

MAKALAH BAB 3
FUZZY CLUSTERING

Disusun sebagai salah satu tugas
mata kuliah Soft Computing



Fauzi Faruq Nabbani - 140810160007

M. Fa'izin Ahsan - 140810160032

Ibnu Ahsani - 140810160056

Shofiyyah Nadhiroh - 140810160057

Patricia Joanne - 140810160065

Dikumpulkan tanggal

23 April 2019

PROGRAM STUDI S-1 TEKNIK INFORMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PADJADJARAN
2019

Ukuran Fuzzy

Ukuran Fuzzy

Secara umum, ukuran kekaburan (fuzzy) dapat ditulis:

$$f: P(X) \rightarrow R$$

Dengan

$P(X)$ = himpunan semua subset dari X

$f(A)$ = fungsi yang memetakan subset A ke karakteristik fuzzynya

Syarat fungsi f dalam mengukur nilai fuzzy:

- $f(A) = 0$ jika dan hanya jika A himpunan crisp
- Jika $A < B$ maka $f(A) \leq f(B)$ --- **$A < B$ berarti A lebih tajam daripada B**

Relasi ketajamannya:

$$\mu_A[x] \leq \mu_B[x], \text{ jika } \mu_B[x] \leq 0.5$$

$$\mu_A[x] \geq \mu_B[x], \text{ jika } \mu_B[x] \geq 0.5$$

- $f(A)$ maksimum jika dan hanya jika A kabur maksimum.

Biasanya nilai fuzzy maksimal terjadi pada saat:

$$\mu_A[x] = 0.5 \text{ untuk setiap } x.$$

Indeks Kekaburan

Jarak antara suatu himpunan fuzzy A dengan himpunan crisp C yang terdekat.

Dinotasikan sebagai:

$$\mu_C[x] = 0 \text{ jika } \mu_A[x] \leq 0.5$$

$$\mu_C[x] = 1 \text{ jika } \mu_A[x] \geq 0.5$$

3 kelas yang sering digunakan untuk mencari indeks kekaburan:

- Hamming Distance

$$f(A) = \sum | \mu_A[x] - \mu_C[x] | \text{ atau}$$

$$f(A) = \sum \min [\mu_A[x], 1 - \mu_A[x]]$$

- Euclidean Distance

$$f(A) = \{ \sum [\mu_A[x] - \mu_C[x]]^2 \}^{1/2}$$

- Minkowski Distance

$$f(A) = \{\sum [\mu_A [x] - \mu_C [x]]^w\}^{1/w} \text{ dengan } w \in [1, \infty]$$

Fuzzy Entropy

Didefinisikan dengan fungsi:

$$f(A) = - \sum \{\mu_A [x] \log \mu_A [x] + [1 - \mu_A [x]] \log [1 - \mu_A [x]]\}$$

Ukuran Kesamaan

Digunakan untuk menunjukkan derajat perbedaan antara 2 himpunan fuzzy.

Perbedaan antara premis suatu aturan dengan input fuzzy dapat digunakan untuk menentukan nilai α pada suatu aturan.

Fuzzy C-Means (FCM)

Fuzzy C-Means

Fuzzy clustering = teknik untuk menentukan cluster optimal dalam suatu ruang vektor yang didasarkan pada bentuk normal Euclidian untuk jarak antar vektor.

FCM = salah satu algoritma clustering data yang mana keberadaan tiap titik data dalam suatu cluster ditentukan oleh derajat keanggotaan. Output FCM bukan merupakan fuzzy inference system, tapi deretan pusat cluster dan beberapa derajat keanggotaan untuk tiap titik data dimana dapat digunakan untuk membangun fuzzy inference system.

Algoritma FCM

1. Input data yang akan dicluster X berupa matriks $n \times m$ dimana n = jumlah sampel data dan m = atribut setiap data.
 X_{ij} = data sampel ke- i (1, 2, ..., n) dan atribut ke- j (1, 2, ..., m).
2. Tentukan:
 - c (jumlah cluster)
 - w (pangkat)
 - MaxIter (maksimum iterasi)

- ξ (error terkecil yang diharapkan)
 - $P_0 = 0$ (fungsi objektif awal)
 - $t = 1$ (iterasi awal)
3. Bangkitkan bilangan random μ_{ik} dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $k = 1, 2, \dots, c$ sebagai elemen matriks partisi awal U.

Hitung jumlah setiap kolom/atributnya dengan $j = 1, 2, \dots, m$:

$$Q_j = \sum_{k=1}^c \mu_{ik}$$

Hitung:

$$\mu_{ik} = \frac{\mu_{ik}}{Q_j}$$

4. Hitung pusat cluster ke-k: V_{kj} dengan $k = 1, 2, \dots, c$ dan $j = 1, 2, \dots, m$.

$$V_{kj} = \frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_{ik})^w * X_{ij})}{\sum_{i=1}^n (\mu_{ik})^w}$$

5. Hitung fungsi objektif pada iterasi ke-t, P_t :

$$P_t = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^c \left(\left[\sum_{j=1}^m (X_{ij} - V_{kj})^2 \right] (\mu_{ik})^w \right)$$

6. Hitung perubahan matriks partisi dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $k = 1, 2, \dots, c$.

$$\mu_{ik} = \frac{\left[\sum_{j=1}^m (x_{ij} - v_{kj})^2 \right]^{\frac{-1}{w-1}}}{\sum_{k=1}^c \left[\sum_{j=1}^m (x_{ij} - v_{kj})^2 \right]^{\frac{-1}{w-1}}}$$

7. Cek kondisi berhenti:

Jika $(|P_t - P_{t-1}| < \xi \text{ atau } (t > \text{MaxIter}))$ maka berhenti

Jika tidak, $t = t+1$ lalu ulangi langkah ke-4

Fuzzy Subtractive Clustering

Subtractive Clustering

Subtractive clustering didasarkan atas ukuran densitas (potensi) titik-titik data dalam suatu ruang (variable).

Konsep dasar subtractive clustering:

- Menentukan daerah-daerah dalam suatu variabel yang memiliki densitas tinggi
- Titik dengan jumlah tetangga terbanyak akan dipilih sebagai pusat cluster
- Pusat cluster akan dikurangi densitasnya
- Memilih titik lain yang memiliki tetangga terbanyak
- Proses ini diulang hingga semua titik diuji

Densitas X_k

$$D_k = \sum_{j=1}^N \exp \left(- \frac{\|X_k - X_j\|}{(r/2)^2} \right)$$

Dengan:

- $\|X_k - X_j\|$ = jarak antara X_k dan X_j
- r = jari-jari (*influence range*)

Densitas titik di sekitar X_k

$$D'_k = D_k - D_{C1} * \exp\left(-\frac{\|X_k - X_{C1}\|}{(r_b/2)^2}\right)$$

Dengan:

- X_{C1} = titik yang terpilih sebagai pusat cluster
- D_{C1} = nilai densitas dari titik pusat cluster
- r_b = konstanta positif

