

Lista Exercicios Logica 2

Guilherme Carvalho Lira 12211BSI254

1 - A) Verdade, pois se A é satisfatível existe falso e pelo menos um verdadeiro, então invertendo ainda teremos falsos e pelo menos um verdadeiro. ex: $A = V \wedge F / \neg A = F \wedge V$.

B) Verdade, se A é uma tautologia, isso significa que todas as valorações tornam A verdadeira e, portanto, nenhuma valoração torna $\neg A$ verdade. Sendo assim isso mostra que $\neg A$ é falsa para todas as variações possíveis, então é uma contradição.

C) Falso, pois para ser tautologia todas precisam ser verdade, é satisfatório significa pelo menos uma verdade entre falsas.

D) Falso, pois para ser contraditória todas precisam ser falsa, e satisfatível existe pelo menos uma verdadeira

E) Verdade, se A é tautologia e A implica logicamente B, todos os valores possíveis tornam B verdadeiras também, o que significa que B também é tautologia.

F) Falso, pois existem variações em que A é Falsa, por exemplo se p é verdadeiro e q é falso, A vai ser falsa.

2 -

a) $p \rightarrow p$

Tautologia

b) $p \rightarrow \neg p$

Contradição

c) $\neg p \rightarrow p$

Satisfatível

d) $p \leftrightarrow p$

Tautologia

e) $p \rightarrow (Q \rightarrow P)$

Satisfatível

p pode ser falso e QUE verdadeiro.

F) $p \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow \neg R))$

Satisfatível

p pode ser falso e P verdadeiro, ou Q falso e R verdadeiro.

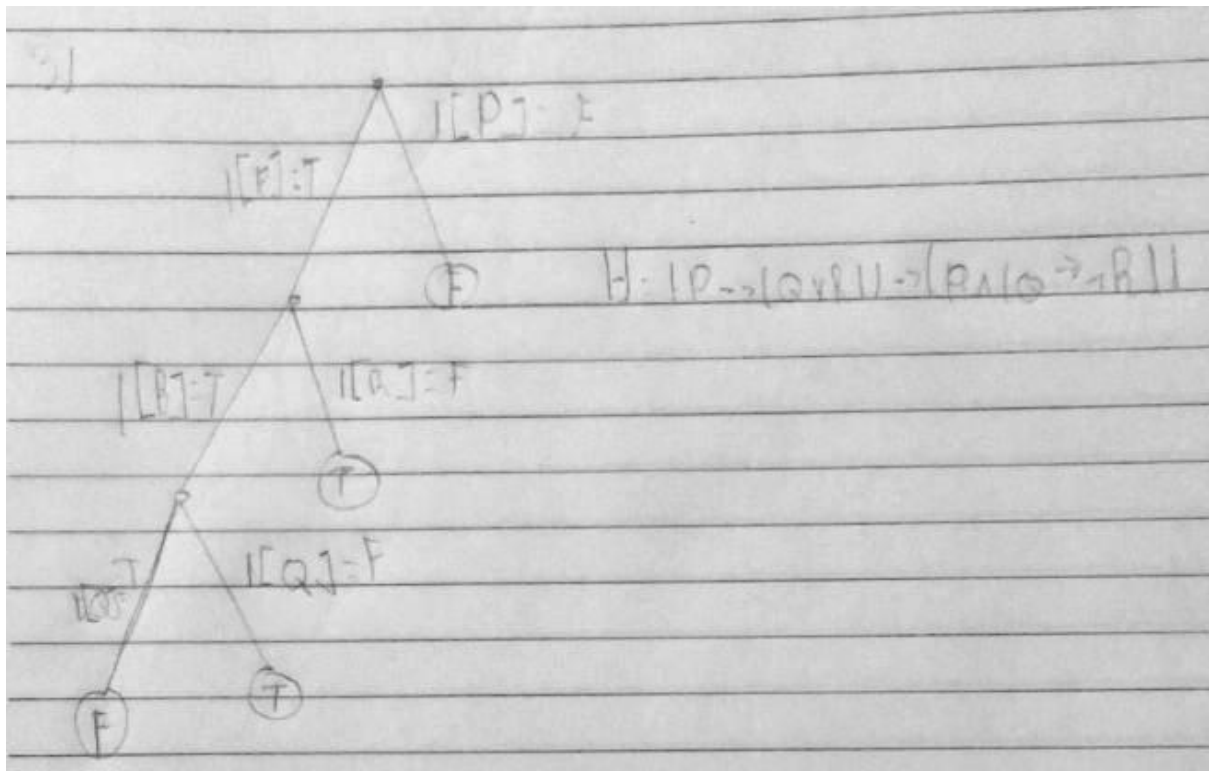
$$g) (p \vee r) \wedge (Q \vee R) \rightarrow (P \wedge Q) \vee R$$

Satisfatível

$$h) p \rightarrow Q \rightarrow (P \wedge Q)$$

Satisfatível

3)



