THUẬT TOÁN ỨNG DỤNG

Thuật toán và Phân tích Thuật toán

Nội dung

1. Thông tin chung về môn học
2. Thuật toán
3. Ví dụ đầu tiên
    1. Duyệt toàn bộ
    2. Duyệt toàn bộ nhưng tối ưu hơn
    3. Chia để trị
    4. Quy hoạch động
4. Phân tích thuật toán
    1. Độ tăng trưởng
    2. Phân tích thực nghiệm
5. Bài tập

Phần 1

Thông tin chung về môn học

Giới thiệu môn học

- Tên môn: Thuật toán Ứng dụng
  - Tiếng Anh: Application of Algorithms
- Số tín chỉ: 3 (30 lý thuyết + 15 thực hành)
- Nội dung chính:
  - Giới thiệu cấu trúc dữ liệu và thuật toán
  - Đệ quy, quay lui và nhánh cận
  - Các cách tiếp cận: tham lam, chia để trị, quy hoạch động
  - Đồ thị
  - Xử lý chuỗi
- Thông tin giảng viên:
  - Họ tên: Bùi Thị Thanh Xuân
  - Email: xuanbtt@tlu.edu.vn
  - Điện thoại: 0902001581

Tài liệu môn học và phần mềm học tập

- Tài liệu chính: bài giảng của giáo viên
- Phần mềm học tập: C/C++/Java/Python
  - Dùng ngôn ngữ lập trình nào cũng được, miễn là minh họa đúng tính chất của bài giải
  - Chấm tự động bằng phần mềm hoặc dịch vụ online
- Bài giảng, bài tập, mã nguồn, điểm số,... sẽ được đưa lên LMS
  - Bài giảng và bài tập sẽ được đưa lên trước giờ học
  - Trong giờ thực hành, sinh viên vào LMS lấy bài tập để làm
  - Điểm quá trình cũng sẽ được công bố trên LMS

SỬ DỤNG LMS

- Cho sinh viên vào LMS: lms.tlu.edu.vn
- Tài khoản: mã sinh viên (chữ thường- ví dụ: 196p1063479)
- Mật khẩu: Tlu@mã sinh viên (chữ thường - ví dụ: Tlu@196p1063479).
- Sau khi đăng nhập, sinh viên vào profile sửa lại email để có thể nhận các thông tin từ giảng viên.
- Hướng dẫn sử dụng hệ thống đã có trong lớp lms.tlu.edu.vn

Kiến thức yêu cầu

- Lập trình được với C/C++, Java, Python hoặc C#
  - Vì chúng ta sẽ áp dụng kiến thức đó vào môn học
  - Lập trình được tức là có thể viết chương trình với ngôn ngữ đó dựa trên mô tả thuật toán
- Đã học:
  - Ngôn ngữ lập trình
  - Cấu trúc dữ liệu và giải thuật
- Biết sử dụng email
  - Nộp bài tập vào email của GV: cần ghi rõ tên sinh viên, bài nộp là bài nào, của buổi bài tập số mấy?
  - Có thể email cho GV để hỏi thêm các vấn đề về môn học
- Chú ý: copy bài của bạn khác để nộp sẽ bị cấm thi

Đánh giá kết quả

- Điểm môn học:
  - Điểm quá trình: **50%**
  - Điểm thi cuối kỳ: **50%**
- Điểm quá trình:
  - Chuyên cần
  - Bài làm trên lớp, trong phòng lab
  - Bài tập về nhà (nộp qua email/LMS)
  - Bài kiểm tra
- Thi cuối kỳ:
  - Thi trên máy tính
  - Học gì thi nấy, không hỏi ngoài môn học
  - Không có giới hạn nội dung thi

Mục tiêu của môn học này

- Nâng cao kỹ năng thực hành của sinh viên trong việc giải quyết các vấn đề thuật toán
- Nhấn mạnh vào quy trình "phân tích – thiết kế – cài đặt – tối ưu" thuật toán trong quá trình phát triển phần mềm
- Có thể trả lời được các câu hỏi phỏng vấn khi tìm việc làm ở các công ty tốt
  - Tất cả các công ty công nghệ hàng đầu đều phỏng vấn ứng viên lập trình về thuật toán (Google, Facebook, Apple, Microsoft, Grab, Shopee, Zalo, FPT, Viettel,…)

