

# 西安交通大学考试题 (B)

成绩

课 程 数学物理方程

学 院 考试日期 2019 年 5 月 11 日

专业班号

姓 名 学 号 期末

一. 判断题 (每小题 5 分)。请将正确答案填在下表中

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

1、贝塞尔函数  $J_4(x)$  有无穷多正零点,  $x=0$  也是零点。

A、正确; B、错误。

2、方程  $xu_{tt} + xtu_{xxx} = 1$  是 3 阶线性齐次方程。

A、正确; B、错误。

3、方程  $u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + f(x)$ ,  $(x, y, z) \in \Omega \subset R^3, t > 0$  不能描述声波, 因为  $f(x)$  与  $t$  无关。

A、正确; B、错误。

4、2 维拉普拉斯方程的基本解是  $\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r_{P_0P}}$ 。

A、正确; B、错误。

5、当  $f(x)$  与  $g(x)$  有 2 阶连续导数时, 函数  $u(x, t) = f(x + at) + g(x - at)$  是方程  $u_{tt} = a^2 u_{xx}, 0 < x < l, t > 0$  的解。

A、正确; B、错误。

6、特征值问题  $\begin{cases} X'' + \lambda X = 0, 0 < x < l \\ X'(0) = X'(L) = 0 \end{cases}$  的特征函数为  $X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{4}x\right)$

A 正确; B、错误。

- 7、细杆热传导方程边界条件  $u(0, t) = 0$  表示左端无热量流入。  
A、正确；B、错误。
- 8、第 2 类  $n$  阶贝塞尔函数也是  $n$  阶贝塞尔方程特征值问题的解。  
A、正确；B、错误。
- 9、一阶线性偏微分方程是拟线性一阶偏微分方程的特例。  
A、正确；B、错误。
- 10、 $\Gamma(-1/2)$  的值为  $2\sqrt{\pi}$ 。  
A、正确；B、错误。
- 11、方程  $3u_t + u_x = x + t$ ,  $-\infty < x < +\infty$ ,  $t > 0$  的特征方程是  $3\frac{dx}{dt} - 1 = 0$ 。  
A、正确；B、错误。
- 12、 $y = cJ_2(x) + dJ_{-2}(x)$  不是方程  $x^2 y'' + xy' + (x^2 - 4)y = 0$  的通解，这里  $c, d$  是任意常数。  
A、正确；B、错误。

二（10 分）求解下列定解问题。

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx}, & 0 < x < l, t > 0 \\ u|_{x=0} = 0, u_x|_{x=l} = 0 \\ u|_{t=0} = \sin \frac{3\pi}{2l} x \end{cases}$$

三、(10 分) 求解单位圆盘上热传导方程的定解问题

$$\begin{cases} u_t = u_{\rho\rho} + \frac{1}{\rho} u_{\rho}, & 0 \leq \rho < 1, t > 0 \\ u|_{\rho=1} = 0, & t \geq 0 \\ u|_{t=0} = \varphi(\rho) \end{cases}$$

四（10 分）求解下列柯西问题。

$$\begin{cases} u_t - u_x + u = 0, & -\infty < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x^3 \end{cases}$$

五、(10 分) 用格林函数法求解下列定解问题。

$$\begin{cases} -\Delta u = f(x, y), & y > 0, -\infty < x < \infty \\ u(x, 0) = \varphi(x) \end{cases}$$

