习题 1 参考答案

1. (1) $\Omega_1=\{\omega_0,\omega_1\}$,其中 ω_0 表示取出的是白球,ω_1 表示取出的是黑球;

(2) $\Omega_2=\{(\omega_0,\omega_0),(\omega_0,\omega_1),(\omega_1,\omega_0),(\omega_1,\omega_1)\}$,其中 ω_0,ω_1 同(1);

(3) $\Omega_3=\{0,1,2\}$;

(4) $\Omega_4=\{1,2,3,4,5\}$;

(5) $\Omega_5=\{10,11,12,\cdots\}$;

(6) $\Omega_6=\{00,100,0100,0101,0110,1100,1010,0111,1011,1101,1110,1111\}$,其中 0 表示次品,1 表示正品;

(7) $\Omega_7=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant R^2\}$.

2. (1) $A\,\overline{B}\,\overline{C}$; (2) $A\,\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{A}B\,\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}C$; (3) $A\cup B\cup C$;

(4) $\overline{A}\,\overline{B}\cup\overline{A}\,\overline{C}\cup\overline{B}\,\overline{C}$ 或 $\overline{AB\cup BC\cup CA}$; (5) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$;

(6) $\overline{A}(B\cup C)$.

3. (1) 选出的人是爱好数学的男生班干部;

(2) 选出的人是爱好数学的女生,但不是班干部;

(3) 选出的人为不是班干部的女生;

(4) 选出的人为不是数学爱好者也不是班干部的男生.

4. (1) $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$; (2) $\{x\mid 2<x\leqslant 3\}$;

(3) $\{x\mid 0\leqslant x<1$ 或 $3<x\leqslant 5\}$; (4) $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$.

5. (1) Ω; (2) $\varnothing$.

6. $\dfrac{5}{36}$. **7.** 0.096. **8.** $\dfrac{1}{3}$. **9.** $\dfrac{139}{1\ 152}$.

10. (1) 0.8; (2) 0.3; (3) 0.2; (4) 0.1; (5) 0.

11. (1) 0; (2) 0.5; (3) 0.5.

12. (1) $A\cup B=\Omega, P(AB)=0.3$; (2) $A\subset B, P(AB)=0.6$;

(3) $A\subset B, P(A\cup B)=0.7, A\cup B=\Omega, P(A\cup B)=1$.

13. 略.

14. (1) 不放回:$\dfrac{2}{15},\dfrac{4}{15},\dfrac{8}{15},\dfrac{2}{5}$; (2) 放回:$\dfrac{4}{25},\dfrac{6}{25},\dfrac{12}{25},\dfrac{2}{5}$.

15. (1) $\dfrac{1}{20}$; (2) $\dfrac{1}{12}$; (3) $\dfrac{1}{30}$; (4) $\dfrac{11}{12}$.

16. $\dfrac{C_5^3C_{95}^7}{C_{100}^{10}}$. **17.** $\dfrac{C_{80}^7C_{15}^2C_5^1}{C_{100}^{10}}$.

18. （1）$\frac{19}{39}$；　（2）$\frac{34}{39}$；　（3）$\frac{25}{39}$.

19. （1）0. 010 6；　（2）0. 105 5；　（3）0. 894 5；　（4）0. 281 3 .

20. $\frac{41}{96}$.　　**21.** $\frac{3}{8},\frac{9}{16},\frac{1}{16}$.　　**22.** $\frac{41}{90}$.

23. （1）0. 383 8；　（2）0. 513 8.　　**24.** $\frac{5}{9}$.　　**25.** $\frac{1}{3}$.

26. 略.　　**27.** 0. 004.　　**28.** $\frac{2}{n(n+1)}$.　　**29.** 0. 645.

30. 0. 405 8.　　**31.** （1）$\frac{32}{45}$；　（2）$\frac{9}{32}$.

32. （1）0. 161 2；　（2）0. 357 3.　　**33.** 略.　　**34.** 略.　　**35.** 略.

36. 略.　　**37.** $\frac{59}{60}$.　　**38.** $P^n(2-P^n),P^n(2-P)^n$.

39. $\frac{1}{2},\frac{1}{2}$.

习题 2 参考答案

1. (1) $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ \dfrac{1}{3}, & -1\leqslant x<1,\\ \dfrac{5}{6}, & 1\leqslant x<3;\\ 1, & x\geqslant 3;\end{cases}$ (2) $\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{6}$.

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{x^2}{R^2}, & 0\leqslant x<R,\\ 1 & x\geqslant R.\end{cases}$

3. (1) 否; (2) 略; (3) 略.

4. (1) $\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{\pi}$; (2) $\dfrac{1}{2}$.

5. (1) e^{-1}; (2) $\dfrac{N+1}{N}$.

6.

X	-1	0	0.5	1
p	0.125	0.5	0.25	0.125

7.

X	0	1	2
p	$\dfrac{4}{5}$	$\dfrac{8}{45}$	$\dfrac{1}{45}$

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{4}{5}, & 0\leqslant x<1,\\ \dfrac{44}{45}, & 1\leqslant x<2,\\ 1, & x\geqslant 2.\end{cases}$$

8. (1)

X	0	1	2	3
p	$\dfrac{24}{91}$	$\dfrac{45}{91}$	$\dfrac{20}{91}$	$\dfrac{2}{91}$

（2）$X \sim B\left(5,\frac{1}{5}\right)$.

9.（1）0.163 1；（2）0.352 9.

10.（1）$P\{X=k\}=0.2^{k-1}\times 0.8\ (k=1,2,3,\cdots)$；

（2）$P\{X=k\}=C_{k-1}^{r-1}0.8^{r}\times 0.2^{k-r}\ (k=r,r+1,\cdots)$.

11.（1）0.104 2；（2）0.368 3. **12.** 0.958 0.

13.（1）若 $(n+1)p$ 为整数，k 取 $(n+1)p-1$ 和 $(n+1)p$ 时 $P\{X=k\}$ 最大；若 $(n+1)p$ 不是整数，k 取 $[(n+1)p]$ 时 $P\{X=k\}$ 最大，其中 $[a]$ 表示不超过 a 的最大整数.

