



THUẬT TOÁN ỨNG DỤNG

Tìm kiếm và Sắp xếp

1. Tìm kiếm

1. Tuyến tính
2. Nhị phân

2. Sắp xếp

1. Nổi bọt / Chèn / Chọn
2. Trộn / Nhanh / Vun đồng

3. Các cấu trúc dữ liệu trừu tượng

1. Stack
2. Queue
3. Heap
4. Set
5. Map



Phần 1

Tìm kiếm

- Bài toán cơ bản nhất của máy tính
 - Tìm thành phần trên trang màn hình
 - Tìm tên trong danh bạ
 - Tìm kiếm web
- Câu trả lời
 - Có dữ liệu cần tìm hay không
 - Vị trí của dữ liệu cần tìm
- Tùy vào dữ liệu
 - Dữ liệu lộn xộn không có đặc trưng gì cụ thể
 - Dữ liệu được sắp xếp
 - Dữ liệu được tổ chức

Tìm kiếm tuyến tính (linear search)



- Giải thuật tìm kiếm cơ bản nhất
- Dữ liệu lộn xộn không có tính chất gì đặc biệt
- Duyệt mọi phần tử từ đầu cho đến khi tìm được dữ liệu mong muốn hoặc hết dữ liệu
- Có lẽ là cách giải duy nhất trong trường hợp bài toán không có ràng buộc về dữ liệu

Linear Search



Tìm kiếm nhị phân (binary search)



- Dữ liệu đã được sắp xếp (tăng dần)
- Chia đôi khoảng tìm kiếm, cho đến khi đủ nhỏ

```
// tìm kiếm nhị phân, cài đặt kiểu đệ quy
int binary_search(int arr[], int l, int r, int x) {
    if (r < l) return -1;

    int mid = l + (r - l) / 2;
    // tìm thấy ở giữa
    if (arr[mid] == x) return mid;
    // tìm ở nửa trước
    if (arr[mid] > x)
        return binary_search(arr, l, mid - 1, x);
    // tìm ở nửa sau
    return binary_search(arr, mid + 1, r, x);
}
```

Tìm kiếm nhị phân (binary search)



- Cài đặt kiểu vòng lặp ổn hơn kiểu đệ quy ở chỗ nào?
- Cài đặt dưới đây có thể cải tiến ở điểm nào

```
// tìm kiếm nhị phân, cài đặt bằng vòng lặp
int binary_search2(int arr[], int l, int r, int x) {
    while (l <= r) {
        int m = l + (r - l) / 2;

        if (arr[m] == x) return m;

        if (arr[m] < x) l = m + 1;
        else r = m - 1;
    }

    return -1;
}
```

Tìm kiếm nội suy (interpolation search)



- Tìm kiếm khi dữ liệu cực lớn đã được sắp xếp
- Cải tiến từ tìm kiếm nhị phân: vẫn chia đôi, nhưng cân nhắc theo tương quan của dữ liệu
- Thích hợp với dữ liệu cực lớn và cân bằng

// tìm kiếm nội suy: nhị phân thông minh hơn

```
int interpolation_search(int a[], int l, int r, int x) {  
    while (l <= r) {  
        int m = l + (x - a[l]) * ((r - l) / (a[r] - a[l]))  
  
        if (a[m] == x) return m;  
        if (a[m] < x) l = m + 1;  
        else r = m - 1;  
    }  
    return -1;  
}
```


Cài đặt tìm kiếm ở thư viện STL C++



- Thư viện <algorithm>
- Tìm tuyến tính:
 - `find`: tìm giá trị trong đoạn
- Tìm nhị phân:
 - `binary_search`: kiểm tra xem có phần tử trong đoạn tăng dần hay không
 - `lower_bound`: trả về vị trí của phần tử đầu tiên không bé hơn phần tử cần tìm
 - `upper_bound`: trả về vị trí của phần tử đầu tiên lớn hơn phần tử cần tìm

Bài tập



1. Nhập 4 số thực A, B, C và D. Hãy tìm giá trị x với độ chính xác 5 số sau dấu phẩy để phương trình sau đây đúng:

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$$

2. Cho số nguyên dương k và một dãy A có N số nguyên. Hãy đếm xem có bao nhiêu cặp số trong A chênh lệch nhau đúng k đơn vị.

Ví dụ:

Với đầu vào k = 2 và A = (1, 5, 3, 4, 2)

Kết quả trả về là 3.

