

税益 (13072919527) 及824, Cyrus Tang Building



班级QQ群、思源学堂 物理研讨课今天报名

电话: 13072919527

办公室: 仲英楼 B824

E-mail: zhangleio@mail.xjtu.edu.cn

爱课程mooc网站:

http://www.icourses.cn/imooc/

热学、方爱平

大学物理——机械振动、波和波动光学、刘丹东



2023秋 大学物理

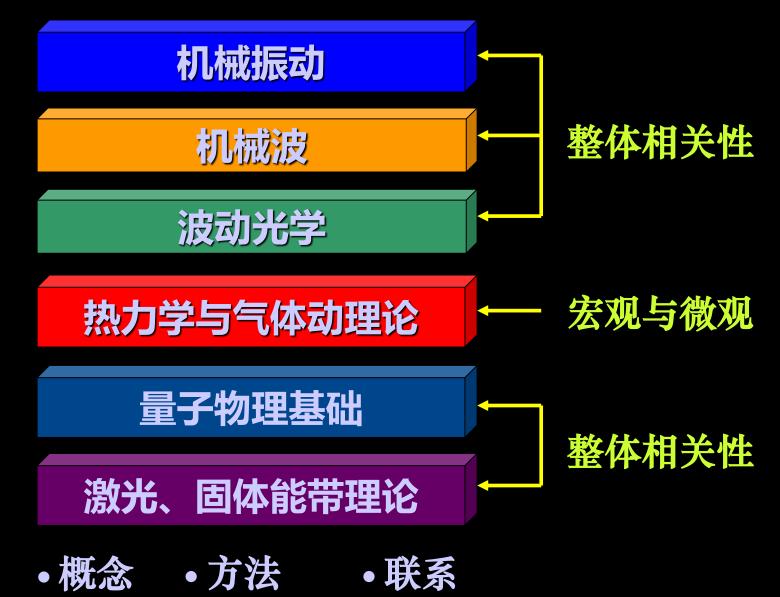
群号: 782170668



扫一扫二维码,加入群聊



本学期的任务和要求



4

例 有一振动曲线, 如图示。试求物体振动方程和第一次通过

零值的时间。

解:解(1)求振动方程

$$x = 2.0\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \varphi\right)$$

$$t = 0 \Longrightarrow x = 1.0$$

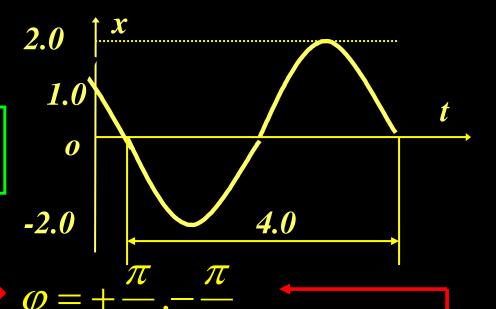




$$\frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = -\omega A \sin(\varphi < 0)$$

$$x = 2.0 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)(SI)$$

$$x = \mathbf{0} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = \mathbf{0}$$



$$t=\frac{1}{3}(SI)$$

$$\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$$

例 连通管中液体柱的运动,如图示。 已知液体的总质量为 $m=\rho LS$,忽略粘滞阻力。求振动周期。

解:液体柱内各部分具有相同速率。

t 时刻, 系统动能为

$$E_K = \frac{1}{2} \rho LS \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2$$

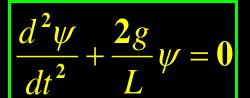
t 时刻, 系统势能为

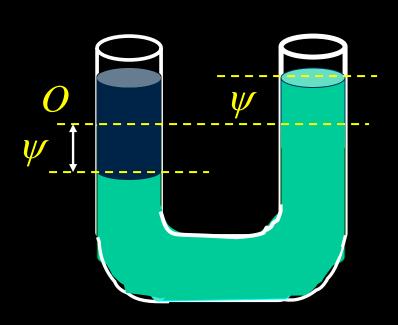
$$E_p = \rho \psi Sg \psi = \rho Sg \psi^2$$



• 时间求导:
$$\rho LS\left(\frac{d\psi}{dt}\right)\left(\frac{d^2\psi}{dt^2}\right) + 2\rho Sg\psi\frac{d\psi}{dt} = 0$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{2g}}$$
 $\omega = \sqrt{\frac{2g}{L}}$





简谐振动总结

分析振动系统



求动力学方程



求运动学方程







- 动力学特征 F = -kx
- 运动学特征 $a = -\omega^2 x$
- 能量特征 E = C



- 求解圆频率
 ②
 - 求解振动周期

$$T=rac{2\pi}{\omega}$$



- 求解初相 φ_0
- 初始条件
- 曲线法
- 旋转矢量法

谐振子

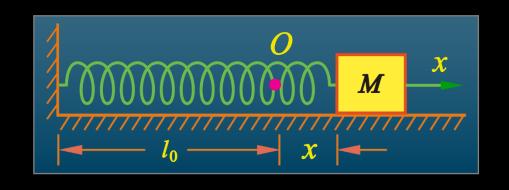
1. 受力特点:

线性回复力
$$F = -kx$$



$$F = -kx = ma$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

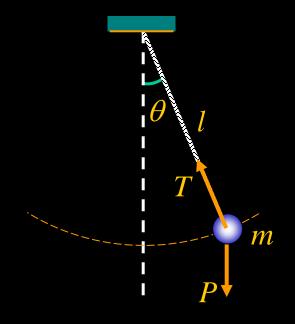


$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0$

单摆

$$-P\sin\theta = m\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$



谐振子

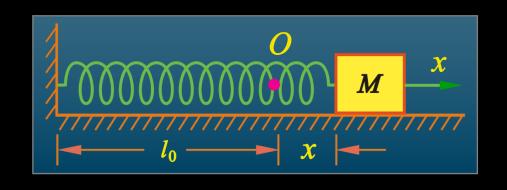
1. 受力特点:

