西安交通大学考试题

课 程 数学物理方程(A卷)

成

 学 院 _____

 专业班号 _____
 考 试 日 期 2020 年 1 月 7 日

名 ________ 座位号____ 学 号_______ 期末

题号	_	 111	四	五.	六	七	八
得分							

一. 判断题(每题3分,正确答案填在下表中)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- 1. 方程 $u_{tt} u_{xx} = f(x,t)$ 表示弦在外力作用下做微小横振动时的振动方 程(答案 A.对, B.错)
- 2. 贝塞尔函数 $J_{-2}(x)$ 是偶函数(答案 A.对,B.错)
- 3. 边界条件 $u_x|_{x=l}=0$ 表示弦右端没有受到外力作用(答案 A.对,B.错)
- 4. 特征值问题 $\begin{cases} X'' + \lambda X = 0, & 0 < x < 1 \\ X(0) = 0, X'(1) = 0 \end{cases}$ 的特征值与特征函数分别为

$$\lambda_n = \left(\frac{2n+1}{2}\right)^2$$
, $X_n = \cos\sqrt{\lambda_n}x$, $n = 0, 1, 2, ...$ (答案 A.对, B.错)

- 5、 $u = e^{x+t} \cos^{10}(x+t) + (x-t)^2 \sin(x-t)$ 是方程 $u_{tt} u_{xx} = 0$ 的解 (答案 A.对, B.错)。
- 6、若要将弦的边界条件 $u|_{x=0}=t, u_x|_{x=l}=\sin t$ 齐次化,则变换u=v+w中的辅助函数可选择为 $w = \frac{x^2}{2t} \sin t + t$
- 7、方程 $\cos x \cdot u_{xxx} + u_x u_y + 3u = 1$ 是 3 阶线性非齐次方程(答案 A.对, B.错)
- 8、x = 0 是 $J_{-1}(x)$ 的零点(答案 A.对,B.错)
- 9、贝塞尔函数的导函数 $J_2^{\ \prime}(x)$ 有无穷多个正零点(答案 A.对,B.错)

- **10**、在用来描述具体物体在稳恒状态下温度分布时,方程 $\Delta u = f(x, y, z)$ 的解与初始温度分布有关(答案 **A.**对,**B.**错)
- 二. (每题 5 分,共 10 分) 求解下列各题
 - 1、写出方程 $x^2y'' + xy' + (2x^2 1)y = 0$ 的通解
 - 2、求解下列柯西问题

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u|_{t=0} = x^2, \quad u_t|_{t=0} = \sin x \end{cases}$$

三 (每题 5 分,共 10 分) 求解下列各题

1、计算积分
$$I = \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx$$

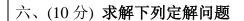
2、将函数 $f(x) = x, x \in [0 \ 1]$ 按贝塞尔函数系 $J_1(\mu_m^{(1)}x)$ (m = 1, 2, ...,)展成贝塞尔级数。

四. (10分) 用格林函数法求解下列定解问题

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & -\infty < x < +\infty, \quad y > 0 \\ \\ u|_{y=0} = \varphi(x), & -\infty < x < +\infty \end{cases}$$

五、(10分) 求解下列定解问题

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx}, & 0 < x < 1 \quad t > 0 \\ u|_{x=0} = 0, & u|_{x=1} = 0, \quad t \ge 0 \\ u|_{t=0} = \varphi(x) & , \quad 0 \le x \le 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx} + \cos 2\pi x, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u_x \mid_{x=0} = 0, & u_x \mid_{x=1} = 0, \quad t \ge 0 \\ u \mid_{t=0} = 0 & u_t \mid_{t=0} = \psi(x), \quad 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

七. (10分) 求解圆形区域上的定解问题

$$\begin{cases} u_{t} = u_{\rho\rho} + \frac{1}{\rho} u_{\rho} + \frac{1}{\rho^{2}} u_{\theta\theta}, & 0 \le \theta < 2\pi, \quad 0 < \rho < 1, t > 0 \\ u|_{\rho=1} = 0, & 0 \le \theta \le 2\pi, t > 0 \\ u|_{t=0} = 1, & \end{cases}$$

