习题 12 参考答案

1. （1）是、是；（2）是、否；（3）是、否.　　**2.** 是.

3. （1）是；（2）否.　　**4.** 略.

5. （1）$m_Y=am_X+b, R_Y(\tau)=a^2R_X(\tau)+2abm_X+b^2$；

（2）$m_Y=am_X+b, R_Y(\tau)=(a^2+\sigma_1^2)R_X(\tau)+2(ab+\rho\sigma_1\sigma_2)m_X+b^2+\sigma_2^2$；

（3）$m_Y=0, R_Y(\tau)=2R_X(\tau)-R_X(\tau+a)-R_X(\tau-a)$.

6. 略.

7. $m_X=\dfrac{1}{l}\int_0^l h(x)\,\mathrm{d}x, R_X(\tau)=\dfrac{1}{l}\int_0^l h(x)h(x+\tau)\,\mathrm{d}x$.

8. 略.

9. 略.

10. $R_{XY}(m)=\begin{cases}\sigma^2a_m, & 0\leqslant m\leqslant N,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$

$R_{XY}(m)=\begin{cases}\sigma^2a_{-m}, & -N\leqslant m\leqslant 0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

11. （1）$R_{XY}(\tau)=aR_X(\tau-\tau_1)+R_{XN}(\tau)$；　（2）$R_{XY}(\tau)=aR_X(\tau-\tau_1)$.

12. 略；

13. $S_X(\omega)=(\mu^2+\sigma^2)2\pi\delta(\omega)$.

14. （1）$S_X(\omega)=4\left[\dfrac{1}{1+(\omega-\pi)^2}+\dfrac{1}{1+(\omega+\pi)^2}\right]+\pi[\delta(\omega-3\pi)+\delta(\omega+3\pi)]$；

（2）$S_X(\omega)=\dfrac{12}{9+\omega^2}+6\left[\dfrac{1}{9+(\omega-4)^2}+\dfrac{1}{9+(\omega+4)^2}\right]$；

（3）$S_X(\omega)=\dfrac{2}{5\omega^2}\sin^2 5\omega$；　（4）$S_X(\omega)=\dfrac{4a^3b}{(a^2+\omega^2)^2}$；

（5）$S_X(\omega)=\dfrac{a\sigma^2\omega}{b}\left[\dfrac{1}{a^2+(\omega-b)^2}-\dfrac{1}{a^2+(\omega+b)^2}\right]$.

15. （1）略.　（2）$S_X(\omega)=4\pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$.

16. （1）略.

（2）$R_X(\tau)=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-|\tau|}, S_X(\omega)=\dfrac{1}{1+\omega^2}$.

17. （1）$S_Y(\omega)=a^2S_X(\omega)+2\pi(2abm_X+b^2)\delta(\omega)$；

（2）$S_Y(\omega)=(a^2+\sigma_1^2)S_X(\omega)+2\pi[2(ab+\rho\sigma_1\sigma_2)m_X+b^2+\sigma_2^2]\delta(\omega)$；

（3）$S_Y(\omega)=2(1-\cos a\omega)S_X(\omega)$.

18. (1) $R_X(\tau)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi\tau}\sin a\tau, & \tau\neq 0,\\ \dfrac{a}{\pi}, & \tau=0;\end{cases}$

(2) $R_X(\tau)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi\tau^3}(\sin a\tau-a\tau\cos a\tau), & \tau\neq 0,\\ \dfrac{2a^3}{4\pi}, & \tau=0;\end{cases}$

(3) $R_X(\tau)=\begin{cases}\dfrac{4}{\pi}\left(1+\dfrac{1}{\tau^2}\sin^2\dfrac{a\tau}{2}\right), & \tau\neq 0,\\ \dfrac{4+a^2}{\pi}, & \tau=0;\end{cases}$

(4) $R_X(\tau)=\dfrac{\sqrt{2}}{4}e^{-\sqrt{2}|\tau|}-\dfrac{\sqrt{3}}{6}e^{-\sqrt{3}|\tau|}$;

(5) $R_X(\tau)=e^{-|\tau|}-\dfrac{1}{4}e^{-2|\tau|}+4\delta(\tau)$;

(6) $R_X(\tau)=\begin{cases}\dfrac{\sigma^2\sin a\tau}{\pi\tau}(2\cos a\tau-1), & \tau\neq 0,\\ \dfrac{a\sigma^2}{\pi}, & \tau=0.\end{cases}$

19. $R_Y(0)=(1+\theta^2)\sigma^2, R_Y(\pm 1)=-\theta\sigma^2, R_Y(m)=0, m=\pm 2,\pm 3,\cdots,$

$S_Y(\omega)=\sigma^2(1+\theta^2-2\theta\cos\omega), -\pi\leqslant\omega\leqslant\pi.$

20. $R_X(0)=(1+a_1^2+a_2^2)\sigma^2, R_X(\pm 1)=a_1(a_2-1)\sigma^2, R_X(\pm 2)=-a_2\sigma^2,$

$R_X(m)=0, m=\pm 3,\pm 4,\cdots.$

21. 略.

22. $S_X(\omega)=\dfrac{(a^2+\sigma_1^2)\pi}{2}[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)],$

$S_Y(\omega)=\dfrac{(b^2+\sigma_2^2)\pi}{2}[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)],$

$S_{XY}(\omega)=-S_{YX}(\omega)=\dfrac{ab\pi\mathrm{i}}{2}[\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)].$

23. 略.

24. 略.

25. (1) $R_Z(\tau)=R_X(\tau)+R_Y(\tau)+2m_Xm_Y,$

$S_Z(\omega)=S_X(\omega)+S_Y(\omega)+4\pi m_X m_Y\delta(\omega)$；

（2）$R_{XY}(\tau)=m_X m_Y, R_{XZ}(\tau)=R_X(\tau)+m_X m_Y$；

（3）$S_{XY}(\omega)=2\pi m_X m_Y\delta(\omega), S_{XZ}(\omega)=S_X(\omega)+2\pi m_X m_Y\delta(\omega)$.

26.（1）是；（2）是；（3）是；（4）是；（5）是.

27. 略. **28.** 是，否. **29.** 略.

30.（1）$m_Z=0, \sigma_Z^2=260, R_Z(\tau)=26(9+\mathrm{e}^{-3\tau^2})\mathrm{e}^{-2|\tau|}\cos\omega_0\tau$；

（2）是，否，是.