

SARS 的传播规律研究

马 梁 姚 平 刘思慧

(国防科技大学, 湖南 长沙 410073)

摘要

本文主要讨论了如何对SARS疫情的走势做出较准确的预测, 以及如何应用模型来指导实际。首先分析了题目所给模型的优缺点, 在此基础上, 从定义SARS疫情发展状态的标志参数出发, 给出对疫情发展过程进行阶段划分的基本方法。按照这些标志参数在各个阶段的取值, 建立了一个差分方程形式的基本模型。论文以北京、山西、内蒙古的数据为例, 验证了所建立模型的合理性和有效性。同时, 对山西省疫情的走势进行了预测, 并对卫生部门所采取的措施做出了评价。然后讨论了SARS对经济的影响, 以北京地区的涉外旅游业为例, 建立了一个简单的模型, 分析了SARS对海外来京旅游人数的影响, 预测了未来几个月内的海外来京旅游人数, 认为10月份以后SARS对北京涉外旅游业的影响将会基本消除。最后, 对建立传染病数学模型的重要性做出了说明。

1. 问题重述

SARS (Severe Acute Respiratory Syndrome, 严重急性呼吸道综合症, 俗称: 非典型肺炎) 是 21 世纪第一个在世界范围内传播的传染病。SARS 的爆发和蔓延给我国的经济发展和人民生活带来了很大影响, 我们从中得到了许多重要的经验和教训, 认识到定量地研究传染病的传播规律、为预测和控制传染病蔓延创造条件的重要性。请你们对 SARS 的传播建立数学模型, 具体要求如下:

- 1) 对所提供的一个早期的模型, 评价其合理性和实用性。
- 2) 建立你们自己的模型, 说明为什么优于提供的模型; 特别要说明怎样才能建立一个真正能够预测以及能为预防和控制提供可靠、足够的信息的模型, 这样做的困难在哪里? 对于卫生部门所采取的措施做出评论, 如: 提前或延后 5 天采取严格的隔离措施, 对疫情传播所造成的影响做出估计。
- 3) 收集 SARS 对经济某个方面影响的数据, 建立相应的数学模型并进行预测。
- 4) 给当地报刊写一篇通俗短文, 说明建立传染病数学模型的重要性。

2. 问题的分析

1) 有关 SARS 的病理知识

关于传染病的数学模型存在很多, 对应于不同的传染病必须用不同的模型来描述其传播过程。因此, 有必要对 SARS 的传播、治疗过程进行分析。

通过查阅资料^{[1]、[2]}我们发现以下几点:

- (1) SARS 的潜伏期为二到十二天, 通常为四到五天, 在潜伏期内传染他人的可能性很小;
- (2) SARS 的传播途径有包括密切接触传染, 医护人员是该病的高危感染群体;
- (3) 在病发后的各个阶段, 都存在治愈或者死亡的可能;
- (4) 治愈的病人没有发生二次感染, 可以认为治愈后具有免疫力;

2) 建立的模型应该具有的特点

- (1) 能够很好地反映 SARS 发展的普遍规律和特征, 准确的描述 SARS 从爆发到疫情基本结束的全部过程。
- (2) 模型参数的实际意义清晰, 便于大众理解, 具有很好的可解释性, 通过对世界不同地区在不同阶段的标志参数的特点进行分析, 可以比较不同地区对疫情的系统控制能力, 分析不同地区的疾病过程的基本特征;
- (3) 模型具有连贯性, 能够直接利用当前政府发布的数据对今后一段时间内的疫情做出可信的预测, 能对实际工作有指导意义。

3. 基本假设

- 1) 感染者发病存在潜伏期, 假设潜伏期为四天或五天, 潜伏期内不具备传染性;
- 2) 感染者只在发病的当天可以感染非医护人员, 并且当天即被送往医院隔离;
- 3) 病人在医院内隔离后只能传染医护人员, 对社会不具备传染性;
- 4) 由于病人远小于健康者的数目, 同时不考虑一个地区的自然死亡, 出生, 迁入, 迁出对健康人数的影响, 认为健康者的总数不变。

转载时请注明出处, 并请保持文档完整性

- 5) 病人数以政府部门发布的确诊病例数为准，不考虑疑似病例。

问题一解答

题中模型的合理之处在于：

模型在考虑每个病人每日平均传染概率和病人的直接传染的平均期限的基础上，建立了一个统计分析模型，然后先分析香港和广东的情况以获得比较合理的参数，最后初步预测北京的疫情走势。这个模型对早期的研究SARS的传播规律，对疫情的预防和控制能够提供一些有价值的信息，具有一定的指导意义。

其在解析模型的基础上，加入了每个病人可以传染他人的期限，并考虑在不同阶段社会条件下传染概率的变化，得到了一个改进的模型。提出在L天之内，病例数目的增长随时间t(单位天)的关系是：

$$N(t) = N_0 (1+K)^t$$

在发病的初期，还没有采取有效得力的措施来及时发现、隔离和收治病人，病毒的传播和疫情的发展处于一种近乎自然的状态。这时将K视为常数，并由发病初期的数据拟合出K值。由此，模型得出由发病初期至高峰期的估计是比较准确的。而将L固定在20天这个值上也是有一定实际意义的，这是经过一些专家论证的。因此该模型可以用来对发病初期阶段的疫情进行预测，得到较准确的结果。这有利于及时发现疫情，对以后的预防和控制有一定指导。

该模型存在的主要问题是：

对于高峰期过后的控制阶段，应该通过对发病初期的预测并综合考虑各种人为的控制因素，估计出K值。而该模型通过对后期数据的拟合来确定K值，这显然是不合要求的。这种方法只能用于事后的统计，而不适用于事前的估计。

在前期和后期的两个K值之间，模型用10天的时间进行过渡，这也是没有依据的。因此，由结果可以看出这一时期的估计值与实际值有较大差距。说明这样做是存在问题的。

模型通过计算分别得到香港和广东的参数，分别用其来估计北京后期的疫情发展情况，这样做也是不太合适的。虽然各地区的情况有一定的可比性，一定的联系，但毕竟各地还是有很大的差异性的。完全套用一地区的参数来估计另一地区的疫情是不可取的。由实际效果来看，模型估计北京最终累积总病例数将达到3100多（香港参数）或3800多（广东参数），而实际上北京最终累积总病例数只有2500多，结果相差很远。这实际上是由于疫情爆发后北京的控制力度要大于香港和广东，用香港或广东的参数来估计北京的疫情显然是不合适的，得到的结果必然会有较大的差距。

综上所述，该模型对于疫情前期的估计是有一定的实际意义的，可以估计出疫情到达高峰的时间，为及时采取各种应对措施提供参考。而对疫情后期的估计并不准确，实际意义不大。

问题二的解答

转载时请注明出处，并请保持文档完整性

www.shumo.com

4. 模型的建立及求解

1) 变量的定义

$i(n)$: 截止到第 n 天在医院的患者总数,

也即公布的累计确诊人数-累计死亡人数-累计治愈人数;

$r_1(n)$: 截止到第 n 天的累计死亡人数;

$r_2(n)$: 截止到第 n 天的累计治愈人数;

$a(n)$: 第 n 天新增的患者人数;

第 n 天在医院患者人数的增加=该天新增的患者数-该天从医院移出的患者数

即是: $i(n) - i(n-1) = a(n) - [r_1(n) - r_1(n-1) + r_2(n) - r_2(n-1)]$

得到: $a(n) = i(n) - i(n-1) + r_1(n) - r_1(n-1) + r_2(n) - r_2(n-1)$ (1)