Phần 2

Thuật toán

Khái niệm thuật toán

- Thuật toán = Các bước để giải quyết vấn đề
- Thuật toán = Phương thức tính toán được cài đặt trên máy tính
- **Thuật toán:** là một tập hữu hạn các chỉ thị (bước) khi được thực thi sẽ chuyển thông tin đầu vào thành thông tin đầu ra.
- Đặc trưng:
  - Có đầu vào: một tập giá trị
  - Có đầu ra: kết quả tính toán, là một tập giá trị khác
  - Tính rõ ràng: xác định, không hiểu sai
  - *Tính tổng quát: giải một lớp các bài toán
  - *Tính dừng: kết thúc sau một số bước hữu hạn
  - *Tính đúng: đưa ra kết quả đúng

Thuật toán

- **Ví dụ**: Thuật toán để giải phương trình bậc nhất : ax + b = c (a,b,c là các số thực):
  - Đầu vào: *các hệ số a, b, c*
  - Đầu ra: *nghiệm của phương trình*
  - Các bước thuật giải:

    1. Cho các giá trị a, b, c
    2. Nếu a = 0

       Nếu b = c thì *"phương trình có vô số nghiệm"*

       Nếu b ≠ c thì *"phương trình vô nghiệm"*

    3. Nếu a ≠ 0

       Phương trình có duy nhất 1 nghiệm x = (c - b)/a

Phương pháp biểu diễn thuật toán

1. **Bằng ngôn ngữ tự nhiên:**
   - Liệt kê bằng lời các bước của thuật toán
   - Đơn giản, không cần kiến thức nền tảng
   - Dài dòng
2. **Bằng mã giả:**
   - Là bản mô tả ngắn gọn, giúp con người có thể hiểu dễ dàng
   - Độc lập với môi trường phát triển

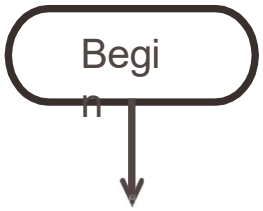
Phương pháp biểu diễn thuật toán

Ví dụ: giải phương trình bậc 2 $ax^2 + bx + c = 0$

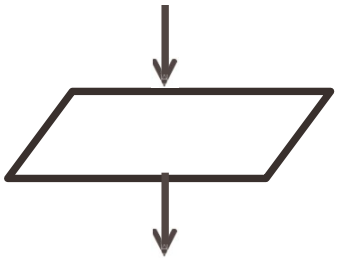
```
1. Yêu cầu nhập giá trị a, b, c
2. if a = 0 then
3.    if b= 0 then
4.          if c = 0 then
5.                xuất kết quả: phương trình vô số nghiệm
6.          else
7.                xuất kết quả: phương trình vô nghiệm
8.    else
9.          xuất kết quả: phương trình có nghiệm –c/b
10. else
11.   Tính giá trị delta = b² – 4*a*c
12.   If delta>0 then
13.      X1 = (-b-sqrt(delta))/(2*a)
14.      X2 = (-b+sqrt(delta))/(2*a)
15.      xuất kết quả: phương trình có 2 nghiệm là x1 và b
16.   else
17.   if delta = 0 then
18.     xuất kết quả: Phương trình có nghiệm kép là –b/(2*a)
19.  else
10.     xuất kết quả: phương trình vô nghiệm
```

Phương pháp biểu diễn thuật toán

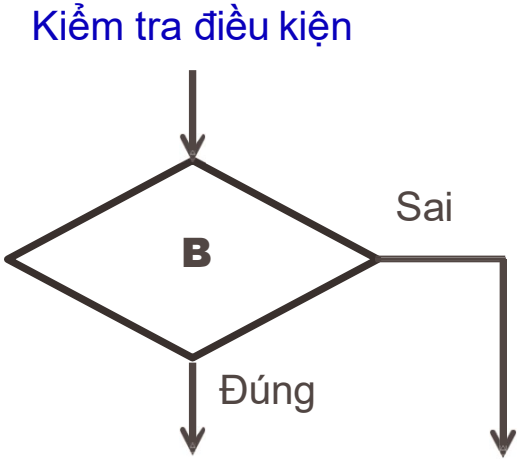
3. Bằng lưu đồ: sử dụng các khối để biểu diễn thuật toán



