

矩形件排样优化的最小余料删除法

宋连超¹, 朱建良¹, 张彤²

(1. 哈尔滨理工大学 电气与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150040)

2. 哈尔滨工业大学 国家大学科技园, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对矩形件排样优化问题, 分析了传统近似算法的主要缺陷, 并在此基础上提出了一种新的排样算法——最小余料删除法。实验结果表明, 同近似算法相比, 最小余料删除法既满足实际生产的工艺要求, 并能使板材利用率提高 10% 以上。

关键词: 排样; 最小余料删除法; 近似算法

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-2683(2006)05-0010-04

The Smallest Offcut Deletion Algorithm for the Rectangles Cutting Stock Problem

SONG Lian-chao¹, ZHU Jian-liang¹, ZHANG Tong²

(1. Electric & Electronic Engineering College Harbin Univ. Sci. Tech., Harbin 150040, China)

2. Technology Park of National University, Harbin Institute of Technology Harbin 150001, China)

Abstract To solve the rectangles cutting stock problem, this paper proposes a new algorithm – the smallest offcut deletion algorithm based on analyzing the main disadvantage of the traditional approximate algorithm. The experimental results show that comparing with the approximate algorithm, the smallest offcut deletion algorithm not only fulfills the technical requirements, but also raises the utilization ratio of the plate by ten percents above.

Key words layout; the smallest offcut deletion algorithm; approximate algorithm

1 引 言

矩形件排样优化问题通常是指在给定长和宽的板材上, 尽可能多地排放所需要的矩形件, 从而使所用板材的利用率尽可能地高, 以达到节省材料的目的。在实际应用中, 矩形件排样优化既要考虑板材的利用率, 又要满足实际生产的工艺要求^[1]。针对排样问题具体特点的不同, 目前采用较多的方法是设计相应的近似算法来求得近似最优解。目前, 国内外学者对矩形件优化排样问题做了广泛的研究和论述, 构建了多个近似算法。例如, 动态算法、小矩形分割法、求余法等。动态算法^[2]的主要思想是在排样

的过程中, 根据一种局部最优的原则不断动态地产生一些较小的矩形, 然后对这些小矩形区域进行排样, 同时消去已排过的矩形区域, 直至所有的矩形件排完为止。虽然该算法同时考虑了板材利用率和实际生产中的工艺约束, 但在排样后期, 由于零件种类和个数的减少, 有可能产生非常大的余料。小矩形分割法^[3]改进了动态算法划分矩形区域规则的局限性, 能够使板材剩余材料的边界轮廓更趋合理, 但不能有效提高板材利用率。求余法^[4]利用初等数论中的求余知识, 改进了动态算法的寻优规则, 但也未能有效提高板材的利用率。因此, 在总结传统矩形件优化排样近似算法^[5-7]的基础上, 综合小矩形分割法的排样策略与求余法的寻优规则, 提出了一种新

收稿日期: 2006-03-30

作者简介: 宋连超 (1981-), 男, 哈尔滨理工大学硕士研究生。

的排样算法,即最小余料删除法.实际排样结果表明,最小余料删除法使板材上的矩形件排布更趋合理、更加规则,不但满足了实际生产中切割工艺的要求,又能够有效提高板材的利用率.

2 矩形件优化排样的数学模型

设排样所用的板材长为 L , 宽为 W ($L \geq W$). 所有要排的矩形件一共有 k 种, 第 i 种矩形件的长为 l_i , 宽为 w_i , 个数为 n_i ($1 \leq i \leq k$). 排样的基本目标是使板材的利用率尽可能的高. 排样的约束条件为: 矩形件之间不能有相互重叠的区域, 并且矩形件不能有排出板材之外的部分. 排样规则为: 任一矩形件在板材上既可横排也可竖排, 但每次排放过程中只能采用其中的一种方式. 上述问题可以用如下数学模型表示:

$$\eta = \left[\max \sum_{i=1}^k l_i w_i x_i \right] / LW \tag{1}$$

式中, x_i ($0 \leq x_i \leq n_i$) 是一个非负整数, 表示排样方案中第 i 种矩形件在板材上排放的个数.

