

西安交通大学考试题

课 程 数学物理方程(B卷)

学 院 _____

专业班号 _____

考 试 日 期 2020 年 1 月 7 日

姓 名 _____ 座位号 _____ 学 号 _____ 期末 ☒

成 绩	
--------	--

题 号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

一. 判断题(每题 3 分,共 15 分)

1. 方程 $u_t - u_{xx} = f(x)$ 可表示细杆在稳恒状态下的温度分布 (答案 A.对, B.错)
2. 函数 $J_0'(x)$ 是偶函数 (答案 A.对, B.错)
3. $u = f(x + at)$ 是方程 $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$ 的解,其中 $f(t)$ 具有二阶连续导数 (答案 A.对, B.错)。
4. 方程 $x^2 \cos x \cdot u_{xx} + 3u = \sin x$ 是非线性方程 (答案 A.对, B.错)
5. 贝塞尔函数 $J_{-2}(x)$ 是无界函数 (答案 A.对, B.错)

二. (每题 5 分,共 25 分) 求解下列各题

1、写出方程 $x^2 y'' + xy' + (3x^2 - 9)y = 0$ 的通解

2、求解下列特征值问题

$$\begin{cases} X'' + \lambda X = 0, & 0 < x < l \\ X(0) = 0, & X'(l) = 0 \end{cases}$$

3、计算积分 $\int x^3 J_{-2}(2x) dx$ ，其中 $J_{-2}(x)$ 是-2 阶贝塞尔函数。

4、计算积分 $\int_0^{+\infty} x^{10} e^{-x} dx$

5、将函数 $f(x) = x^2, x \in [0, 1]$ 按贝塞尔函数系 $J_2(\mu_m^{(2)} x)$ ($m = 1, 2, \dots$) 展成贝塞尔级数。

三、(10 分) 用格林函数法求解下列定解问题

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = f(x, y), & -\infty < x < +\infty, \quad y < 0 \\ u|_{y=0} = 0, & -\infty < x < +\infty \end{cases}$$

四、(10 分) 求解下列定解问题

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0 \\ u_x|_{x=0} = 1, \quad u|_{x=l} = 0, & t \geq 0 \\ u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq l \end{cases}$$

五、(15 分) 求解下列定解问题

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + f(x), & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=1} = 0, & t \geq 0 \\ u|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

六. (15 分) 求解圆形区域上的定解问题

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{\rho\rho} + \frac{1}{\rho} u_{\rho}, & 0 \leq \theta < 2\pi, \quad 0 < \rho < 1, t > 0 \\ u|_{\rho=1} = 0, & 0 \leq \theta \leq 2\pi, t > 0 \\ u|_{t=0} = 1, u_t|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

七、(10 分) 求解下列定解问题

$$\begin{cases} 3u_t + tu_x + u = 1, & -\infty < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u|_{t=0} = x^2, & -\infty < x < +\infty \end{cases}$$