西安交通大学考试题

课　程 数学物理方程(A卷)	成绩	

学　院 ____________

专业班号 ____________　　考 试 日 期　2020 年 1 月 7 日

姓　名 ________ 座位号____ 学　号________ 期末 √

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一. 判断题(每题 3 分,正确答案填在下表中)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. 方程 $u_{tt}-u_{xx}=f(x,t)$ 表示弦在外力作用下做微小横振动时的振动方程（答案 **A.**对，**B.**错）

2. 贝塞尔函数 $J_{-2}(x)$ 是偶函数（答案 **A.**对，**B.**错）

3. 边界条件 $u_x|_{x=l}=0$ 表示弦右端没有受到外力作用（答案 **A.**对，**B.**错）

4. 特征值问题 $\begin{cases} X''+\lambda X=0, & 0<x<1 \\ X(0)=0, X'(1)=0 \end{cases}$ 的特征值与特征函数分别为

$\lambda_n=\left(\dfrac{2n+1}{2}\right)^2$，$X_n=\cos\sqrt{\lambda_n}x$，$n=0,1,2,\ldots$（答案 **A.**对，**B.**错）

5、$u=e^{x+t}\cos^{10}(x+t)+(x-t)^2\sin(x-t)$ 是方程 $u_{tt}-u_{xx}=0$ 的解（答案 **A.**对，**B.**错）。

6、若要将弦的边界条件 $u|_{x=0}=t, u_x|_{x=l}=\sin t$ 齐次化，则变换 $u=v+w$ 中的辅助函数可选择为 $w=\dfrac{x^2}{2l}\sin t+t$

7、方程 $\cos x\cdot u_{xxx}+u_xu_y+3u=1$ 是 **3** 阶线性非齐次方程（答案 **A.**对，**B.**错）

8、$x=0$ 是 $J_{-1}(x)$ 的零点（答案 **A.**对，**B.**错）

9、贝塞尔函数的导函数 $J_2'(x)$ 有无穷多个正零点（答案 **A.**对，**B.**错）

10、在用来描述具体物体在稳恒状态下温度分布时，方程$\Delta u = f(x,y,z)$的解与初始温度分布有关（答案 **A.**对，**B.**错）

二.（每题 **5** 分,共 **10** 分）求解下列各题

1、写出方程$x^2y'' + xy' + (2x^2-1)y = 0$的通解

2、求解下列柯西问题

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, \qquad -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u|_{t=0} = x^2, \quad u_t|_{t=0} = \sin x \end{cases}$$

三（每题 **5** 分,共 **10** 分）求解下列各题

1、计算积分$I = \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx$

2、将函数$f(x) = x, x \in [0 \quad 1]$按贝塞尔函数系$J_1(\mu_m^{(1)} x)$（$m = 1, 2, \ldots,$）展成贝塞尔级数。

四．(10 分) **用格林函数法求解下列定解问题**

$$\begin{cases} u_{xx}+u_{yy}=0, & -\infty<x<+\infty,\quad y>0 \\ u|_{y=0}=\varphi(x), & -\infty<x<+\infty \end{cases}$$

五、(10 分) **求解下列定解问题**

$$\begin{cases} u_t=a^2u_{xx}, & 0<x<1 \quad t>0 \\ u|_{x=0}=0, \quad u|_{x=1}=0, & t\ge 0 \\ u|_{t=0}=\varphi(x), & 0\le x\le 1 \end{cases}$$

六、(10 分) **求解下列定解问题**

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx} + \cos 2\pi x, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u_x \big|_{x=0} = 0, \quad u_x \big|_{x=1} = 0, & t \ge 0 \\ u \big|_{t=0} = 0 \quad u_t \big|_{t=0} = \psi(x), & 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

七. （10 分）**求解圆形区域上的定解问题**

$$\begin{cases} u_t = u_{\rho\rho} + \dfrac{1}{\rho}u_\rho + \dfrac{1}{\rho^2}u_{\theta\theta}, & 0 \le \theta < 2\pi,\quad 0 < \rho < 1, t > 0 \\ u|_{\rho=1} = 0, \quad 0 \le \theta \le 2\pi, t > 0 \\ u|_{t=0} = 1, \end{cases}$$

八、（10 分）**求解下列定解问题**

$$\begin{cases} u_t + xu_x = xt, & -\infty < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u|_{t=0} = x^2 + 1, & -\infty < x < +\infty \end{cases}$$