Accept Ratio & Reject Ratio

Sebagai faktor pembanding, dapat digunakan dua pecahan, yaitu:

- Accept Ratio
Batas bawah di mana suatu kandidat pusat cluster diperbolehkan menjadi pusat cluster
- Reject Ratio
Batas atas di mana suatu kandidat pusat cluster tidak diperbolehkan menjadi pusat cluster
- Rasio
 X_k / D_k dengan:
 - X_k titik data dengan potensi tertinggi
 - D_k potensi tertinggi suatu titik di awal iterasi

Jika (Rasio > Accept Ratio): titik data tersebut diterima sebagai pusat cluster

Jika (Reject Ratio < Rasio <= Accept Ratio):

- Jika (Rasio + jarak terdekat dengan pusat cluster lainnya >= 1): diterima sebagai pusat cluster

- Jika (Rasio + jarak terdekat dengan pusat cluster lainnya < 1): tidak diterima sebagai pusat cluster dan tidak akan dipertimbangkan untuk menjadi pusat cluster baru

Jika (Rasio \leq Reject Ratio): iterasi dihentikan karena sudah tidak ada lagi titik data yang akan dipertimbangkan untuk menjadi kandidat pusat cluster

Algoritma Subtractive Clustering

Menggunakan data berikut:

No.	Modal (Rp)	Rata-rata Penjualan per Bulan (Rp)	Lama Beroperasi (bulan)	Rata-rata Laba per Bulan (Rp)
1	15.000.000	25.000.000	42	5.000.000
2	20.000.000	26.420.000	72	5.230.000
3	17.820.000	22.052.000	35	5.200.000
4	16.205.000	18.500.000	12	4.250.000
5	8.000.000	15.200.000	5	3.500.000
6	14.260.000	19.640.000	15	4.023.000
7	7.025.000	15.230.000	19	5.000.000
8	25.032.000	34.000.000	28	8.000.000
9	24.320.100	35.100.000	39	12.500.000
10	25.602.100	38.200.000	43	13.250.000
11	19.872.000	28.000.000	27	10.500.000
12	19.000.000	25.000.200	41	6.350.000
13	16.540.200	30.000.200	29	7.525.000
14	28.920.000	41.000.000	58	15.620.000
15	15.870.200	26.750.000	19	4.025.000
16	26.840.320	39.000.200	47	13.025.000
17	24.601.200	38.450.000	64	11.000.250
18	21.650.000	37.525.000	60	9.850.000
19	18.602.000	30.500.000	74	11.230.000
20	35.024.000	52.000.000	73	18.230.000
21	39.024.300	52.050.000	26	15.725.000
22	27.500.000	36.500.000	6	10.560.000
23	32.500.500	45.600.000	10	16.583.000
24	27.963.000	40.250.000	38	13.670.000
25	37.250.020	51.000.000	68	18.530.000
26	16.523.000	26.750.000	9	8.500.000
27	25.690.000	39.565.000	48	15.250.000
28	34.500.000	51.065.000	37	21.500.000
29	9.850.000	1.350.000	13	2.000.000
30	16.950.000	24.580.000	18	4.500.000

1. Tentukan nilai:

- r_j (jari-jari setiap atribut data) = 0,3
- q (squash factor) = 0,5
- Accept_ratio = 0,15
- Reject_ratio = 1,25
- XMin (minimum data diperbolehkan) = [0; 0; 0; 0]

- XMax (maksimum data diperbolehkan) = [50.000.000; 70.000.000; 120; 50.000.000]

2. Normalisasikan dengan rumus:

$$X_{ij} = \frac{X_{ij} - XMin_j}{XMax_j - XMin_j}$$

Hasil:

$$X_{11} = \frac{X_{11} - XMin_1}{XMax_1 - XMin_1} = \frac{15.000.000 - 0}{50.000.000} = 0,3$$

$$X_{12} = \frac{X_{12} - XMin_2}{XMax_2 - XMin_2} = \frac{25.000.000 - 0}{70.000.000} = 0,36$$

$$X_{13} = \frac{X_{13} - XMin_3}{XMax_3 - XMin_3} = \frac{42 - 0}{120} = 0,35$$

$$X_{14} = \frac{X_{14} - XMin_4}{XMax_4 - XMin_4} = \frac{5.000.000 - 0}{50.000.000} = 0,1$$

Data ternormalisasi:

Data Ternormalisasi =			
0,3000	0,3571	0,3500	0,1000
0,4000	0,3774	0,6000	0,1046
0,3564	0,3150	0,2917	0,1040
0,3241	0,2643	0,1000	0,0850
0,1600	0,2171	0,0417	0,0700
0,2852	0,2806	0,1250	0,0805
0,1405	0,2176	0,1583	0,1000
0,5006	0,4857	0,2333	0,1600
0,4864	0,5014	0,3250	0,2500
0,5120	0,5457	0,3583	0,2650
0,3974	0,4000	0,2250	0,2100
0,3800	0,3571	0,3417	0,1270
0,3308	0,4286	0,2417	0,1505
0,5784	0,5857	0,4833	0,3124
0,3174	0,3821	0,1583	0,0805
0,5368	0,5571	0,3917	0,2605
0,4920	0,5493	0,5333	0,2200
0,4330	0,5361	0,5000	0,1970
0,3720	0,4357	0,6167	0,2246
0,7005	0,7429	0,6083	0,3646
0,7805	0,7436	0,2167	0,3145
0,5500	0,5214	0,0500	0,2112
0,6500	0,6514	0,0833	0,3317
0,5593	0,5750	0,3167	0,2734
0,7450	0,7286	0,5667	0,3706
0,3305	0,3821	0,0750	0,1700
0,5138	0,5652	0,4000	0,3050
0,6900	0,7295	0,3083	0,4300
0,1970	0,0193	0,1083	0,0400
0,3390	0,3511	0,1500	0,0900

3. Tentukan posisi awal tiap titik data

$i=1$

Kerjakan hingga $i=n$,

- $T_j = X_{ij}; \quad j=1,2,\dots,m$
- Hitung:

$$\text{Dist}_{kj} = \left(\frac{T_j - X_{kj}}{r} \right) \quad j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, n$$

- Potensi awal:

Jika $m = 1$, maka

$$D_i = \sum_{k=1}^n e^{-4(\text{Dist}_{k1}^2)}$$

Jika $m > 1$, maka

$$D_i = \sum_{k=1}^n e^{-4 \left(\sum_{j=1}^m \text{Dist}_{kj}^2 \right)}$$

- $i=i+1$

Hasil:

Sebagai contoh, pada penghitungan potensi data pertama (D_1):

