

ДЗ №9

1) Напишите разложение вектора \bar{x} по векторам $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$, если это возможно:

а) $\bar{x}(5, -2, 10), \bar{e}_1(1, -1, 2), \bar{e}_2(-1, 3, -2), \bar{e}_3(3, -2, 6);$

б) $\bar{x}(3, 2, 5), \bar{e}_1(1, 2, 1), \bar{e}_2(1, -1, 4), \bar{e}_3(1, 1, 2);$

в) $\bar{x}(-3, 7, 4), \bar{e}_1(-2, 2, 1), \bar{e}_2(2, 0, 1), \bar{e}_3(1, 1, 1).$

Сделайте вывод о расположении векторов $\bar{x}, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$.

2) Коллинеарны ли векторы \bar{p} и \bar{q} ?

а) $\bar{p} = 3\bar{a} - 2\bar{b}, \bar{q} = -\bar{a} + 2\bar{b}, \bar{a}(2, 1, -2), \bar{b}(1, -1, 1);$

б) $\bar{p} = -\bar{a} + 2\bar{b}, \bar{q} = 2\bar{a} - 4\bar{b}, \bar{a}(1, 12, 0), \bar{b}(-1, -2, 3).$

3) Докажите, что векторы $\bar{e}_1(2, 2, -1), \bar{e}_2(0, 4, 8), \bar{e}_3(-1, -1, 3)$ образуют базис геометрического векторного пространства V^3 и найдите координаты вектора $\bar{a}(1, 1, 2)$ в этом базисе.

4) Даны векторы $\bar{a} = 5\bar{m} - 8\bar{n}, \bar{b} = -2\bar{m} + 3\bar{n}$, где $|\bar{m}| = 4, |\bar{n}| = 3, \varphi = \angle(\bar{m}, \bar{n}) = \frac{4\pi}{3}$.

Найдите: а) $(2\bar{a} - 3\bar{b}) \cdot (\bar{a} + 2\bar{b})$; б) $|\bar{a}|$; в) $\text{pr}_{\bar{b}}(2\bar{a} - 3\bar{b})$; г) $\cos \angle(\bar{a}, \bar{b})$.

5) Даны векторы $\bar{a}(-1, 2, -1)$ и $\bar{b}(3, 2, -2)$ в ортонормированном базисе $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ геометрического векторного пространства V^3 . Найдите:

а) $|\bar{a}|$ и $|\bar{b}|$; б) $\bar{a} \cdot \bar{b}$; в) $\text{pr}_{\bar{b}}(\bar{a} - 2\bar{b})$; г) $\cos \angle(\bar{a} + \bar{b}, 3\bar{b} - 2\bar{a})$.

6) Докажите, что множество $L^1 = \{\alpha \bar{a} | \bar{a} \in V^3, \bar{a} \neq \bar{0} \text{ и } \forall \alpha \in R\}$ является

векторным подпространством геометрического векторного пространства V^3 .

7) Пусть a – прямая, которой параллелен вектор $\bar{a} \neq \bar{0}$. Докажите, что множество

$L^1 = \{\alpha \bar{a} | \bar{a} \in V^3, \bar{a} \neq \bar{0} \text{ и } \forall \alpha \in R\}$ – это множество всех тех и только тех векторов

геометрического векторного пространства V^3 , которые параллельны прямой a .

8) Проверьте векторы \bar{a}, \bar{b} на коллинеарность:

а) $\bar{a}(2, -2), \bar{b}(-6, -1);$

б) $\bar{a}(-4, 7), \bar{b}\left(-1, \frac{7}{4}\right).$

9) Докажите, что векторы $\bar{a}(1,1)$, $\bar{b}(3,4)$ образуют базис в векторной плоскости L^2 и найдите координаты вектора $\bar{c}(-2,1)$ в этом базисе.

10) Пусть точки $A(2,3)$, $B(-2,-2)$, $C(1,12)$, заданы своими координатами в о/н репере $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2)$. Найдите: а) $|\overline{AB}|$ и $|\overline{AC}|$; б) $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$; в) $\text{pr}_{\overline{AC}}(3\overline{AB} - 2\overline{BC})$; г) $\cos \angle(2\overline{AB}, \overline{AC} - \overline{BC})$.

11) Пусть даны базисы $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2)$ и $e' = (\bar{e}'_1, \bar{e}'_2)$ такие, что $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2)$ – правый, а

$$\begin{cases} \bar{e}'_1 = -2\bar{e}_1 + \bar{e}_2, \\ \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2. \end{cases}$$

Выясните: а) базисы e и e' ориентированы одинаково или противоположно; б) ориентацию базисов e и e' .

12) Определите ориентацию базисов из векторной плоскости L^2 , используя правило правой и левой рук.

