



회귀분석

내 키가 184cm인데... 미래에 우리 아들의 키는 몇 센치가 될까?

회귀분석 시초

F. Galton(1822~1911)의 "아버지와 아들의 키 연관성 연구"

- 아버지의 키가 클 수록, 아들의 키도 크다
- 아버지의 키가 작용 수록, 아들의 키도 작다
- 아버지의 키가 매우 커도, 아들의 키가 매우 작지는 않다
- 아버지의 키가 매우 작아도, 아들의 키가 매우 작지는 않다



그렇다면 대체 아버지와 아들 간의 키에는 어느정도 상관관계가 있는가? -> 아들의 키가 아버지의 키 수준으로 얼마나 "회귀"하는지 찾기 위한 연구



본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

3

BigData Analysis

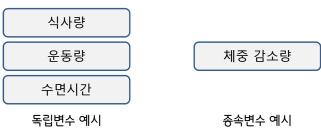
회귀분석

회귀분석 관련 용어 정리

■ 독립변수: 어떠한 현상을 설명할 때, 현상의 발생에 영향을 미치는 요인

■ 종속변수: 독립변수의 영향에 따라 결정되는 요인

예측모형 : 독립변수와 종속변수에 해당하는 자료를 모아 관계를 분석하고, 이를 예측할수 있는 통계적 방법으로 정리한 것



公 상명대학교

회귀분석

회귀분석 관련 용어 정리

- 회귀분석 : 회귀 이론을 기초로 독립변수가 종속변수에 미치는 영향을 파악하여 예측모형을 도출하는 통계적 방법
 - 회귀식: 독립변수와 종속변수 사이의 관계를 수학식으로 표현
 - 단순회귀:독립변수의 1개인 경우
 - 다중회귀:독립변수가 2개 이상인 경우
 - 로지스틱 회귀: 종속변수의 값의 형태가 연속형 숫자가 아닌 범주형 값인 경우, 이를 분석하기 위해 사용하는 통계적 방법
 - 분류: 데이터로부터 어떠한 범주를 예측하는 작업



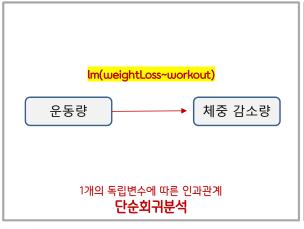
본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

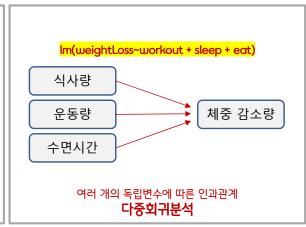
-

BigData Analysis

회귀분석

단순회귀분석 vs 다중회귀분석





성 상명대학교

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

회귀분석

회귀분석을 위한 lm() 함수

lm() 함수 개요

- 회귀분석에 필수적인 함수로서, 회귀분석 전반에 필요한 도구들을 제공하는 함
- 선형회귀 모형(Linear regression <u>M</u>odelling)라는 의미에서 lm함수로 명칭

lm(formula, data)

- formula : 회귀분석에 필요한 독립변수 & 종속변수를 입력
 - 회귀모형에서 무엇이 독립변수이고 무엇이 종속변수인지 지정하는 것으로, <mark>~ 앞에 있는 게</mark> 종속변수이고 ~ 뒤에 있는 게 독립변수이다. 독립변수가 여러 개이면 +으로 연결한다.
 - 단순회귀분석 -> 종속변수 ~ 독립변수
 - 다중회귀분석 -> 종속변수 ~ 독립변수1 + 독립변수2 + ... + 독립변수∩
- data: 회귀분석 대상(데이터프레임) 입력