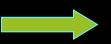
线性回复力
$$F = -kx$$

2. 动力学方程

$$F = -kx = ma$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

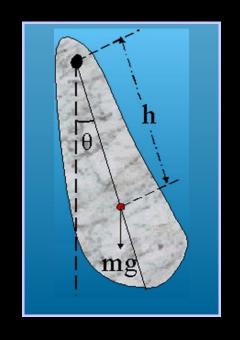




$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0$$

复摆

$$M = -mgh\sin\theta = J\beta$$
 $\ddot{\theta} + \frac{mgh}{J}\sin\theta = 0$



§7.2 简谐振动的合成

一. 同方向同频率的简谐振动的合成

1. 分振动:

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega \ t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega \ t + \varphi_2) \end{cases}$$

2. 合振动:

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$= (A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2) \cos \omega t - (A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2) \sin \omega t$$

$$A \cos \varphi$$

$$A \sin \varphi$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}, \tan \varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

 $x = A\cos\varphi\cos\omega t - A\sin\varphi\sin\omega \ t = A\cos(\omega \ t + \varphi)$



结论: 合振动 x 仍是简谐振动

$$\Rightarrow$$

讨论:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

(1)若两分振动同相,即 $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2k\pi$ (k=0,1,2,...)

$$(k=0,1,2,...)$$

则 $A=A_1+A_2$,两分振动相互加强;当 $A_1=A_2$ 时, $A=2A_1$

(2)若两分振动**反相,**即 $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm (2k+1)\pi$ (k=0,1,2,...)

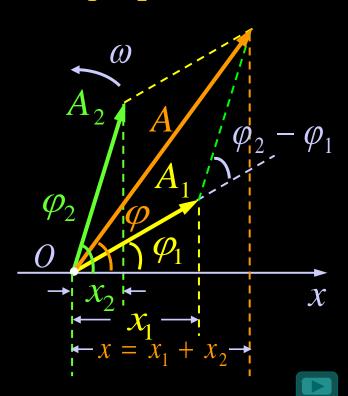
则 $A=|A_1-A_2|$,两分振动相互减弱;当 $A_1=A_2$ 时, A=0

旋转矢量法处理谐振动的合成

$$x = x_1 + x_2$$
$$= A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$



推广: n 个同频率简谐振动的合成

设 n 个简谐振动,A 相同,初相依次相差一个恒量。

$$\begin{cases} x_1 = A \cos \omega t \\ x_2 = A \cos (\omega t + \delta) \\ x_3 = A \cos (\omega t + 2 \delta) \\ \dots \\ x_n = A \cos (\omega t + (n-1)\delta) \end{cases}$$

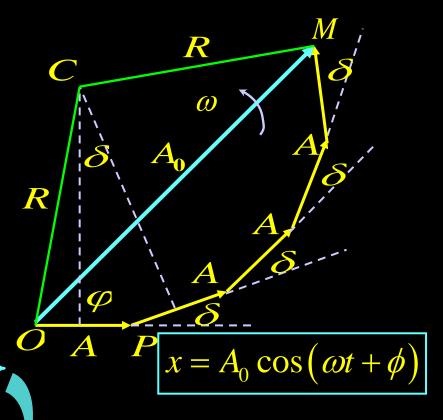
求解合振动方程

$$\angle OCM = n\delta \longrightarrow |A_0| = 2R \sin \frac{n\delta}{2}$$

 $A = 2R \sin \frac{\delta}{2}$

合振动的振幅

$$|A_0| = A \sin \frac{n\delta}{2} / \sin \frac{\delta}{2}$$



合振动的初相

$$\varphi = \angle COP - \angle COM = \frac{n-1}{2}\delta$$

例 有三个同方向、同频率的简谐振动,振动方程分别为:

解 合振动振幅为:

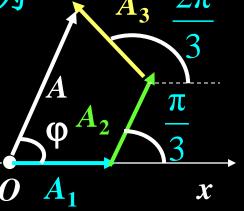
$$A = \sqrt{(A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3)^2 + (A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3)^2}$$

$$= A_0 \sqrt{(1 + \cos\frac{\pi}{3} + \cos\frac{2\pi}{3})^2 + (\sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{2\pi}{3})^2}$$

$$=0.05\sqrt{1+3}=0.10$$
(m) 合振动初相位 ϕ 为

$$\varphi = \arctan \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3} = \pi/3$$

合振动方程
$$x = 0.10\cos(\pi t + \frac{\pi}{3})$$



二. 同方向不同频率的简谐振动的合成 🔼



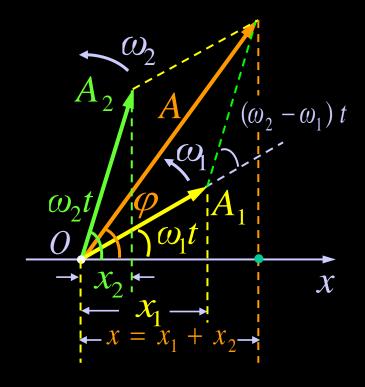
1. 分振动:
$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos \omega_1 t \\ x_2 = A_2 \cos \omega_2 t \end{cases}$$

2. 合振动:
$$x = x_1 + x_2$$

$$A$$
 有最大值 $A = A_1 + A_2$

当
$$(\omega_2 - \omega_1) t = (2k+1)\pi$$
 时,

$$A$$
 有最小值 $A = A_1 - A_2$



合振动振幅变化的频率为:
$$v = \left| \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} \right| = \left| v_2 - v_1 \right|$$