$a_1(n)$: 第 n 天新增的患者中非医护人员的人数;

$a_2(n)$: 第 n 天新增的患者中医护人员的人数;

$l_1(n)$: 第 n 天非医护人员的感染率;

$l_2(n)$: 第 n 天医护人员的感染率;

$m_1(n)$: 第 n 天的日死亡率;

$m_2(n)$: 第 n 天的日治愈率;

2) 模型的建立

为了确立 $i(n)$ 的取值, 首先考察一名病人从被传染到治愈(死亡)的过程: 当一人被感染后, 首先经历一个四到五天的潜伏期, 在这期间, 他既不会被确立为病例, 也不会感染其他人, 因此对系统值无影响。当潜伏期过后, 该感染者发病, 具备了传染性, 可以传染社会上的其他人。发病的当天, 他进入医院, 成为该天的新增病例。在他进入医院后直到治愈(或死亡)的这段时间内, 根据假设 3, 他就只能影响医护人员的感染人数, 而不会对社会上非医护人员感染人数有作用。因此, 一名病人可以影响自他发病当日后四或五天到治愈(或死亡)之日这段时期内的 a_2 值, 但是只能影响发病后第四天和第五天的 a_1 值。

根据以上的分析和参数的定义, 我们可以得到各个参数计算公式如下:

$$I_1(n) = \frac{\text{当天新增非医护人员患者}}{\text{之前四天及五天新增患者之和}} = \frac{a_1(n)}{a(n-4) + a(n-5)}$$

$$I_2(n) = \frac{\text{当天新增医护人员患者}}{\text{之前四天在医院的患者总数}} = \frac{a_2(n)}{i(n-4)}$$

$$m_1(n) = \frac{\text{当天死亡人数}}{\text{上一天在医院的患者总数}} = \frac{r_1(n) - r_1(n-1)}{i(n-1)}$$

$$m_2(n) = \frac{\text{当天治愈人数}}{\text{上一天在医院的患者总数}} = \frac{r_2(n) - r_2(n-1)}{i(n-1)}$$

通过以上参数的定义式代入(1)式很容易得到下式:

$$i(n) - i(n-1) = I_1(n)[a(n-4) + a(n-5)] + I_2(n)i(n-4) - [m_1(n) + m_2(n)]i(n-1)$$

3) 模型的求解

(1) 参数的实际意义

四个参数 I_1 、 I_2 、 m_1 、 m_2 都有很强的实际意义, 分别反应了疫情不同时期的特点:

I_1 的含义是每个人在隔离前平均传染的非医护人员数, 它的大小反映的是社会传染率的高低。在疫情前期, I_1 的值会很大, 随着政府防范措施的加入, I_1 会迅速减小到某一值附近, 而该值则能充分反映一个政府的措施是否得力。

I_2 的含义是每个人在隔离后平均传染的医护人员数, 它的大小反映的是医院防范措施是否得力。同 I_1 相类似, 在疫情前期, I_2 值会很大, 而随着医院措施的加强, I_2 应当减小, 其值反映了医院防范措施的强弱。

m_1 、 m_2 值则表示了某个时期内, 对 SARS 的医疗效果。随着对 SARS 研究的深入, m_1 值减小, m_2 值增加, 但总体变化范围不大。

由于四个参数的实际意义, 我们可以将疫情分为不同的时期, 在一个时期内, 四个参数应为恒定值。我们可以根据这个时期初始若干天的 I_1 、 I_2 、 m_1 、 m_2 值来预估整个时期的参数值, 或者根据经验来给出参数值, 从而由初始条件求解出 $i(n)$ 、 $a(n)$ 的大小, 得到对整个疫情变化的预测。

(2) 模型的检验

由于广东，香港的前期数据不完整，我们采用了北京^[3]、山西^[3]、内蒙古^[3]三地在 4 月 11 日--5 月 31 日所报告的疫情统计数据对我们的模型进行了检验。

A. 山西的时期划分及数据

| 时期 | 持续时间 | I_1 | I_2 | m_1 | m_2 |
|----|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1 | 4.28---4.30 | 1.01055 | 0.038251 | 0 | 0.0047681 |
| 2 | 5.1---5.4 | 0.17909 | 0.0037888 | 0.0027847 | 0.0128058 |
| 3 | 5.5---5.10 | 0.3925214 | 0.0046780 | 0.0028192 | 0.0231920 |
| 4 | 5.11---5.21 | 0.1827458 | 0 | 0.0006966 | 0.0574095 |
| 5 | 5.22---5.30 | 0 | 0 | 0 | 0.0740582 |

B. 内蒙古的时期划分及数据

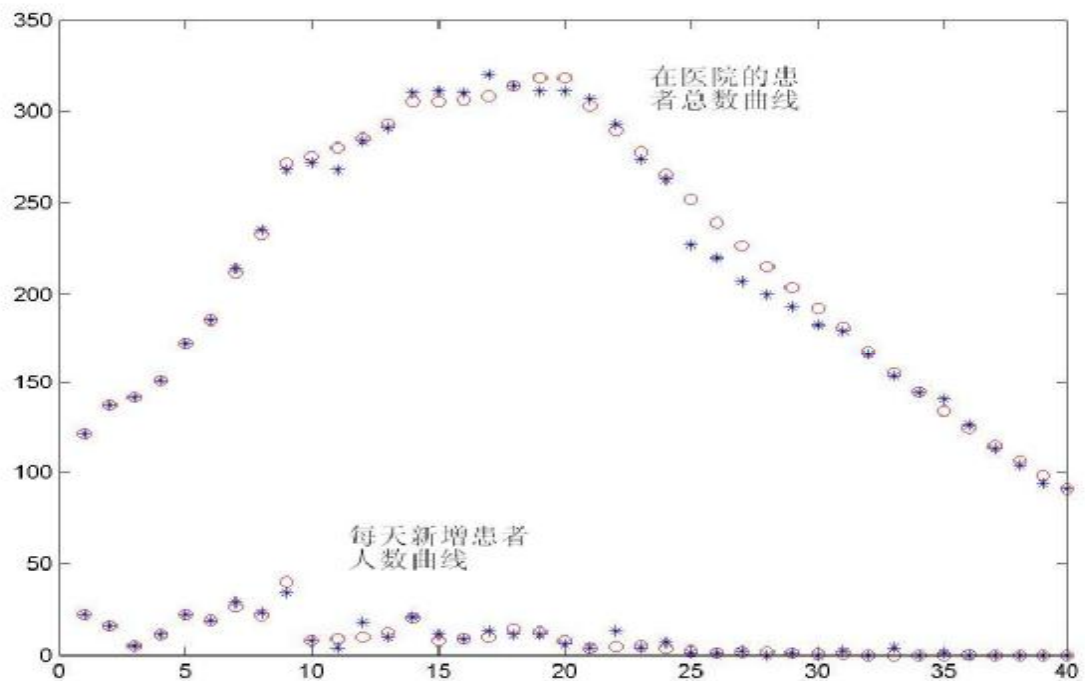
| 时期 | 持续时间 | I_1 | I_2 | m_1 | m_2 |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | 4.28---5.4 | 0.75816 | 0.027428 | 0.0100352 | 0.0064724 |
| 2 | 5.5---5.9 | 0.225073333 | 0.013447216 | 0.002171666 | 0.013362525 |
| 3 | 5.10—5.14 | 0.0125 | 0 | 0.002716766 | 0.006657066 |
| 4 | 5.15---5.30 | 0 | 0 | 0.001283287 | 0.033634976 |