（2）$\frac{1}{2}$.

14.（1）若 λ 为整数，k 取 $\lambda-1$ 和 λ 时 $P\{X=k\}$ 最大；若 λ 不是整数，k 取 $[\lambda]$ 时 $P\{X=k\}$ 最大；

（2）3 和 4.

15.（1）$P\{X=k\}=\begin{cases}0.7\times 0.06^{\frac{k-1}{2}} & (k=1,3,5,\cdots),\\ 0.24\times 0.06^{\frac{k-2}{2}} & (k=2,4,6,\cdots);\end{cases}$

（2）$P\{X=k\}=0.94\times 0.06^{k-1}\quad(k=1,2,3,\cdots)$；

（3）$P\{X=0\}=0.7,P\{X=k\}=0.282\times 0.06^{k-1}\quad(k=1,2,\cdots)$.

16.（1）$\frac{1}{2}$；（2）0.748 4；（3）$F(x)=\begin{cases}\frac{e^{x}}{2}, & x<0,\\ 1-\frac{e^{-x}}{2}, & x\geqslant 0.\end{cases}$

17.（1）$\frac{1}{\pi}$；（2）$\frac{1}{3}$；（3）$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ \frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arcsin x, & -1\leqslant x<1,\\ 1, & x\geqslant 1.\end{cases}$

18.（1）$f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^{2})}$；（2）$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}, & 1<x<e,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$ **19.** 略.

20.（1）0.370 7；（2）0.793 8；（3）0.241 5；（4）0.788 0；（5）0.816 4；（6）0.05.

21. 0.3.

22. $e^{-3}-e^{-4.5}$.

23. (1) $Y \sim B\left(3, \frac{1}{4}\right)$; (2) $\frac{9}{64}$.

24. (1)

Y_1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
p	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

(2)

Y_2	1	3	5
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$

(3)

Y_3	-8	-3	0	1
p	$\frac{1}{30}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{13}{30}$	$\frac{1}{6}$

(4)

Y_4	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
p	$\frac{1}{30}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{13}{30}$	$\frac{1}{6}$

25.

X	0	4	6
p	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{8}$

26. (1) $f(y)=\begin{cases}\frac{\lambda}{3}y^{-\frac{2}{3}}e^{-\lambda\sqrt[3]{y}}, & y>0,\\ 0, & y\leqslant 0;\end{cases}$ (2) $f(y)=\begin{cases}1, & 0<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

27. (1) $f(y)=\dfrac{1}{\pi(1+y^2)}$;　(2) $f(y)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi\sqrt{1-y^2}}, & 0<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

28. $f(y)=\begin{cases}\dfrac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}, & y>0,\\ 0, & y\leqslant 0.\end{cases}$

29. (1) $f(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi\sqrt{R^2-y^2}}, & |y|<R,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

(2) $f(l)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi\sqrt{4R^2-l^2}}, & 0<l<2R,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

30. 当 $y<0$ 时, $F_Y(y)=0$;当 $y\geqslant 1$ 时, $F_Y(y)=1$;当 $0\leqslant y<1$ 时, $F_Y(y)=\dfrac{y}{2}$.

31. $Y\sim Ge(1-\mathrm{e}^{-\lambda})$.

习题 3 参考答案

1. 否.

2. (1) $F(a,+\infty)$; (2) $1-F(+\infty,b)$;

(3) $1-F(a,+\infty)-F(+\infty,b)+F(a,b)$; (4) $F(b,c)-F(a,c)$.

3. (1) $\dfrac{1}{\pi^2},\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}$; (2) $\dfrac{1}{16}$; (3) $\dfrac{1}{16}$;

(4) $F_X(x)=\dfrac{1}{\pi}\left(\dfrac{\pi}{2}+\arctan\dfrac{x}{2}\right)$, $F_Y(y)=\dfrac{1}{\pi}\left(\dfrac{\pi}{2}+\arctan\dfrac{y}{3}\right)$.

4. (1)

X	Y	
	1	2
1	0	$\dfrac{1}{3}$
2	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{3}$

$$F(x,y)=\begin{cases}1, & x\geqslant 2,y\geqslant 2,\\ \dfrac{1}{3}, & x\geqslant 2,1\leqslant y<2 \text{ 或 } 1\leqslant x<2,y\geqslant 2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

(2)

X	Y	
	1	2
1	$\dfrac{1}{9}$	$\dfrac{2}{9}$
2	$\dfrac{2}{9}$	$\dfrac{4}{9}$

$$F(x,y)=\begin{cases}0, & x<1 \text{ 或 } y<1,\\ \dfrac{1}{9}, & 1\leqslant x<2,1\leqslant y<2,\\ \dfrac{1}{3}, & x\geqslant 2,1\leqslant y<2 \text{ 或 } 1\leqslant x<2,y\geqslant 2,\\ 1, & x\geqslant 2,y\geqslant 2.\end{cases}$$

5.

Y	X				$p_{\cdot j}$
	0	1	2	3	
1	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	0	$\frac{3}{4}$
3	$\frac{1}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
$p_{i\cdot}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

6. $f(x,y)=\dfrac{6}{\pi^2(4+x^2)(9+y^2)}$， $f_X(x)=\dfrac{2}{\pi(4+x^2)}$， $f_Y(y)=\dfrac{3}{\pi(9+y^2)}$.

7. （1）12；（2）$F(x,y)=\begin{cases}(1-e^{-3x})(1-e^{-4y}), & x\geqslant 0,y\geqslant 0,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

（3）$f_X(x)=\begin{cases}3e^{-3x}, & x>0,\\ 0, & x\leqslant 0,\end{cases}$ $f_Y(y)=\begin{cases}4e^{-4y}, & y>0,\\ 0, & y\leqslant 0.\end{cases}$

8. （1）$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, & 1\leqslant x\leqslant y\leqslant 3,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$ （2）$\dfrac{3}{4}$；

（3）$f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{3-x}{2}, & 1\leqslant x\leqslant 3,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$ $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{y-1}{2}, & 1\leqslant y\leqslant 3,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

9. （1）$\dfrac{1}{2}$；（2）$e^{-\frac{1}{4}}-e^{-1}$.

