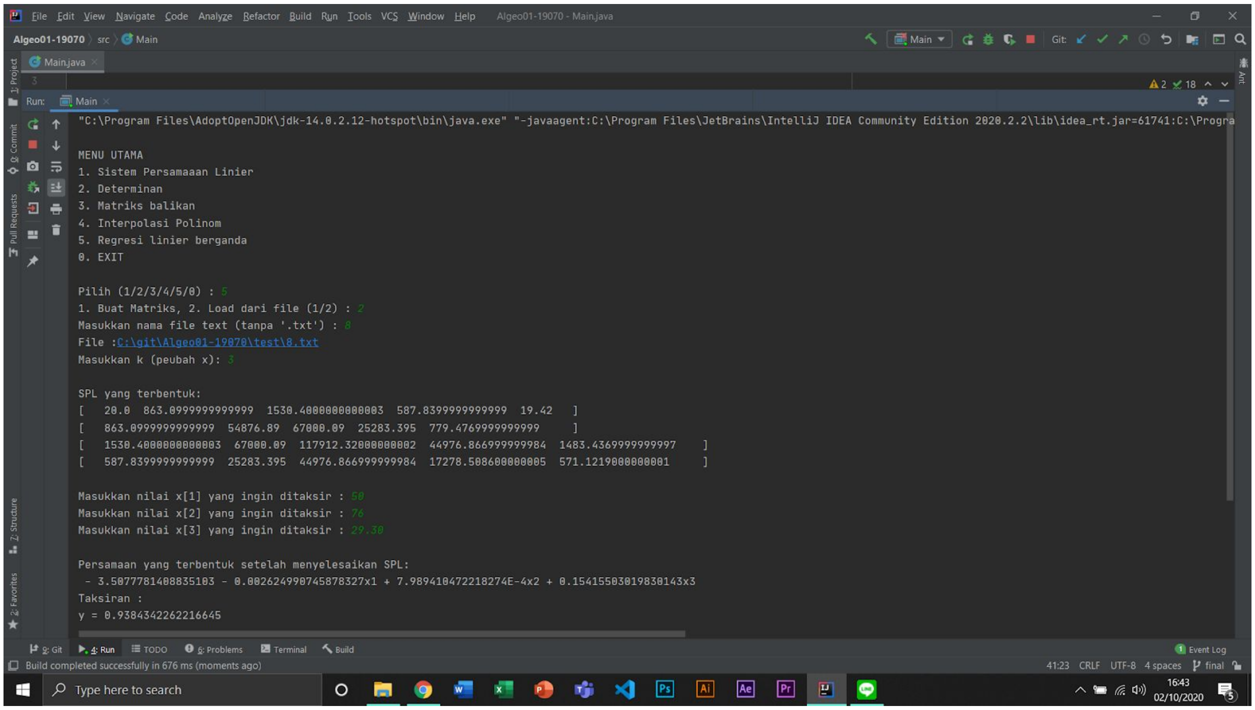
7. Interpolasi penyederhanan nilai x

Untuk penaksiran nilai x = 10



8. Regresi linier berganda

Penampilan persamaan serta penaksiran untuk x1 = 50, x2 = 76, x3 = 29.30


"C:\Program Files\AdoptOpenJDK\jdk-14.0.2.12-hotspot\bin\java.exe" "-javaagent:C:\Program Files\JetBrains\IntelliJ IDEA Community Edition 2020.2.2\lib\idea_rt.jar=61741:C:\Progra
MENU UTAMA
1. Sistem Persamaaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
0. EXIT
Pilih (1/2/3/4/5/0) : 5
1. Buat Matriks, 2. Load dari file (1/2) : 2
Masukkan nama file text (tanpa '.txt') : 8
File :C:\git\Algeo01-19070\test\8.txt
Masukkan k (peubah x): 3
SPL yang terbentuk:
[20.0 863.0999999999999 1530.4000000000003 587.8399999999999 19.42]
[863.0999999999999 54876.89 67000.09 25283.395 779.4769999999999]
[1530.4000000000003 67000.09 117912.32000000002 44976.866999999984 1483.4369999999997]
[587.8399999999999 25283.395 44976.866999999984 17278.508600000005 571.1219000000001]
Masukkan nilai x[1] yang ingin ditaksir : 50
Masukkan nilai x[2] yang ingin ditaksir : 76
Masukkan nilai x[3] yang ingin ditaksir : 29.30
Persamaan yang terbentuk setelah menyelesaikan SPL:
- 3.5077781408835103 - 0.002624990745878327x1 + 7.989410472218274E-4x2 + 0.1541550301983014 3x3
Taksiran :
y = 0.9384342262216645
Build completed successfully in 676 ms (moments ago)