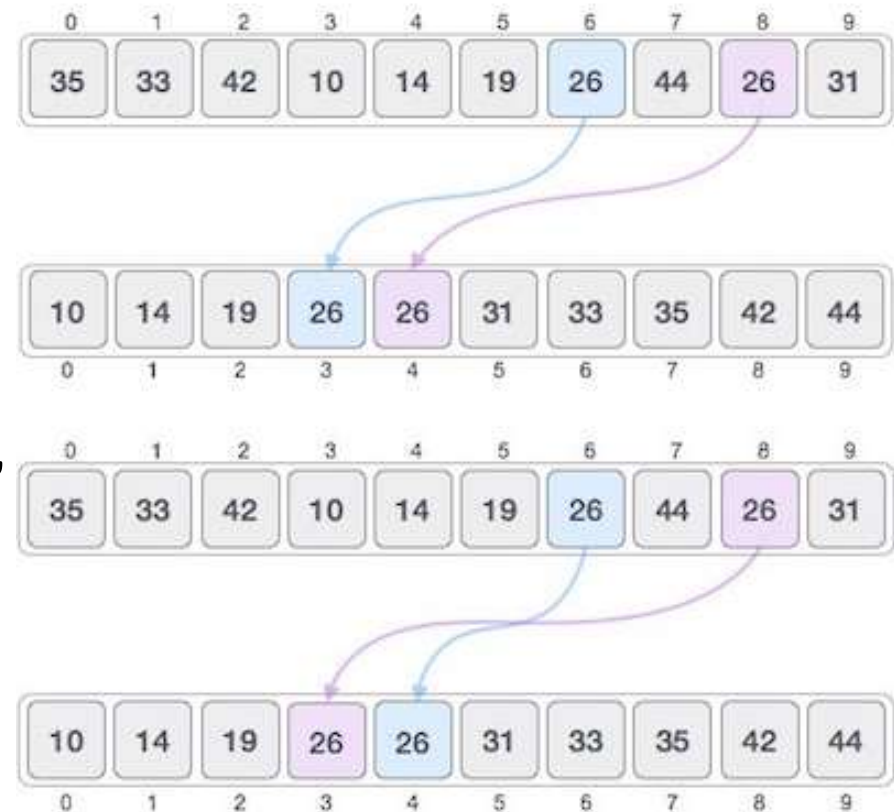


Phần 2

Sắp xếp

- Bài toán cơ bản của lập trình máy tính
 - Xếp tăng dần một danh sách
 - So sánh theo các khóa
- Được nghiên cứu từ rất sớm, hiện vẫn có vài cải tiến
- Rất nhiều thuật toán đã được phát triển, mỗi thuật toán có ưu / nhược điểm riêng
- Tính so sánh = thuật toán sắp xếp dựa trên việc so sánh các phần tử với nhau
 - Hầu hết các thuật toán sắp xếp đều thuộc loại này
 - Một vài thuật toán đặc biệt không cần so sánh
- Tính thích ứng (adaptive) = thuật toán tận dụng được đặc tính của dữ liệu, chạy nhanh hơn nếu dữ liệu đã sắp sẵn

- Phân loại theo cách làm việc với dữ liệu:
 - Sắp xếp tại chỗ (in-place): làm việc với chính dữ liệu sắp xếp
 - Sắp xếp ra ngoài (out-place): đẩy kết quả ra ngoài
- Phân loại theo mức độ xáo trộn dữ liệu:
 - Sắp xếp ổn định (stable): thứ tự tương đối (trước / sau) giữa các phần tử bằng nhau sẽ được giữ nguyên sau khi thực hiện thuật toán sắp xếp
 - Sắp xếp bất ổn (unstable): thứ tự tương đối của các phần tử bằng nhau có thể bị xáo trộn sau khi thực hiện thuật toán



Sắp xếp nổi bọt (bubble sort)



- Duyệt toàn bộ danh sách: nếu hai phần tử liên tiếp không đúng thứ tự (tăng dần) thì đổi chỗ chúng cho nhau
- Lặp lại bước duyệt cho đến khi không xảy ra đổi chỗ nữa
- Thuật toán có vẻ khá tệ, nhưng chạy tốt trong vài tình huống đặc biệt

6 5 3 1 8 7 2 4

Sắp xếp chèn (insertion sort)