10. （1）$\dfrac{21}{4}$；（2）$\dfrac{7}{10}$；（3）$f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{21}{8}x^2(1-x^4), & |x|\leqslant 1,\\ 0, & |x|>1;\end{cases}$

$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{7}{2}y^{5/2}, & 0\leqslant y\leqslant 1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

11.

$X=i$	0	1	2	3
$P\{X=i\mid Y=1\}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

$X=i$	0	1	2	3
$P\{X=i \mid Y=3\}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$

12. （1）当 $1<y\leqslant 3$ 时，$f_{X|Y}(x|y)=\begin{cases}\dfrac{1}{y-1}, & 1\leqslant x\leqslant y,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$

当 $1\leqslant x<3$ 时，$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3-x}, & x\leqslant y\leqslant 3,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

（2）当 $0<y\leqslant 1$ 时，$f_{X|Y}(x|y)=\begin{cases}\dfrac{3}{2}x^2y^{-\frac{3}{2}}, & |x|\leqslant\sqrt{y},\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$

当 $|x|<1$ 时，$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\dfrac{2y}{1-x^4}, & x^2\leqslant y\leqslant 1,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

（3）$\dfrac{9}{16},\dfrac{3}{4}$.

13. （1）$P\{X=n,Y=k\}=\dfrac{1}{k!\ (n-k)!}\left(\dfrac{\lambda}{2}\right)^n\mathrm{e}^{-\lambda},k=0,1,\cdots,n,n=0,1,2,\cdots;$

（2）$P\{Y=k\}=\dfrac{1}{k!}\left(\dfrac{\lambda}{2}\right)^k\mathrm{e}^{-\frac{\lambda}{2}},k=0,1,2,\cdots;$

（3）当 $k=0,1,2,\cdots$ 时，

$$P\{X=n\mid Y=k\}=\frac{1}{(n-k)!}\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{n-k}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda}{2}},n=k,k+1,\cdots.$$

14. （1）$f(x,y)=\begin{cases}x\mathrm{e}^{-xy}, & 0\leqslant x\leqslant 1,y>0,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

（2）$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{y^2}[1-(1+y)\mathrm{e}^{-y}], & y>0,\\ 0, & y\leqslant 0;\end{cases}$

（3）当 $y>0$ 时，$f_{X|Y}(x|y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2\mathrm{e}^{(1-x)y}}{\mathrm{e}^y-(1+y)}, & 0<x\leqslant 1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

15. (1) $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{3}e^{-y}+\dfrac{4}{3}e^{-2y}, & y>0,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

(2) 当 $y>0$ 时

$$P\{X=1\mid Y=y\}=\frac{e^{-y}}{e^{-y}+4e^{-2y}},$$

$$P\{X=2\mid Y=y\}=\frac{4e^{-2y}}{e^{-y}+4e^{-2y}}.$$

16. $\dfrac{2}{9},\dfrac{1}{9}$.

17.

X	Y			
	0	2	5	6
-1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{30}$
0	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{60}$

18. (1) 不独立; (2) 独立; (3) 不独立; (4) 独立.

19. (1) $\dfrac{6}{\pi^3}$; (2) 独立. **20.** 略.

21. (1)

$X+Y$	0	1	2
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

(2)

$2X$	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(3)

XY	0	1
p	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

(4)

X^2	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

22. 如果 $\lambda_1=\lambda_2$，则 $f_Z(z)=\begin{cases}\lambda_1^2 z\mathrm{e}^{-\lambda_1 z}, & z>0,\\ 0, & z\leqslant 0;\end{cases}$

如果 $\lambda_1\neq\lambda_2$，则 $f_Z(z)=\begin{cases}\dfrac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}(\mathrm{e}^{-\lambda_1 z}-\mathrm{e}^{-\lambda_2 z}), & z>0,\\ 0, & z\leqslant 0.\end{cases}$

23. (1) $f_U(u)=\begin{cases}\dfrac{1}{6}u^3\mathrm{e}^{-u}, & u>0,\\ 0, & u\leqslant 0;\end{cases}$ (2) $f_V(v)=\begin{cases}\dfrac{1}{120}v^5\mathrm{e}^{-v}, & v>0,\\ 0, & v\leqslant 0.\end{cases}$

24. (1) $f(z)=\begin{cases}\dfrac{1}{a^2}(a-|z|), & |z|\leqslant a,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

(2) $f(z)=\begin{cases}\dfrac{2}{a^2}(a-z), & 0<z<a,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

25. $f_Z(z)=\begin{cases}\dfrac{1}{24}(8-|z|^3), & |z|\leqslant 2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

26. $f_Z(z)=\begin{cases}0, & z<0,\\ \dfrac{b}{2a}, & 0\leqslant z\leqslant\dfrac{a}{b},\\ \dfrac{a}{2bz^2}, & z>\dfrac{a}{b}.\end{cases}$

27. (1) $f_{\rho,\theta}(\rho,\theta)=\begin{cases}\dfrac{\rho}{2\pi\sigma^2}\mathrm{e}^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}}, & \rho\geqslant 0,0<\theta\leqslant 2\pi,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$ (2) ρ 与 θ 相互独立.

28. (1) $f_{X+Y}(t)=\begin{cases}0, & t<0,\\ \dfrac{1}{5}(1-\mathrm{e}^{-5t}), & 0\leqslant t\leqslant 5,\\ \dfrac{1}{5}(\mathrm{e}^{25}-1)\mathrm{e}^{-5t}, & t>5;\end{cases}$

(2)

Z	0	1
p	$\dfrac{24+\mathrm{e}^{-25}}{25}$	$\dfrac{1-\mathrm{e}^{-25}}{25}$

29. (1) $f_{Z_1}(z)=\begin{cases}\dfrac{2(z-a)}{(b-a)^2}, & a<z<b,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

(2) $f_{Z_2}(z)=\begin{cases}\dfrac{2(b-z)}{(b-a)^2}, & a<z<b,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

(3) $f_{Z_1,Z_2}(z_1,z_2)=\begin{cases}\dfrac{2}{(b-a)^2}, & a\leqslant z_2<z_1\leqslant b,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

(4) $f_R(r)=\begin{cases}\dfrac{2(b-a-r)}{(b-a)^2}, & 0<r<b-a,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

30. 略.

