

Übungen zur Algorithmischen Bioinformatik I

Blatt 9

Xiheng He

Juni 2021

4. Aufgabe: Maximal Knapsack-Problem (MAX-KS) (10 Punkte)

(a) Optimal MAX-KS

- Implementieren Sie ein Verfahren zur optimalen Lösung des MAX-KS Problems mittels des pseudo-polynomialen Algorithmus aus der Vorlesung.

Knapsack.jar -mode PPTAS

- Erklären Sie wieso der Algorithmus korrekt ist und analysieren Sie die Laufzeit Ihrer Implementierung. Der Algorithmus wurde nach pseudocode aus der Vorlesung implementiert. Angenommen dass wir eine Teilmenge $S_{i,p}$ mit Profit p von a_1, \dots, a_i haben deren Größe minimal ist. Anschließend müssen wir entscheiden, ob der nächste Artikel zusammengepackt werden solltet. Daher müssen wir betrachten, dass wir nur packen, wenn die Größe der Teilmenge $S_{i,p} \cup a_{i+1}$ immer minimal ist, sonst wird dieser Artikel nicht gepackt. Da der Algorithmus in ein Feld $1, \dots, nP$ läuft, wird alle möglichkeit für gesamte Profit betrachtet, damit müssen wir nur die Größe der Teilmenge minimalisieren. Der Profit ist somit $\max\{p | A(n, p) \leq B\}$, wobei $A(n, p)$ die Größe der Teilmenge und B ist die maximale Kapazität.

Die Laufzeit ist $O(n^2P)$, da der Algorithmus für insgesamt n mal a_i $1, \dots, nP$ durchlaufen muss.

- Erklären Sie "pseudo-polynomiell" Wieso ist Ihre Implementierung pseudo-polynomiell? Ist Ihr Algorithmus in der Praxis anwendbar?

"pseudo-polynomiell" bedeutet, dass die Laufzeit zwar als Polynom der Eingabegröße ausgedrückt werden kann, jedoch wächst die Laufzeit exponentiell mit den Binärziffern der Eingabegröße, dann heißt die Laufzeit "pseudo-polynomiell". Solche Problem mit "pseudo-polynomiell" nennt man auch "schwach NP-vollständig".

Der Algorithmus ist anwendbar nur wenn die Eingabegröße relativ klein ist. Sonst hat der Algorithmus exponentielle Laufzeit was in der Praxis nicht praktisch ist.

(b) FPTAS für MAX-KS

- Implementieren Sie zusätzlich die auf (a) basierende FPTAS-Variante.

Knapsack.jar -mode FPTAS -r

- Erklären Sie FPTAS (Fully Polynomial Time Approximation Scheme). Wieso ist Ihre Implementierung ein FPTAS für MAX-KS? Ist Ihr FPTAS in der Praxis anwendbar?

FPTAS bedeutet, dass die Laufzeit der Algorithmus polynomiell in beider Eingabegröße n und Performance Ratio r ist damit läuft der Algorithmus in “Fully Polynomial Time”.

Die Laufzeit der Algorithmus ist $(n^3 \cdot r / (r - 1))$ und die Laufzeit ist vollständig polynomiell in n und r .

Damit ist FPTAS.

FPTAS ist in der Praxis sehr praktisch. Jede FPTAS Approximation kann in polynomielle Laufzeit ausgegeben d.h. egal wie groß die Eingabe ist, das Problem kann immer in polynomielle Laufzeit von FPTAS Approximation gelöst. Leider besitzen nicht alle NP Probleme FPTAS Approximation.