4) a)

$$(P \wedge Q) \rightarrow G \equiv \neg(P \wedge Q) \vee G$$

$$\neg(\neg(P \wedge Q) \vee G) \equiv (P \wedge Q) \wedge \neg G$$

$$(P \wedge Q) \rightarrow G$$

$$G \wedge (P \wedge Q)$$

$(P \wedge Q) \rightarrow G$ é tautologia só quando P é verdadeiro, Q é verdadeiro e G é falso.

b)

$$\neg[(P \rightarrow Q) \rightarrow G] \equiv (P \rightarrow Q) \wedge \neg G \equiv (\neg P \vee Q) \wedge \neg G \equiv (\neg P \wedge \neg G) \vee (Q \wedge \neg G)$$

$(P \rightarrow Q) \rightarrow G$ é tautologia quando $(\neg P \wedge \neg G) \vee (Q \wedge \neg G)$ for uma contradição

c) $P \leftrightarrow Q$

$$\neg(P \leftrightarrow Q)$$

$$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$$

d)

$$p \rightarrow q$$

$$\neg(p \rightarrow q)$$

$$p \wedge \neg q$$

5)

p = Comida é boa

q = serviço é excelente

a) $P \wedge \neg Q$.

b) $\neg P \wedge \neg Q$.

c) $(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg R$.

d) $P \vee Q$.

e) $R \wedge (\neg P \vee \neg Q)$.

6)

a) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$

$J[P] = T$, então P é verdadeiro mas a parte direita da fórmula $(P \rightarrow Q)$ é TRUE

independentemente do valor de Q. Como J é verdade então a parte esquerda também deve ser verdadeira, o que implica que $(\neg P \vee Q)$ é verdade. Como P é verdadeiro, $\neg P$ é falso, então significa que Q é verdadeiro.

B) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$

$J[P] = T$, a implicação é TRUE independentemente do valor.

$J[Q \rightarrow R] = T$, e $J[(P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)] = T$.

$J[P \rightarrow R] = T$.

sendo assim podemos concluir que $J[R] = T$.

C) $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P$

Não é possível concluir nada a respeito de $J[Q]$ e $J[R]$, pois a fórmula não tem referência a Q ou R .

D) $(Q \rightarrow \neg P)$

se $J[P] = T$ então $J[\neg P] = F$. J vai interpretar toda a fórmula como TRUE então a implicação $Q \rightarrow \neg P$ deve ser verdade.

se Q é verdadeiro, então $\neg P$ é verdadeiro.

Então $J[Q] = T$ implica $J[\neg P] = T$.

E) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$

Se $J[P] = T$, então a parte esquerda da bi-implicação deve ser TRUE então $J[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] = T$. se P é T então $Q \rightarrow R$ é T.

Se $J[P \wedge Q] = T$, então P é T e Q é T. Isso implica que R é verdadeiro. então $J[R] = T$.

F) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$

$J[Q] = T$ e $J[R]$ é indeterminado, pois a fórmula não faz referência direta a R .

7)

a) $(p \wedge (\neg(\neg p \vee q))) \vee (p \wedge q)$

negação dentro dos parênteses:

$\neg(\neg p \vee q) \equiv \neg\neg p \wedge \neg q \equiv p \wedge \neg q$

Substituição

$(p \wedge (p \wedge \neg q)) \vee (p \wedge q)$

Distribuindo o operador \vee

$(p \wedge p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$

Simplificada:

$p \vee (p \wedge q)$

b) $((\neg(P \wedge \neg Q)) \wedge (\neg(Q \wedge \neg P)))$

negação dentro dos parênteses:

$\neg(\neg p \vee q) \equiv \neg\neg p \wedge \neg q \equiv p \wedge \neg q$

Substituição

$$(p \wedge (p \wedge \neg q)) \vee (p \wedge q)$$

Distribuindo o operador \vee

$$(p \wedge p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$$

Simplificada:

$$p \vee (p \wedge q)$$

$$8) a) (R \rightarrow P) = \neg R \vee P \text{ e } (R \rightarrow Q) = \neg R \vee Q$$

$$\begin{aligned} &= (R \rightarrow P) \wedge (R \rightarrow Q) \\ &= (\neg R \vee P) \wedge (\neg R \vee Q) \\ &= \neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg R \\ &= \neg(\neg P \vee \neg Q) = P \wedge Q \\ &= (\neg R \vee P) \wedge (\neg R \vee Q) \\ &= \neg(P \wedge Q) \vee \neg R \\ &= (\neg P \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg R) \\ &= (\neg P \vee \neg R) \wedge (Q \vee \neg R) \\ &= (\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg R \\ &= (\neg P \vee Q) \vee \neg R \\ &= \neg(P \vee Q) \rightarrow \neg R \end{aligned}$$

Equivalentes, a primeira fórmula implica na segunda fórmula

$$b) \neg(\neg P \vee Q) \vee S$$

$$\begin{aligned} &(\neg\neg P \vee \neg Q) \vee S \\ &(P \wedge \neg Q) \vee S \\ &(P \vee S) \wedge (\neg Q \vee S) \\ &(P \vee S) \wedge (Q \rightarrow S) \\ &(P \vee S) \wedge ((\neg Q \vee S) \wedge P) \end{aligned}$$

Equivalentes, a primeira fórmula implica na segunda fórmula