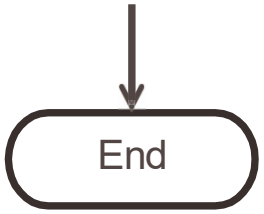
Bắt đầu thuật toán



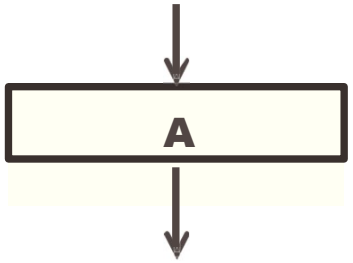
Vào ra dữ liệu



Tùy vào trạng thái của B là đúng hay sai mà rẽ nhánh thích hợp



Kết thúc thuật toán



Thực hiện công việc A

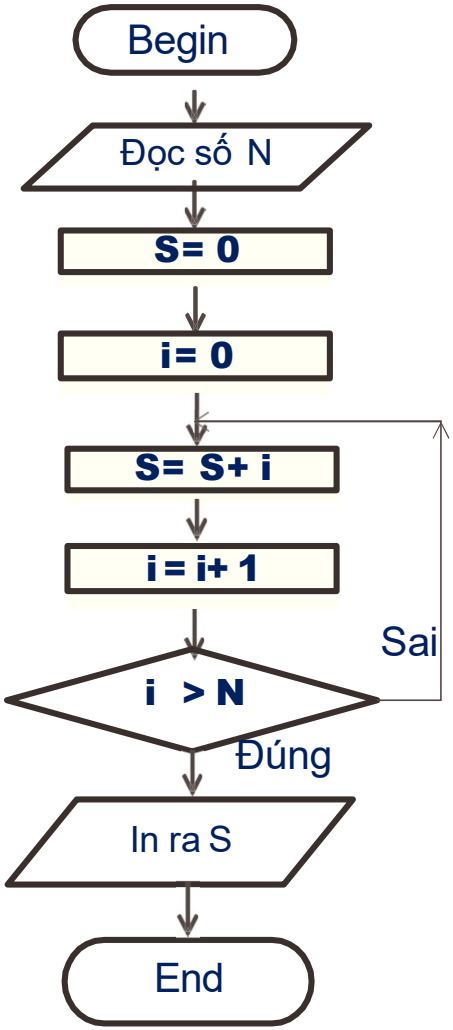
4. Bằng ngôn ngữ lập trình

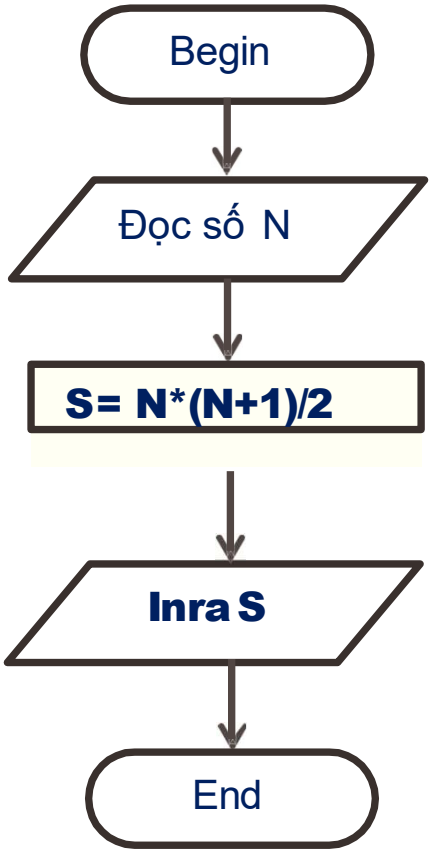
- Được thiết kế và chuẩn hóa để truyền các chỉ thị cho máy tính
- Mô tả đầy đủ và rõ ràng thuật toán

Phương pháp biểu diễn thuật toán

Ví dụ: Lưu đồ tính tổng của N số nguyên đầu tiên với các thuật toán khác nhau?