BAB V
KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLEKSI

1. Kesimpulan
    - Solusi dari sistem persamaan linear dapat dikerjakan dengan berbagai metode, yaitu metode eliminasi gauss, metode eliminasi gauss jordan, metode matriks balikan, dan juga kaidah crammer. Metode eliminasi gauss dan eliminasi gauss jordan dapat menyelesaikan sistem persamaan linear yang memiliki solusi banyak atau *infinite solution*. Hal ini dikarenakan metode eliminasi gauss dan gauss jordan dapat menghasilkan solusi dengan menggunakan parameter. Sementara metode inverse dan kaidah crammer harus memiliki solusi tunggal, dimana sistem persamaan harus memiliki persamaan linear dengan n persamaan dan n peubah sedemikian sehingga determinan dari matriks SPL tersebut tidak bernilai nol.
    - Determinan dapat dihitung dengan berbagai cara yaitu ekspansi kofaktor dan juga reduksi baris. Determinan pada sebuah matriks hanya dapat dihitung apabila matriks berbentuk $n_x n$ dengan $n \geq 2$.
    - Sebuah matriks hanya memiliki matriks balikan apabila memiliki n variable dan juga n persamaan, atau berukuran $n_x n$, sedemikian rupa sehingga determinan dari matriks tersebut tidak bernilai 0. Matriks balikan dapat dicari menggunakan metode eliminasi gauss jordan dan juga metode matriks adjoin. Metode eliminasi gauss jordan dilakukan dengan cara melakukan eliminasi gauss jordan pada matriks $n_x n$ yang ingin di cari nilai dari matriks balikannya. Lalu, melakukan Operasi Baris elementer(OBE) yang sama kepada matriks identitas tersebut. Hasil dari Operasi Baris Elementer(OBE) dari matriks identitas tersebut merupakan matriks balikan. Sementara metode adjoin dicari dengan cara mencari matriks kofaktor, kemudian melakukan transpose pada matriks tersebut sehingga menjadi matriks adjoin. Hasil perkalian 1/determinan kepada semua elemen dari matriks adjoin tersebut adalah matriks balikan.
    - Interpolasi merupakan metode yang digunakan untuk mencari nilai dari sebuah fungsi melalui pendekatan berdasarkan titik (x,y) dengan x sebagai domain dan y sebagai kodomain.
    - Regresi linear berganda merupakan metode yang sering kali digunakan pada ilmu statistika, yang umumnya berfungsi untuk mencari tafsiran dari sebuah nilai.

2. Saran

    Sebaiknya terdapat pembekalan ilmu java terlebih dahulu.
3. Refleksi
    - Memahami dan mengenal bahasa java lebih jauh.
    - Memahami sistem persamaan linear lebih dalam.
    - Memahami determinan lebih dalam.
    - Memahami matriks inverse lebih dalam.
    - Memahami interpolasi lebih dalam.

- Memahami regresi linear berganda lebih dalam.
- Time management yang penting dalam pelaksanaan tugas berkelompok.

REFERENSI

https://www.profematika.com/eliminasi-gauss-dan-contoh-penerapannya/#:~:text=Eliminasi%20gauss%20ditemukan%20oleh%20Carl,Baris%20melalui%20Operasi%20Baris%20Elementer.

https://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_elimination

https://en.wikipedia.org/wiki/Polynomial_interpolation

https://www.profematika.com/eliminasi-gauss-jordan-beserta-contoh-penerapannya/#:~:text=Eliminasi%20Gauss%2DJordan%20adalah%20prosedur,tereduksi%20dengan%20Operasi%20Baris%20Elementer.

http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/algeo20-21.htm

https://www.youtube.com/watch?v=eIrMbAQSU34&t=5243s