结论: 合振动 x 不再是简谐振动

● 振幅相同不同频率的简谐振动的合成

1. 分振动:
$$\begin{cases} x_1 = A\cos\omega_1 t \\ x_2 = A\cos\omega_2 t \end{cases}$$

2. 合振动:
$$x = x_1 + x_2 = A\cos\omega_1 t + A\cos\omega_2 t$$
$$= 2A\cos(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2})t \cdot \cos(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2})t$$

当
$$\omega_2 \cong \omega_1$$
 时, $\omega_2 - \omega_1 << \omega_2 + \omega_1$, $\diamondsuit x = A(t) \cos \omega t$

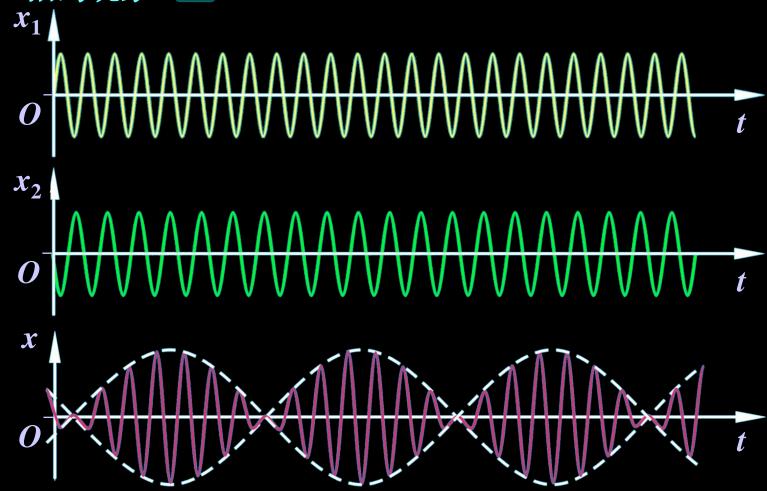
其中
$$A(t) = 2A\cos(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t)$$
, $\cos \overline{\omega}t = \cos(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t)$

随t缓变

随t快变

结论: 合振动 x 可看作是振幅缓变的简谐振动。

3. 拍的现象



拍频:单位时间内合振动振幅强弱变化的次数,即

$$v = |(\omega_2 - \omega_1)/2\pi| = |v_2 - v_1|$$

拍频: 可用于测定频率



三. 垂直方向同频率简谐振动的合成

1. 分振动
$$\begin{cases} x = A_1 \cos(\omega \ t + \varphi_1) \\ y = A_2 \cos(\omega \ t + \varphi_2) \end{cases}$$

2. 合运动
$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - 2\frac{x}{A_1}\frac{y}{A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$



当 $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k \pi (k 为整数)$ 时:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} \pm 2\frac{x}{A_1}\frac{y}{A_2} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{x}{A_1} \pm \frac{y}{A_2} = 0$$

当
$$\Delta \varphi = (2k + 1) \pi/2 (k 为整数)$$
时:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

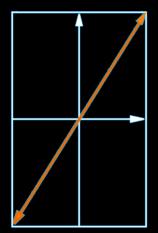


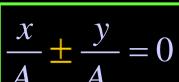
$$\Delta \varphi = 0$$

(第一象限)

$$\Delta \varphi = \pi/2$$

(第二象限)



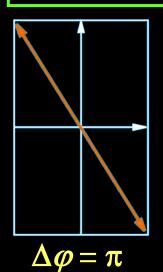


$$\begin{cases} x = A_1 \cos \omega \ t \\ y = A_2 \cos(\omega \ t + \Delta \varphi) \end{cases}$$



$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$





(第三象限)
$$\Delta \varphi = 3\pi/2$$

$$\Delta \varphi = 3\pi/2$$

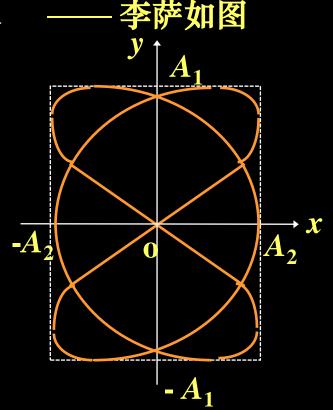
(第四象限)

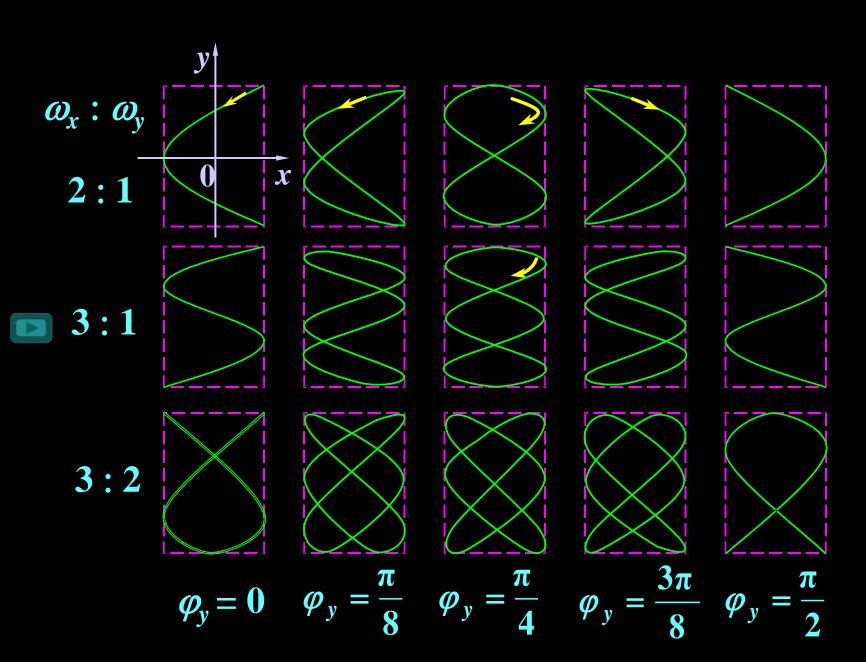
四. 垂直方向不同频率简谐振动的合成

- 两分振动频率相差很小 $\Delta \varphi = (\omega_2 \omega_1) t + (\varphi_2 \varphi_1)$
 - —— 可看作两频率相等而 φ_2 φ_1 随 t 缓慢变化合运动轨 迹将按上页图依次缓慢变化
- 两振动的频率成整数比 —— 稳定轨迹