31. (1)

Z	0	1	2	3	4	5
p	0	0.06	0.19	0.35	0.28	0.12

(2)

U	0	1	2	3
p	0	0.15	0.46	0.39

(3)

V	0	1	2
p	0.28	0.47	0.25

32. 当 $Z=0$ 时，X 的条件分布为单点分布：$P\{X=0\mid Z=0\}=1$；当 $Z=n>0$ 时，X 的条件分布为二项分布 $B\left(n,\dfrac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}\right)$.

33. (1) $P\{Z=n\}=(n+1)p^2q^n, n=0,1,2,\cdots$;

(2) 对给定的 $n=0,1,2,\cdots, P\{X=k\mid Z=n\}=\dfrac{1}{n+1}, k=0,1,2,\cdots n$;

(3) $P\{W=n\}=pq^n(2-q^n-q^{n+1}), n=0,1,2,\cdots$;

(4) $P\{V=n\}=(1+q)pq^{2n}, n=0,1,2,\cdots$.

34. $$F_z(z)=\begin{cases}0, & z<0,\\ 0.6(1-e^{-\frac{z}{2}}), & 0\leqslant z<1,\\ 1-0.6e^{-\frac{z}{2}}-0.4e^{-\frac{z-1}{2}}, & z\geqslant 1.\end{cases}$$

35. $$f(s)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}(\ln 2-\ln s), & 0<s<2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

习题 4 参考答案

1. 1.　**2.** $\frac{1}{p}$.　**3.** $\frac{1}{\lambda}$.　**4.** 0.　**5.** $\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma$.

6. $\frac{3}{2}a$.　**7.** 略.　**8.** 0.　**9.** (1) $\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma$；　(2) 1.

10. $\frac{3}{4}ma^2$.　**11.** $300\mathrm{e}^{-1/4}-200$.

12. (1) 0.2,0.3,0.1；　(2) 5；　(3) 1.

13. $\frac{11}{9},\frac{5}{9},\frac{2}{3},\frac{13}{6}$.　**14.** $\frac{a}{3}$.　**15.** $\frac{2}{3}R$.　**16.** 1.

17. (1) $\frac{3}{2},\frac{4}{3}$；　(2) $\frac{1}{2}$.

18. (1) $\frac{572}{1\ 001}$；　(2) $\frac{1-p}{p^2}$；　(3) $\frac{1}{\lambda^2}$；　(4) 2；　(5) $\left(2-\frac{\pi}{2}\right)\sigma^2$；

(6) $\frac{3}{4}a^2$.

19. $\frac{1}{2}$.　**20.** $\frac{a^2}{18}$.　**21.** $\frac{R^2}{18}$.　**22.** $\frac{1}{18},\frac{1}{6}$.　**23.** 略.

24. $2\sigma^2$.　**25.** 0,0.　**26.** $-\frac{1}{144},-\frac{1}{11},\frac{59}{144}$.　**27.** 略.

28. 略.　**29.** (1) 1,3；　(2) $\frac{7}{2}$.　**30.** 略.　**31.** 略

32. 7.　**33.** 1.

34. (2) 提示：令 $X=a_1+(a_2-a_1)Z$，则 $Z\sim B(1,p_1)$，利用(1)的结论.

***35.** $\mu_2+\frac{\rho\sigma_2}{\sigma_1}(x-\mu_1),(1-\rho^2)\sigma_2^2$.

***36.** $\frac{(a+b)\lambda}{2},\frac{(a^2+b^2+ab)\lambda}{3}$.

习题 5 参考答案

1. $\frac{8}{9}$.　**2.** 0.948 7.　**3.** $\geqslant 0.75$.　**4.** 略.　**5.** 略

6. 略.　**7.** 略.　**8.** 0.348 3.　**9.** 0.823 0.　**10.** 73.

11. $N\left(\mu,\frac{\sigma^2}{n}\right)$.　**12.** （1）0.987 4；（2）0.　**13.** 14.

14. 0.012 9.

习题 6 参考答案

1. $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=(2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}$.

2. $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\begin{cases}\dfrac{1}{(b-a)^n}, & a\leqslant x_1,x_2,\cdots,x_n\leqslant b,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

3. $f(x_1,x_2,x_3)=\begin{cases}216x_1x_2x_3(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3), & 0<x_1,x_2,x_3<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

4. $P\{X_1=x_1,X_2=x_2,\cdots,X_n=x_n\}=\dfrac{\lambda^{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}}{\prod\limits_{i=1}^{n}(x_i!)}\mathrm{e}^{-n\lambda}$,其中 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 都在集合$\{0,1,2,\cdots\}$中取值.

5.

损坏件数 k	0	1	2	3	4
损坏 k 件的频率	$\frac{6}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{20}$

$$F_{20}(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{6}{20}, & 0\leqslant x<1,\\ \dfrac{13}{20}, & 1\leqslant x<2,\\ \dfrac{16}{20}, & 2\leqslant x<3,\\ \dfrac{18}{20}, & 3\leqslant x<4,\\ 1, & x\geqslant 4.\end{cases}$$

6. 略.

7. 3.39, 2.967 7, 1.722 7, 2.670 9, 14.163.

8. (1) $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{l}x_k^*m_k$, $S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{k=1}^{l}(x_k^*-\overline{X})^2m_k$;

(2) 4, 18.983, 4.357.

9. （1）略.（2）$E(\overline{Y})=\dfrac{\mu-a}{c}$，　$E(S_Y^2)=\dfrac{\sigma^2}{c^2}$；　　**10.** 0.682 6.