생생 상명대학교

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

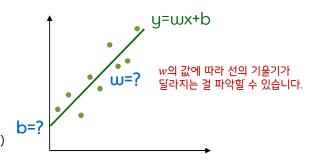


단순회귀분석 개념

- 독립변수(x)와 종속변수(y) 사이의 선형관계를 파악하여 예측에 활용하는 통계적 방법
- 독립변수와 종속변수에 대해 수집한 데이터를 활용하여, 인과관계를 가장 질 설명하는 w와 b를 찾는 게 단순회귀분석의 목표
- 단순회귀식

y=wx + b (w, b는 상수)

- x -> 독립변수(영향을 주는 값)
- y -> 종속변수(영향을 받는 값)
- w -> 단순회귀선의 기울기
- b -> 단순회귀선의 절편(u축과 단순회귀선이 닿는 지점)



성당 상명대학교

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

9

BigData Analysis

단순회귀분석

단순회귀분석 개념

- (예시) 신입생의 수능 성적으로 대학 논술 성적을 예측하기
 - 독립변수(x): 수늉 성적
 - 종속변수(u): 대학 논술 성적
 - 목표

수능 성적과 대학 논술 성적간의 인과관계를 설명해줄 단순회귀식(y = wx + b)에 w와 b를 찾아 채워넣어, 단순회귀식을 완성하는 것

단순회귀분석 실습

만일 차량 중량을 x를 가진 차량이 있을 때, 연비 u가 어느정도 일까?

- 1. 기존의 mtcars 데이터로 단순회귀분석 모형 만들기
- 2. 해당 모형으로 새로운 x값(차량중량)을 대입해보고, y(연비) 예측해보기
- 3. 해당 모형에 기존 mtcars 데이터를 대입해보고, 회귀모형 예측 값과 실제 값 간의 차이(오차)를 구하여 회귀모형의 신뢰도 알아보기



성명 상명대학교

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다

11

BigData Analysis

단순회귀분석

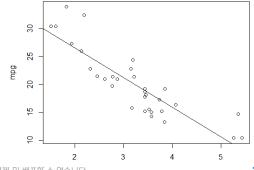
단순회귀분석 예측모형 만들기

(기존 mtcars 데이터를 통해, 차량 중량을 바탕으로 연비를 예측하는 모형 만들기) data(mtcars)

plot(mpg~wt, data = mtcars) #차량 중량(x)과 연비(y) 간의 산점도를 통해 선형관계 확인

model <- lm(mpg~wt, mtcars) #회귀모형 생성하기 abline(model) #회귀선을 산점도 위에 표시

coef(model)[1] # 회귀결과 추출 : b값을 출력(37.28) coef(model)[2] # 회귀결과 추출 : w값을 출력(-5.34)



차량중량 - 연비 단순회귀분석 회귀식

mpg = -5.34 * wt + 37.28

성명 상명대학교

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다. wf

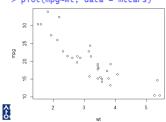
단순회귀분석 예측모형 만들기

1. mtcars 데이터 확인

head (데이터프레임)

• head는 데이터의 처음 6행의 값을 보여주는 함수

2. 차량 중량(wt)와 연비(mpg) 사이의 관계를 나타내는 산점도 그리기



plot (u축변수~x축변수, data=데이터프레임)

• 변수 분포를 보여주는 함수

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

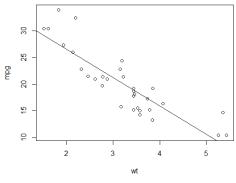
13

BigData Analysis

단순회귀분석

단순회귀분석 실습

- 3. 예측모형 생성 & 회귀선 그리기
- > model <- lm(mpg~wt, mtcars)
 > abline(model)



lm (y축변수~x축변수, 데이터프레임)

• 두변수의 선형관계를 나타내는 선의 식 (회귀식)을 찾는 함수

abline(회귀식)

• 산점도 위에 회귀선을 그리는데 사용

단순회귀분석 실습

4. 회귀식(y = wx + b)에 필요한 회귀계수(w) 및 회귀상수(b) 구하기

coef(model)[1] (Intercept)

회귀상수(b)

37.28513 > coef(model)[2]