如:
$$\omega_x : \omega_y = 3 : 2$$
 $\varphi_2 = 0, \varphi_1 = \pi / 4$

- 李萨如图 —— 周期性振动
- 两个频率比不成整数比、相互 垂直振动的合成运动轨迹为永 不闭合的曲线 —— 合成运动为 非周期运动。





同方向同频率的简谐振动的合成

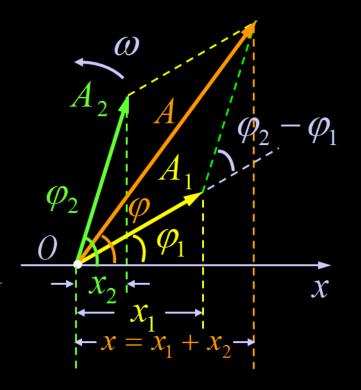
1. 分振动:
$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega \ t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega \ t + \varphi_2) \end{cases}$$

2. 合振动:

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$



合振动 x 仍是简谐振动

当
$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2k\pi$$
 时, $A = A_1 + A_2$ — 振动加强

当
$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pm (2k+1)\pi$$
 时, $A = |A_1 - A_2|$ ——振动减弱

同方向不同频率的简谐振动的合成

- 1. 分振动: $x_1 = A_1 \cos \omega_1 t$ $x_2 = A_2 \cos \omega_2 t$
- 2. 合振动: $x = x_1 + x_2$

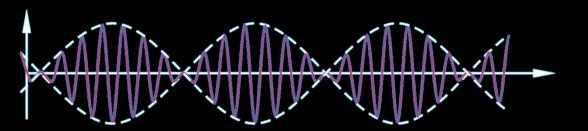
当
$$(\omega_2 - \omega_1) t = 2k\pi$$
 时, $A = A_1 + A_2$

当
$$(\omega_2 - \omega_1) t = (2k+1)\pi$$
 时, $A = A_1 - A_2$



$$A_1 = A_2 \implies x = x_1 + x_2 = 2A\cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right)t \cdot \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}\right)t$$

合振动 x 可看作是振幅缓变的简谐振动。



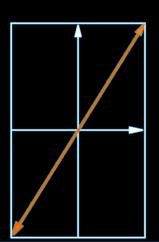
拍现象

$$v = \left| (\omega_2 - \omega_1) / 2\pi \right|$$
$$= \left| v_2 - v_1 \right|$$

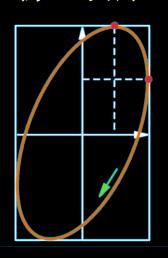
垂直方向同频率简谐振动的合成

 $\begin{cases} x = A_1 \cos \omega \ t \\ y = A_2 \cos(\omega \ t + \Delta \varphi) \end{cases}$

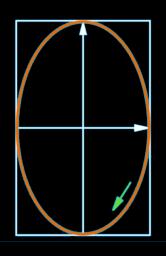
$$\Delta \varphi = 0$$



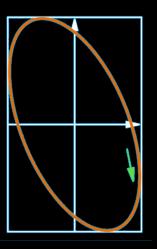
(第一象限)

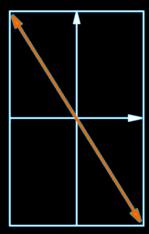


 $\Delta \varphi = \pi/2$

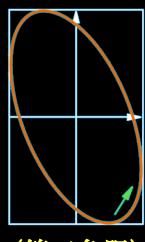


(第二象限)

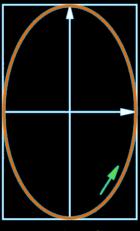




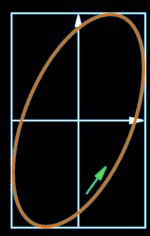
 $\Delta \varphi = \pi$



(第三象限)



 $\Delta \varphi = 3\pi/2$



(第四象限)



§7.3 阻尼振动和受迫振动

- 一. 阻尼振动
 - 1. 阻尼力 $f = -\mu \dot{x}$
 - 2. 振动的微分方程(以弹簧振子为例)

$$m\ddot{x} = -kx - \mu \dot{x}$$



- 3. 阻尼振动的振动方程、表达式和振动曲线
 - (1) 小阻尼 $(n^2 < \omega_0^2)$

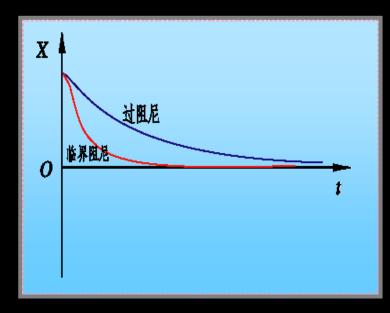
$$x = Ae^{-nt}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - n^2}t + \varphi)$$

(2) 过阻尼和临界阻尼

临界阻尼:
$$n^2 = \omega_0^2$$

过阻尼:
$$n^2 > \omega_0^2$$

在过阻尼和临界阻尼时,无振动



二. 受迫振动 (在外来策动力作用下的振动)