- **Đầu vào**: *số nguyên N*
- **Đầu ra**: *tổng N số*





Khái niệm thuật toán

- Cơ bản
  - Giới thiệu về Thuật toán
  - Tìm kiếm & Sắp xếp
  - Cấu trúc dữ liệu cơ bản
  - Đệ quy, Quay lui và Nhánh cận
  - Thuật toán tham lam
  - Chia để trị
  - Quy hoạch động
  - Thuật toán về đồ thị và ứng dụng
- Nâng cao
  - Cấu trúc dữ liệu nâng cao và ứng dụng
  - Thuật toán với chuỗi ký tự và ứng dụng

Phần 3

Ví dụ đầu tiên

Đoạn con có tổng lớn nhất

- Tìm đoạn con có tổng lớn nhất của một dãy số cho trước
- Cho một dãy số $s = (a_1, \ldots, a_n)$
- Đoạn con: $s(i, j) = (a_i, \ldots, a_j), 1 \le i \le j \le n$
- Tổng đoạn con: $w(i, j) = w(s(i, j)) = a_i + a_{i+1} + \ldots + a_j$
- Tìm đoạn con có tổng lớn nhất: $X = \max(w(i, j))$
  - Tìm cặp (p, q) để s(p, q) có tổng lớn nhất
  - (p, q) = argmax(w(i, j))
- Ví dụ:
  - Dãy số: -2, 11, -4, 13, -5, 2
  - Dãy con có tổng lớn nhất là: s(2, 4) = (11, -4, 13)
    - Tổng của dãy con này là 20

Các cách tiếp cận

1. Duyệt toàn bộ các cặp (i, j)
2. Duyệt toàn bộ nhưng tính tối ưu hơn
3. Chia để trị
4. Quy hoạch động

3.1 Duyệt toàn bộ các cặp (i, j)

- Duyệt tất cả các đoạn = duyệt mọi cặp (i, j)
- Tính tổng của các cặp và lưu lại đoạn lớn nhất

```
// Phương pháp 1: duyệt toàn bộ cặp (i,j)
int tong_max(vector<int> & a, int n) {
    int m = a[1];
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        for (int j = i; j <= n; j++) {
            int s = 0;
            for (int k = i; k <= j; k++) s += a[k];
            if (s > m) m = s;
        }
    return m;
}
```

3.2 Duyệt toàn bộ nhưng tính tối ưu hơn

- Duyệt tất cả các đoạn = duyệt mọi cặp (i, j)
- Tính tổng của các cặp và lưu lại đoạn lớn nhất
- Tận dụng tính chất: w(i, j) = w(i, j-1) + a[j]

```
// Phương pháp 2: duyệt nhưng tận dụng lại tổng cũ
int tong_max2(vector<int> & a, int n) {
    int m = a[1];
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        int s = 0;
        for (int j = i; j <= n; j++) {
            s += a[j];
            if (s > m) m = s;
        }
    }
    return m;
}
```

3.3 Chia để trị

- Định nghĩa đệ quy
- Đoạn con tổng lớn nhất của S, từ vị trí đầu đến vị trí cuối
- Tìm đoạn con tổng lớn nhất của S:
  - Nếu S chỉ có 1 phần tử: đoạn cần tìm chính là toàn bộ S
  - Nếu S nhiều hơn 1 phần tử, ta chia đôi S = S1 + S2
  - Đoạn con cần tìm sẽ rơi vào một trong ba tình huống
    - Trái: đoạn nằm trong S1
    - Phải: đoạn nằm trong S2
    - Giữa: đầu đoạn nằm trong S1, cuối đoạn nằm trong S2
  - Tính giá trị của ba tình huống và trả về giá trị lớn nhất