회귀계수(w) -5.344472

coef(회귀식) / coef(lm(y축변수~x축변수))

• 회귀 계수를 추출하는 함수 (b값 w값) # y=wx+b에서 w와 b

coef(회귀식) [1] / coef(lm(u축변수~x축변수)) [1]

• 회귀계수로 사용되는 b값 추출

coef(회귀식) [2] / coef(lm(y축변수~x축변수)) [2]

• 회귀계수로 사용되는 w값 추출

级 상명대학교

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

15

BigData Analysis

단순회귀분석

단순회귀분석 회귀모형으로 예측값 구하기

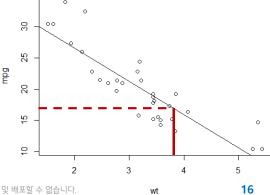
(새로운 차량 중량 값을 대입하여, 연비 값을 예측해보기)

b <- coef(model)[1] #b값 대입 w <- coef(model)[2] #w값 대입 wtSample <- 3.8 #예측하고자 하는 독립변수 대입

equation <- w * wtSample + b #회귀식 만들기 print(equation) #회귀식에 독립변수 대입한 결과 출력

만일 차량 무게가 3.8 파운드일 때, 연비가 갤런 당 16.7 마일이라 예측할 수 있음

mpg = -5.34 * 3.8 + 37.28 = 16.97



公 상명대학교

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

단순회귀분석 회귀모형으로 예측값 구하기

1. 회귀계수 & 회귀상수를 각각 변수에 대입하기

```
> b <- coef(model)[1]
> w <- coef(model)[2]</pre>
```

2. 예측하고자 하는 값(차량 중량)을 입력하고, 회귀식을 만들어 대입

```
> wtSample <- 3.8
> equation <- w * wtSample + b
```

3. 예측 값(연비) 결과 확인

```
> print(equation)
     wt
16.97613
```



본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

17

BigData Analysis

단순회귀분석

회귀모형 오차 구하기

(기존 실제 데이터와 회귀모형 예측 데이터 간의 차이 구하기)

wtData <- mtcars[,"wt"] #전체 차량 중량 데이터 선택 mpgPred <- w * wtData + b #wtData를 회귀선에 대입하여 전체 차량 연비 예측값 도출 mpgData <- mtcars[, "mpg"] #전체 차량 연비 데이터 선택

compare <- data.frame(mpgPred, mpgData, mpgPred - mpgData) #차량 연비 예측값, 차량 연비 실제값, 예측값과 실제값 간의 차이 계산값을 담은 데이터프레임 생성 colnames(compare) <- c("예상 ", "실제 ", "오차 ") #데이터프레임 열 이름 재정의 head(compare)



회귀모형 오차 구하기

1. 독립변수 데이터(차량 중량)들을 모두 선택하여, 예측 값들을 도출



생 상명대학교

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

19

BigData Analysis

단순회귀분석

회귀모형 오차 구하기

2. 독립변수 데이터(차량 중량)들을 모두 선택하여, 예측 값들을 도출

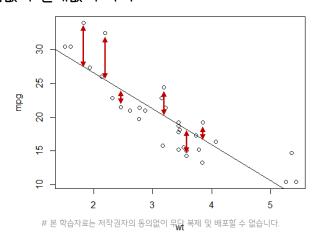


성명대학교 SANGMYUNG UNIVERSITY

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

회귀모형 오차 구하기

3. 회귀모형의 예측값과 실제값의 차이



성명대학교

21

BigData Analysis

단순회귀분석

회귀모형 오차 구하기

1. 독립변수 데이터(차량 중량)들을 모두 선택하여, 예측 연비 값들을 도출

```
> wtData <- mtcars[,"wt"]
> mpgPred <- w * wtData + b</pre>
```

2. 종속변수 데이터(실제 연비 값)들을 모두 선택하여, 예측 연비 값 - 실제 연비 값 계산을 실행해 오차 도출

```
> mpgData <- mtcars[, "mpg"]</pre>
```

