

Übungen zur Vorlesung  
Funktionale Programmierung

Sommersemester 2025

Übungsblatt Nr. 12

Abgabetermin: -

11.07.2025

---

**Aufgabe 1 (Type Checking)**

Welche der folgenden Lambda-Terme sind im jeweils gegebenen Kontext korrekt getypt? Sollte der Typ nicht korrekt sein, überlegen Sie, ob der Term im einfach getypten Lambda-Kalkül typbar ist und geben Sie gegebenenfalls einen korrekten Typ an. Wir nehmen im Folgenden an, dass  $\tau \neq \sigma \neq \rho$  gilt.

1.  $\{\} \vdash \lambda x.x \ x : (\sigma \rightarrow \sigma) \rightarrow \sigma$
2.  $\{b : \sigma\} \vdash \lambda p.p \ a \ b : (\tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho) \rightarrow \rho$
3.  $\{\} \vdash \lambda x.\lambda y.y \ (y \ x) : \tau \rightarrow (\tau \rightarrow \sigma) \rightarrow \sigma$
4.  $\{a : (\sigma \rightarrow \sigma)\} \vdash \lambda c.\lambda d.c \ a \ (c \ a \ d) : ((\sigma \rightarrow \sigma) \rightarrow \tau \rightarrow \tau) \rightarrow \tau \rightarrow \tau$

**Aufgabe 2 (Type Inference)**

Inferieren Sie einen Typen der folgenden Lambda-Terme im jeweiligen gegebenen Kontext im einfach getypten Lambda-Kalkül (das implizite System) (die Typregeln finden Sie auf Folie 14, Fu-Pro\_2025\_VL12.pdf). Geben Sie hierfür den vollständigen Ableitungsbaum an und benennen Sie die jeweiligen Regelanwendungen.

1.  $\{\} \vdash \lambda x.\lambda y.x : ?$
2.  $\{x : (\sigma \rightarrow \tau \rightarrow \rho)\} \vdash \lambda y.\lambda z.x \ z \ (y \ z) : ?$
3.  $\{x : (a \rightarrow b) \rightarrow a\} \vdash \lambda y.(x \ (\lambda z.y \ (x \ y))) : ?$