3 传统近似算法的设计思想及存在的问题

3.1 近似算法的设计思想

传统近似算法的排样过程大致如下: 设从母板的左下角开始排放第一批 i 个矩形件, 从而将整个母板划分为 A 、 B 、 C 、 D 四个区域, 如图 1a 所示. 其中, 区域 A (以浅色阴影表示) 已排放了矩形件, B 、 C 为待排区域, D 为空白区域. 采用相同的策略分别从区域 B 、 C 的左下角开始排放剩下的矩形件, 则又会形成待排区域 B_{11} 、 B_{12} 、 C_{11} 、 C_{12} , 如图 1b 所示. 如此不断地填充待排区域, 直到所有的待排区域都非常小, 以至于没有一个待排矩形件可以填入其中, 这时母板的分割情况如图 1c 所示. 其中 E_1 、 E_2 、 \dots 、 E_i 作为单个待排区域而言已排不下任何矩形件, 但如果将部分区域加以拼合、删除, 那么面积就会扩大, 有可能排下某些矩形件. 把面积最小的待排区域 E_i (以深色阴影表示) 删除, 则 E_{i-1} 和 E_{i+1} 就会向区域 D 扩张, 面积变大, 如图 1d 所示. 此时, 对变化后的 E_{i-1} 和 E_{i+1} 进行可排性判别. 若可排, 则转入相应的排样程序, 否则, 重新选择一个 E_i 并继续尝试删除之. 如此反复, 直到最终只剩下一个待排区域或所有矩形件已排放完毕, 此时排样过程结束.

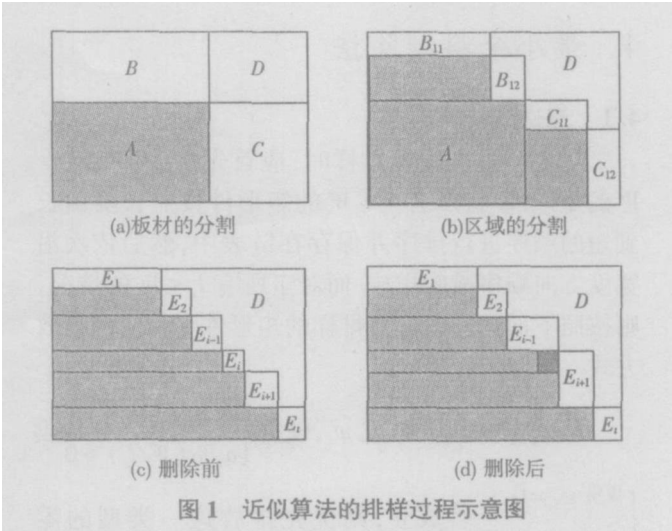


图 1 近似算法的排样过程示意图

3.2 算法的缺陷

根据上述算法对表 1 中的矩形件进行了排样, 排样结果如图 1 所示. 板材利用率为 70.35%. 从该图可以看出, 近似算法的排样结果不理想, 产生了很大的余料, 而且由于算法本身在板材上划分矩形区域规则的局限性, 致使矩形件排放完毕后, 板材内部产生了一定量不合理的空白区域. 这部分空白区域是由于在排样过程中对一些待排区域的删除操作所造成的. 它对矩形件的实际切割操作危害非常大. 由于这些空白区域的面积比较小, 在实际切割过程中, 会对附近矩形件的切割精度造成很大的影响. 特别对于火焰切割, 易引起周围矩形件的热变形, 直接影响着矩形件的成型和尺寸精确度. 另外, 从排样结果示意图还可以看出, 由于矩形件排放的不合理, 必然会导致板材利用率的降低, 进而从整体上降低了算法的有效性.

因此, 如果能够采用一种新的寻优规则和排样策略, 使得板材上矩形件的排布得更趋合理, 更加规则, 将会使板材整体的排样效果更加优化.