회귀모형 오차 구하기

3. 예측 연비 값, 실제 연비 값, 오차 값을 모두 데이터프레임으로 담고, 열 명칭 수정

```
> compare <- data.frame(mpgPred, mpgData, mpgPred - mpgData)
> colnames(compare) <- c("예상", "실제", "오자")
> head(compare)
예상 실제
                                                      오차
1 23.28261 21.0 2.2826106
2 21.91977 21.0 0.9197704
3 24.88595 22.8 2.0859521
4 20.10265 21.4 -1.2973499
5 18.90014 18.7 0.2001440
6 18.79325 18.1 0.6932545
```

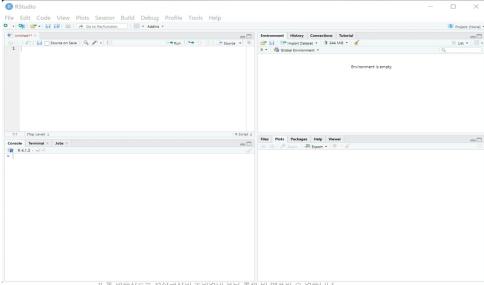


본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

23

BigData Analysis

단순회귀분석



성당 상명대학교



BigData Analysis

다중회귀분석

다중회귀분석 개념

- 여러 개의 독립변수(x)와 종속변수(u) 사이의 선형관계를 파악하여, 예측에 활용하는 통계적 방법
- 여러 개의 독립변수와 종속변수에 대해 수집한 데이터를 활용하여, 인과관계를 가장 질 설명하는 ω와 b를 찾는 게 다중회귀분석의 목표
- 다중회귀식

y=w₁x₁ + w₂x₂ + w₃x₃ + ... w_nx_n +b (w, b는 성수)

- x_n → 독립변수(영향을 주는 값)
- *y* -> 종속변수(영향을 받는 값)
- w_n -> 회귀계수(회귀선의 기울기)
- **성명대학교** b -> 회귀상수(y축과 회귀선이 닿는 지점)



다중회귀분석 개념

- (예시) 신입생의 수능 성적, 출석일 수, 싱징 개수로 대학 논술 성적을 예측하기
 - 독립변수(x): 수능 성적, 출석일 수, 상장 개수
 - 종속변수(u): 대학 논술 성적
 - 목표

수능 성적, 출석일 수, 상징 개수와 대학 논술 성적 간의 인과관계를 설명해줄 다중회귀식($y = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + b$)에 w와 b를 찾아 채워 넣어, 다중회귀식을 완성하는 것



본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

27

BigData Analysis

다중회귀분석

다중회귀분석 주의사항

- 독립변수와 종속변수 간의 높은 상관관계
 - 예를 들어 학생의 평균 칫솔질 횟수(독립변수)으로 대학 논술 성적(종속변수)을 예측하려는 건 비논리적 설령 유의도가 높게 측정되더라도, 이를 가지고 인과관계가 있다고 할 수 없음 참고로 독립변수와 종속변수 간의 관계에 대한 논문 등 자료로 논리성 근거 확보가 필요
- **선택한 독립변수 간에는 서로 낮은 상관관계를 보여야 함**만일 수늉 성적과 내신 성적을 둘 다 독립변수로 설정할 경우, 두 변수 간에 상관관계가 높기 때문에(즉 내신 성적이 높은 경우에 수늉 성적이 높은 양의 상관 관계) 다중공선성 문제가 발생할 수 있음.
- 독립변수 개수는 적을 수록 유리함
 회귀분석 모형 복잡도를 낮출 수록 복잡도가 하락하여 예측 성능 보장

다중회귀분석 주의사항 - 다중공선성(Multicollinearity)