11. （1）$mp,\dfrac{mp(1-p)}{n},mp(1-p)$；　（2）$\lambda,\dfrac{\lambda}{n},\lambda$；

（3）$\dfrac{a+b}{2},\dfrac{(b-a)^2}{12n},\dfrac{(b-a)^2}{12}$；　（4）$\dfrac{1}{\lambda},\dfrac{1}{n\lambda^2},\dfrac{1}{\lambda^2}$；　（5）$\mu,\dfrac{\sigma^2}{n},\sigma^2$.

12. 略.　　**13.** 略.

14. $(-4,-2.1,-2.1,-0.1,-0.1,0,0,1.2,1.2,2.01,2.22,3.2,3.21)$，1.2，7.21.

15. $P\left\{\overline{X}=\dfrac{k}{n}\right\}=\dfrac{(n\lambda)^k}{k!}\mathrm{e}^{-n\lambda},k=0,1,2,\cdots$.　　**16.** $\Gamma(na,n\lambda)$.

17. $\chi^2(n)$.　　**18.** $\chi^2(2)$.　　**19.** （1）0.950；（2）$\dfrac{2}{9}\sigma^4$.

20. （1）$f_{Y_1}(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}y^{-\frac{1}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{y}{2\sigma^2}}, & y>0,\\ 0, & y\leqslant 0;\end{cases}$

（2）$f_{Y_2}(y)=\begin{cases}\dfrac{n^{\frac{n}{2}}}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)\sigma^n}y^{\frac{n}{2}-1}\mathrm{e}^{-\frac{ny}{2\sigma^2}}, & y>0,\\ 0, & y\leqslant 0.\end{cases}$

21. 略.　　**22.** （1）$t(m)$；（2）$F(n,m)$.　　**23.** $t(n-1)$.

24. 略.　　**25.** 略.

26. $F(1,1)$，提示：先证明$(X_1+X_2)^2$与$(X_1-X_2)^2$相互独立.　　**27.** 略.

习题 7 参考答案

1. （1）$\hat{\lambda}=\dfrac{1}{\overline{X}}$；（2）$\hat{\theta}=\dfrac{\overline{X}}{1-\overline{X}}$；（3）$\hat{\beta}=\dfrac{k}{\overline{X}}$；

（4）$\hat{\theta}=\sqrt{B_2}$，$\hat{a}=\overline{X}-\sqrt{B_2}$；（5）$\hat{p}=\dfrac{\overline{X}}{m}$.

2. （1）$\hat{\lambda}=\dfrac{1}{\overline{X}}$；（2）$\hat{\theta}=-\dfrac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n}\ln X_i}$；

（3）$\hat{\beta}=\dfrac{k}{\overline{X}}$；（4）$\hat{\theta}=\overline{X}-X_{(1)}$，$\hat{a}=X_{(1)}$；（5）$\hat{p}=\dfrac{\overline{X}}{m}$.

3. $\hat{p}=\dfrac{1}{\overline{X}}$.　　**4.** $\hat{\mu}=74.002$，$\hat{\sigma}^2=0.000\ 006$，$s^2=0.000\ 007$.

5. $\hat{a}=10.095$，$\hat{b}=12.304\ 5$，$\hat{a}_L=10.3$，$\hat{b}_L=12.2$.

6. （1）$\hat{\beta}=\dfrac{\overline{X}}{\overline{X}-1}$；（2）$\hat{a}=\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$.　　**7.** $\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{5}{16}$.

8. $\hat{\mu}_1$ 最有效；　　**9.** $\dfrac{1}{2(n-1)}$.　　**10.** 略.

11. （1）略.（2）$\overline{X}-nS^2$（不唯一）.　　**12.** 略　　**13.** 略.

14. （1）（0.000 6，0.001 5），（681.587 3，1 792.316 6）（提示：利用习题 6 第 25 题的结论）；

（2）747.680 4，1 585.031 0.

15. （0.475 9，0.661 9）.

16. $\left(\overline{X}+\dfrac{u_{\alpha/2}}{2n}\left(u_{\alpha/2}-\sqrt{4n\overline{X}+u_{\alpha/2}^2}\right),\overline{X}+\dfrac{u_{\alpha/2}}{2n}\left(u_{\alpha/2}+\sqrt{4n\overline{X}+u_{\alpha/2}^2}\right)\right)$.

17. $n\geqslant\dfrac{4\sigma^2}{L^2}u_{\alpha/2}^2$.

18. （1）（21.137，21.663）；（2）（20.335 5，22.464 5）；

（3）22.217 3，20.582 7.

19. （1）（0.024 2，0.282 9）；（2）（0.027 1，0.419 1）.

20. （5.962 9，15.827 7），6.322 9.

21. (0.946 2, 6.666 7), $D\left(\frac{X^2}{\sigma^3}\right)=\frac{2}{\sigma^2}$, $D\left(\frac{X^2}{\sigma^3}\right)$的置信区间为(0.300 0, 2.113 7).

22. $\left(\bar{X}-\bar{Y}-u_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}},\ \bar{X}-\bar{Y}+u_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$, $\bar{X}-\bar{Y}+u_{\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$, $\bar{X}-\bar{Y}-u_{\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$.

23. (−0.002 0,0.006 1).　　**24.** (0.029 9, 0.050 1).

25. $$\left[\frac{\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\mu_1)^2}{F_{\alpha/2}(n_1,n_2)\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(Y_i-\mu_2)^2},\frac{\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\mu_1)^2}{F_{1-\alpha/2}(n_1,n_2)\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(Y_i-\mu_2)^2}\right],$$

$$\frac{\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\mu_1)^2}{F_{\alpha}(n_1,n_2)\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(Y_i-\mu_2)^2},\frac{\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\mu_1)^2}{F_{1-\alpha}(n_1,n_2)\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_2}(Y_i-\mu_2)^2}.$$

26. (0.221 7,3.600 8), 0.281 0, 2.841 3.　　**27.** 136.