- Giả sử phần đầu của dãy đã được sắp xếp gồm k phần tử
 - Giá trị k luôn tồn tại, ít nhất là $k = 1$
- Lặp lại cho đến khi $k = n$:
 - Lấy phần tử thứ $k+1$ chèn vào vị trí phù hợp của nó trong dãy ban đầu
 - Mở rộng dãy ban đầu thành gồm $k+1$ phần tử
- Hữu ích với những cấu trúc dữ liệu cho phép chèn nhanh

6 5 3 1 8 7 2 4

Sắp xếp chọn (selection sort)



- Chọn phần tử nhỏ nhất, đặt vào vị trí đầu tiên
- Chọn phần tử nhỏ thứ hai, đặt vào vị trí thứ hai
- Chọn phần tử nhỏ thứ ba, đặt vào vị trí thứ ba
- ...

5 3 4 1 2

Selection Sort

Sắp xếp trộn (merge sort)



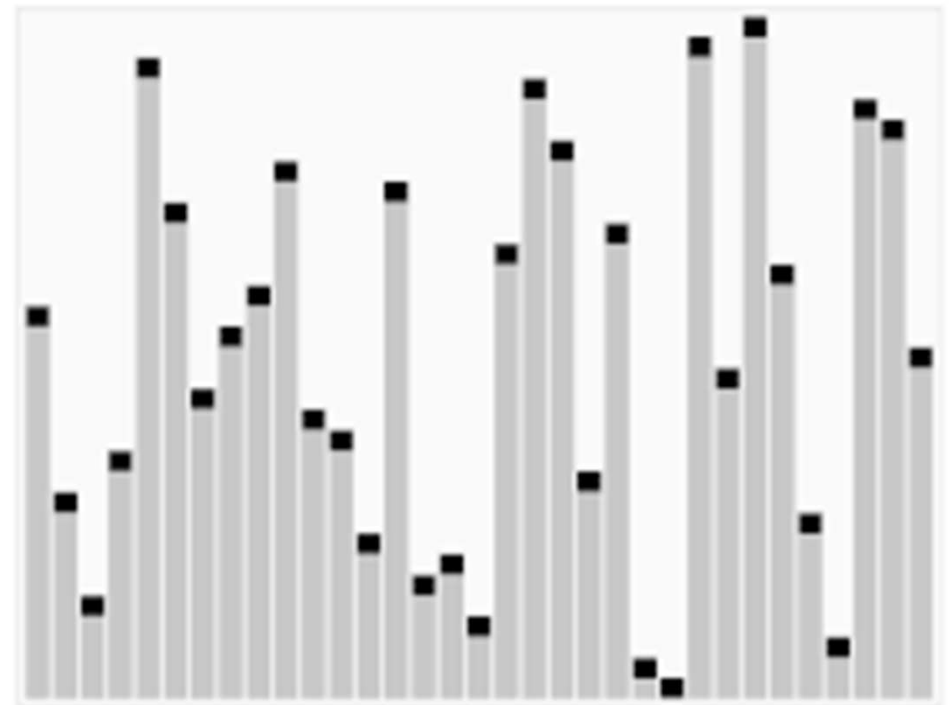
- Dãy có 1 phần tử thì không cần làm gì thêm
- Nếu dãy có từ 2 phần tử thì chia dãy làm đôi
 - Sắp xếp từng dãy con (gọi đệ quy)
 - Trộn hai dãy con đã sắp xếp lại làm một

6 5 3 1 8 7 2 4

Sắp xếp nhanh (quick sort)