- 독립변수들이 서로 간에 강한 상관관계가 있어 상호 영향을 주기에, 종속변수 예측 값에 부정적인 영향을 주는 현상
- 일례로 수능 점수(독립변수 #1)와 내신 점수(독립변수 #2)를 사용하여 대학논술 성적(종속변수)를 예측하려 할 때
 - 수능 점수와 내신 점수 간에는 강력한 양의 상관관계가 있기 때문에, 서로 영향을 주고 있음
 - (수능 점수가 높으면 내신 점수 높을 가능성 올라가며, 반대 사례도 마찬가지임)
 - 따라서 두 독립변수를 같이 사용할 경우, <mark>다중공선성으로 종속변수 추정에 오류를</mark> 발생시킬 수 있음



본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

29

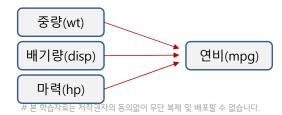
BigData Analysis

다중회귀분석

다중회귀분석 실습

만일 차량 중량 x1, 배기량 x2, 마력 x3를 가진 차량이 있을 때, 연비 y가 어느정도 일까?

- 1. 기존의 mtcars 데이터로 다중회귀분석 예측모형 만들어서 시각화하기
- 2. 결과값을 확인하고, 변수선택 진행하여 최종 회귀모형 도출



☆ 상명대학교

다중회귀분석 실습

colnames(데이터프레임) <- c("", "", "",...)

• 데이터프레임 열 명칭 재설정

data(mtcars)

df <- data.frame(mtcars\$wt, mtcars\$disp, mtcars\$hp)</pre>

#독립변수 데이터들을 바탕으로 DF 생성

colnames(df) <- c(" 중량 " , " 배기량 " , " 마력 ") #DF 열 명칭 재설정

plot(df, pch = 16, col = "blue", main = "산점도 매트릭스") #3:3 산점도 매트릭스 그리기

model <- lm(mpg ~ wt + disp + hp, data = mtcars) #다중회귀분석 예측모형 만들기 summary(model) #예측모형 결과 도출



본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

31

BigData Analysis

다중회귀분석

다중회귀분석 실습

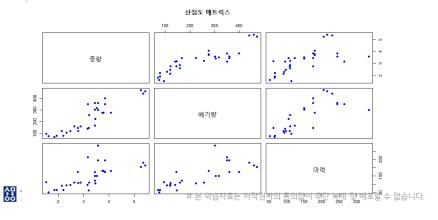
- 1. mtcars 데이터 불러오고, 필요한 데이터들을 추출하여 DF 생성 및 열 명칭 재설정
- > df <- data.frame(mtcars\$wt, mtcars\$disp, mtcars\$hp) > colnames(df) <- c("증량", "배기량", "마력")



다중회귀분석 실습

2. DF로 산점도 매트릭스 그리기(pch = 점 크기 설정, col = 색상, main = 제목)

> plot(df, pch = 16, col = "blue", main = "산점도 매트릭스")



33

BigData Analysis

다중회귀분석

다중회귀분석 실습

3. 다중회귀분석 예측모형을 만들고, 이를 summary() 함수를 통해 해석

> model <- lm(mpg ~ wt + disp + hp, data = mtcars)
> summary(model)

(다음 슬라이드에서 summary 해석)



summaru() 함수를 통한 다중회귀분석 예측모형 해석

```
call:
 lm(formula = mpg ~ wt + disp + hp, data = mtcars)
 Residuals:
                           3Q
 -3.891 -1.640 -0.172 1.061
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                        2.110815 17.579 < 2e-16 ***
                                                            mpg를 설명하는 데 얼마나 중요한 독립변수인지 나타내며,
 (Intercept) 37.105505
                        1.066191 -3.565 0.00133
0.010350 -0.091 0.92851
0.011436 -2.724 0.01097
             -3.800891
                                                            별(*) 개수가 많을 수록 유리함.
 disp
             -0.000937
                                                            아무런 표시가 없는 경우 유의성이 없는 독립변수임.
             -0.031157
 hp
 Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '1
 Residual standard error: 2.639 on 28 degrees of freedom.
Multiple R-squared: 0.8268, Adjusted R-squared: 0.8083 는지 나타냄 0.65 이상이면 질 설명하는 것으로 간주함.
                                                                R-square는 다중선형회귀모형이 mpg를 얼마나 잘 설명하
 Multiple R-squared: 0.8268,
 F-statistic: 44.57 on 3 and 28 DF
                                     p-value: 8.65e-11
                                       p-value는 예측모형이 얼마나 유의한지 나타냄.
<mark>생</mark> 상명대학교
                                # 본 학습자(3:05대리) 전에면 유의하다 된데판단함할 수 없습니다.
                                                                                                        35
```