习题 8 参考答案

1. $\alpha=0.0228$, $\beta=0.0228$.
2. $\alpha=0.05$ 时不能, $\alpha=0.01$ 时可以.
3. 有显著空化.
4. 可以.
5. 不正常.
6. 不相等.
7. 无显著差异.
8. 无显著区别.
9. 无显著差异.
10. 服从同一分布.
11. 不合格.
12. 超过.
13. 显著地偏大.
14. 拒绝 H_0.
15. 甲不比乙高.
16. 有显著影响.
17. 甲比乙显著地大.
18. 无显著影响.
19. 超过 1 500 h.
20. 该药有效.
21. 接受 H_0.
22. 服从泊松分布.
23. 接受 H_0.
24. 不服从正态分布.

习题 9 参考答案

1. 有显著差异.　　**2.** 无显著差异.

3. （1）有显著差异；（2）133.733 3，144.583 3，144.466 7，53.283 7.

4. （1）有显著差异；（2）(25.394 2，31.805 8)，
(28.169 2，34.579)，(4.619 2，11.029)，(15.869 2，22.280 8)，
(24.594 2，31.005 8)，(16.239 7，25.310 3)，(−13.260 3，−4.189 7).

5. 都有显著影响.

6. 各张之间有显著差别，每张不同部位之间无显著差别.

7. 不同浓度下有显著差异，不同温度下无显著差异，交互作用的效应不显著.

8. 收缩率有显著影响，总拉伸倍数无显著影响，两者有显著交互作用.

习题 10 参考答案

1. $\hat{b}=\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} x_i^2$.

2. 略.

3. $\hat{a}=67.5088$, $\hat{b}=0.8706$, $\hat{\sigma}^2=0.9612$.

4. (1) 略；(2) $\hat{y}=13.9572+12.5514x$； (3) 显著； (4) 0.9988；

(5) (11.8315, 13.2713).

5. (1) $\hat{y}=9.1225+0.2230x$； (2) 显著；

(3) 18.4885, (17.3118, 19.6652).

6. (1) $\hat{y}=210.4444-1.5778x$； (2) 显著；

(3) (136.9011, 283.9877)， (−2.6089, −0.5467)， (55.6928, 215.2414)；

(4) 价格每下降 1 角，平均销量增加 1.5778 kg.

7. (1) $\hat{y}=-17.3575+0.2219x$； (2) 显著；

(3) 进食量每增加 1 g，平均体重增加 0.2219 g.

8. $\hat{a}=0.0090$, $\hat{b}=0.0005$, $\dfrac{1}{\hat{y}}=0.0090+\dfrac{0.0005}{x}$.

9. $\hat{y}=20.7783+19.5915\ln x$.

10. $\hat{y}=0.1662e^{5.2892x}$.

11. (1) $\hat{b}_0=51.7665$, $\hat{b}_1=1.5207$, $\hat{b}_2=0.6629$,

$\hat{y}=51.7665+1.5207x_1+0.6629x_2$； (2) 显著；

(3) 不显著； (4) 98.5978, (92.9733, 104.2223).

12. (1) 略；

(2) $\hat{b}_0=19.2863$, $\hat{b}_1=1.0076$, $\hat{b}_2=-0.0209$,

$\hat{y}=19.2863+1.0076x-0.0209x^2$；

(3) 不显著.

习题 11 参考答案

1. （1）$F_0(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ 1, & x\geqslant 0,\end{cases}$ $\qquad F_{-1}(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ p, & -1\leqslant x<0,\\ 1, & x\geqslant 0,\end{cases}$

$$F_1(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ 1-p, & 0\leqslant x<1,\\ 1, & x\geqslant 1;\end{cases}$$

（2）$F_{0,1}(x_1,x_2)=\begin{cases}0, & (x_1<0)\text{或}(x_2<0),\\ 1-p, & (x_1\geqslant 0,0\leqslant x_2<1),\\ 1, & (x_1\geqslant 0,x_2\geqslant 1),\end{cases}$

$F_{-1,1}(x_1,x_2)=$

$$\begin{cases}0, & (x_1<-1)\text{或}(x_2<0)\text{或}(-1\leqslant x_1<0,0\leqslant x_2<1),\\ 1-p, & (x_1\geqslant 0,0\leqslant x_2<1),\\ p, & (-1\leqslant x_1<0,x_2\geqslant 1),\\ 1, & (x_1\geqslant 0,x_2\geqslant 1).\end{cases}$$

2. 当 $t<0$ 时 $F_t(x)=\begin{cases}0, & x<t,\\ 1-\dfrac{x}{t}, & t\leqslant x<0,\\ 1, & x\geqslant 0,\end{cases}$

当 $t>0$ 时，$F_t(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{x}{t}, & 0\leqslant x<t,\\ 1, & x\geqslant t,\end{cases}$

当 $t=0$ 时，$F_0(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ 1, & x\geqslant 0.\end{cases}$

3. （1）$F_{\frac{1}{2}}(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{1}{2}, & 0\leqslant x<1,\\ 1, & x\geqslant 1,\end{cases}$ $\qquad F_1(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ \dfrac{1}{2}, & -1\leqslant x<2,\\ 1, & x\geqslant 2;\end{cases}$

（2）$\begin{bmatrix}(\cos(\pi t_1),(\cos(\pi t_2),\cdots,\cos(\pi t_n)) & (2t_1,2t_2,\cdots,2t_n)\\ \dfrac{1}{2} & \dfrac{1}{2}\end{bmatrix}.$

4. $f_n(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi n\sigma^2}}\exp\left\{-\dfrac{x^2}{2n\sigma^2}\right\},\quad(-\infty<x<+\infty).$

5. (1) $P\{Y(n)=k\}=\dfrac{(n\lambda)^k}{k!}\mathrm{e}^{-n\lambda},k=0,1,2\cdots;$