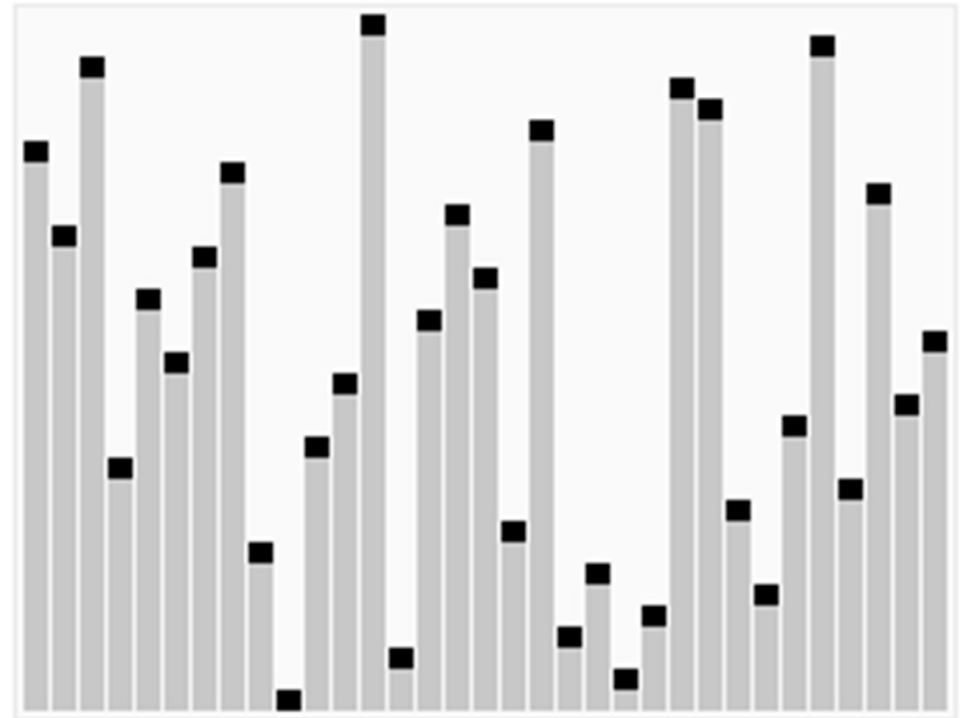
- Dãy độ dài 1 thì không cần sắp xếp
- Dãy độ dài 2 trở lên:
 - Chọn ngẫu nhiên một giá trị M trong dãy
 - Đồn những giá trị nhỏ hơn M về đầu dãy, cuối dãy là những giá trị lớn hơn M
 - Sắp xếp hai dãy con (đệ quy)



Sắp xếp vun đống (heap sort)



- Bước 1: tạo cấu trúc “đống” (heap) từ dữ liệu đã có
 - Heap = Dãy A (a_1, \dots, a_n) mà $a_k > \max(a_{2k}, a_{2k+1})$
- Bước 2: lần lượt lấy phần tử lớn nhất ra khỏi đống và chuyển xuống cuối dãy



Cài đặt sắp xếp ở thư viện STL C++



- STL (Standard Template Library - một thư viện template cho C++ với những cấu trúc dữ liệu cũng như giải thuật được xây dựng tổng quát mà vẫn tận dụng được hiệu năng và tốc độ của C
- Thư viện <algorithm>
- sort: sắp xếp (tăng dần) một đoạn, sử dụng introsort
- stable_sort: sắp xếp ổn định (tăng dần) một đoạn, sử dụng mergesort
- partial_sort: sắp xếp phần đầu của đoạn theo thứ tự tăng dần, sử dụng khi ta chỉ cần lấy vài phần tử nhỏ nhất

3. Cho một dãy số tự nhiên A có nhiều hơn một phần tử, hãy tìm các cặp phần tử gần nhau nhất trong dãy.
- Các cặp phần tử mà chênh lệch giữa chúng là nhỏ nhất trong dãy, nếu có nhiều cặp như vậy thì in ra tất cả
 - $A = (-20, 737481, -73301, 30, -61594, 26854, -520, -470)$
 - Kết quả in ra 2 cặp: $(-20, 30)$ $(-520, -470)$
4. Cho một dãy số nguyên A có n phần tử và số nguyên dương $k < n$. Hãy chọn ra k số nguyên trong A tạo thành dãy B sao cho chênh lệch giữa số lớn và nhỏ nhất trong B là tối thiểu. In ra chênh lệch đó.
- $A = (1, 2, 3, 4, 10, 20, 30, 40, 100, 200)$ và $k = 4$
 - Kết quả in ra: 3

5. Cho số m và dãy số tự nhiên A có n phần tử, hãy đếm xem có bao nhiêu cách chọn hai phần tử trong A mà tích của chúng lớn hơn m .

- $A = (1, 2, 3, 4, 5)$, $m = 15$
- Kết quả là 1 (4×5), không tính 4×4 vì đó là hai phần tử trùng nhau

6. Cho dãy số $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$. Với mỗi cặp chỉ số p và q ($p < q$), bạn cần chỉ ra cách chia dãy con $(a_p, a_{p+1}, \dots, a_q)$ thành hai nửa sao cho chênh lệch giữa tổng các số thuộc hai nửa là nhỏ nhất.