BigData Analysis

다중회귀분석

다중회귀분석 실습

4. stepAIC() 함수를 통해 유의미한 독립변수 만으로 회귀모형을 만드는 변수선택을

* AIC Akaike Information Criterion 진행하여, 새로운 회귀모형을 만들고 최종 회귀식 도출

```
* install.packages("MASS")
> library(MASS)
> newModel <- stepAIC(model) 변수선택을 거쳐, 새로운 회귀모형을 만들도록 합니다.
Start: AIC=65.83
mpg ~ wt + disp + hp
Df Sum of Sq RSS AIC
- disp 1 0.057 195.05 63.840
                      194.99 65.831
<none>
              51.692 246.68 71.356
88.503 283.49 75.806
Step:
       AIC=63.84
                                  → 변수선택 과정에서 무의미한 disp 변수를 제거하고
mpg ∼ wt + hp
       Df Sum of Sq RSS 195.05 63.840
                                      다시 회귀모형을 만든 것을 알 수 있습니다.
<none>
            83. 274 278. 32 73. 217
252. 627 447. 67 88 4년 환습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.
```

다중회귀분석 실습

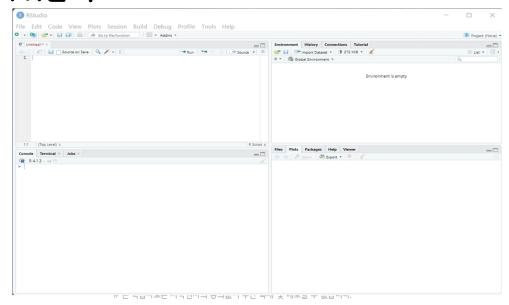
성명 상명대학교

본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

37

BigData Analysis

다중회귀분석



성 상명대학교

SUMMARY

- 회귀분석 이해
 - 독립변수 / 종속 변수 / 예측모형
 - 단순회귀 / 다중회귀
- lm() 함수
 - 회귀분석에 필수적인 함수
 - lm(formula, data) / lm(u축 변수~x축 변수, 데이터프레임)



본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

39

BigData Analysis

SUMMARY

- 단순회귀분석
 - 독립변수(x)와 종속변수(u) 사이의 선형관계를 파악하여 예측에 활용하는 통계적 방법
 - y=wx + b (w, b는 상수)

data(데이터프레임)
plot(y축 변수~x축 변수, data=데이터프레임)
lm(y축 변수~x축 변수, 데이터프레임)
abline(회귀식l)
coef(회귀식) [1] b값 출력 [2] w값 출력



SUMMARY

다중회귀분석

- 여러 개의 독립변수(x)와 종속변수(y) 사이의 선형관계를 파악하여,예측에 활용하는 통계적 방법
- y=w1x1+ w2x2+ w3x3+ ...wnxn+b (w, b는 상수)

data(데이터프레임)

data.frame(데이터프레임\$변수1, 데이터프레임\$변수2, 데이터프레임\$변수3)

colnames(뉴데이터프레임) <- c(변경할 문구)

lm(y축 변수~x축 변수1+x축 변수2+x축 변수3+...,, 데이터프레임)

library(MASS)

stepAIC(회귀식)

summary(회귀모델)



본 학습자료는 저작권자의 동의없이 무단 복제 및 배포할 수 없습니다.