(2) $n_1<n_2$ 时,$P\{Y(n_1)=k,Y(n_2)=m\}=\dfrac{\lambda^m}{k!\ (m-k)!}n_1^k(n_2-n_1)^{m-k}\mathrm{e}^{-n_2\lambda},$

$$k=0,1,2,\cdots,m,m=0,1,2,\cdots.$$

6. $f_t(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi(1+t^2)}}\exp\left\{-\dfrac{x^2}{2(1+t^2)}\right\},(-\infty<x<+\infty),$

$f_{t_1,t_2}(x_1,x_2)=\dfrac{1}{2\pi\,|t_2-t_1|}\exp\left\{-\dfrac{1}{2(t_2-t_1)^2}[(1+t_2^2)x_1^2-2(1+t_1t_2)x_1x_2+(1+t_1^2)x_2^2]\right\},(-\infty<x_1,x_2<+\infty).$

7. $F_t(x)=F(x),(-\infty<x<+\infty),F_{t_1,t_2,\cdots,t_n}(x_1,x_2,\cdots,x_n)=F(\min\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}),(-\infty<x_1,x_2,\cdots,x_n<+\infty).$

8. $m_Y(t)=F_t(a),R_Y(t_1,t_2)=F_{t_1,t_2}(a,a).$

9. $m_X(t)=\dfrac{1}{4}(\sin t+\cos t),R_X(t_1,t_2)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}\cos(t_2-t_1).$

10. (1) $m_X(t)=pt,R_X(t_1,t_2)=pt_1t_2,C_X(t_1,t_2)=p(1-p)t_1t_2,$

$\sigma_X^2(t)=p(1-p)t^2,\sigma_X(t)=\sqrt{p(1-p)}\,|t|;$

(2) $m_X(t)=\dfrac{1}{2}t,R_X(t_1,t_2)=\dfrac{1}{3}t_1t_2,C_X(t_1,t_2)=\dfrac{1}{12}t_1t_2,$

$\sigma_X^2(t)=\dfrac{1}{12}t^2,\sigma_X(t)=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}|t|;$

(3) $m_X(t)=t+\dfrac{1}{2}\cos\pi t,R_X(t_1,t_2)=2t_1t_2+\dfrac{1}{2}\cos\pi t_1\cos\pi t_2,$

$C_X(t_1,t_2)=\left(t_1-\dfrac{1}{2}\cos\pi t_1\right)\left(t_2-\dfrac{1}{2}\cos\pi t_2\right),$

$\sigma_X^2(t)=\left(t-\dfrac{1}{2}\cos\pi t\right)^2,\sigma_X(t)=\left|t-\dfrac{1}{2}\cos\pi t\right|;$

(4) $m_X(t)=0,R_X(t_1,t_2)=1+t_1t_2,C_X(t_1,t_2)=1+t_1t_2,$

$\sigma_X^2(t)=1+t^2,\sigma_X(t)=\sqrt{1+t^2}.$

11. (1) $m_Y(n)=0,C_Y(n_1,n_2)=\sigma^2\min\{n_1,n_2\};$

(2) $m_Y(n)=n\lambda, C_Y(n_1,n_2)=\lambda\min\{n_1,n_2\}$.

12. $m_Z(t)=\mu_1+\mu_2 t, C_Z(t_1,t_2)=\sigma_1^2+\rho\sigma_1\sigma_2(t_1+t_2)+\sigma_2^2 t_1 t_2$.

13. (1) $f_t(x)=\begin{cases}\dfrac{\lambda}{t}x^{\frac{\lambda}{t}-1}, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

(2) $m_X(t)=\dfrac{\lambda}{\lambda+t}$;　(3) $R_X(t_1,t_2)=\dfrac{\lambda}{\lambda+t_1+t_2}$.

14. (1) 略.

(2) $m_Y(t)=m_X(t)+\varphi(t), m_Z(t)=\varphi(t)m_X(t), C_Y(t_1,t_2)=C_X(t_1,t_2)$,

$C_Z(t_1,t_2)=\varphi(t_1)\varphi(t_2)C_X(t_1,t_2), C_{YZ}(t_1,t_2)=\varphi(t_2)C_X(t_1,t_2)$,

$C_{ZY}(t_1,t_2)=\varphi(t_1)C_X(t_1,t_2)$.

15. 略.

16. 略.

17. 略.

18. 略.

19. (1) 略;

(2) $m_X(t)=\mu(\cos\omega t+\sin\omega t), C_X(t_1,t_2)=\sigma^2\cos\omega t(t_2-t_1)$.

20. 略.

21. 略.

22. 0.831 2.

23. 略.

24. $f(s_1,s_2)=\begin{cases}\lambda^2 e^{-\lambda s_2}, & s_2>s_1>0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

25. $m_Y(t)=\mu\lambda t, \sigma_Y^2(t)=(\mu^2+\sigma^2)\lambda t$.

26. 略.

27. 当 $0\leqslant t_1<t_2<\cdots<t_n, 0\leqslant k_1\leqslant k_2\leqslant\cdots\leqslant k_n$ 时,

$$P\{N(t_1)=k_1,N(t_2)=k_2,\cdots,N(t_n)=k_n\}$$
$$=\frac{t_1^{k_1}(t_2-t_1)^{k_2-k_1}\cdots(t_n-t_{n-1})^{k_n-k_{n-1}}\cdot\lambda^{k_n}}{k_1!\ (k_2-k_1)!\ \cdots(k_n-k_{n-1})!}e^{-\lambda t_n}$$

28. 略.

29. 略.

30. (1) $c_X(s,t)=\sigma^2\min\{s,t\}$;

(2) $C_X(s,t)=\sigma^2\min\{s,t\}$;

(3) $C_X(s,t)=st+\sigma^2\min\{s,t\}$.

习题 12 参考答案

1. （1）是、是；（2）是、否；（3）是、否. **2.** 是.

3. （1）是；（2）否. **4.** 略.