- $A = (3, 1, 4, 2, 5)$, $p = 2$, $q = 5$
- Kết quả là 2 (chia thành 2 nửa $[1, 4]$ và $[2, 5]$)
- Chú ý: cần thiết kế thuật toán hợp lý với nhiều cặp (p, q)



Phần 3

Các cấu trúc dữ liệu trừu tượng

Stack



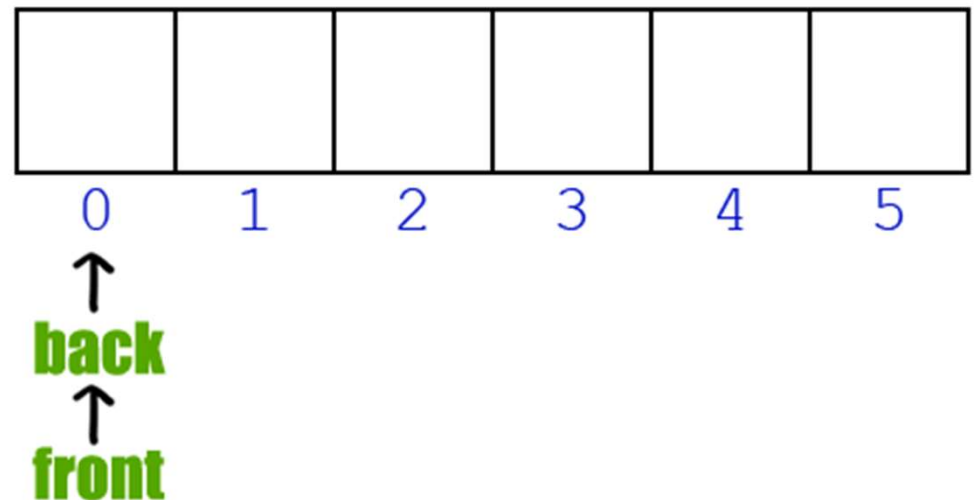
- Ngăn xếp
- LIFO: last-in, first-out
- Thường được cài đặt dựa trên list, vector, array
- Thao tác cơ bản:
 - Thêm vào (push): đặt vào cuối
 - Lấy ra (pop): lấy ra phần tử ở cuối



Queue



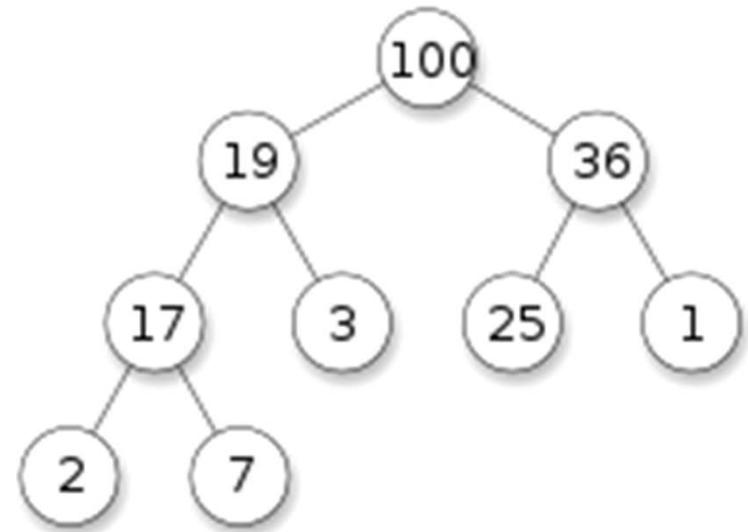
- Hàng đợi
- FIFO: first-in, first-out
- Thao tác cơ bản: enqueue / dequeue
 - Thêm vào (push): thêm vào cuối
 - Lấy ra (pop): lấy phần tử ở đầu
- Dạng hai đầu: Deque



Heap



- Đống
- Còn gọi là priority queue (hàng đợi ưu tiên)
 - Dữ liệu tổ chức dạng heap, thứ tự giảm dần
 - Thêm vào (push): tự đặt phần tử vào vị trí phù hợp trong heap
 - Lấy ra (pop): lấy phần tử lớn nhất
- Cấu trúc sử dụng trong heap sort



Array representation



- Tập hợp
- Các phần tử phải khác nhau
- Thường cài đặt trên red-black tree hoặc hash table
- Vài kiểu dữ liệu cùng loại:
 - multiset
 - unordered_set
 - unordered_multiset

Map



- Ánh xạ
- Từ điển
- Cho phép ánh xạ từ một khóa (key) tới giá trị (value)
- Vài kiểu dữ liệu cùng loại:
 - `multimap`
 - `unordered_map`
 - `unordered_multimap`