表 1 矩形件数据

编号	数量 个	长度 /mm	宽度 /mm	编号	数量 个	长度 /mm	宽度 /mm
1	2	840	20	7	1	450	250
2	1	570	560	8	1	300	150
3	1	460	220	9	1	260	150
4	1	540	340	10	1	340	220
5	2	300	120	11	10	100	100
6	1	570	220	12	2	350	200

4 最小余料删除法

4.1 算法分析

对板材进行优化排样时, 应首先排放那些 $l_i > W$ 的矩形件. 将所有 $l_i > W$ 的矩形件按照长度由长到短的顺序进行排序并保存在链表中, 然后依次沿宽度方向顺序横向排放. 而对于所有 $l_i \leq W$ 的情况, 则按照下面的方案选择排样的矩形件和相应的排放方式.

1) 若存在某个 l_i 或 w_i 使得 $\begin{cases} W \% l_i = 0 \\ n_i \% (W / l_i) > 0 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} W \% w_i = 0 \\ n_i \% (W / w_i) > 0 \end{cases}$ 成立, 则优先排放这一类型的零件.

$W \% l_i = 0$ (或 $W \% w_i = 0$) 表明板材的宽上能刚好纵 (横) 向排下整数个这种类型的零件而无余料; $n_i \% (W / l_i) > 0$ (或 $n_i \% (W / w_i) > 0$) 则表明排该种零件的个数满足纵 (横) 向排放整数列的要求, 可以进行排放.

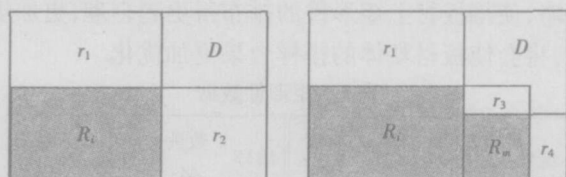
2) 若不存在上述情况, 则对于给定的 i ($1 \leq i \leq k$), 求出下面四式中的非负最小值:

$$t_i = \min \{ L - s_{1i} l_i, L - s_{2i} w_i, W - s_{3i} l_i, W - s_{4i} w_i \} \quad (2)$$

其中 $1 \leq s_{1i} \leq s_{2i} \leq s_{3i} \leq s_{4i} \leq n_i$, 然后选最小的 t_i ($1 \leq i \leq k$), 即: $t = \min \{ t_i \}$.

这样经过以上两步寻优过程, 可以确定当前排样的最佳矩形件及其在板材上相应的排放方式.

当第一次排样完成后, 这时会产生两个待排区域 r_1 、 r_2 , 如图 2a 所示. 下一步就对这两个待排区域进行排样. 选择其中面积最小的待排区域作为新的“母板”, 按照上述步骤对其进行排样, 如图 2b 所示.



(a) 第一次排样

(b) 删除前

(c) 删除后

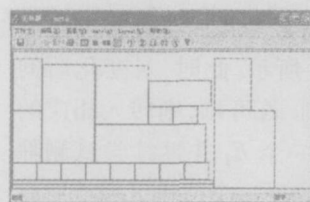
图 2 最小余料删除法的排样策略示意图

区域, 然后再对所有的待排区域进行排序, 选择其中面积最小的待排区域优先进行排样. 若当前“母板”可排, 则按上述的排样策略继续进行排样; 若不可排, 也就是说面积最小的待排区域排不下当前任何一个矩形件时, 则就要立即对它执行删除操作, 以扩大相邻待排区域的面积, 如图 2c 所示. 然后再从剩余的待排区域中选择面积最小的区域重新作为“母板”, 继续进行排样. 以上过程中, 若所有的矩形件都被排完, 或者待排区域只剩下一个且不具有可排性时, 则程序结束.

在传统的近似算法中, 如果当前“母板”排不下任何一个矩形件时, 则会从剩余的待排区域中选择另外一个作为新的“母板”, 继续进行可排性判别, 直到所有的待排区域都不可排时, 才对面积最小的待排区域进行删除处理. 此时待排区域的面积都比较小, 删除面积最小的待排区域后, 相邻待排区域的面积也不会有太大的变化, 所以一般要经过很多步删除过程之后, 某些待排区域才能够再次进行排样. 这就是导致排样后期板材内部留有一定量排布不合理的删除区域的根本原因, 既降低了板材的利用率, 又不满足实际生产中切割工艺的要求. 因此, 从整体上降低了算法的有效性, 如图 3a 所示. 本文的最小余料删除法按照面积最小的待排区域优先排放的原则, 能够在第一时间发现那些不具有可排性的待排区域, 并将其立刻删除, 使相邻待排区域获得了更大的扩展空间, 进而显著提高板材的利用率. 因此, 笔者将该算法命名为最小余料删除法.