- $T = X_1$, yaitu $T_1 = 0,3$; $T_2 = 0,3571$; $T_3 = 0,35$; dan $T_4 = 0,1$.
- Hitung jarak setiap data terhadap T :
 - Untuk data pertama, Dist_{1j} jelas sama dengan 0 untuk setiap j , karena $T = X_1$. $DS_1 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$.
 - Untuk data kedua, Dist_{2j} adalah

$$\text{Dist}_{2j} = \left(\frac{T_j - X_{2j}}{0,3} \right) \quad j = 1, 2, \dots, 4;$$

$$\text{Dist}_{21} = (0,3000 - 0,4000)/0,3 = -0,3333$$

$$\text{Dist}_{22} = (0,3571 - 0,3774)/0,3 = -0,0677$$

$$\text{Dist}_{23} = (0,3500 - 0,6000)/0,3 = -0,8333$$

$$\text{Dist}_{24} = (0,1000 - 0,1046)/0,3 = -0,0153$$

$$\begin{aligned} DS_2 &= (-0,3333)^2 + (-0,0677)^2 + (-0,8333)^2 + (-0,0153)^2 \\ &= 0,8104 \end{aligned}$$

0
0,8104
0,0930
0,7992
1,5019
0,6343
0,9073
0,8222
0,8743
1,1979
0,4340
0,0800
0,2260
2,1405
0,4227
1,3731
1,3534
0,9068
1,0889
4,9545
4,9331
2,1317
3,7099
1,6206
5,0584
0,9120
1,4837
4,4598
2,0751
0,4629

Hitung D_1 , yaitu densitas awal data pertama:

$$D_1 = \sum_{k=1}^{30} e^{-4(DS_k)}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= e^{-0} + e^{-4(0,8104)} + e^{-4(0,0930)} + \dots + e^{-4(0,4629)} \\ &= 3,6809 \end{aligned}$$

Potensi Awal (D) =

3,6809

1,7769

4,6405

4,2568

2,3675

4,7687

2,3954

3,5980

5,2200

5,7401

4,5479

4,2964

4,9656

3,7196

5,2287

5,6897

3,6701

3,6565

2,0471

1,9550

1,4435

1,5351

1,4189

4,7056

1,9782

3,6881

5,3289

1,5155

1,3137

5,5315

Dari ke-30 potensi tersebut, didapatkan:

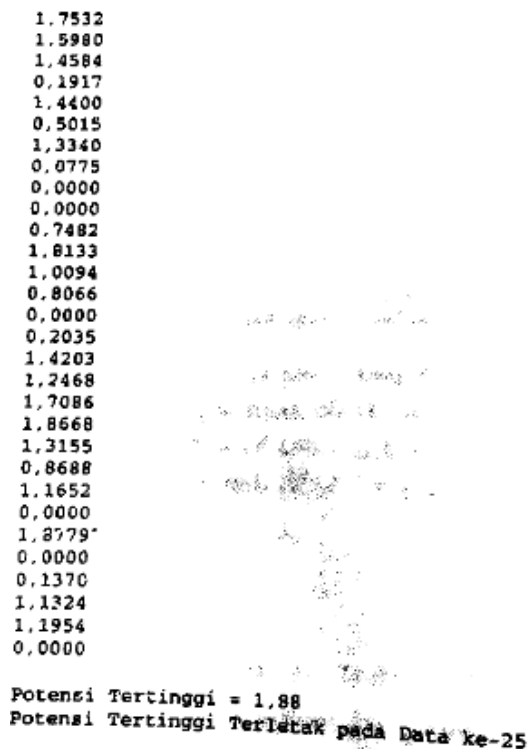
- Vektor $V = X_{10}$
- $V_1 = X_{10-1} = 0,5120$
- $V_2 = X_{10-2} = 0,5457$
- $V_3 = X_{10-3} = 0,3583$
- $V_4 = X_{10-4} = 0,2650$
- $M = 5,74$
- $Z = 5,74$

- $Rasio = Z / M = 5,74 / 5,74 = 1$

Karena rasio yang didapat (1) lebih dari accept ratio (0,5), maka calon pusat cluster akan diterima sebagai pusat cluster.

Potensi baru dihitung seperti cara sebelumnya, dengan terlebih dahulu mencari pengurangan potensi di tiap titik data.

Potensi Baru(D) =



Potensi tertinggi terletak pada data ke 25 yaitu sebesar 1,88.

Hal ini berarti data ke 25 terpilih menjadi **calon pusat cluster**.

4. Vektor $V = X_{25}$, yaitu:

- $V_1 - X_{25-1} = 0,7450;$
- $V_2 = X_{25-2} = 0,7286;$
- $V_3 = X_{25-3} = 0,5667;$
- $V_4 = X_{25-4} = 0,3706;$
- $Z = 1,88$

Iterasi ke-3:

Rasio = 0,33 [diperoleh dari $Z/M = (1,88)/(5,74) = 0,33$]

Rasio < accept ratio

Rasio > reject ratio

[karena rasio = 0,33 < Accept ratio = 0,5 dan rasio = 0,33 > Reject ratio = 0,15; maka calon pusat cluster (data ke 25) baru akan diterima sebagai pusat cluster yang sudah ada].

Untuk itu dikerjakan langkah langkah sebagai berikut:

- $Md = -1$;
- Kerjakan untuk $i = 1$ sampai $i = 2$:

$$G_{ij} = \frac{V_j - \text{Center}_{ij}}{r}; \quad j = 1, 2, \dots, 4$$
$$Sd_i = \sum_{j=1}^4 (G_{ij})^2$$

- Jika ($Md < 0$) atau ($Sd_i < Md$), maka $Md = Sd_i$;
- Dapat dihitung:

$$G_{11} = \frac{0,7450 - 0,5120}{0,3} = 0,7767$$
$$G_{12} = \frac{0,7286 - 0,5457}{0,3} = 0,6097$$
$$G_{13} = \frac{0,5667 - 0,3583}{0,3} = 0,6947$$
$$G_{14} = \frac{0,3706 - 0,2650}{0,3} = 0,3520$$
$$Sd_1 = (0,7767)^2 + (0,6097)^2 + (0,6947)^2 + (0,3520)^2$$
$$= 1,5815$$

5. Karena ($Sd_2 > Md$), maka Md tidak berubah = 1,5815

$Smd = \sqrt{Md}$;

$Smd = \sqrt{1,5815} = 1,2575$

Jarak terdekat data ke-25 dengan pusat cluster (Mds) = 1,2575

Rasio + $Mds \geq 1 \rightarrow$ Kondisi = 1

[Karena Rasio + $Mds \geq 1$, maka data ke 25 diterima sebagai pusat kluster baru]

6. Jumlah Cluster = 3

Pusat Cluster:

0,51	0,55	0,36	0,27
0,34	0,35	0,15	0,09
0,75	0,73	0,57	0,37

Potensi baru dicari dengan cara yang sama dengan cara sebelumnya:

Potensi Baru (D) =
1,7532
1,5977
1,4584
0,1917

Potensi Tertinggi = 1,81
Potensi Tertinggi Terletak pada Data ke-12

	0,1332
	1,3583
	1,2314
	1,7071
	0,1889
	1,2650
1,4400	0,8688
0,5015	1,1637
1,3340	0,0000
0,0767	0,0000
0,0000	0,0000
0,0000	0,0000
0,7481	0,0599
1,8133	0,8989
1,0094	1,1954
0,4510	0,0000
0,0000	0,0000

Potensi tertinggi terletak pada data ke-12, yaitu sebesar 1,81

Maka data ke-12 menjadi calon pusat cluster.

