

# 西安交通大学考试 A

成绩

课 程 数学物理方程

学 院 \_\_\_\_\_ 考 试 日 期 2019 年 5 月 11 日

专业班号 \_\_\_\_\_

姓 名 \_\_\_\_\_ 学 号 \_\_\_\_\_ 期 末

一. 选择题 (每小题 5 分)。请将正确答案填在下表中

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

1、对贝塞尔函数  $J_4(x)$ , 正确的说法是

A、偶函数; B、奇函数; C、没有奇偶性; D、无界函数。

2、对于方程  $xu_t + \cos u \cdot u_{xx}u_t = 1$ , 正确的说法

A、三阶非齐次方程; B、二阶线性非齐次方程;  
C、二阶非线性非齐次方程; D、三阶非线性非齐次方程。

3、描述区域  $\Omega \subset R^3$  内稳恒温度分布的 (无热源) 方程是

A、 $u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$ ; B、 $u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$ ;  
C、 $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$ ; D、 $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = f(x, y, z)$ 。

4、3 维拉普拉斯方程的基本解是

A、 $\Gamma(P_0, P) = \frac{1}{4\pi r_{P_0P}}$ ; B、 $\Gamma(P_0, P) = \ln \frac{1}{r_{P_0P}}$ ;  
C、 $\Gamma(P_0, P) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r_{P_0P}}$ ; D、 $\Gamma(P_0, P) = \frac{1}{r_{P_0P}}$

5、特征值问题  $\begin{cases} X'' + \lambda X = 0, 0 < x < l \\ X(0) = X'(L) = 0 \end{cases}$  的解为

A、 $\lambda_n = (\frac{n\pi}{l})^2, X_n = \cos \frac{n\pi}{l} x, n \geq 0$ ;

**B、**  $\lambda_n = (\frac{n\pi}{l})^2, X_n = \sin \frac{n\pi}{l} x, n \geq 0;$

**C、**  $\lambda_n = (\frac{(2n+1)\pi}{2l})^2, X_n = \cos \sqrt{\lambda_n} x, n \geq 0;$

**D、**  $\lambda_n = (\frac{(2n+1)\pi}{2l})^2, X_n = \sin \sqrt{\lambda_n} x, n \geq 0$

6、那个下列变换可将边界条件:  $u(0,t)=1, u_x(l,t)=\sin t$  齐次化

**A、**  $v=u-1;$

**B、**  $v=u-\sin t;$

**C、**  $v=u-1-(x-l)\sin t, \quad \textbf{D、} \quad v=u-1-\frac{x^2}{2l}\sin t$

7、柯西问题  $\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u|_{t=0} = 0, u_t|_{t=0} = 2\sin x \end{cases}$  的解为

**A、** 0; **B、**  $2\sin x \sin t;$  **C、**  $2\sin x \cos t;$  **D、**  $2\sin t \cos x$

8、方程  $x^2 y'' + xy' + (4x^2 - 9)y = 0$  的通解为

**A、**  $y = J_3(2x);$

**B、**  $y = N_3(2x);$

**C、**  $y = CJ_3(2x) + DJ_{-3}(2x); \quad \textbf{D、} \quad y = CJ_3(2x) + DN_3(2x)$

9、 $\Gamma(-3/2)$  的值为

**A、**  $-\frac{1}{2}\sqrt{\pi}; \quad \textbf{B、} \quad \frac{2}{3}\sqrt{\pi}; \quad \textbf{C、} \quad \frac{4}{3}\sqrt{\pi}; \quad \textbf{D、} \quad -4\sqrt{\pi}$

10、柯西问题  $\begin{cases} u_t + 2u_x = x + t, & -\infty < x < +\infty, t > 0 \\ u(x,0) = x \end{cases}$  的偏微分方程的特征方程是

**A、**  $\frac{dx}{dt} + 2 = 0; \quad \textbf{B、} \quad \frac{dx}{dt} + 2 = x + t;$

**C、**  $\frac{dx}{dt} - 2x = 0; \quad \textbf{D、} \quad \frac{dx}{dt} - 2 = 0.$

11、上题一、10 的柯西问题解为

**A、**  $u = -\frac{1}{2}t^2 + (t+1)x - 2t; \quad \textbf{B、} \quad u = x - 2t;$

**C、**  $u = x + 2t; \quad \textbf{D、} \quad u = \frac{1}{2}t^2 + (t+1)x - 2t$

二（10 分）求解下列定解问题。

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 < x < l, t > 0 \\ u|_{x=0} = 0, u|_{x=l} = 0, & t \geq 0 \\ u|_{t=0} = \varphi(x), u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq l \end{cases}$$

三 (10 分) 将函数  $f(x) = x^2 + 1, x \in [0, 1]$  按函数系  $\{J_2(\mu_m^{(2)}x)\}$  展成贝塞尔级数。

四 (10 分) 用格林函数法求解下列定解问题。

$$\begin{cases} -\Delta u = 0, & y > 0, -\infty < x < \infty \\ u(x, 0) = \varphi(x) \end{cases}$$

五（15 分）求解下列定解问题

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + 1, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u_x \big|_{x=0} = 0, \quad u_x \big|_{x=\pi} = 0, & t \geq 0 \\ u \big|_{t=0} = \varphi(x), & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