4.2 应用实例

根据上述算法的基本原理, 利用 Visual C++ 6.0 作为开发工具, 完成了近似算法和最小余料删除法的编程与调试, 开发了一个矩形件优化排样系统. 分别利用这两种算法对大量实际问题进行了排样计算, 由于篇幅所限, 仅给出其中的一组排样结果对比图. 板材长 1 250mm, 宽 800mm, 搭边值取 3mm, 矩形件数据如表 1 所示. 图 3a 是采用动态算



(a) 动态算法的排样结果

(b) 最小余料删除法的排样结果

图 3 排样结果对比图

这样, 每进行一次排样都会产生两个新的待排

法的排样结果示意图, 板材利用率为 70.35%; 图 3b 是采用最小余料删除法的排样结果示意图, 板材利用率为 90.42%, 排样结果比较理想.

5 结 语

通过以上分析, 可得到如下结论:
1) 从图 3 可以看出, 近似算法的排样结果不理想, 产生了很大的余料, 而且在板材内部还留有明显不合理的删除的待排区域, 不满足实际生产中火焰切割的工艺要求. 最小余料删除法既满足了实际生

产的工艺要求, 又提高了板材的利用率.
2) 矩形件排样系统是在 VC++ 6.0 环境下开发的, 它具有操作简单, 维护简便, 通用性强等优点, 具有一定的实用价值.
3) 最小余料删除法也具有一定的局限性. 通过大量的实验表明, 对于某些特殊的排样数据, 该算法的利用率可能会产生低于传统近似算法的情况. 另外, 对于目前工业生产中的异形件排样优化问题, 还有待进一步的研究.

参 考 文 献:

[1] 蒋同武. 数控火焰切割机下料件热变形的控制措施 [J]. 爆炸性环境电气防爆技术, 1997, 39(1): 28- 29
[2] 曹 炬, 周 济. 矩形件优化排样的一种近似算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1995, 7(3): 190- 195.
[3] 刘 军, 罗意平, 刘德福, 等. 一种改进的矩形件优化排样近似算法 [J]. 小型微型计算机系统, 2003, 24(10): 1812- 1814
[4] 方仍存, 曹 炬, 陈学松. 矩形件排样优化的一种近似算法 [J]. 锻压技术, 2003, 28(6): 19- 21
[5] 李 勇, 曹 炬, 梅晚霞. 矩形件排样的一种优化算法 [J]. 机械设计与制造, 2005, 43(1): 45- 46
[6] 李 勇, 曹 炬, 梅晚霞, 等. 矩形件排样优化的十字线法 [J]. 锻压装备与制技术, 2004, 39(6): 98- 100.
[7] 方仍存, 曹 炬, 陈学松, 等. 矩形件排样优化的丁字尺法 [J]. 锻压技术, 2004, 29(3): 24- 26

(编辑: 王 萍)

(上接第 9 页)

4 结 语

采用上述方法设计的函数波形发生器, 通过软件和硬件结合, 充分发挥 FPGA 的高速和稳定性, 实现了 DDS 频率切换速度快、分辨率高、相位变化连

续等特点, 尽可能的减少了硬件开销. 根据实际需要, 可产生正弦波、三角波、锯齿波、方波等多种波形, 频率步进可以小, 切换速度快, 控制容易, 满足了工程需要.

参 考 文 献:

[1] TIEREY J, RADER C, GOLD B. A Direct Digital Synthesizer [J]. IEEE Frequency Control Symposium, 1971, 19: 390- 391.
[2] 张玉兴. DDS 高稳高纯频谱频率源技术 [J]. 系统工程与电子技术, 1997 (12): 24- 28
[3] 何立民. 单片机应用系统设计 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1990
[4] Altera Company. Altera Cyclone Device [Z]. Altera Company, 2004
[5] BHASKER J. Verilog HDL 硬件描述语言 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2000

(编辑: 王 萍)