Vektor $V = X_{12}$, yaitu:

- $V_1 = X_{12-1} = 0,3800$;

- $V_2 = X_{12-2} = 0,3571$;
- $V_3 = X_{12-3} = 0,3417$; dan
- $V_4 = X_{12-4} = 0,1270$;
- serta nilai $Z = 1,81$.

7. Iterasi ke 4

Rasio = 0,32

[diperoleh dari $Z/M = (1,81)/(5,74) = 0,32$]

Rasio < Accept Ratio

Rasio > Reject Ratio

Cari jarak terpendek data ke-12 atau V terhadap 3 pusat cluster yang sudah ada.

Jarak terdekat data ke 12 dengan pusat cluster

(Mds) = 0,67 Rasio + Mds < 1 → Kondisi = 2

Rasio + Mds < 1 maka,

- Data ke 12 selain tidak diterima sebagai pusat cluster
- **Potensinya juga akan di set = 0**

8. Cari lagi potensi baru

```

Potensi Baru (D) =
1,7532
1,5977
1,4584
0,1917
1,4400
0,5015
1,3340
0,0767
0,0000
0,0000
0,7481
0,0000
1,0094
0,4510
0,0000
0,1332
1,3583
1,2314
1,7071
0,1889
1,2650
0,8688
1,1637
0,0000
0,0000
0,0000
0,0599
0,8989
1,1954
0,0000

Potensi Tertinggi = 1,75
Potensi Tertinggi Terletak pada Data ke-1
* Iterasi ke- 5
-----
Rasio = 0,31
Rasio < Accept Ratio
Rasio > Reject Ratio
Jarak terdekat data ke-1 dengan pusat cluster (Mds) = 0,68

Rasio + Mds < 1 ----> Kondisi = 2
Potensi pada data dengan potensi tertinggi (Data ke-1)
diset = 0

Potensi Baru (D) =
0,0000
1,5977
1,4584
0,1917
1,4400
0,5015
1,3340
0,0767
0,0000
0,0000
0,0000
0,7481
0,0000
1,0094
0,4510
0,0000
0,1332
1,3583
1,2314
1,7071
0,1889
1,2650
0,8688
1,1637
0,0000
0,0000
0,0000
0,0599
0,8989
1,1954
0,0000

Potensi Tertinggi = 1,71
Potensi Tertinggi Terletak pada Data ke-19

```

```

* Iterasi ke- 6
-----

Rasio = 0,30

Rasio < Accept Ratio
Rasio > Reject Ratio
Jarak terdekat data ke-19 dengan pusat cluster (Mds) = 1,05

Rasio + Mds >= 1 ----> Kondisi = 1

Jumlah Cluster = 4
Pusat Cluster =
0,51 0,55 0,36 0,27
0,34 0,35 0,15 0,09

```

```

0,75 0,73 0,57 0,37
0,37 0,44 0,62 0,22

Potensi Baru (D) =
0,0000
0,5993
1,4217
0,1915
1,4400
0,5011
1,3338
0,0632
0,0000
0,0000
0,7277
0,0000
0,9839
0,3211
0,0000
0,0147
0,7141
0,4651
0,0000
0,1858
1,2650
0,8687
1,1637
0,0000
0,0000
0,0000
0,0000
0,8988
1,1954
0,0000

Potensi Tertinggi = 1,44
Potensi Tertinggi Terletak pada Data ke-5

```

```

* Iterasi ke- 7
-----

Rasio = 0,25

Rasio < Accept Ratio
Rasio > Reject Ratio
Jarak terdekat data ke- 5 dengan pusat cluster (Mds) = 0,83

Rasio + Mds >= 1 ----> Kondisi = 1

Jumlah Cluster = 5
Pusat Cluster =
0,51 0,55 0,36 0,27
0,34 0,35 0,15 0,09
0,75 0,73 0,57 0,37

```

```

0,37 0,44 0,62 0,22
0,16 0,22 0,04 0,07

Potensi Baru (D) =
0,0000
0,5993
1,3618
0,0000
0,0000
0,0000
0,3911
0,0613
0,0000
0,0000
0,7030
0,0000
0,9370
0,3211
0,0000
0,0147
0,7141
0,4651
0,0000
0,1858
1,2650
0,8680
1,1637
0,0000
0,0000
0,0000
0,0000
0,8988
0,8047
0,0000

Potensi Tertinggi = 1,36
Potensi Tertinggi Terletak pada Data ke-3

```

```

* Iterasi ke- 8
-----

Rasio = 0,24

Rasio < Accept Ratio
Rasio > Reject Ratio
Jarak terdekat data ke- 3 dengan pusat cluster (Mds) = 0,49

Rasio + Mds < 1 ----> Kondisi = 2
Potensi pada data dengan potensi tertinggi (Data ke-3)
diset = 0

Potensi Baru (D) =
0,0000
0,5993

```

```

0,0000
0,0000
0,0000
0,0000
0,3911
0,0613
0,0000
0,0000
0,7030
0,5000
0,9370
0,3211
0,0000
0,0147
0,7141
0,4651
0,0000
0,1858
1,2650
0,8680
1,1637
0,0000
0,0000
0,0000
0,0000
0,8988
0,8047
0,0000

Potensi Tertinggi = 1,27
Potensi Tertinggi Terletak pada Data ke-21

* Iterasi ke- 9
-----

Rasio = 0,22

Rasio < Accept Ratio
Rasio > Reject Ratio
Jarak terdekat data ke-21 dengan pusat cluster (Mds) = 1,19

Rasio + Mds >= 1 ----> Kondisi = 1

Jumlah Cluster = 6
Pusat Cluster =
0,51 0,55 0,36 0,27
0,34 0,35 0,15 0,09
0,75 0,73 0,57 0,37
0,37 0,44 0,62 0,22
0,16 0,22 0,04 0,07
0,78 0,74 0,22 0,31

Potensi Baru (D) =
0,0000

```



```

0.5993
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.3911
0.0510
0.0000
0.0000
0.0000
0.7025
0.0000
0.9369
0.2954
0.0000
0.0000
0.0000
0.7123
0.4643
0.0000
0.1733
0.0000
0.8450
0.7975
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.3618
0.8047
0.0000

Potensi Tertinggi = 0.94
Potensi Tertinggi Terletak pada Data ke-13

* Iterasi ke-10
-----

Rasio = 0.16

Rasio < Accept Ratio
Rasio > Reject Ratio
Jarak terdekat data ke-13 dengan pusat cluster (Mds) = 0.45

Rasio + Mds < 1 ----> Kondisi = 2
Potensi pada data dengan potensi tertinggi (Data ke-13)
diset=0

Potensi Baru (D) =
0.0000
0.5993
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.3911