3.3 Chia để trị

```
// Phương pháp 3: chia để trị
int tong_max3(vector<int> & a, int dau, int cuoi) {
    // xét trường hợp độ dài là 1
    if (dau == cuoi) return a[dau];

    // chia đôi dãy: (dau, mid) + (mid+1, cuoi)
    int mid = (dau + cuoi) / 2;

    // tính max trong 3 trường hợp
    int m_trai = tong_max3(a, dau, mid);
    int m_phai = tong_max3(a, mid + 1, cuoi);
    int m_giua = trai(a, dau, mid) + phai(a, mid + 1, cuoi);

    // trả về max của 3 trường hợp
    return max(m_giua, max(m_trai, m_phai));
}
```

3.3 Chia để trị

```
 // tìm đoạn max phía trái (kết thúc ở cuoi)
int trai(vector<int> & a, int dau, int cuoi) {
    int m = a[cuoi], s = 0;
    for (int i = cuoi; i >= dau; i--) {
        s += a[i];
        if (s > m) m = s;
    }
    return m;
}
 // tìm đoạn max phía phải (bắt đầu từ dau)
int phai(vector<int> & a, int dau, int cuoi) {
    int m = a[dau], s = 0;
    for (int i = dau; i <= cuoi; i++) {
        s += a[i];
        if (s > m) m = s;
    }
    return m;
}
```

3.4 Quy hoạch động

- Xét các dãy con kết thúc tại k, đặt w(k) là tổng lớn nhất
  - w(k) = max(w(i, k))
- Dễ thấy X = max(w(i, j)) = max(w(k))
- Nếu ta tính được mọi w(k) thì dễ dàng tính X
- Ta có thể tính nhanh w(k) dựa trên w(k-1):
  - $w(1) = a_1$
  - $w(k) = a_k$ hoặc $w(k-1)+a_k$, ứng với hai tình huống
    - Dãy chỉ gồm a_k
    - Dãy gồm a_k và nối với phần tử phía trước a_{k-1}

3.4 Quy hoạch động

```
// Phương pháp 4: quy hoạch động
int tong_max4(vector<int> & a, int n) {
    vector<int> w(n+1);
    w[1] = a[1];
    for (int k = 2; k <= n; k++)
        w[k] = max(a[k], w[k-1] + a[k]);
    int m = w[1];
    for (int i = 2; i <= n; i++)
        if (m < w[i]) m = w[i];
    return m;
}
```

3.4 Quy hoạch động

```
// Phương pháp 4.1: quy hoạch động tối ưu hơn
int tong_max4_1(vector<int> & a, int n) {
    int w = a[1], m = a[1];
    for (int k = 2; k <= n; k++) {
        if (w > 0) w = w + a[k];
        else w = a[k];
        if (w > m) m = w;
    }
    return m;
}
```