1. 系统受力

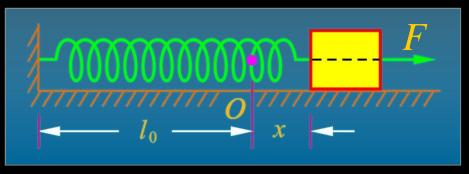
弹性力 -kx

阻尼力 $-\mu\dot{x}$

周期性策动力

$$F = F_0 \cos \omega t$$

2. 受迫振动的微分方程



$$F_{1} = -kx$$

$$F_{2} = -\mu \dot{x}$$

$$P$$

$$m\ddot{x} = -kx - \mu\dot{x} + F_0\cos\omega t$$

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = f \cos \omega t$$

其中
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
 $n = \frac{\mu}{2m}$ $f = \frac{F_0}{m}$

3. 受迫振动微分方程的稳态解为:

$$x = A\cos(\omega t - \varphi)$$

可用旋转矢量叠加的方法求稳态解的振幅和初相 (将稳态解代入到振动微分方程中有):

$$-\omega^{2}A\cos(\omega t - \varphi) - 2\omega nA\sin(\omega t - \varphi) + \omega_{0}^{2}A\cos(\omega t - \varphi) = f\cos\omega t$$

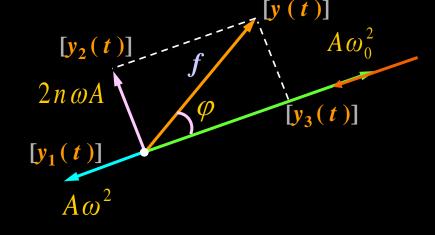
\diamondsuit (同时画出 t 时刻对应的矢量图):

$$y(t) = f \cos \omega t$$

$$y_1(t) = \omega^2 A \cos(\omega t - \varphi + \pi)$$

$$y_2(t) = 2\omega nA \cos(\omega t - \varphi + \pi/2)$$

$$y_3(t) = \omega_0^2 A \cos(\omega t - \varphi)$$
因而:
$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t)$$



根据 t 时刻的旋转矢量图,可得稳态时的振幅和初相:

$$A = \frac{f}{[(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4n^2\omega^2]^{1/2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{2n\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$



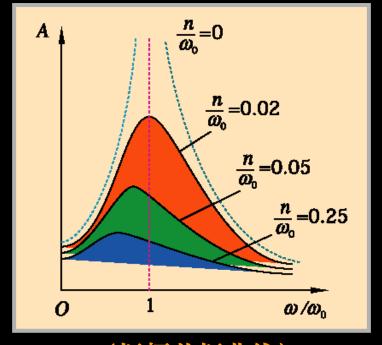
结论: 受迫振动的振幅 A 及受迫振动与驱动力的相位差 φ 都与起始条件无关。



(1) 位移共振(振幅取极值)

共振频率: $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2n^2}$

共振振幅: $A_r = \frac{f}{2n\sqrt{\omega_0^2 - n^2}}$



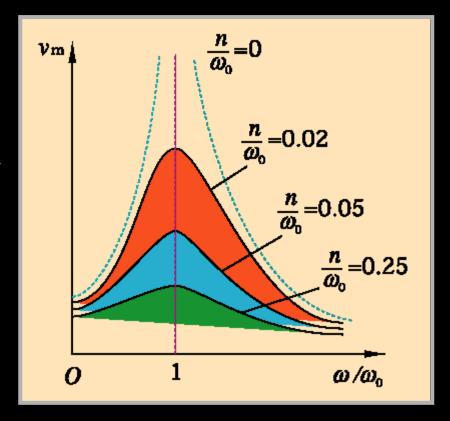
(振幅共振曲线)

(2) 速度共振 (速度振幅ωA取极值)

$$v_m = \frac{f\omega}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4n^2\omega^2}}$$

共振频率: $\omega = \omega_0$

共振速度振幅: $v_m = \frac{f}{2n}$



(速度共振曲线)

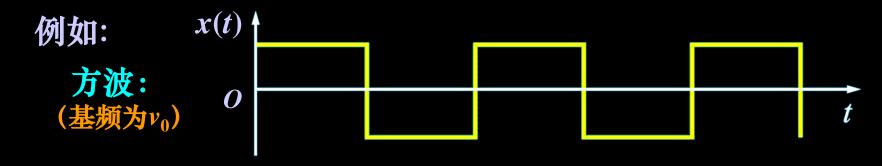
$$\tan \varphi \to \infty \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$