C. 北京的时期划分及数据

| 时期 | 持续时间 | I_1 | I_2 | m_1 | m_2 |
|----|-------------|----------|------------|-----------|-----------|
| 1 | 4.28---5.1 | 0.388 | 0.014889 | 0.0038399 | 0.0046297 |
| 2 | 5.2---5.15 | 0.27898 | 0.0017248 | 0.001921 | 0.0077521 |
| 3 | 5.16—5.20 | 0.16139 | 0.000656 | 0.0015693 | 0.01793 |
| 4 | 5.21---5.24 | 0.722005 | 0.00039048 | 0.0015693 | 0.043209 |
| 5 | 5.25---6.2 | 0.13661 | 0.00039048 | 0.0015693 | 0.043209 |

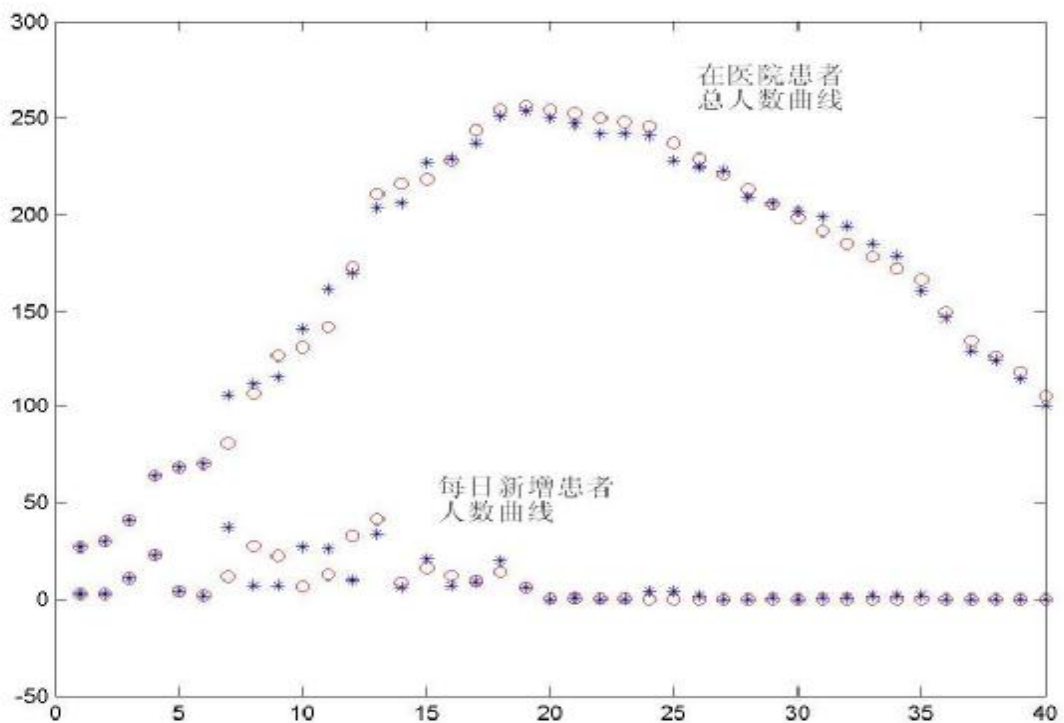
2003 年“高教社杯”全国二等奖

利用上述时间段的参数计算出了各个时间的 $i(n)$ 、 $a(n)$ ，与实际的数据比较，得到曲线图如下：



山西省拟和曲线图

*表示真实数据，○表示拟和数据 原点表示 4.20 日

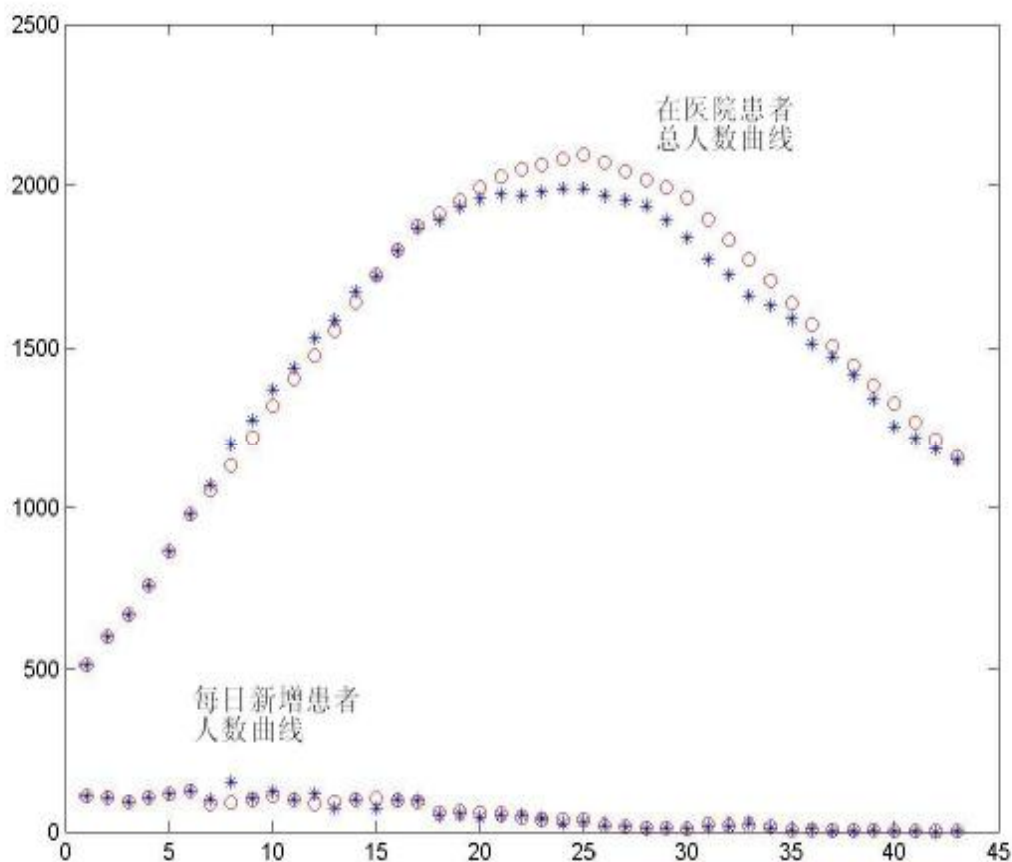


转载时请注明出处，并请保持文档完整性

www.shumo.com

内蒙古自治区拟和曲线图

*表示真实数据，○表示拟和数据 原点表示 4.20 日



北京拟和曲线图

*表示真实数据，○表示拟和数据 原点表示 4.20 日

通过拟合，我们可以看到 $i(n)$ 、 $a(n)$ 的值和实际符合的很好，这可以进一步说明我们模型的合理性。

(3) 对时期划分的解释

比较山西、内蒙古（北京爆发时间较早，数据不完整，在后面将有讨论）的数据我们可以看到，两地在初期都经历了一个 I_1 、 I_2 较大， m_1 、 m_2 较小的爆发期（上表中的时期 1）。在这段时期内， $a(n)$ 要比其他时期大很多， $i(n)$ 迅速增大（图中的斜率比较大）。这段时期（包括之前的时间）可以认为是 SARS 的爆发期。