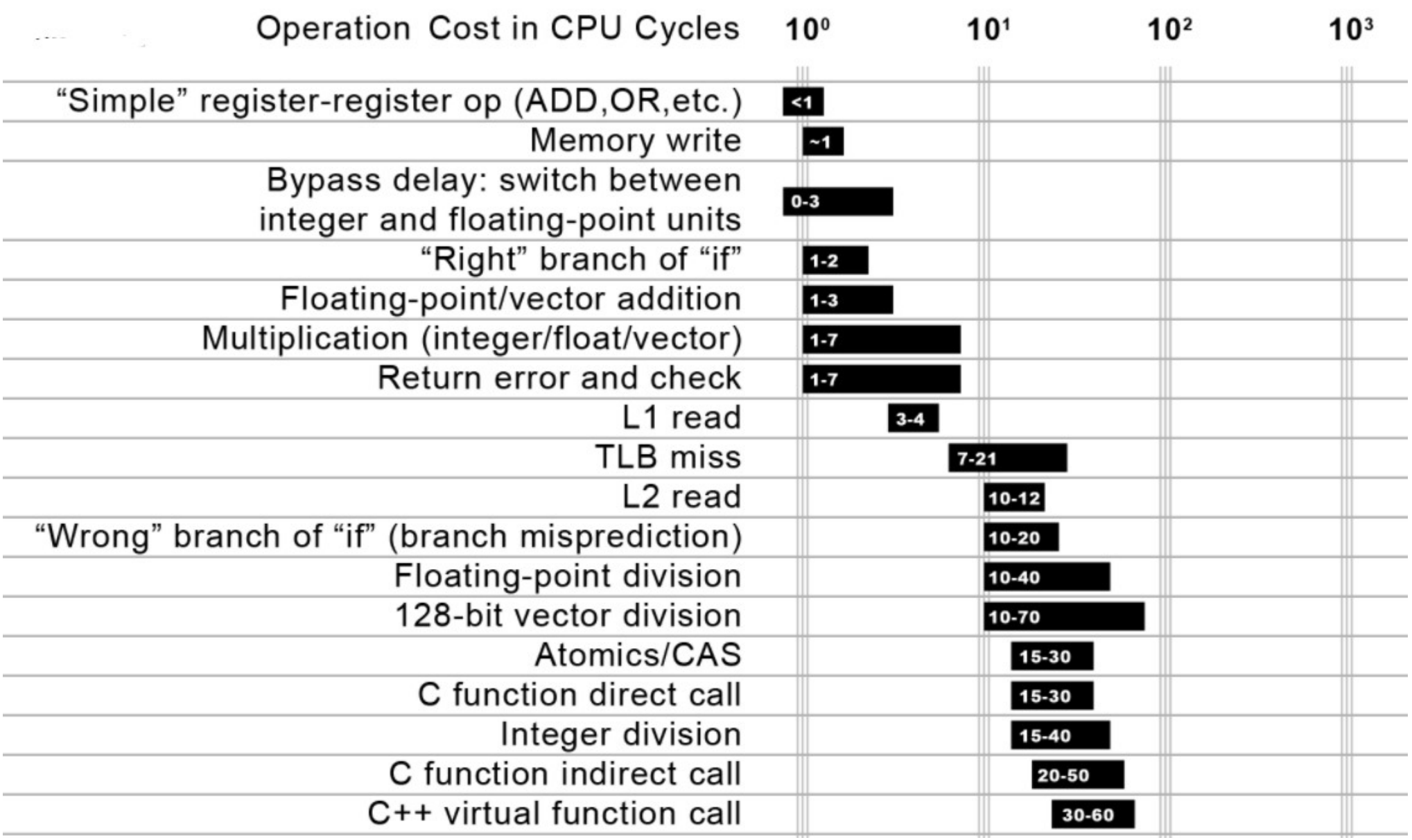
Phần 4

Phân tích thuật toán

Phân tích thuật toán

- Giúp hiểu được sơ bộ "chi phí" khi thực hiện thuật toán
- Các khía cạnh quan tâm:
  - Kích thước đầu vào
  - Kích thước đầu ra
  - Tài nguyên để chạy thuật toán
    - Bộ nhớ
    - Số lượng phép toán cần thực hiện
- Số lượng phép toán ≈ thời gian tính toán
  - Phép so sánh: 1 (CPU cycle)
  - Phép cộng/trừ: 1 (CPU cycle)
  - Phép nhân: 10 (CPU cycles)
  - Phép chia: 66-80 (CPU cycles)

Phân tích thuật toán



Phân tích thuật toán: bài tập ví dụ

- Thuật toán 1:
  - Bộ ba (i, k, j) sắp thứ tự ≈ $n^3/6$
  - $O(n^3)$
- Thuật toán 2:
  - Cặp (i, j) sắp thứ tự ≈ $n^2/2$
  - $O(n^2)$
- Thuật toán 3:
  - Dãy độ dài n, chia đôi cho đến khi còn 1 phần tử
    - Độ sâu k thỏa mãn $n/2^k \approx 1$
    - Nên $k \approx \log_2 n$
  - $O(n \log_2 n)$
- Thuật toán 4: O(n)

