

Übungen zur Vorlesung
Funktionale Programmierung

Sommersemester 2025

Übungsblatt Nr. 9

Abgabetermin: -

20.06.2025

Aufgabe 1 (Notation)

Geben Sie für die folgenden λ -Terme jeweils einen äquivalenten λ -Term an, der nicht die Kurzschreibweise nutzt. Also explizit geklammert ist und λ -Abstraktionen nicht zusammenfasst.

1. $\lambda x \ y.x$
2. $\lambda y.y \ \lambda x.x$
3. $\lambda x.x \ \lambda y.y \ x \ x$
4. $(\lambda x \ z \ y.x \ y) \ a \ \lambda x.x \ c$

Aufgabe 2 (Freie Variable)

Berechnen Sie die freien Variablen (FV) der folgenden λ -Terme:

1. $\lambda x.(x \ y)$
2. $y \ (\lambda y.y)$
3. $\lambda x \ y.x$
4. $\lambda y.(z \ (\lambda z.y))$

Aufgabe 3 (α -Äquivalenz)

Welche der folgenden α -Äquivalenzen gelten, und warum?

1. $\lambda x.x =_\alpha \lambda y.x$
2. $\lambda x.x =_\alpha \lambda y.y$
3. $y \ (\lambda x.x) =_\alpha y \ (\lambda y.y)$
4. $\lambda y.(x \ (\lambda y.y)) =_\alpha \lambda y.(x \ (\lambda x.x))$
5. $(\lambda x.x) \ (\lambda y.y) =_\alpha (\lambda y.y) \ (\lambda x.x)$

Aufgabe 4 (Substitution)

Substituieren Sie die folgenden λ -Terme:

1. $(\lambda x \ y.x \ y \ y)[x := (\lambda x \ y.x)]$
2. $((\lambda y.y \ x) \ (\lambda y.y))[x := (\lambda x.y)]$
3. $((\lambda y \ z.x \ z \ y) \ (z \ y))[x := (\lambda x.y \ x)]$

Aufgabe 5 (β -Reduktion)

Reduzieren Sie wiederholt die folgenden λ -Terme mittels der β -Reduktion (\rightarrow_β aus FuPro_2025_VL9, Folie 20) soweit wie möglich. Geben Sie hierbei alle Reduktionsschritte an. Geben Sie insbesondere an, wo Sie die *Substitution* verwenden.

1. $(\lambda x\ y.y)\ (\lambda s\ z.s\ z)\ (\lambda s\ z.s\ (s\ z))$
2. $(\lambda x\ y.y\ x)\ (\lambda x.y)\ (\lambda y.y)$
3. $(\lambda x\ y.y)\ ((\lambda x.x\ x)\ (\lambda x.x\ x))\ (\lambda x.x)$
4. $(\lambda x\ y\ z.x\ z\ y)\ (\lambda x.y\ x)\ (z\ y)$