接下来的时期 2 是一个短暂的波动期（山西为 4 天，内蒙古为 5 天）， I_1 、 I_2 值有了明显的降低，但相邻两天变化较大。表现在图上是拟和值和真实值偏差较大。这

转载时请注明出处，并请保持文档完整性

段时期可以认为是政府进行了干预，由于政策有效性及延迟性的关系，传染率会出现一定的波动，但整体开始降低。

而后，内蒙古疫情进入了一个相对稳定的时期，感染率稳定在一个较低的水平， $i(n)$ 平稳下降。相对的，山西的参数值却有了反弹，这导致了山西省的 $i(n)$ 长时间的居高不下（在 5 月 5 日到 5 月 11 日维持在峰值 310 人左右）。在这段时期可以看出，山西省的防范措施不如内蒙古。

最后，是非典传播的收敛期， I_1 、 I_2 值几乎为零，而治愈率明显提高，这使得 $i(n)$ 的值进一步减小，最终变为零。在这段时间内，实际上仍会有零星的病例出现，这种偶然发生的事件已超出了模型的解释范围。

反观北京的数据，由于爆发时期较早，所提供的数据已跨过了爆发期。由于前期防范工作的疏忽，加之经验不足，使得北京的感染率不是骤降，而是逐步下降，并且出现了反弹（5.21—5.24），这在官方所提供的数据上也有相应的体现。

(4) 利用模型进行的预测

通过以上的分析，我们检验了模型的合理性。进一步，通过我们的模型，可以在 SARS 流行时期对未来的 $i(n)$ 、 $a(n)$ 的值进行预测。

理论依据：

参数值在一个时期内是常数，而在不同时期出现阶梯性的跃变。

具体做法：

根据当天的 I_1 、 I_2 、 m_1 、 m_2 值（可通过当天的公布数据求出）作为模型的参数值进行计算。得到下个阶段的 $i(n)$ 、 $a(n)$ 的值，并且持续关注以后 $i(n)$ 、 $a(n)$ 的实际值，当实际值与预估值有较大偏差时（这时到了两个时期的转折点），用当前的 I_1 、 I_2 、 m_1 、 m_2 值作为模型中新的参数值再进行新一轮的预测，逐步预测出各个时间的 $i(n)$ 、 $a(n)$ 值，从而刻画出整个 $i(n)$ 、 $a(n)$ 的曲线。

我们利用山西省的数据通过上述做法进行了预测，结果如下：

| | 日期 | 4.28 | 4.29 | 4.30 | 5.1 | 5.2 | 5.3 | 5.4 | 5.5 | 5.6 | 5.7 | 5.8 | 5.9 | 5.10 |
|--------|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $i(n)$ | 实际 | 214 | 235 | 268 | 272 | 268 | 284 | 291 | 310 | 311 | 310 | 320 | 314 | 311 |
| | 预测 | 214 | 238 | 279 | 327 | 278 | 284 | 291 | 292 | 307 | 312 | 319 | 328 | 336 |
| $a(n)$ | 实际 | 29 | 23 | 34 | 8 | 4 | 18 | 10 | 8 | 11 | 9 | 13 | 11 | 11 |
| | 预测 | 29 | 25 | 42 | 50 | 9 | 10 | 11 | 21 | 7 | 12 | 15 | 16 | 15 |
| | 日期 | 5.11 | 5.12 | 5.13 | 5.14 | 5.15 | 5.16 | 5.17 | 5.18 | 5.19 | 5.20 | 5.21 | 5.22 | |
| $i(n)$ | 实际 | 311 | 307 | 293 | 274 | 263 | 227 | 220 | 207 | 200 | 193 | 183 | 180 | |
| | 预测 | 339 | 345 | 290 | 278 | 266 | 253 | 240 | 228 | 217 | 206 | 195 | 184 | |

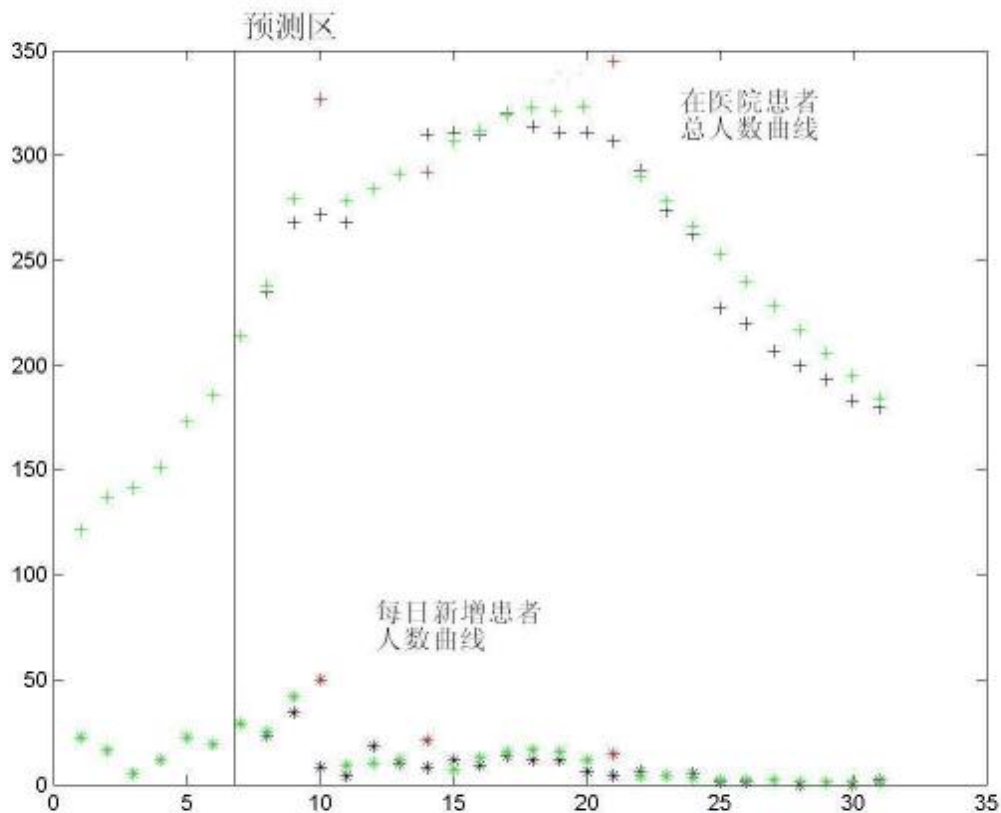
转载时请注明出处，并请保持文档完整性

2003 年 “高教社杯” 全国二等奖

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------|----|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| $\alpha(n)$ | 实际 | 6 | 4 | 6 | 4 | 5 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 2 | |
| | 预测 | 8 | 14 | 4 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | |

其中红色的时间为预估值和实际值相差较大，需要进行调整的时间。

下图是以图的形式给出的预估曲线和实际曲线，绿色为预估值，黑色为实际值，红色为调整点



结论：

通过以上的讨论，我们可以得到对 SARS 传播过程的规律。SARS 的传播可分为几个时期。一是爆发期，这一时期的感染率 I_1 、 I_2 很高，而治愈率较低，患病人数迅速上升。二是波动期，由于加入了人为的管控，感染率跳动性地降低，这一时期持续时间很短。三是平稳期，感染率较爆发期有了明显的降低，稳定在一个较低的数值，治愈率有所升高。各省的患病人数多在这一阶段达到峰值并开始回落。四是收敛期，感染率趋近于零，治愈率有了明显的提升，患病人数在这一阶段明显减少，直至为零，疫情结束。