5. （1）$m_Y=am_X+b, R_Y(\tau)=a^2R_X(\tau)+2abm_X+b^2$；

（2）$m_Y=am_X+b, R_Y(\tau)=(a^2+\sigma_1^2)R_X(\tau)+2(ab+\rho\sigma_1\sigma_2)m_X+b^2+\sigma_2^2$；

（3）$m_Y=0, R_Y(\tau)=2R_X(\tau)-R_X(\tau+a)-R_X(\tau-a)$.

6. 略.

7. $m_X=\dfrac{1}{l}\displaystyle\int_0^l h(x)\,\mathrm{d}x, R_X(\tau)=\dfrac{1}{l}\displaystyle\int_0^l h(x)h(x+\tau)\,\mathrm{d}x$.

8. 略.

9. 略.

10. $R_{XY}(m)=\begin{cases}\sigma^2 a_m, & 0\leqslant m\leqslant N,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$

$R_{XY}(m)=\begin{cases}\sigma^2 a_{-m}, & -N\leqslant m\leqslant 0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

11. （1）$R_{XY}(\tau)=aR_X(\tau-\tau_1)+R_{XN}(\tau)$；（2）$R_{XY}(\tau)=aR_X(\tau-\tau_1)$.

12. 略；

13. $S_X(\omega)=(\mu^2+\sigma^2)2\pi\delta(\omega)$.

14. （1）$S_X(\omega)=4\left[\dfrac{1}{1+(\omega-\pi)^2}+\dfrac{1}{1+(\omega+\pi)^2}\right]+\pi[\delta(\omega-3\pi)+\delta(\omega+3\pi)]$；

（2）$S_X(\omega)=\dfrac{12}{9+\omega^2}+6\left[\dfrac{1}{9+(\omega-4)^2}+\dfrac{1}{9+(\omega+4)^2}\right]$；

（3）$S_X(\omega)=\dfrac{2}{5\omega^2}\sin^2 5\omega$；（4）$S_X(\omega)=\dfrac{4a^3b}{(a^2+\omega^2)^2}$；

（5）$S_X(\omega)=\dfrac{a\sigma^2\omega}{b}\left[\dfrac{1}{a^2+(\omega-b)^2}-\dfrac{1}{a^2+(\omega+b)^2}\right]$.

15. （1）略. （2）$S_X(\omega)=4\pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$.

16. （1）略.

（2）$R_X(\tau)=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-|\tau|}, S_X(\omega)=\dfrac{1}{1+\omega^2}$.

17. （1）$S_Y(\omega)=a^2S_X(\omega)+2\pi(2abm_X+b^2)\delta(\omega)$；

（2）$S_Y(\omega)=(a^2+\sigma_1^2)S_X(\omega)+2\pi[2(ab+\rho\sigma_1\sigma_2)m_X+b^2+\sigma_2^2]\delta(\omega)$；

（3）$S_Y(\omega)=2(1-\cos a\omega)S_X(\omega)$.

18. (1) $R_X(\tau)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi\tau}\sin a\tau, & \tau\neq 0,\\ \dfrac{a}{\pi}, & \tau=0;\end{cases}$

(2) $R_X(\tau)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi\tau^3}(\sin a\tau-a\tau\cos a\tau), & \tau\neq 0,\\ \dfrac{2a^3}{4\pi}, & \tau=0;\end{cases}$

(3) $R_X(\tau)=\begin{cases}\dfrac{4}{\pi}\left(1+\dfrac{1}{\tau^2}\sin^2\dfrac{a\tau}{2}\right), & \tau\neq 0,\\ \dfrac{4+a^2}{\pi}, & \tau=0;\end{cases}$

(4) $R_X(\tau)=\dfrac{\sqrt{2}}{4}e^{-\sqrt{2}|\tau|}-\dfrac{\sqrt{3}}{6}e^{-\sqrt{3}|\tau|}$;

(5) $R_X(\tau)=e^{-|\tau|}-\dfrac{1}{4}e^{-2|\tau|}+4\delta(\tau)$;

(6) $R_X(\tau)=\begin{cases}\dfrac{\sigma^2\sin a\tau}{\pi\tau}(2\cos a\tau-1), & \tau\neq 0,\\ \dfrac{a\sigma^2}{\pi}, & \tau=0.\end{cases}$

19. $R_Y(0)=(1+\theta^2)\sigma^2, R_Y(\pm 1)=-\theta\sigma^2, R_Y(m)=0, m=\pm 2,\pm 3,\cdots$,

$S_Y(\omega)=\sigma^2(1+\theta^2-2\theta\cos\omega), -\pi\leqslant\omega\leqslant\pi$.

20. $R_X(0)=(1+a_1^2+a_2^2)\sigma^2, R_X(\pm 1)=a_1(a_2-1)\sigma^2, R_X(\pm 2)=-a_2\sigma^2$,

$R_X(m)=0, m=\pm 3,\pm 4,\cdots$.

21. 略.

22. $S_X(\omega)=\dfrac{(a^2+\sigma_1^2)\pi}{2}[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$,

$S_Y(\omega)=\dfrac{(b^2+\sigma_2^2)\pi}{2}[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$,

$S_{XY}(\omega)=-S_{YX}(\omega)=\dfrac{ab\pi i}{2}[\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)]$.

23. 略.

24. 略.

25. (1) $R_Z(\tau)=R_X(\tau)+R_Y(\tau)+2m_Xm_Y$,

$S_Z(\omega)=S_X(\omega)+S_Y(\omega)+4\pi m_X m_Y \delta(\omega)$；

（2）$R_{XY}(\tau)=m_X m_Y, R_{XZ}(\tau)=R_X(\tau)+m_X m_Y$；

（3）$S_{XY}(\omega)=2\pi m_X m_Y \delta(\omega), S_{XZ}(\omega)=S_X(\omega)+2\pi m_X m_Y \delta(\omega)$.

26. （1）是；（2）是；（3）是；（4）是；（5）是.

27. 略. **28.** 是，否. **29.** 略.

30. （1）$m_Z=0, \sigma_Z^2=260, R_Z(\tau)=26(9+\mathrm{e}^{-3\tau^2})\mathrm{e}^{-2|\tau|}\cos \omega_0\tau$；

（2）是，否，是.