

Aufgabe 1)

$$1. \lambda x. y. x \equiv (\lambda x. (\lambda y. x))$$

$$2. \lambda y. y \lambda x. x \equiv (\lambda y. y (\lambda x. x))$$

$$3. \lambda x. x \lambda y. y x x \equiv (\lambda x. x (\lambda y. (y x) x))$$

$$4. (\lambda x. z \ y \ x \ y) \ a \ \lambda x. x \ c \equiv ((\lambda x. (\lambda z. (\lambda y. (x \ y))) \ a) (\lambda x. (x \ d)))$$

Aufgabe 2

$$1. \lambda x. (x \ y) \Rightarrow FV = \{y\}$$

$$2. y (\lambda y. y) \Rightarrow FV = \{y\}$$

$$3. \lambda x \ y. x \Rightarrow FV = \{y\}$$

$$4. \lambda y. (z (\lambda z. y)) \Rightarrow FV = \{z\}$$

Das +-Zeichen ist

negativ

Aufgabe 3

$$1. \lambda x. x \equiv_a \lambda y. x \quad \text{nein, } FV_1 = \{x\} \text{ und } FV_2 = \{x, y\} \not\subseteq$$

$$2. \lambda x. x \equiv_a \lambda y. y \quad \text{ja}$$

$$3. y (\lambda x. x) \equiv_a y (\lambda y. y) \quad \text{ja}$$

$$4. \lambda y. (x (\lambda y. y)) \equiv_a \lambda y. (x (\lambda x. x)) \quad \text{ja}$$

$$5. (\lambda x. x) (\lambda y. y) \equiv_a (\lambda y. y) (\lambda x. x) \quad \text{ja}$$

Aufgabe 4

$$1. (\lambda x \ y. x \ y \ y) [x := (\lambda y \ y. x)] \\ = (\lambda x \ y. x \ y \ y)$$

$$2. ((\lambda y \ y. x) (\lambda y. y)) [x := (\lambda x. y)] \\ = ((\lambda o. a (\lambda x. y)) (\lambda y. y))$$

$$3. ((\lambda y \ z. x \ z \ y) (z \ y)) [z := (\lambda x \ y. x)] \\ = ((\lambda a \ z. (\lambda x \ y. z) \ z \ a) (z \ y))$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned}
 1) & (\lambda x y. y) (\lambda s z. s z) (\lambda s z s (s z)) \\
 & \rightarrow_{\beta} (\lambda y. y) [x := \lambda s z. s z] (\lambda s z s (s z)) \\
 & \rightarrow_{\beta} y [y := \lambda s z s (s z)] \\
 & \rightarrow \lambda s z s (s z)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) & (\lambda x y. y x) (\lambda x. y) (\lambda y. y) \\
 & \rightarrow_{\beta} (\lambda y. y x) [x := \lambda x. y] (\lambda y. y) \\
 & \rightarrow (\lambda y. y (\lambda x. y)) (\lambda y. y) \\
 & \rightarrow_{\beta} y' (\lambda x. y) [y := \lambda y. y] \\
 & \rightarrow (\lambda y. y) (\lambda x. y) \\
 & \rightarrow_{\beta} y [y := \lambda x. y] \\
 & \rightarrow \lambda x. y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) & (\lambda x y. y) (\lambda x. x x) (\lambda x. x x) (\lambda x. x) \\
 & \rightarrow_{\beta} (\lambda y. y) [x := (\lambda x. x x) (\lambda x. x x)] (\lambda x. x) \\
 & \rightarrow (\lambda y. y) (\lambda x. x) \\
 & \rightarrow_{\beta} y [y := \lambda x. x] \\
 & \rightarrow \lambda x. x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) & (\lambda x y z. x z y) (\lambda x. y x) (z y) \\
 & \rightarrow (\lambda x. (\lambda y. (\lambda z. x z y))) (\lambda x. y x) (z y) \\
 & \rightarrow_{\beta} (\lambda y. (\lambda z. x z y)) [y := k] [x := \lambda x. y x] (z y) \quad \begin{array}{l} y \in FV(W) \\ x \in FV(P) \\ \Rightarrow [y := k] \end{array} \\
 & \rightarrow (\lambda k. (\lambda z. (\lambda x. y x) z k)) (z y) \\
 & \rightarrow_{\beta} (\lambda z. (\lambda x. y x) z k) [z := a] [k := z y] \quad \begin{array}{l} z \in FV(s z) \wedge \\ y \in FV(P) \\ \Rightarrow \text{rename } z \rightarrow s \end{array} \\
 & \rightarrow_{\beta} (\lambda a. (\lambda x. y x) a (z y)) \\
 & \rightarrow_{\beta} (\lambda a. (y x) [x := a] (z y)) \\
 & \rightarrow (\lambda a. y a (z y))
 \end{aligned}$$