Übungen zur Algorithmischen Bioinformatik I

Blatt 4

Xiheng He

Mai 2021

2. Aufgabe (10 Punkte):

wenden Sie das Master-Theorem an um die Laufzeit für folgende Rekursionsgleichungen zu bestimmmen (mit T(1) = 1) oder begründen Sie, warum das Master-Theorem nicht anwendbar ist.

Master-Therorm: $T(n) = a \cdot T(n/b) + f(n)$ für $n > 1$ und $T(1) = d$. dann gilt:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\log_b(a)}) & falls\ f(n) = O(n^{\log_b(a)-e}), e > 0 \\ \Theta(n^{\log_b(a)} \log(n)) & falls\ f(n) = \Theta(n^{\log_b(a)}) \\ \Theta(f(n)) & falls\ f(n) = \Omega(n^{\log_b(a)+e}), e > 0\ und\ a \cdot f(n/b) \leq c \cdot f(n), c < 1 \end{cases}$$

(a) $T(n) = 3 \cdot T(n/4) + n$

aus (a) ist $f(n) = n, a = 3, b = 4$

$\log_b(a) = \log_4 3 \approx 0.792$

da $n^{log_4 3} < f(n) = n \ \forall\ n > 1$ handelt es sich um den dritten Falls des Mastertheorems.

Deshalb muss 2.Eigenschaft validiert werden: $a \cdot f(n/b) \leq c \cdot f(n)$

$3 \cdot (n/4) = \frac{3 \cdot n}{4} = \frac{3}{4} \cdot n$

$\implies$ Der 3. Fall gilt mit $c = \frac{3}{4} < 1$ und $T(n) = \Theta(f(n)) = \Theta(n)$

(b) $T(n) = 3 \cdot T(n/4) + \sqrt{n}$

aus (a) ist $f(n) = \sqrt{n}, a = 3, b = 4$

$\log_b(a) = \log_4 3 \approx 0.792$

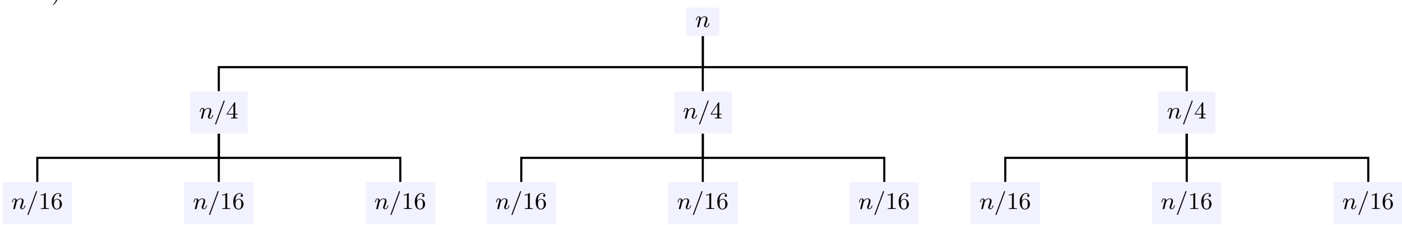
es gilt der erste Fall, da gilt :

$f(n) = \sqrt{n} \in \theta(n^{log_4(3)-\varepsilon})$

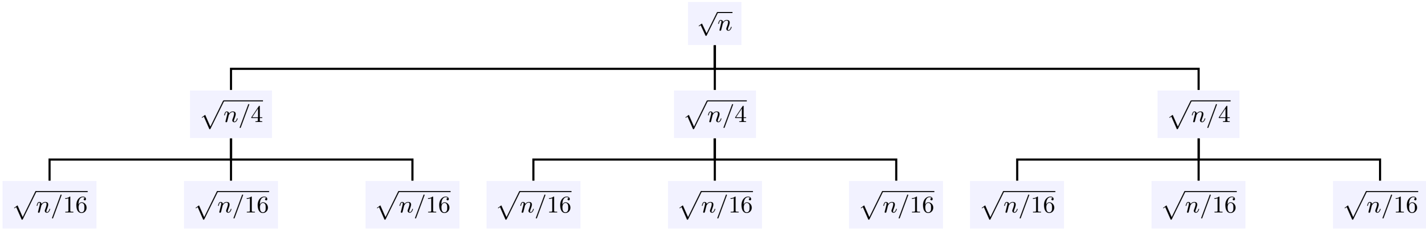
da für ein $\varepsilon > 0$ z.B.$\varepsilon = 0.2$ immer noch gilt $n^{log_4(3)-\varepsilon} = n^{0.392} \geq \sqrt{n}$

$\implies T(n) = \theta(n^{log_4 3})$

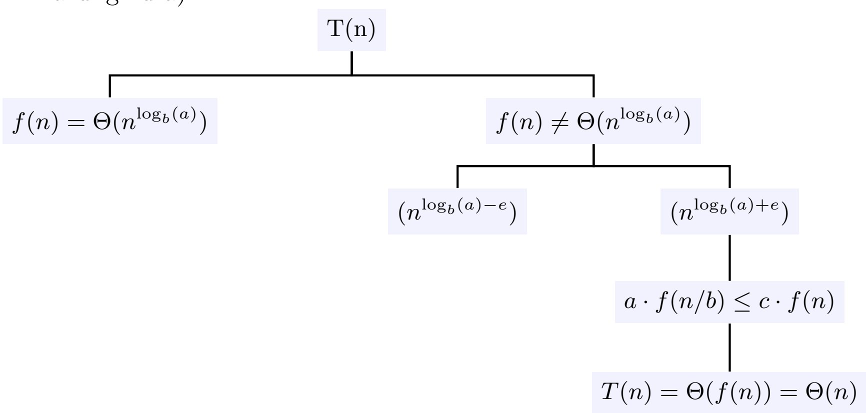
zu a)



zu b)



Erklärung zu a)



Erklärung zu b)