Phân tích thuật toán

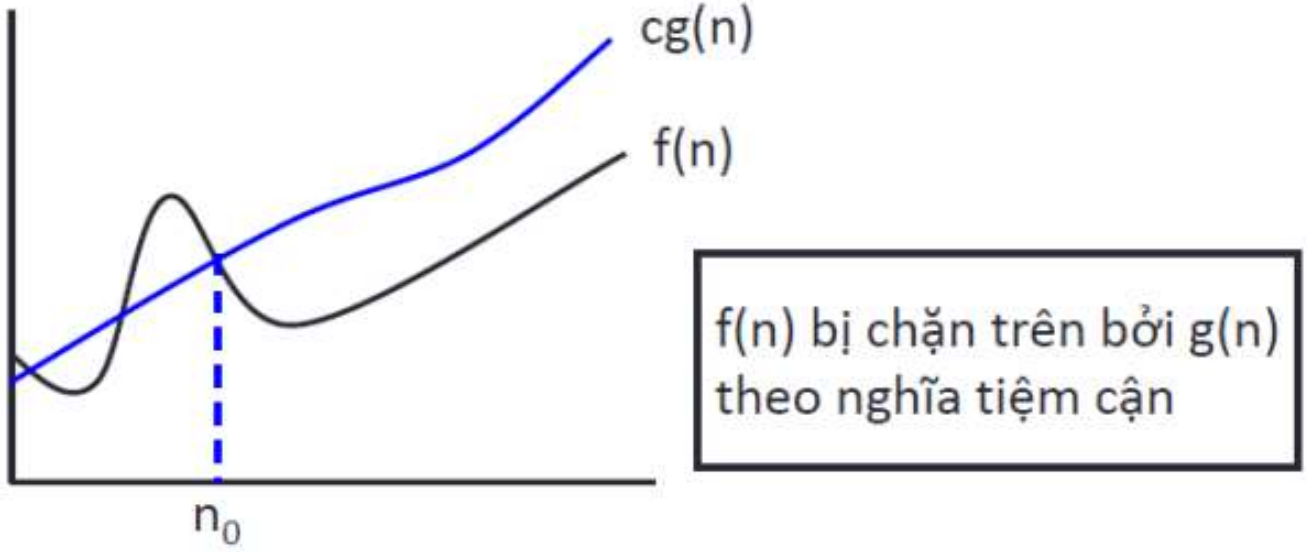
- Thuật toán ổn định: thời gian chạy không đổi, chỉ phụ thuộc vào số lượng dữ liệu đầu vào
- Thuật toán thích ứng: thời gian chạy thay đổi tùy thuộc vào giá trị của dữ liệu đầu vào
  - Thời gian chạy tốt nhất: thời gian thực thi ngắn nhất với dữ liệu đầu vào cỡ n
  - Thời gian chạy tồi nhất: thời gian thực thi dài nhất với dữ liệu đầu vào cỡ n
  - Thời gian chạy trung bình: thời gian thực thi trung bình của mọi lần chạy
    - Rất khó tính toán thực tế (vì phải thử mọi trường hợp)
    - Tính toán ước lượng dựa trên số lượng phép toán phải thực hiện
    - Dựa trên giải thiết xác suất của dữ liệu đầu vào

Phân tích độ tăng trưởng

- Độ tăng trưởng cho ta ước lượng những tình huống chưa thử nghiệm thực tế
- Chặn trên của g(n): O(g(n))

$f(n) = O(g(n))$

khi và chỉ khi $\exists\ c > 0$ và $n_0 > 0$ sao cho $f(n) \leq cg(n)\ \forall n \geq n_0$

