

西安交通大学考试题

课 程 数学物理方程卷 B

学 院 _____

专业班号 _____

姓 名 _____

考 试 日 期 2018 年 9 月 日

学 号 _____ 期末

☒

成 绩	
--------	--

题 号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

一. 填空(每题 6 分,共 36 分)

1. 长为 L 的柔软细弦做微小自由横振动, 则弦振动方程为_____。又若弦的两端固定, 则边界条件为_____。

2. 说明贝塞尔函数 $J_n(x)$ 的奇偶性_____, 这里 n 为正整数。

3. 有一均匀材质球体, 其内部热源为 $f(x, y, z)$, 试写出其内部温度满足的方程_____。

4. 考虑特征值问题

$$\begin{cases} X'' + \lambda X = 0, & 0 < x < 1 \\ X(0) = 0, X'(1) = 0 \end{cases}$$

其特征值为_____, 特征函数为_____

5. 函数 $\Gamma(5+1/2) =$ _____。

6. 方程 $x^2 y'' + xy' + 2(x^2 - 2)y = 0$ 的通解 $y =$ _____

二. (10 分) 求解下列问题

$$\begin{cases} u_{tt} = 2u_{xx}, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u|_{t=0} = x^2 + 1, u_t|_{t=0} = e^x, & -\infty < x < \infty \end{cases}$$

三. (10 分) 求解下列柯西问题

$$\begin{cases} u_t - tu_x = 0, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u|_{t=0} = \varphi(x), & -\infty < x < \infty \end{cases}$$

四. (10 分) 求解平面区域 $\Omega = \{(x, y) | x < 0, y \in R\}$ 的格林函数。

五. (10 分) 将函数 $f(x) = 2$ 在区间 $[0, 2]$ 上按贝塞尔函数系 $J_0(\frac{\mu_m^{(0)}}{2}x)$ ($m=1, 2, \dots$) 展成贝塞尔级数。

六. (10 分) 求解下列定解问题

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0 \\ u|_{x=0} = 0, \quad u_x|_{x=l} = 0, & t \geq 0 \\ u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq l \end{cases}$$

七. (14 分) 求解下列定解问题

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + \sin \frac{\pi}{2} x, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u|_{x=0} = 0, \quad u_x|_{x=1} = 0, & t \geq 0 \\ u|_{t=0} = x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$