```

```

0.0510
0.0000
0.0000
0.0000
0.7025
0.0000
0.0000
0.2954
0.0000
0.0000
0.0000
0.7123
0.4643
0.0000
0.1733
0.0000
0.8450
0.7975
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
0.3618
0.8047
0.0000

Potensi Tertinggi = 0.84
Potensi Tertinggi Terletak pada Data ke-22

* Iterasi ke-11
-----

Rasio = 0.15

Rasio < Accept Ratio
Rasio < Reject Ratio
Iterasi dihentikan karena sudah tidak ada lagi kandidat
pusat cluster

HASIL AKHIR
-----

Jumlah Cluster = 6
Pusat Cluster (sudah di-denormalisasi) =
25.602.100 38.200.000 43 13.250.000
16.950.000 24.580.000 18 4.500.000
37.250.020 51.000.000 68 18.530.000
18.602.000 30.500.000 74 11.230.000
8.000.000 15.200.000 5 3.500.000
39.024.300 52.050.000 26 15.725.000

Sigma =
5303300,86 7424621,20 12.73 5303300,86

```

Iterasi terakhir adalah iterasi ke 11, **sudah tidak ada** lagi data yang berpotensi untuk menjadi pusat cluster.

9. Sebagai hasil akhir, dengan:
jari-jari = 0,3;

accept ratio = 0,5;

reject ratio = 0,15;

squash factor = 1,25;

batas bawah untuk X = [0 0 0 0];

dan batas atas untuk X = [50.000.000; 70.000.000; 120; 0 0 0];

dan batas atas untuk X = [50.000.000; 70.000.000; 120; 50.000.000]

Diperoleh 6 cluster, dengan pusat (C) adalah

25.602.100	38.200.000	43	13.250.000
16.950.000	24.580.000	18	4.500.000
37.250.020	51.000.000	68	18.530.000
18.602.000	30.500.000	74	11.230.000
8.000.000	15.200.000	5	3.500.000
39.024.300	52.050.000	26	15.725.000

Dan sigma() sebagai:

Sigma = (5.303.300,86 7.424.621,20 12,73 5.303 300,86)

Pusat cluster pertama adalah data ke 10($\mu_{1-10} = 1$);

Pusat cluster kedua adalah data ke 30($\mu_{2-30} = 1$);

Pusat cluster ketiga adalah data ke-25($\mu_{3-25} = 1$);

Pusat data cluster keempat adalah data ke-19($\mu_{4-19}=1$);

Pusat cluster kelima adalah data ke 5($\mu_{5-5} = 1$);

Pusat cluster keenam adalah data ke 21(μ_{6-21}).

10. Mencari derajat dengan fungsi Gauss untuk masing-masing data:

Derajat keanggotaan data ke-i($i=1,2,\dots,30$) pada cluster ke-1:

$$\mu_{1i} = e^{-\left[\left(\frac{X_{i1}-25.602.100}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2 + \left(\frac{X_{i2}-38.200.000}{\sqrt{2} \cdot 7.424.621,20}\right)^2 + \left(\frac{X_{i3}-43}{\sqrt{2} \cdot 12,73}\right)^2 + \left(\frac{X_{i4}-13.250.000}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2\right]}$$

Derajat keanggotaan data ke-i($i=1,2,\dots,30$) pada cluster ke-2:

$$\mu_{2i} = e^{-\left[\left(\frac{X_{i1}-16.950.000}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2 + \left(\frac{X_{i2}-24.580.000}{\sqrt{2} \cdot 7.424.621,20}\right)^2 + \left(\frac{X_{i3}-18}{\sqrt{2} \cdot 12,73}\right)^2 + \left(\frac{X_{i4}-4.500.000}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2\right]}$$

Derajat keanggotaan data ke -i(1,2,...,30) pada cluster ke 3:

$$\mu_{3i} = e^{-\left[\left(\frac{X_{i1}-37.250.020}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2 + \left(\frac{X_{i2}-51.000.000}{\sqrt{2} \cdot 7.424.621,20}\right)^2 + \left(\frac{X_{i3}-68}{\sqrt{2} \cdot 12,73}\right)^2 + \left(\frac{X_{i4}-18.530.000}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2\right]}$$

Derajat keanggotaan data ke -i(1,2,...,30) pada cluster ke 4:

$$\mu_{4i} = e^{-\left[\left(\frac{X_{i1}-18.602.000}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2 + \left(\frac{X_{i2}-30.500.000}{\sqrt{2} \cdot 7.424.621,20}\right)^2 + \left(\frac{X_{i3}-74}{\sqrt{2} \cdot 12,73}\right)^2 + \left(\frac{X_{i4}-11.230.000}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2\right]}$$

Derajat keanggotaan data ke -i(1,2,...,30) pada cluster ke 5:

$$\mu_{5i} = e^{-\left[\left(\frac{X_{i1}-8.000.000}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2 + \left(\frac{X_{i2}-15.200.000}{\sqrt{2} \cdot 7.424.621,20}\right)^2 + \left(\frac{X_{i3}-5}{\sqrt{2} \cdot 12,73}\right)^2 + \left(\frac{X_{i4}-3.500.000}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2\right]}$$

Derajat keanggotaan data ke -i(1,2,...,30) pada cluster ke 6:

$$\mu_{6i} = e^{-\left[\left(\frac{X_{i1}-39.024.300}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2 + \left(\frac{X_{i2}-52.050.000}{\sqrt{2} \cdot 7.424.621,20}\right)^2 + \left(\frac{X_{i3}-26}{\sqrt{2} \cdot 12,73}\right)^2 + \left(\frac{X_{i4}-15.725.000}{\sqrt{2} \cdot 5.303.300,86}\right)^2\right]}$$

11. Informasi mengenai kecenderungan suatu industri kecil untuk masuk ke kelompok (cluster) yang mana dapat dilihat pada Tabel 3.6.

Tabel 3.6 Derajat keanggotaan tiap data pada setiap cluster dengan subtractive clustering.

Data ke-	Derajat keanggotaan (u) data pada Cluster ke-					
	1	2	3	4	5	6
1	0,000	0,025	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,000	0,000	0,187	0,000	0,000
3	0,000	0,143	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,000	0,401	0,000	0,000	0,054	0,000
5	0,000	0,004	0,000	0,000	1,000	0,000
6	0,000	0,466	0,000	0,000	0,093	0,000
7	0,000	0,006	0,000	0,000	0,266	0,000
8	0,067	0,007	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,704	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

- Kelompok ketiga (Cluster ke-3) akan berisi industri-industri kecil ke: 20 dan 25
- Kelompok keempat (Cluster ke-4) akan berisi industri-industri kecil ke 2,18,dan 19
- Kelompok kelima (Cluster ke- 5) akan berisi industri-industri kecil ke: 5, 7, dan 29
- Kelompok keenam(Cluster ke-6) akan berisi industri-industri kecil ke: 21, 23, dan 28

12. Apabila kasus tersebut kita selesaikan dengan jari jari yang berbeda ($r = 0,5$), sedangkan parameter yang lainnya sama, maka dengan cara yang sama akan diperoleh hasil:

```
Jumlah Cluster = 3
Pusat Cluster (sudah di-denormalisasi) =
24320100 35100000 39 12500000
14260000 19640000 15 4023000
37250020 51000000 68 18530000

Sigma =
8838834,76 12374368,67 21,21 8838834,76
```

