

Übungen zur Algorithmischen Bioinformatik I

Blatt 2

Xiheng He

April 2021

2. Aufgabe (10 Punkte):

Geben Sie eine möglichst einfache Abschätzung mit Θ an.

a) $f(n) = n \cdot 3^k$

Gegeben sei: $f = \Theta(g) \wedge a \in \mathbb{R} \implies a \cdot f \in \Theta(g)$ Deshalb: $n \in \Theta(n) \wedge 3^k \in \mathbb{R} \implies f(n) = n \cdot 3^k \in \Theta(n)$

b) $f(n) = \frac{n^3 - n^2 + 5}{n^3 + 4n^2 - 3n}$
 $f(n) = \frac{n^3 - n^2 + 5}{n^3 + 4n^2 - 3n} = \frac{1 - \frac{1}{n} + \frac{5}{n^3}}{1 + \frac{4}{n} - \frac{3}{n^2}}$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = 1$

Aus Rechenregeln 14 und 15 gilt:

$$\text{setze } g(n) = 1 \implies \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 1 \wedge \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 1$$

$$f(n) = O(g) \wedge f(n) = \Omega(g) \implies f(n) \in \Theta(1)$$

c) $f(n) = 4^{\log_2(n)}$

$$f(n) = 4^{\log_2(n)} = n^{\log_2(4)} = n^2 \implies f(n) = n^2 \in \Theta(n^2)$$

d) $f(n) = \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^3$
 $f(n) = \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^3 = \sum_{i=1}^n i^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 = \frac{(n^2+n)^2}{4}$

Aus Rechenregeln 3 sei $\frac{(n^2+n)^2}{4}$ ein Polynom vom Grad 4, dann gilt $f(n) \in \Theta(n^4)$