速度共振时,速度与策动力同相,一周期内策动力总作正功,此时向系统输入的能量最大。

§7.4 非谐振动的傅氏分解 频谱

任何一个周期性复杂振动都可分解为一系列谐振动的叠加

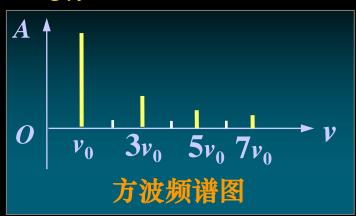


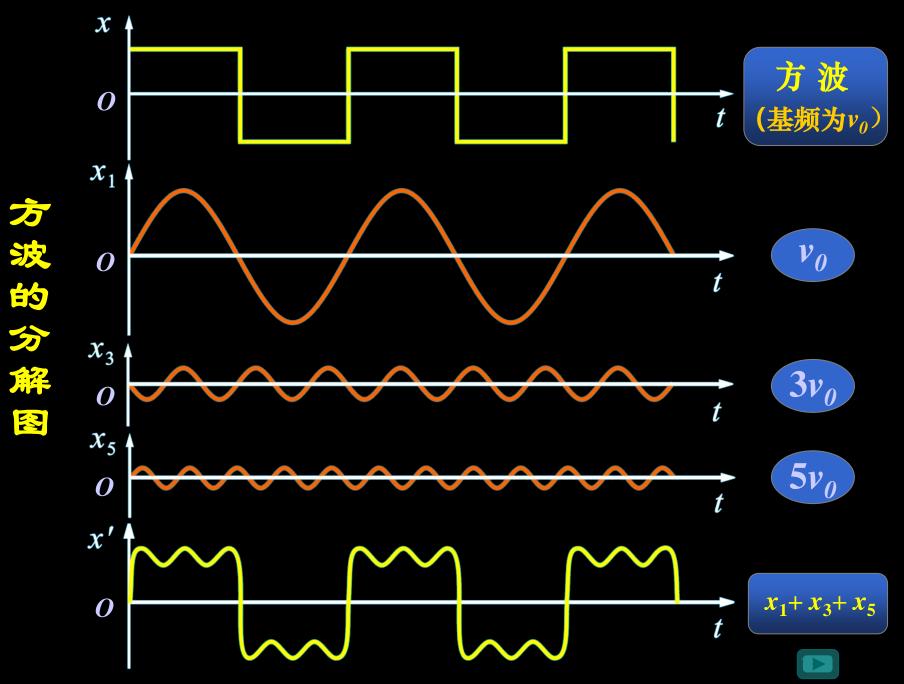
由傅里叶理论,有

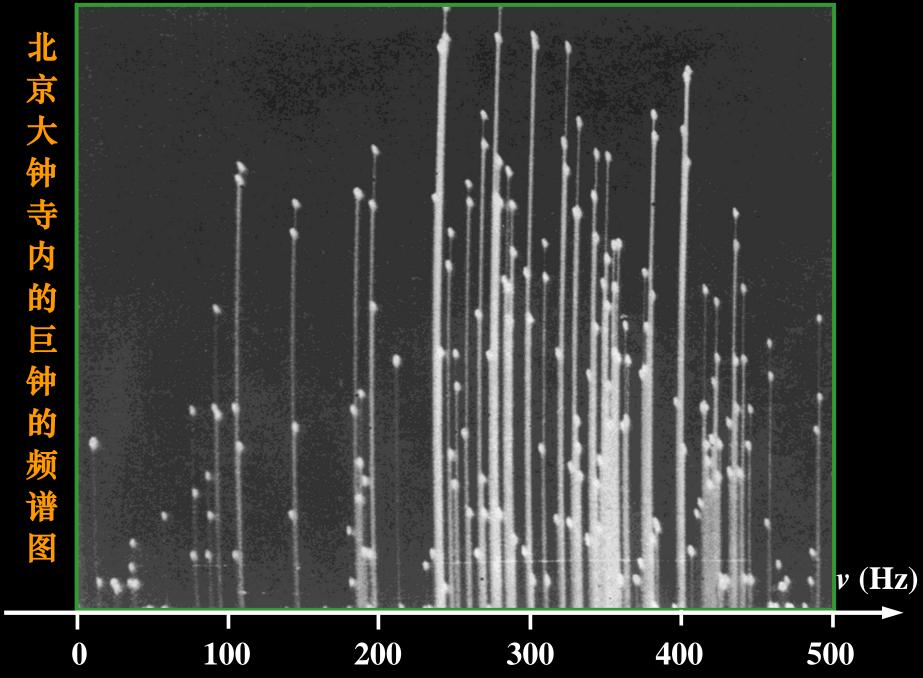
$$x(t) = \frac{4}{\pi} \sin 2\pi v_0 t + \frac{4}{3\pi} \sin 6\pi v_0 t + \frac{4}{5\pi} \sin 10\pi v_0 t + \cdots$$

结论:

- 1.方波可分解为 v_0 , $3v_0$, $5v_0$ 等 谐振动的叠加。
- 2.谐频次数越高的项振幅越小。









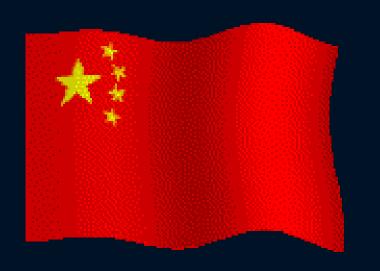
第13章 机械波 Mechanical wave





国家管弦乐团在联合国总部的演出

V 字形二维"锥形波"—"舷波"