(5) 对卫生部门措施的评价

通过上面的分析，我们可以认为措施的实施日期是在爆发期和波动期的转折点处。当卫生部的措施延后 5 天实施时，会使爆发期的时间延长 5 天，也即是用爆发期的四个参数值多计算五天的数据。而后，在上面的计算基础上，依次代入后面几个时期的参数值，参数作用的时间长度不变，从而计算出整个时期的 $i(n)$ 、 $a(n)$ 值。而当卫生部的措

转载时请注明出处，并请保持文档完整性

www.shumo.com

2003 年 “高教社杯” 全国二等奖

施提前 5 天实施时，同理，只需将爆发期的时间缩短 5 天，而后的参数依次前移进行计算即可。

基于此算法，我们对山西省的数据进行了模拟，得到数据见下页：

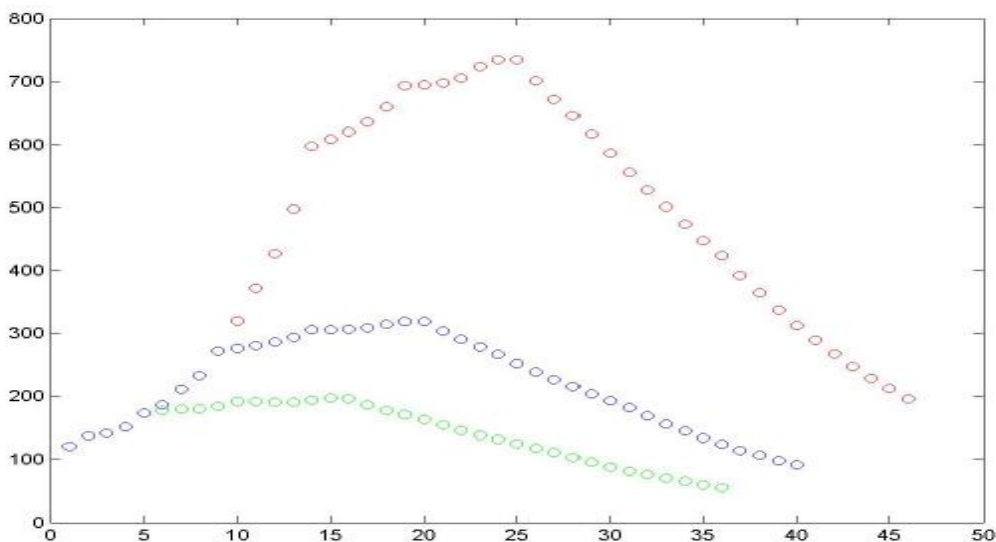
提前与延后五天采取隔离对 I 值的影响对比

| 日期 | 提前五天 | 真实数据 | 延后五天 | 日期 | 提前五天 | 真实数据 | 延后五天 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 4.21 | 121 | 121 | 121 | 5.14 | 131 | 263 | 735 |
| 4.22 | 137 | 137 | 137 | 5.15 | 124 | 227 | 736 |
| 4.23 | 141 | 141 | 141 | 5.16 | 118 | 220 | 701 |
| 4.24 | 151 | 151 | 151 | 5.17 | 111 | 207 | 672 |
| 4.25 | 173 | 173 | 173 | 5.18 | 102 | 200 | 645 |
| 4.26 | 178 | 186 | 186 | 5.19 | 95 | 193 | 617 |
| 4.27 | 179 | 214 | 212 | 5.20 | 88 | 183 | 586 |
| 4.48 | 180 | 235 | 233 | 5.21 | 82 | 180 | 556 |
| 4.29 | 184 | 268 | 272 | 5.22 | 76 | 167 | 528 |
| 4.30 | 191 | 272 | 319 | 5.23 | 70 | 154 | 501 |
| 5.1 | 192 | 268 | 371 | 5.24 | 65 | 144 | 475 |
| 5.2 | 190 | 284 | 428 | 5.25 | 60 | 140 | 449 |
| 5.3 | 190 | 291 | 499 | 5.26 | 56 | 126 | 424 |
| 5.4 | 194 | 310 | 598 | 5.27 | | 113 | 393 |
| 5.5 | 196 | 311 | 608 | 5.28 | | 104 | 363 |
| 5.6 | 196 | 310 | 621 | 5.29 | | 94 | 337 |
| 5.7 | 186 | 320 | 636 | 5.30 | | 91 | 312 |
| 5.8 | 178 | 314 | 660 | 5.31 | | | 289 |
| 5.9 | 170 | 311 | 693 | 6.1 | | | 267 |
| 5.10 | 163 | 311 | 694 | 6.2 | | | 247 |
| 5.11 | 154 | 307 | 698 | 6.3 | | | 229 |
| 5.12 | 146 | 293 | 706 | 6.4 | | | 212 |
| 5.13 | 139 | 274 | 724 | 6.5 | | | 196 |

红色为实施措施的日期。

转载时请注明出处，并请保持文档完整性

www.shumo.com



红色为推迟 5 天的模拟值，绿色为提前 5 天的模拟值，蓝色为真实值

很明显从图上可以看出，若提前 5 天采取隔离措施会使相同时期内的患病人数大为降低，而延后 5 天采取隔离措施则会使患病人数峰值翻了一番，这是我们所不愿见到的，由此可以知道，及时地采取隔离措施对有效地防止疫情扩散至关重要。

5. 进一步讨论

我们的模型，是基于 SARS 的传播规律，进行一些必要的，合理的假设后建立起来的，因此通过数学模型得到的预测值，反映的是传播的内在规律。而在真实情况下，偶然的因素会使真实值产生偏离规律的突变，这些是数学模型所不能解决的，也是建立一个能实现可靠完整的预测、并为预防和控制 SARS 提供足够信息的模型所面临的最大困难。即使不考虑这些偶然的因素，在进行预测时，未来的参数值也需用当前的数据近似代替。这样预测出来的值只能在某个区间内有效，而这个区间的长度又不可能预先估计，这就要求我们必须实时监测数据，以便做出及时的调整，这就限制了模型的适用度。同时，每日所公布的确诊病例数并不等于该天真实的病例数（比如误诊等），有时二者还会有较大的误差。这就又增加了预测的难度。

总的来说，要建立一个能真正预测以及能为预防和控制提供可靠、足够的信息模型，必须要充分了解该疾病的传播规律，在预测点之前的数据要尽量真实、可靠，尽可能地实时监测数据并及时反馈回到预测模型中，还要考虑在某个时刻人为因素的影响等等。这些要求对预测像 SARS 这样的突发性疾病带来了很大的困难。而数学模型是一个比较理想化的模型，和我们实际生活中发生的情况，总是有一定的距离的，数学如果越精确，考虑的数据越多，模型就越复杂，相对模型的实用性就差一点，所以我们在模型的准确性和实用性之间要找到平衡点，或者说是在一定允许的误差之内，把现实的规律能够用数学的方法描述出来，这才是我们建立模型的根本出发点。

6. 模型比较及优缺点分析

转载时请注明出处，并请保持文档完整性

www.shumo.com

优点:

1. 与题目所给模型相比较,我们在建模过程中充分考虑了 SARS 传播的特殊性,根据实际情况引入了潜伏期的概念,并将患者分为了医护人员和非医护人员两类分别计算,模型更加科学、合理;
2. 模型所得到的预测值准确,能很好地预测出患病人数的峰值及其发生时间,为各级政府及医疗部门作好防范措施提供了可靠的参考;
3. 同时,该模型独立性很强,可以根据各地的数据直接预测出各地的疫情发展状况,不需要其他地方的数据做参照,需要的数据量也远远小于原模型。
4. 该模型不仅可以用来对疫情的后期走势进行预测,还可以用来在疫情过后进行统计和规律性的研究。
5. 此外,该模型还具有很强的适用性,只要根据实际情况对参数进行调整,即可应用到其他的传染病模型中去。

缺点:

我们的在建模过程中做了一定的简化,所得到的模型能大体反映一些本质性、规律性的东西。但对实际中的一些人为因素的影响,数据的波动性等,模型并不能体现出来,这些都是值得我们今后继续研究和改进的。

SARS 对社会经济某一方面的影响

SARS 为传染病,在疫情发生期间,受影响最大的为流动人口。相应的,和流动人口密切相关的产业(如:旅游业、餐饮业、酒店业等)会受到很大的波及。这些产业的产值一般和所接待的人数成线性关系。因此,只要预计出 SARS 对这些产业所接待人数的影响,也就相应的预计了 SARS 对这方面经济产值的影响。

基于上面的分析,我们对海外来京旅游人数的受 SARS 的影响产生的变化进行预测。通过网上查寻,我们得到了从 1997 年 1 月至 2003 年 8 月的海外来京旅游人数

北京市接待海外旅游人数(单位:万人)

| 年份 | 1 月 | 2 月 | 3 月 | 4 月 | 5 月 | 6 月 | 7 月 | 8 月 | 9 月 | 10 月 | 11 月 | 12 月 | 年总数 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1997 | 9.4 | 11.3 | 16.8 | 19.8 | 20.3 | 18.8 | 20.9 | 24.9 | 24.7 | 24.3 | 19.4 | 18.6 | 229.2 |
| 1998 | 9.6 | 11.7 | 15.8 | 19.9 | 19.5 | 17.8 | 17.8 | 23.3 | 21.4 | 24.5 | 20.1 | 15.9 | 217.3 |
| 1999 | 10.1 | 12.9 | 17.7 | 21.0 | 21.0 | 20.4 | 21.9 | 25.8 | 29.3 | 29.8 | 23.6 | 16.5 | 250.0 |
| 2000 | 11.4 | 26.0 | 19.6 | 25.9 | 27.6 | 24.3 | 23.0 | 27.8 | 27.3 | 28.5 | 32.8 | 18.5 | 292.7 |
| 2001 | 11.5 | 26.4 | 20.4 | 26.1 | 28.9 | 28.0 | 25.2 | 30.8 | 28.7 | 28.1 | 22.2 | 20.7 | 297.0 |
| 2002 | 13.7 | 15.9 | 23.1 | 28.9 | 29.0 | 27.4 | 26.0 | 32.2 | 31.4 | 32.6 | 29.2 | 22.9 | 312.4 |
| 2003 | 15.4 | 17.1 | 23.5 | 11.6 | 1.78 | 2.61 | 8.8 | 16.2 | | | | | |

我们分析了 2003 年之前的数据,发现每一年中各月游客量占年总游客量的比例是一个相对稳定的量。我们取其平均值作为 2003 年中各月的比例

| 年份 | 1 月 | 2 月 | 3 月 | 4 月 | 5 月 | 6 月 | 7 月 | 8 月 | 9 月 | 10 月 | 11 月 | 12 月 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|------|------|
| 1997 | 4.1% | 4.9% | 7.3% | 8.6% | 8.9% | 8.2% | 9.1% | 10.9% | 10.8% | 10.6% | 8.5% | 8.1% |

转载时请注明出处,并请保持文档完整性

2003 年 “高教社杯” 全国二等奖

| | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|------|
| 1998 | 4.4% | 5.4% | 7.3% | 9.2% | 9.0% | 8.2% | 8.2% | 10.7% | 9.8% | 11.3% | 9.2% | 7.3% |
| 1999 | 4.0% | 5.2% | 7.1% | 8.4% | 8.4% | 8.2% | 8.8% | 10.3% | 11.7% | 11.9% | 9.4% | 6.6% |
| 2000 | 3.9% | 8.9% | 6.7% | 8.8% | 9.4% | 8.3% | 7.9% | 9.5% | 9.3% | 9.7% | 11.2% | 6.3% |
| 2001 | 3.9% | 8.9% | 6.9% | 8.8% | 9.7% | 9.4% | 8.5% | 10.4% | 9.7% | 9.5% | 7.5% | 7.0% |
| 2002 | 4.4% | 5.1% | 7.4% | 9.3% | 9.3% | 8.8% | 8.3% | 10.3% | 10.1% | 10.4% | 9.3% | 7.3% |
| 2003 | 4.1% | 6.4% | 7.1% | 8.9% | 9.1% | 8.5% | 8.5% | 10.4% | 10.2% | 10.6% | 9.2% | 7.1% |

我们在分析每年总人数时发现在 1998、1999、2000 这三年中游客人数迅速增长，而 2000 以后增长则相对稳定，这明显是两个阶段，因此我们取 2000 年以后各年总人数，计算出年平均增长率为 3.4%，以此作为 2003 年的年增长率，得到 2003 年海外来京游客总人数的预测值为 323 万人。按照上面的比例，我们得到 2003 年各月游客人数的估计值为：

| | 1 月 | 2 月 | 3 月 | 4 月 | 5 月 | 6 月 | 7 月 | 8 月 | 9 月 | 10 月 | 11 月 | 12 月 |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 2003 年 | 13.2 | 20.7 | 23.6 | 27.8 | 28.7 | 26.5 | 29.4 | 35.2 | 34.9 | 34.2 | 27.5 | 26.2 |

考虑北京 SARS 的持续时间为四月中旬到六月下旬，我们来计算在这段时间及其以后的时间人数的变化。由于各个月份旅游的人数不同，采取绝对的减少量并不能准确的反映 SARS 对其的影响。我们采取人数的相对减少量 a 为标准。

$$a = \frac{\text{预估值} - \text{真实值}}{\text{预估值}}。$$

由于四月是从大约一半的时间开始受到影响，因此四月的 a 值不可靠。从五月起开始计算：

| 月份 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|--------|--------|--------|--------|
| a | 0.9379 | 0.9015 | 0.7773 | 0.5397 |

我们对上述数据进行了二次拟合，得到了九月份的 a 为 0.22，而在十月份 a 值将恢复为零，也就是说，十月份的旅游业将恢复到应有的水平。
得到结论：SARS 对旅游经济的影响会持续到九月份，在十月份将恢复到应有水平，而九月份海外来京人数约为 27.2(万人)，十月份的旅游人数为 34.2(万人)。

写给报社：

“面对下一次病毒的威胁，我们准备好了吗？”

SARS (Severe Acute Respiratory Syndrome, 即非典型肺炎), 作为新世纪首个在全球范围内爆发的恶性传染病, 其爆发和蔓延对我国的经济发展和人民生活带来了巨大的影响。虽然, 在这场没有硝烟的战争中我们取得了胜利, 但我们也为此付出了惨痛的代价。在整个抗击非典斗争中, 我们得到了许多经验和教训, 这是值得我们深思的。SARS 应该被看成是一次非常及时的警告, 我们应当以此为借鉴, 不断地提醒自己: 当一种具有 SARS 一样的病死率、像流感一样的传染力的疾病出现时, 我们准备好了吗?