13. Iterasi terakhir adalah iterasi ke 4 pada iterasi ke 4 ini sudah tidak ada lagi data yang berpotensi untuk menjadi pusat cluster. Sebagai hasil akhir, dengan jari jari = 0,5; accept ratio = 0,5; reject ratio = 0,15; squash factor = 1,25; batas bawah untuk $X = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$; dan batas atas untuk $X=[50.000.000; 70.000.000;120;50.000.000]$, diperoleh 3 cluster, dengan pusat (C) adalah:

$$C = \begin{pmatrix} 24.320.100 & 35.100.000 & 39 & 12.500.000 \\ 14.260.000 & 19.640.000 & 15 & 4.023.000 \\ 37.250.020 & 51.000.000 & 68 & 18.530.000 \end{pmatrix}$$

$$\sigma = (8.838.834,76 \ 12.374.368,67 \ 21,21 \ 8.838.834,76)$$

14. Pusat cluster pertama adalah data ke-9 ($\mu_{19} = 1$); pusat cluster kedua adalah data ke-6 ($\mu_{26} = 1$). Sedangkan pusat cluster ketiga adalah data ke-25 ($\mu_{3-25}=1$).

- Derajat keanggotaan data ke-i ($i=1,2,...,30$) pada cluster ke-1:

$$\mu_{1i} = e^{-\left[\left(\frac{x_{i1}-24.320.100}{\sqrt{2 \cdot 8.838.834,76}} \right)^2 + \left(\frac{x_{i2}-35.100.000}{\sqrt{2 \cdot 12.374.368,67}} \right)^2 + \left(\frac{x_{i3}-39}{\sqrt{2 \cdot 21,21}} \right)^2 + \left(\frac{x_{i4}-12.500.000}{\sqrt{2 \cdot 8.838.834,76}} \right)^2 \right]}$$
- Derajat keanggotaan data ke-i ($i=1,2,...,30$) pada cluster ke-2:

$$\mu_{2i} = e^{-\left[\left(\frac{x_{i1}-14.260.000}{\sqrt{2 \cdot 8.838.834,76}} \right)^2 + \left(\frac{x_{i2}-19.640.000}{\sqrt{2 \cdot 12.374.368,67}} \right)^2 + \left(\frac{x_{i3}-15}{\sqrt{2 \cdot 21,21}} \right)^2 + \left(\frac{x_{i4}-4.023.000}{\sqrt{2 \cdot 8.838.834,76}} \right)^2 \right]}$$
- Derajat keanggotaan data ke-i ($i=1,2,...,30$) pada cluster ke-3:

$$\mu_{3i} = e^{-\left[\left(\frac{x_{i1}-37.250.020}{\sqrt{2 \cdot 8.838.834,76}} \right)^2 + \left(\frac{x_{i2}-51.000.000}{\sqrt{2 \cdot 12.374.368,67}} \right)^2 + \left(\frac{x_{i3}-68}{\sqrt{2 \cdot 21,21}} \right)^2 + \left(\frac{x_{i4}-18.530.000}{\sqrt{2 \cdot 8.838.834,76}} \right)^2 \right]}$$

15. Informasi yang bisa diperoleh dari ketiga pusat cluster ini adalah pada kabupaten tersebut, industry industry kecil dapat dikelompokkan menjadi 5 kelompok:

- Kelompok pertama (Cluster ke-1), berisi industry industry kecil yang memiliki modal awal sekitar Rp24.230.100; memiliki rata” penjualan per bulan sekitar Rp 35.100.00; sudah beroperasi sekitar 39 bulan; dan memiliki rata-rata laba per ulan sekitar Rp 12.500.000
- Kelompok kedua (Cluster ke-2), berisi industry industry kecil yang memiliki modal awal sekitar Rp14.260.000; memiliki rata” penjualan per bulan sekitar Rp19.640.000; sudah beroperasi sekitar 15 bulan; dan memilki rata” laba per bulan sekitar Rp 4.023.000
- Kelompok ketiga(Cluster ke-3), berisi industry industry kecil yang memiliki modal awal sekitar Rp 37.250.020; memiliki rata” penjualan per bulan sekitar Rp 51.000.000; sudah beroperasi sekitar 68 bulan; dan memiliki rata” laba per bulan sekitar Rp 18.530.000

16. Informasi mengenai kecenderungan suatu indsutri kecil untuk masuk ke kelompok (cluster) yang mana dapat dilihat pada Tabel 3.7. seperti halnya dengan metode FM, suatu industri kecil memiliki derajat keanggotaan tertentu untuk

menjadi anggota suatu kelompok. Tentu saja derajat keanggotaan terbesar menunjukkan kecenderungan tertinggi suatu industri untuk masuk menjadi anggota kelompok.

Tabel 3.7 Derajat keanggotaan tiap data pada setiap cluster dengan subtractive clustering.

Data Ke-	Derajat keanggotaan (μ) data pada Cluster ke-			Data cenderung masuk di cluster ke-		
	1	2	3	1	2	3
1	0,081	0,161	0,000		*	
2	0,022	0,000	0,000	*		
3	0,093	0,331	0,000		*	
4	0,006	0,925	0,000		*	
5	0,000	0,425	0,000		*	
6	0,006	1,000	0,000		*	
7	0,000	0,430	0,000		*	
8	0,581	0,033	0,000	*		
9	1,000	0,006	0,002	*		
10	0,881	0,001	0,011	*		
11	0,385	0,180	0,000	*		
12	0,218	0,129	0,000	*	*	
13	0,227	0,257	0,000	*		
14	0,241	0,000	0,154			

Data Ke-	Derajat keanggotaan (μ) data pada Cluster ke-			Data cenderung masuk di cluster ke-		
	1	2	3	1	2	3
15	0,042	0,671	0,000		*	
16	0,722	0,000	0,025	*		
17	0,225	0,000	0,022	*		
18	0,301	0,000	0,004	*		
19	0,037	0,000	0,000	*		
20	0,002	0,000	0,881			*
21	0,006	0,000	0,017			*
22	0,074	0,008	0,000	*		
23	0,026	0,000	0,000	*		
24	0,696	0,001	0,016	*		
25	0,002	0,000	1,000			*
26	0,032	0,481	0,000		*	
27	0,650	0,000	0,028	*		
28	0,018	0,000	0,096			*
29	0,000	0,083	0,000		*	
30	0,040	0,760	0,000		*	

Dari tabel tersebut data disimpulkan bahwa:

- Kelompok pertama (Cluster ke-1) akan berisi industry industry kecil ke: 2,8,9,10,11,12,14,16,17,18,19,22,23,24 dan 27.
- Kelompok kedua (Cluster ke-2) akan berisi industry industry kecil ke: 1,3,4,5,6,7,13,15,26,19 dan 30.
- Kelompok ketiga (Cluster ke-3) akan berisi industry industry kecil ke: 20,21, 25 dan 28

