总结：

第一章：绪论（误差分析基础）

1. 误差：分为模型误差、数据误差、截断误差、舍入误差

2. 数制表示：

3. 舍入误差：$\delta(x) = \frac{x - fl(x)}{x}$（相对）　四个注意事项

4. 问题的性态：病态，良态，条件数

5. 方法的稳定性

6. 算法

第二、三章：解线性代数方程的直接法，迭代法

数值解法：
- Gauss 法（主元不能为0，不能有小主元，不稳定）
- 列主元 Gauss 法
- 矩阵分解法：LU分解，LDU分解，GG分解，追赶法

迭代解法：
- Jacobi 迭代
- Gauss-Seidel 迭代

迭代公式要会

范数：定义，性质

方程的条件数：$Cond(A)=\|A\|\,\|A^{-1}\|$

迭代算法：Jacobi：$\begin{cases} B=D^{-1}(E+F)=I-D^{-1}A \\ g=D^{-1}b \end{cases}$

Gauss-Seidel：$\begin{cases} B=(D-E)^{-1}F \\ g=(D-E)^{-1}b \end{cases}$

判断收敛的三条推论

△ 初等变换矩阵的性质

第四章：插值法

多项式插值
- 连续
  - 多项式
  - Langrange
  - Newton 差商的各种性质
  - Hermit
- 分段
  - 分段一次
  - 分段二次
    - 减小误差，但不保证光滑性
  - 分段三次样条

重要公式：$f(x)=p_n(x)+R_n(x)$

插值多项式误差公式：两种形式

第五章：函数最优逼近

正交多项式：定义，性质（三项递推关系）

构造：最优平方逼近（两种形式）

法方程

第六章：数值积分与微分

- 数值积分
  - 等距节点
    - Newton-Cotes公式
      - 梯形公式 $m=1$
      - Simpson公式 $m=3$
      - Cotes公式 $m=5$
      - 代数精度
    - 复化求积公式
      - 复化梯形（二阶）
      - 复化Simpson（四阶）
      - 复化Cotes（六阶）
      - 计算精度
    - 自动变步长的求积分公式：概念了解
    - Romberg积分：低精度组合成高精度
  - 待定系数法：
  - 不等距节点：Gauss型公式（最高代数精度$2n+1$）

数值微分

- 两点公式:
  - $f'(x_0) = \frac{1}{h}[f(x_1) - f(x_0)] + \frac{1}{2}f''(\xi)(x_0 - x_1)$
  - $f'(x_1) = \frac{1}{h}[f(x_1) - f(x_0)] - \frac{1}{2}f''(\xi)(x_1 - x_0)$
- 三点
  - 一阶
    - $f'(x_0) = \frac{1}{2h}[-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)] + \frac{h^2}{3}f'''(\xi)$
    - $f'(x_1) = \frac{1}{2h}[-f(x_0) + f(x_2)] - \frac{h^2}{6}f'''(\xi)$
    - $f'(x_2) = \frac{1}{2h}[f(x_0) + 4f(x_1) + 3f(x_2)] + \frac{h^2}{3}f'''(\xi)$
  - 二阶
    - $f''(x_0) = \frac{1}{h^2}[f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)] - hf'''(\xi_1) + \frac{h^2}{6}f^{(4)}(\xi_2)$
    - $f''(x_1) = \frac{1}{h^2}[f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)] - \frac{h^2}{12}f^{(4)}(\xi)$
    - $f''(x_2) = \frac{1}{h^2}[f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)] + hf'''(\xi_1) + \frac{h^2}{6}f^{(4)}(\xi_2)$
- 待定系数法: 利用 Taylor 计算

第七章：非线性方程求解：

迭代法：
- 简单迭代法：
- 牛顿迭代法：$x^{(k+1)}=x^{(k)}-\frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}$
- 割线法：

区间法：二分法

△简单迭代法收敛性：

(1) $\forall x\in[a,b],\ \varphi(x)\in[a,b]$　(2) $|\varphi'(x)|\le s<1$

☆收敛性的改善：取 $\lambda\approx\varphi'(x^*)$，构造 $\psi(x)=\frac{1}{1-\lambda}[\varphi(x)-\lambda x]$

Newton迭代格式收敛性：四个条件

☆收敛速度：各个方法是几阶收敛

第九章：常微分方程数值解法

初值问题：$\begin{cases} y'(x)=f(x,y(x)) \\ y(a)=y_0 \end{cases}$　$a\le x\le b$

1. 数值微分法：

Euler公式：$y_{i+1}=y_i+hf(x_i,y_i)$　$R[y]=\frac{h^2}{2}y''(\xi_i)=O(h^2)$

后退Euler公式：$y_{i+1}=y_i+hf(x_{i+1},y_{i+1})$　$R[y]=-\frac{h^2}{2}y''(\xi_i)=O(h^2)$

2. 数值积分法:

$$y'(x)=f(x,y(x)) \Rightarrow \int_{x_i}^{x_{i+1}} y'(x)dx=\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x,y(x))dx$$

$$\Rightarrow y(x_{i+1})-y(x_i)=\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x,y(x))dx$$

梯形公式: $y_{i+1}=y_i+\frac{h}{2}[f(x_i,y_i)+f(x_{i+1},y_{i+1})]$

$$R[y]=-\frac{h^3}{12}y'''(\xi_i)=O(h^3)$$

Simpson公式: $y_{i+1}=y_{i-1}+\frac{h}{3}[f(x_{i-1},y_{i-1})+4f(x_i,y_i)+f(x_{i+1},y_{i+1})]$

$$R[y]=-\frac{h^5}{90}y^{(5)}(\xi_i)=O(h^5)$$

3. Adams公式

4. 待定系数法

5. 预估—校正方法

6. R-K方法