转载时请注明出处, 并请保持文档完整性

www.shumo.com

综观非典爆发的全过程，我们有过许多的教训。如果能及时采取果断措施，非典就不会在北京以及全国许多地区造成如此巨大的影响。正是由于我们对疫情不够重视，对其严重性的估计不足，没有及时做出疫情的后期走势的预测，才造成了非典的大范围爆发，形成如此严重的后果。

由此看出，如何及时准确地对传染病疫情做出预测，在控制传染病的扩散和蔓延中起着至关重要的作用。而建立传染病的数学模型正是为了解决这一问题。在人类的历史上，曾经爆发过多次全球性的大规模的传染病。从流感、血吸虫病到天花、疟疾，无一不被我们所征服。在这其间，建立传染病的数学模型起了相当重要的作用。传染病模型也在其间不断的进行完善，至今已形成了一套较完善的理论。在这次非典疫情的后期，建立的 SARS 扩散模型，也对疫情的控制起到了很好的促进作用。例如在文汇报上发表过一篇报道，就是美国康耐尔大学有一个生物统计学家，对多伦多 SARS 的传播建立了数学模型和统计分析，如果多伦多市不采取控制措施的话，那么它的 SARS 感染者的病例数可能要达到 20 万。根据他的模型，就提出一些措施，比如说隔离的措施等等，采取这些措施以后，整个发病的病例数就大大减少了。加拿大多伦多采纳了专家的意见，从而将总的病例数控制在 300 多例。又如我们通过模型分析了山西的疫情走势，如果能够提前 5 天采取控制措施的话，最终患者峰值将只有 190 多人，只是实际峰值的一半，如果滞后五天采取控制措施，最终的患者峰值将达到 790 多人。假如我们能及时将这些信息反馈给有关部门，那么将对疫情的控制起到很好的促进作用。这些都有力的说明了建立传染病模型是很有意义的。

这次非典的爆发对我们是一次惨痛的教训，不过值得高兴的是正是由于这样，才有更多的学者开始关注并开始从事传染病模型的研究。全世界的科学家在积极地从多角度、各个方面切入到 SARS 问题的研究当中，而且已经取得了很多的成果。而在国内也有不少院校、科研院所的数学工作者也在做这方面的工作，有关的研究也在不断的深入，不断会有新的研究成果出现，这对我们了解 SARS，防治 SARS，都是有非常重要的意义的。

随着传染病模型研究的不断发展和深入，我们在面对传染病的袭击时将更加从容，更加主动。我们与传染病的这场战斗将进行得更平稳更安全。最近有消息说，SARS 在今冬将再次爆发。我们可以欣喜的看到，通过对 SARS 模型的研究，我们已经能更加从容，更加合理的进行防范准备，更加快速有效地控制 SARS 的蔓延。所以，面对 SARS 的再一次袭击，我们可以充满信心的说：“SARS，来吧！我们不怕！”

参考文献：

- [1] 中华人民共和国卫生部 全国内地非典型肺炎最新疫情通报(附表)
<http://www.moh.gov.cn/> 2003-9-24
- [2] 首都之窗 “非典”小知识 <http://www.beijing.gov.cn/> 2003-9-24
- [3] 广东省卫生厅非典肺炎防治网 全国内地非典型肺炎最新疫情通报(附表)
<http://www.kc100.com/> 2003-9-24
- [4] 姜启源著， 数学模型（第二版）， 北京：高等教育出版社，1993

2003 年“高教社杯”全国二等奖

附表：

山西省疫情统计数据^[3]

| 日期 | 临床诊断病例 | | 其中医务人员 | | 死亡人数 | | 治愈出院人数 | |
|------|--------|-----|--------|----|------|----|--------|-----|
| | 新增 | 累计 | 新增 | 累计 | 新增 | 累计 | 新增 | 累计 |
| 4.21 | 22 | 141 | 0 | 45 | 0 | 7 | 7 | 13 |
| 4.22 | 16 | 157 | 0 | 45 | 0 | 7 | 0 | 13 |
| 4.23 | 5 | 162 | 0 | 45 | 0 | 7 | 1 | 14 |
| 4.24 | 11 | 173 | 1 | 46 | 1 | 8 | 0 | 14 |
| 4.26 | 22 | 195 | 1 | 47 | 0 | 8 | 0 | 14 |
| 4.27 | 19 | 214 | 1 | 48 | 1 | 9 | 5 | 19 |
| 4.28 | 29 | 243 | 10 | 58 | 0 | 9 | 1 | 21 |
| 4.30 | 34 | 299 | 3 | 65 | 0 | 9 | 1 | 22 |
| 5.1 | 8 | 307 | 1 | 66 | 1 | 10 | 3 | 25 |
| 5.2 | 4 | 311 | 0 | 66 | 0 | 10 | 7 | 32 |
| 5.3 | 18 | 329 | 2 | 68 | 2 | 12 | 1 | 533 |
| 5.4 | 10 | 339 | 0 | 68 | 0 | 12 | 3 | 36 |
| 5.5 | 21 | 360 | 2 | 70 | 2 | 14 | 0 | 36 |
| 5.6 | 11 | 369 | 5 | 75 | 3 | 17 | 5 | 41 |
| 5.7 | 9 | 378 | 1 | 76 | 0 | 17 | 10 | 51 |
| 5.8 | 13 | 391 | 0 | 76 | 0 | 17 | 3 | 54 |
| 5.9 | 11 | 400 | 0 | 76 | 0 | 17 | 15 | 69 |
| 5.10 | 11 | 410 | 1 | 77 | 1 | 18 | 12 | 81 |