17. Apabila kasus tersebut kita selesaikan dengan jari jari yang berbeda($r=0,7$) sedangkan parameter yang lainnya sama, maka dengan proses penclustering yang sama akan diperoleh hasil sebagai berikut:

HASIL AKHIR

Jumlah Cluster = 2

Pusat Cluster (sudah di-denormalisasi) =

24.320.100	35.100.000	39	12.500.000
8.000.000	15.200.000	5	3.500.000

Sigma =

12374368,67	17324116,14	29,70	12374368,67
-------------	-------------	-------	-------------

18. Iterasi terakhir adalah iterasi ke-5, pada iterasi ke-5 ini sudah tidak ada lagi data yang berpotensi untuk menjadi pusat cluster. Sebagai hasil akhir, dengan jari-jari =0,7;

accept ratio = 0,5;

reject ratio = 0,15;

squash factor = 1,25;

batas bawah untuk $X = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$; dan

batas atas untuk $X = [50.000.000; 70.000.000; 120; 50.000.000]$,

Diperoleh 2 cluster, dengan pusat (c) adalah:

$C = \begin{pmatrix} 24.320.100 & 35.100.000 & 39 & 12.500.000 \\ 8.000.000 & 15.200.000 & 5 & 3.500.000 \end{pmatrix}$

$$\sigma = (12.374.368,67 \ 17.324.116,14 \ 29,70 \ 12.374.368,67)$$

19. Pusat cluster pertama, adalah data ke-9 ($\mu_{1-9} = 1$); sedangkan pusat cluster kedua adalah data ke-5 ($\mu_{2-5} = 1$).

Apabila jari jari yang diberikan semakin besar, maka jumlah cluster yang terjadi akan semakin sedikit. Informasi mengenai kecenderungan suatu industri kecil untuk masuk ke kelompok (cluster) yang mana dapat dilihat pada table 3.8.

Tabel 3.8 Derajat keanggotaan tiap data pada setiap cluster dengan subtractive clustering.

Data ke-	Derajat keanggotaan (ji) data pada Cluster ke-		Data cenderung masuk di cluster ke-	
	1	2	1	2
1	0,277	0,110	*	
2	0,142	0,002	*	
3	0,298	0,161		*
4	0,073	0,586		*
5	0,007	1,000		*
6	0,076	0,646		*
7	0,017	0,784		*
8	0,758	0,022	*	
9	1,000	0,007	*	
10	0,937	0,002	*	
11	0,615	0,097	*	
12	0,460	0,072	*	
13	0,469	0,140	*	
14	0,483	0,000	*	
15	0,198	0,342		*
16	0,847	0,001	*	
17	0,467	0,000	*	
18	0,542	0,001	*	
19	0,186	0,001	*	
20	0,040	0,000	*	
21	0,072	0,000	*	
22	0,264	0,013	*	
23	0,155	0,000	*	
24	0,831	0,001	*	
25	0,044	0,000	*	
26	0,173	0,333		*
27	0,803	0,001	*	
28	0,128	0,000	*	
29	0,001	0,473		*
30	0,194	0,363		*

Dari table tersebut dapat disimpulkan bahwa:

- Kelompok pertama (Cluster ke-1) akan berisi industri industri kecil ke: 1, 2, 3,8,9,10,11,12,13,14,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,27 dan 28
- Kelompok kedua (Cluster ke-2) akan berisi industry industry kecil ke: 4,5,6,7,15,26,19 dan 30

Kasus 3.5

Suatu perusahaan mempunyai beberapa agen yang ada di Kota X. Perusahaan membutuhkan gudang baru untuk melayani agen-agen tersebut. Lokasi agen dan

frekuensi pengiriman yang diharapkan tiap minggu ke masing-masing agen seperti terlihat pada gambar berikut:

Tabel 3.13 Koordinat lokasi agen.

Agen	Koordinat [Km dari (0,0)]		Frekuensi pengiriman per minggu
	X	Y	
A1	1	0	1
A2	2	5	3
A3	3	8	5
A4	1	6	5
A5	-5	-1	7
A6	-3	-3	2
A7	-1	2	6
A8	4	-2	5
A9	2	-1	7
A10	-2	3	1

Diketahui:

Jari-Jari = 0.94

Accept Ratio = 0.75

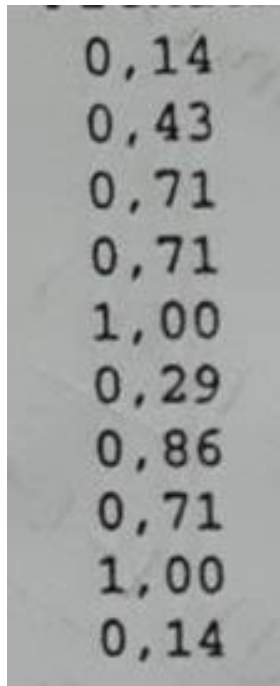
Reject Ratio = 0.5

Squash Factor = 1.25

Data ternormalisasi:

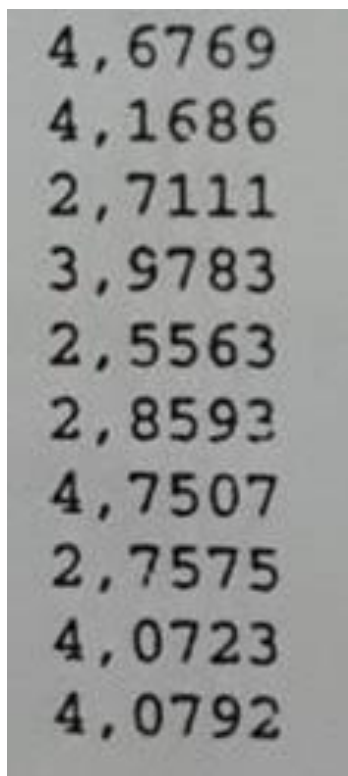
0,67	0,27
0,78	0,73
0,89	1,00
0,67	0,82
0,00	0,18
0,22	0,00
0,44	0,45
1,00	0,09
0,78	0,18
0,33	0,55

Frekuensi Ternormalisasi:



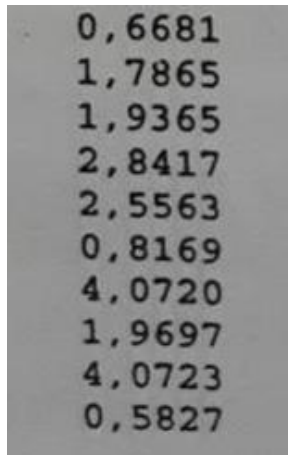
0,14
0,43
0,71
0,71
1,00
0,29
0,86
0,71
1,00
0,14

Potensi Awal



4,6769
4,1686
2,7111
3,9783
2,5563
2,8593
4,7507
2,7575
4,0723
4,0792

Potensi Awal * Frek. Ternormalisasi



0,6681
1,7865
1,9365
2,8417
2,5563
0,8169
4,0720
1,9697
4,0723
0,5827

Potensi Tertinggi = 4.07

Data ke-9

Iterasi – 1:

Potensi Tertinggi = 4.07

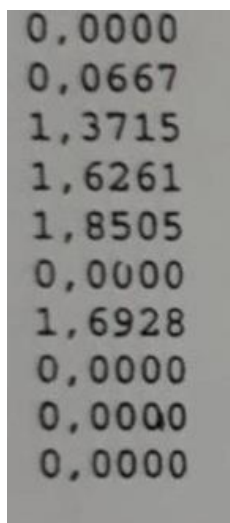
Rasio = 1.00

Rasio > Accept Ratio

Jumlah Cluster = 1

Pusat Cluster = 0.78 0.18

Potensi Baru



0,0000
0,0667
1,3715
1,6261
1,8505
0,0000
1,6928
0,0000
0,0000
0,0000

Iterasi – 2:

Potensi Tertinggi = 1.85

Rasio = 0.45

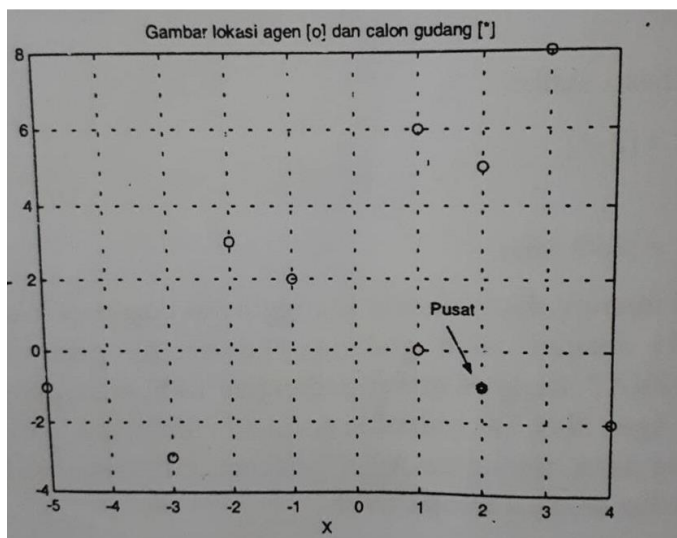
Rasio < Accept Ratio

Rasio < Reject Ratio

Iterasi Dihentikan

Lokasi Optimum

Agen	Derajat keanggotaan ($\mu_{\text{DEKAT}}[D_i]$)
D1	0,911
D2	0,260
D3	0,046
D4	0,151
D5	0,065
D6	0,213
D7	0,432
D8	0,770
D9	1,000
D10	0,225



Membentuk FIS dengan Subtractive Clustering

Setelah variabel-variabel terbagi atas himpunan-himpunan fuzzy, dimana dalam menentukan derajat keanggotaan dalam setiap himpunan digunakan fuzzy clustering, maka selanjutnya dapat dibangun fuzzy inference system.

Untuk membentuk FIS dari hasil clustering ini, kita dapat menggunakan metode inferensi fuzzy sugeno orde satu.

[R1] IF (x1 is A11) o (x2 is A12) o ...o (Xn is A1m) THEN (z = k11x1 + ... + k1mXm + k10);

[R2] IF (x1 is A21) o (x2 is A22) o ...o (Xn is A2m) THEN (z = k21x1 + ... + k2mXm + k20);

[Rr] IF (x1 is Am1) o (x2 is Am2) o ...o (Xn is Arm) THEN (z = kr1x1 + ... + krmXm + kr0);

Jumlah aturan = r yang terbentuk, sama dengan jumlah cluster yang terbentuk.

Untuk mempermudah komputasi, matriks K yang berukuran r x (m+1) :

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1m} & k_{10} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2m} & k_{20} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ k_{r1} & k_{r2} & \dots & k_{rm} & k_{r0} \end{bmatrix}$$

Disusun menjadi satu vektor k:

$$K = [k_{11} \ k_{12} \ \dots \ k_{1m} \ k_{10} \ k_{21} \ k_{22} \ \dots \ k_{2m} \ k_{20} \ \dots \ k_{r1} \ k_{r2} \ \dots \ k_{rm} \ k_{r0}]^T$$

Mencari derajat keanggotaan setiap titik data i dalam setiap cluster k dengan menggunakan fungsi Gauss

$$\mu_{k1} = e^{-\sum_{j=1}^m \frac{(x_{ij} - c_{kj})^2}{2\sigma_j^2}}$$

$$d_{ij}^k = X_{ij} * \mu_{ki}$$

$$d_{i(m+1)}^k = \mu_{ki}$$

Proses normalisasi dilakukan dengan cara membagi d_{ij}^k dan $d_{i(m+1)}^k$ dengan jumlah derajat keanggotaan setiap titik data I pada cluster k, diperoleh:

$$d_{ij}^k = \frac{d_{ij}^k}{\sum_{k=1}^r \mu_{ki}}$$

$$d_{i(m+1)}^k = \frac{d_{i(m+1)}^k}{\sum_{k=1}^r \mu_{ki}}$$

Langkah selanjutnya adalah membentuk matriks U yang berukuran $n \times (r*(m+1))$

- $U_{i1} = d_{i1}^1;$
- $U_{i2} = d_{i2}^1;$
- $U_{im} = d_{im}^1;$
- $U_{i(m+1)} = d_{i(m+1)}^1;$
- $U_{i(m+2)} = d_{i1}^2;$
- $U_{i(m+3)} = d_{i2}^2;$
- $U_{i(2m)} = d_{im}^2;$
- $U_{i(2m+1)} = d_{i(m+1)}^2;$
- $U_{i(r*(m+1)-m)} = d_{i1}^r;$
- $U_{i(r*(m+1)-m+1)} = d_{i2}^r;$
- dst

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1m} & u_{1(m+1)} & u_{1(m+2)} & \dots & u_{1(r^*(m+1))} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2m} & u_{2(m+1)} & u_{2(m+2)} & \dots & u_{2(r^*(m+1))} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \dots & u_{nm} & u_{n(m+1)} & u_{n(m+2)} & \dots & u_{n(r^*(m+1))} \end{bmatrix}$$

$$z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n]^T$$

Ukuran Persamaan Linear yang terbentuk: $U \cdot k = z$

Himpunan ke k dirumuskan sebagai berikut:

$$\mu_{\text{var-j}; \text{Himp } k}^{[xi]} = e^{-\frac{(X_{ij} - C_{kj})^2}{2\sigma_j^2}}$$

[R1] IF (xi1 is V1H1) o (xi2 is V2H1) o ...o (Xim is VmH1) THEN Y = Z1

[R2] IF (xi1 is V1H2) o (xi2 is V2H2) o ...o (Xim is VmH2) THEN Y = Z2

[Rr] IF (xi1 is V1Hr) o (xi2 is V2Hr) o ...o (Xim is VmHr) THEN Y = Zr

Dengan $V_p H_q$ adalah variabel ke-p himpunan ke-l