战机突破音障的瞬间

波动(wave) —— 振动或扰动在空间以一定的速度传播

机械波 Mechanical wave

- —— 机械振动或扰动在介质中的传播
- ——声波、水波、地震波……
- —— 遵从经典力学理论

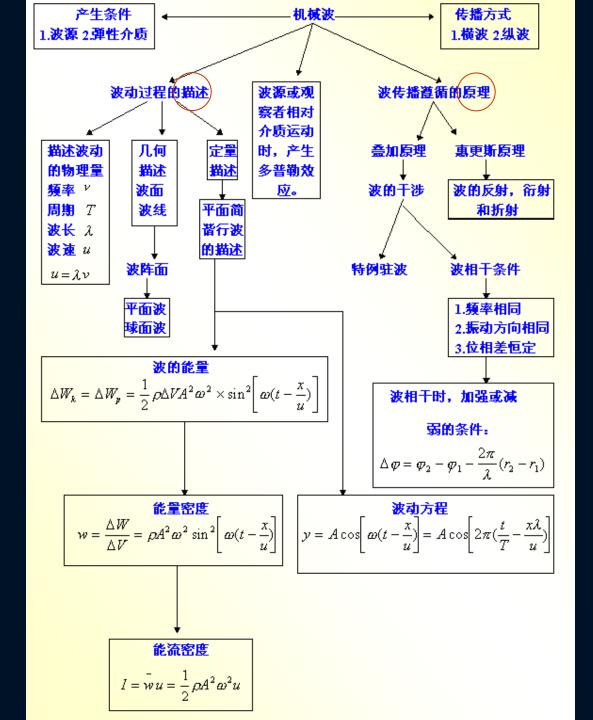
电磁波 Electromagnetic wave

- —— 变化电场和变化磁场在空间的传播
- —— 无线电波、光波、X射线……
- —— 遵从麦克斯韦电磁场理论

机械波和电磁波统称为经典波

—— 代表的是某种<u>实在的物理量</u>的波动。

- 物质波 —— 近代物理实验中发现,电子、质子和中子等微观粒子也能发生干涉和衍射等现象。 —— 微观粒子具有波动性(波粒二象性) —— 描述微观粒子在空间各点分布的几率波—— 遵从量子理论
 - 形成各类波的具体物理机制各不相同,具有各自的性质和规律
 - ▶ 形式上具有很多共同的特征和规律:叠加性,波的 反射、折射、干涉和衍射现象以及能量的传播等
 - > 都具有的波动的普遍性质
 - 〉描述各类波的方法可以相互借鉴、相互利用



- ◆了解机械波在介质中传播的物理机制和图象,理解波动和振动的联系与区别;
- ◆理解描述波动的物理量(波频、波长、波速等)的物理意义,掌握这些量之间的关系;
- ◆掌握建立平面简谐波波动表 达式的方法,理解波动表达式 的意义;
- ◆了解波的能量传播特征,理 解能流、能流密度等概念;
- ◆了解惠更斯原理及波的衍射、 反射和折射现象;
- ◆理解波的叠加原理,掌握波的相干条件,掌握波程差与相位差的关系;
- ◆了解驻波形成的条件及主要 特征;
- ◆了解多普勒效应的形成机理 及简单应用。

§13.1 机械波的产生和传播

一. 机械波的产生

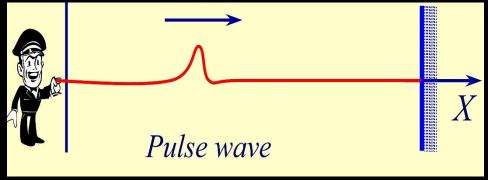
例1. 声波 —— 鼓声

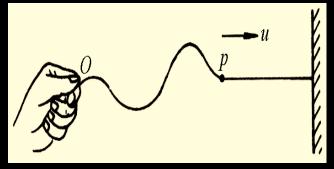
例2. 绳波

固定绳子的另一端抖 动一下,该扰动在绳 子中向前传播

若扰动是连续的振动, 就形成连续波







机械波(mechanical wave):

弹性介质的质元受外界扰动而发生振动时,因质元之间 的弹性联系,会使振动传播开去

机械振动以一定速度在弹性介质中由近及远地传播出去,就形成机械波。

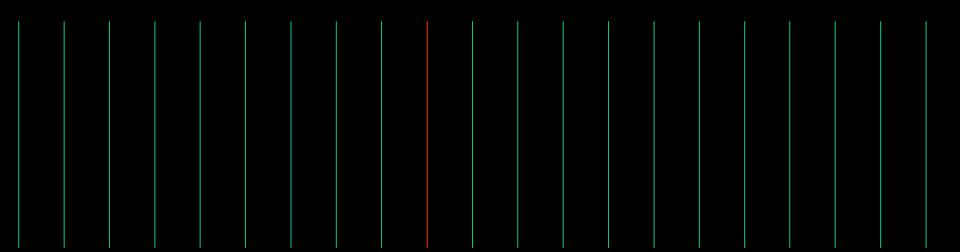
空气中传播的声波

- —— 介质质点的振动方向和波传播方向相互平行
- —— 纵波

柔绳上传播的绳波

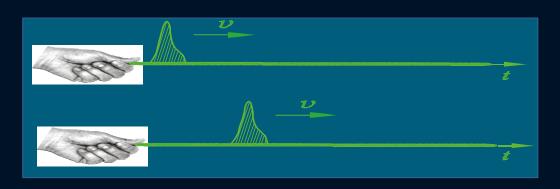
- —— 介质质点的振动方向与波传播方向相互垂直
- 一 横波

横波演示

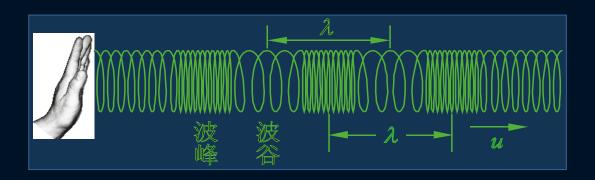




◆ 横波: 介质质点的振动方向与波传播方向相互垂直的波; 如柔绳上传播的波.

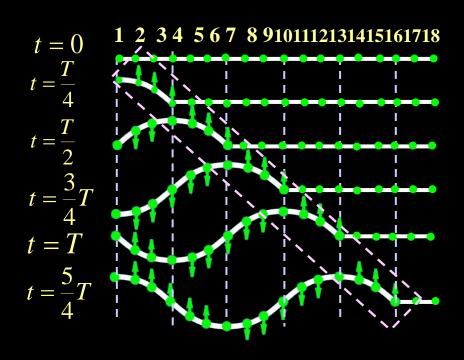


◆ 纵波: 介质质点的振动方向和波传播方向相互平行的波; 如空气中传播的声波.