转载时请注明出处，并请保持文档完整性

2003 年“高教社杯”全国二等奖

| | | | | | | | | |
|------|----|-----|---|----|---|----|----|-----|
| 5.11 | 6 | 416 | 0 | 77 | 0 | 18 | 6 | 87 |
| 5.12 | 4 | 420 | 0 | 77 | 0 | 18 | 8 | 95 |
| 5.13 | 13 | 431 | 1 | 78 | 1 | 19 | 24 | 119 |
| 5.14 | 4 | 435 | 0 | 78 | 0 | 19 | 23 | 142 |
| 5.15 | 7 | 442 | 0 | 78 | 0 | 19 | 18 | 160 |
| 5.16 | 1 | 443 | 0 | 78 | 0 | 19 | 37 | 197 |
| 5.17 | 1 | 443 | 0 | 78 | 1 | 20 | 6 | 203 |
| 5.18 | 2 | 445 | 0 | 78 | 0 | 20 | 15 | 218 |
| 5.19 | 0 | 444 | 0 | 78 | 0 | 20 | 6 | 224 |
| 5.20 | 1 | 445 | 0 | 78 | 0 | 20 | 8 | 232 |
| 5.21 | 0 | 445 | 0 | 78 | 0 | 20 | 10 | 242 |
| 5.22 | 2 | 447 | 1 | 79 | 0 | 20 | 5 | 247 |
| 5.23 | 0 | 447 | 0 | 79 | 1 | 21 | 12 | 259 |
| 5.24 | 4 | 450 | 0 | 79 | 0 | 21 | 16 | 275 |
| 5.25 | 0 | 449 | 0 | 79 | 0 | 21 | 9 | 284 |
| 5.26 | 1 | 450 | 1 | 80 | 0 | 21 | 5 | 289 |
| 5.27 | 0 | 450 | 0 | 80 | 0 | 21 | 14 | 303 |
| 5.28 | 0 | 450 | 0 | 80 | 0 | 21 | 13 | 316 |
| 5.29 | 0 | 450 | 0 | 80 | 0 | 21 | 9 | 325 |
| 5.30 | 0 | 450 | 0 | 80 | 0 | 21 | 10 | 335 |
| 5.31 | 0 | 450 | 0 | 80 | 0 | 21 | 3 | 338 |
| 6.1 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 21 | 1 | 339 |
| 6.2 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 21 | 3 | 342 |
| 6.3 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 21 | 6 | 348 |
| 6.4 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 21 | 6 | 354 |
| 6.5 | 0 | 448 | 0 | 80 | 2 | 23 | 17 | 371 |
| 6.6 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 23 | 3 | 374 |
| 6.7 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 23 | 1 | 375 |
| 6.8 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 23 | 4 | 379 |
| 6.9 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 23 | 6 | 385 |
| 6.10 | 0 | 448 | 0 | 80 | 1 | 24 | 6 | 391 |
| 6.11 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 24 | 5 | 396 |
| 6.12 | 0 | 448 | 0 | 80 | 0 | 24 | 6 | 402 |

内蒙古自治区疫情统计数据^[3]

| 日期 | 临床诊断病例 | | 其中医务人员 | | 死亡人数 | | 治愈出院人数 | |
|------|--------|----|--------|----|------|----|--------|----|
| | 新增 | 累计 | 新增 | 累计 | 新增 | 累计 | 新增 | 累计 |
| 4.21 | 3 | 33 | 0 | 4 | 0 | 6 | 0 | 0 |
| 4.22 | 3 | 36 | 1 | 5 | 0 | 6 | 0 | 0 |
| 4.23 | 11 | 47 | 1 | 6 | 0 | 6 | 0 | 0 |
| 4.24 | 23 | 70 | 5 | 11 | 0 | 6 | 0 | 0 |

转载时请注明出处，并请保持文档完整性

www.shumo.com

2003 年 “高教社杯” 全国二等奖

| | | | | | | | | |
|------|----|-----|---|----|---|----|----|-----|
| 4.26 | 4 | 74 | 2 | 13 | 0 | 6 | 0 | 0 |
| 4.27 | 2 | 76 | 0 | 13 | 0 | 6 | 0 | 0 |
| 4.28 | 37 | 113 | 1 | 14 | 1 | 7 | 0 | 0 |
| 4.29 | 7 | 120 | 2 | 16 | 1 | 8 | 0 | 0 |
| 4.30 | 7 | 127 | 0 | 16 | 1 | 9 | 2 | 2 |
| 5.1 | 27 | 154 | 4 | 20 | 2 | 11 | 0 | 2 |
| 5.2 | 26 | 180 | 2 | 22 | 1 | 13 | 3 | 5 |
| 5.3 | 10 | 190 | 0 | 22 | 1 | 14 | 1 | 6 |
| 5.4 | 34 | 224 | 7 | 29 | 0 | 14 | 0 | 6 |
| 5.5 | 6 | 230 | 2 | 31 | 0 | 14 | 4 | 10 |
| 5.6 | 21 | 251 | 5 | 36 | 0 | 14 | 0 | 10 |
| 5.7 | 7 | 258 | 2 | 38 | 2 | 16 | 3 | 13 |
| 5.8 | 9 | 266 | 1 | 39 | 0 | 16 | 0 | 13 |
| 5.9 | 20 | 284 | 3 | 42 | 1 | 17 | 3 | 16 |
| 5.10 | 6 | 289 | 1 | 43 | 0 | 17 | 2 | 18 |
| 5.11 | 0 | 288 | 0 | 42 | 1 | 18 | 2 | 20 |
| 5.12 | 1 | 288 | 0 | 42 | 2 | 20 | 1 | 21 |
| 5.13 | 0 | 288 | 0 | 42 | 3 | 23 | 2 | 23 |
| 5.14 | 0 | 288 | 0 | 42 | 0 | 23 | 0 | 23 |
| 5.15 | 4 | 288 | 0 | 41 | 1 | 24 | 0 | 23 |
| 5.16 | 4 | 288 | 0 | 41 | 0 | 24 | 13 | 36 |
| 5.17 | 2 | 290 | 1 | 42 | 1 | 25 | 4 | 40 |
| 5.18 | 0 | 289 | 0 | 42 | 0 | 25 | 1 | 41 |
| 5.19 | 0 | 286 | 0 | 41 | 0 | 25 | 11 | 52 |
| 5.20 | 1 | 287 | 0 | 41 | 0 | 25 | 4 | 56 |
| 5.21 | 0 | 285 | 0 | 40 | 0 | 25 | 2 | 58 |
| 5.22 | 1 | 285 | 0 | 40 | 0 | 25 | 3 | 61 |
| 5.23 | 1 | 286 | 0 | 40 | 0 | 25 | 6 | 67 |
| 5.24 | 2 | 286 | 0 | 40 | 1 | 26 | 8 | 75 |
| 5.25 | 2 | 286 | 2 | 41 | 1 | 27 | 5 | 80 |
| 5.26 | 2 | 286 | 0 | 41 | 1 | 28 | 17 | 97 |
| 5.27 | 0 | 285 | 0 | 41 | 0 | 28 | 13 | 110 |
| 5.28 | 0 | 285 | 0 | 41 | 0 | 28 | 17 | 127 |
| 5.29 | 0 | 284 | 0 | 41 | 0 | 28 | 4 | 131 |
| 5.30 | 0 | 284 | 0 | 41 | 0 | 28 | 10 | 141 |
| 5.31 | 0 | 284 | 0 | 41 | 0 | 28 | 15 | 156 |
| 6.1 | 0 | 284 | 0 | 41 | 0 | 28 | 9 | 165 |
| 6.2 | 0 | 284 | 0 | 41 | 1 | 29 | 1 | 166 |
| 6.3 | 0 | 284 | 0 | 41 | 0 | 29 | 5 | 171 |
| 6.4 | 0 | 284 | 0 | 41 | 0 | 29 | 9 | 180 |
| 6.5 | 0 | 284 | 0 | 41 | 0 | 29 | 10 | 190 |
| 6.6 | 0 | 284 | 0 | 41 | 0 | 29 | 6 | 196 |

转载时请注明出处，并请保持文档完整性

2003 年“高教社杯”全国二等奖

| | | | | | | | | |
|------|---|-----|---|----|---|----|----|-----|
| 6.7 | 0 | 284 | 0 | 41 | 0 | 29 | 11 | 207 |
| 6.8 | 0 | 283 | 0 | 41 | 0 | 29 | 10 | 216 |
| 6.9 | 0 | 283 | 0 | 41 | 0 | 29 | 8 | 224 |
| 6.10 | 0 | 283 | 0 | 41 | 0 | 29 | 7 | 231 |
| 6.11 | 0 | 283 | 0 | 41 | 0 | 29 | 13 | 244 |
| 6.12 | 0 | 282 | 0 | 41 | 0 | 28 | 1 | 245 |