2024 学年秋季学期 数值分析回忆版

计试 2101 匿名人士 csy

一、填空题 (每小题 3 分，共 60 分) .

1.$x^* = 0.321456$, x 近似等于 0.321, 有 ___ 位有效数字。在 F(10,4,-10,10) 下，浮点数表示为 ___ ，绝对误差界为 ___ 。

2.n 个互不相同点，$(x_i, f(x_i)), i = 1, 2, ...n, n > 3$, 则 $L_{n-1}(x) =$ ___ ,$l_1(x_n)l_n(x_1) =$ ___ ，$\sum_{i=1}^{n}(2024x_i^2 + 2023x_i + 1)l_i(x) =$ ___

3.$A = \begin{pmatrix} 2024 & 1 \\ 3 & 2023 \end{pmatrix}$，则 $|A_1| =$ ___ ,$|A_\infty| =$ ___ ，$cond(A)$ 的计算公式是 ___

4.$f(x) = 20x^5 + 24x^4 + 6x^3 + 27$，$f[0] =$ ___ ，$f[-1, 0] =$ ___ ，$f[-2, -1, 0, 1, 2, 3] =$ ___ ，$f[-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3] =$ ___

5.$[a, b]$ 上取 $n + 1$ 个点，则此数值积分公式的最高代数精度为 ___ ，此公式称为 ___ 型求积公式。

6.$Ax = b, x^{k+1} = Bx^k + g$, 如果对 $\forall x^0$, 上式收敛的充要条件是 ___

7.$f(x) = 0$ 的牛顿迭代格式是 ___ ，收敛速度为 ___ 阶，二分法的收敛速度为 ___ 阶。

8. 对 $y'(x) = f(x, y(x)), a \le x \le b, y(a) = y_0$, 则 Euler 公式为 ___ 。梯形公式为 ___ ，是 ___ 阶公式。(本题 6 分)

二、解答题 (共 40 分)

1.$S(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$, 构造一个算法使运算次数尽可能少。

2.$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & 11 \\ 3 & 8 & 5 & 13 \\ 2 & 8 & 7 & 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 13 \\ 12 \end{pmatrix}$ 求 LU 分解，并解方程。

3.$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 2 & -10 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix}$ 求其 $Jacobi$ 迭代格式和 $Gauss - Seidel$ 迭代格式，对 $x = (0, 0, 0)^T$, 是否收敛?

4.$f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = -1, f'(0) = 2$，求其插值多项式，并写出余项。

5.$\int_0^h f(x)dx = A_0 f(0) + A_1 f(h) + A_2 f'(0)$，若希望得到尽可能高的代数精度，求 A_0, A_1, A_2，并给出截断误差的估计式。

6.$x^3 + 2x^2 + 1 = 0$ 在 [-3,-2] 上有根 x^*，讨论 $x_{k+1} = \sqrt[3]{-2x_k^2 - 1}$ 的收敛性。若不收敛，改进为收敛的迭代格式。