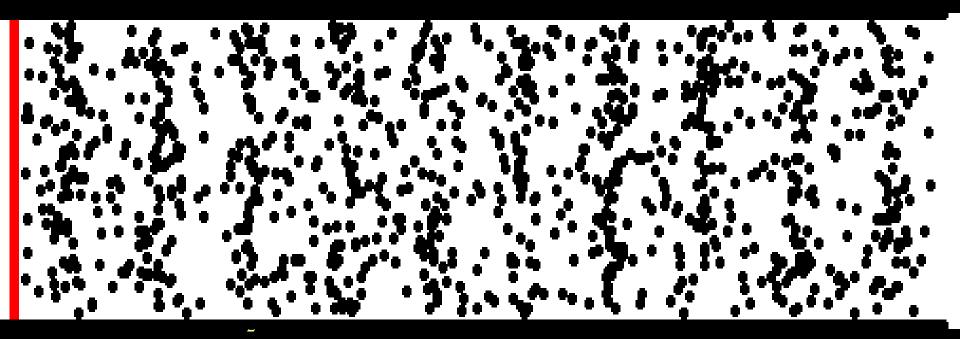
(气体和液体内只能传播纵波,不能传播横波)

横波: 质点振动方向 上 波传播方向

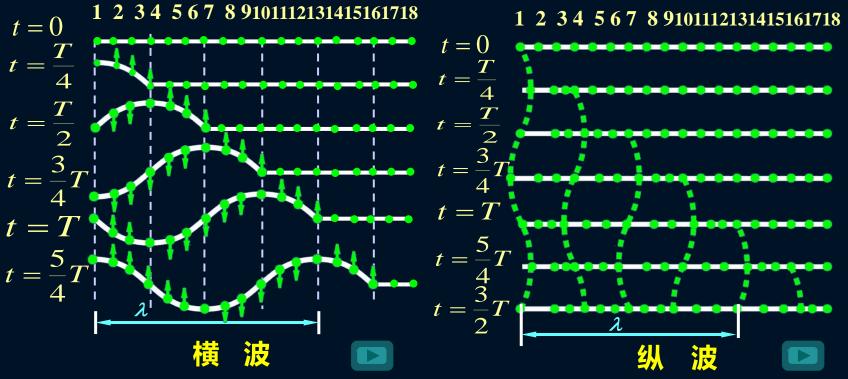


- ▶ 横波的产生 → 介质切向形变产生切向弹性力
 - → 相邻质元依次作用下去形成横波
- ▶ 横波只能在固体中传播
- > 横波传播时各质点并不随波前进
- > 波动是振动状态的传播,是相位的传播

纵波: 质点振动方向 // 波传播方向



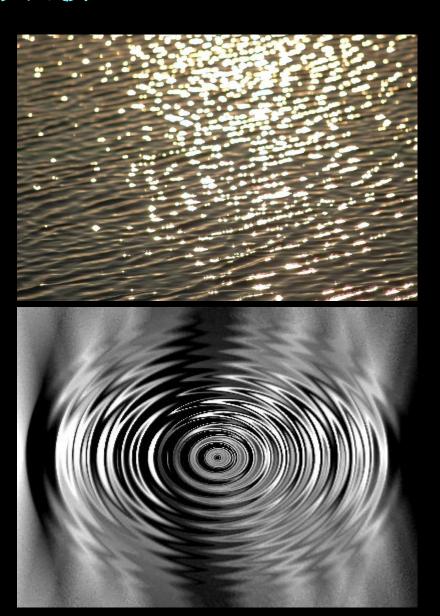
- → 纵波的产生 → 介质的拉伸和压缩产生纵向弹性力→ 相邻质元依次作用下去形成纵波
- > 纵波能在固体、液体和气体中传播
- > 纵波传播时各质点并不随波前进
- > 波动是振动状态的传播,是相位的传播

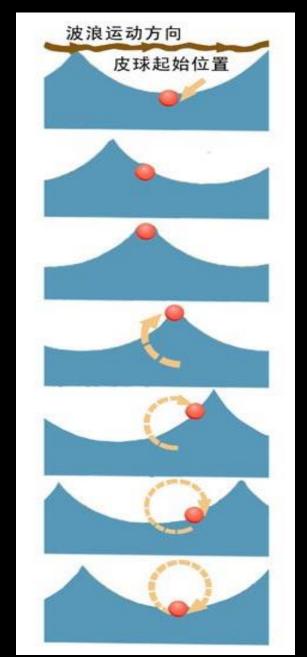




- (1) 波动中各质点并不随波前进;
- (2) 沿波的传播方向,各个质点的相位依次落后,波动是相位(振动状态)的传播;

水面波



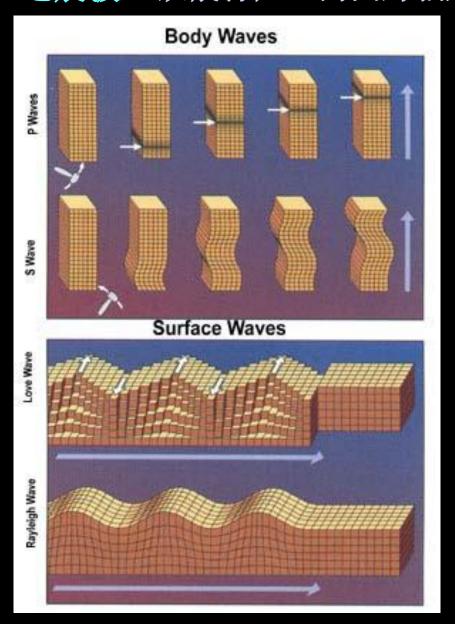


水面 波 既 非 横波又非纵波

地震波: 从震源产生向四外辐射的弹性波



地震波: 从震源产生向四外辐射的弹性波



两种: 体波和面波

体波在地球内部传播,又分成 P波和S波。P波为纵波,是推 进波,速度最快,它使地面发 生上下振动,破坏性较弱。 S波为横波,是剪切波,第二个 到达震中,它使地面发生前后 、左右抖动,破坏性较强。

面波是由纵波与横波在地表相 遇后激发产生的混合波,其波 长大、振幅强,只能沿地表面 传播,是造成建筑物强烈破坏 的主要因素。