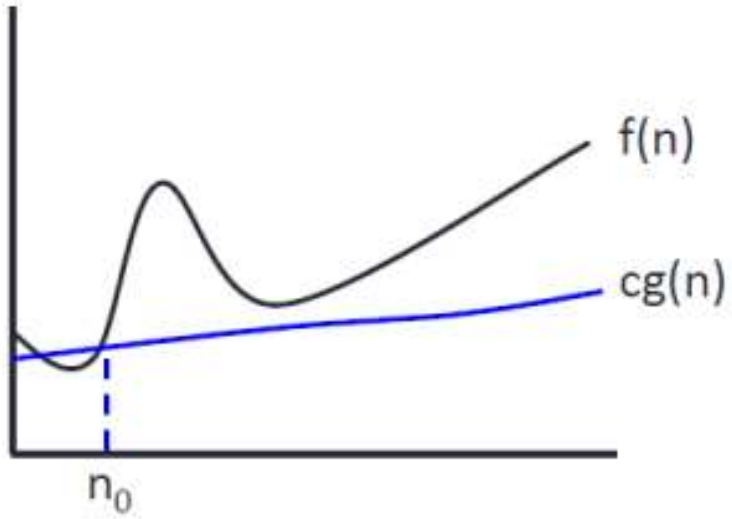


Phân tích độ tăng trưởng

- Chặn dưới của g(n): Ω(g(n))
- Ô-mê-ga của hàm có thể không cùng bậc với hàm đó

$f(n) = \Omega(g(n))$

khi và chỉ khi $\exists\ c > 0$ và $n_0 > 0$ sao cho $cg(n) \leq f(n)\ \forall n \geq n_0$



f(n) bị chặn dưới bởi g(n) theo nghĩa tiệm cận

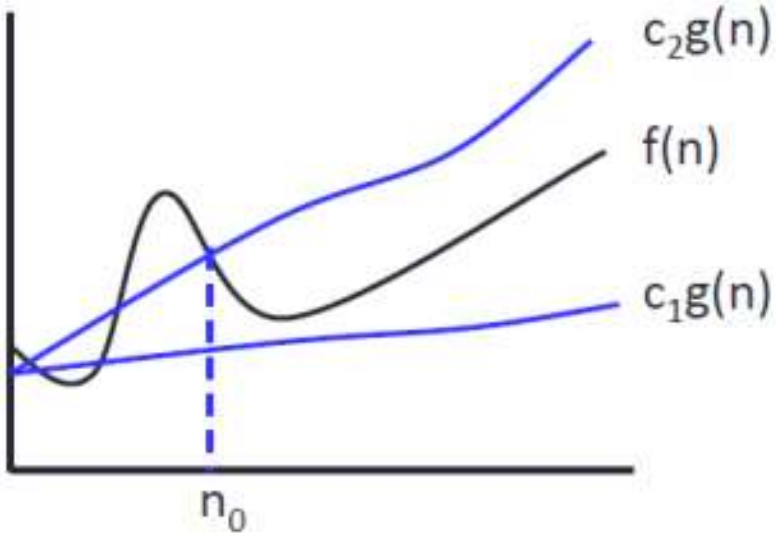
Phân tích độ tăng trưởng

- Tiệm cận của g(n): θ(g(n))
- Thê-ta của hàm thường là cùng bậc với hàm đó

$f(n) = \Theta(g(n))$

khi và chỉ khi $\exists\ c_1 > 0, c_2 > 0$ và $n_0 > 0$ sao cho

$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)\ \forall n \geq n_0$



f(n) có cùng tốc độ tăng với g(n) theo nghĩa tiệm cận

Phân tích thực nghiệm

- Cài đặt thuật toán
- Chạy chương trình rất nhiều lần
  - Trên cùng một máy tính
  - Dữ liệu đầu vào có kích thước khác nhau
  - Dữ liệu đầu vào có phân bổ giá trị khác nhau
- Đo thời gian chạy thực tế
- Biểu diễn, so sánh kết quả

Phân tích thực nghiệm

- Điểm yếu:
  - Cài đặt thuật toán đôi khi dựa vào năng lực của người viết mã
  - Phải thử rất nhiều tình huống thì kết quả mới ổn định và có tính đại diện cao
  - Không thể ngoại suy ra kết quả trong các tình huống mới
- Điểm mạnh:
  - Trực quan, rõ ràng
  - Tin cậy

Phần 5

Bài tập

Viết mã và phân tích độ phức tạp tính toán

1. Nhập 2 số nguyên a và b, hãy tính a^b. In ra 9 chữ số cuối cùng nếu giá trị tìm được quá lớn.
2. Dãy số Fibonacci được định nghĩa như sau:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ nếu } n > 1$$

Viết hàm F(n) trả về giá trị của số Fibonacci thứ n.

3. Cho dãy $A = (a_0, a_1, \ldots, a_{N-1})$, nhập số K ($0 \leq K < N$). Tìm phần tử nhỏ thứ K trong dãy A, in ra giá trị phần tử đó.