

税益 (13072919527) 及824, Cyrus Tang Building



玻耳兹曼分布律

在重力场中,粒子数密度随高度增大而减小, μ 越大,n减小越迅速;T越高,n减小越缓慢。

$$p = nkT = n_0 kTe^{-\mu gh/kT} = p_0 e^{-\mu gh/kT}$$
 (等温气压公式)

式中 p_0 是高度为零处的压强

- 例 拉萨海拔约为3600m, 气温为273K, 忽略气温随高度的变化。当海平面上的气压为1.013×10⁵ Pa 时
- 求 (1) 拉萨的大气压强;
 - (2) 若某人在海平面上每分钟呼吸17次,他在拉萨呼吸多少次才能吸入同样质量的空气。M=29×10⁻³ kg/mol

解由等温气压公式得

$$p = p_0 e^{-Mgh/RT} = 1.013 \times 10^5 e^{-29 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 3600/(8.31 \times 273)}$$
$$= 0.645 \times 10^5 \,\mathrm{Pa}$$

设人每次吸入空气的容积为 V_0 ,在拉萨应呼吸x次

则有
$$p(xV_0) = p_0(17V_0)$$
 $x = 26.7$ 次

二. 玻耳兹曼分布律

$$n = n_0 e^{-\mu g h / kT} \qquad \mathbf{\varepsilon}_p = \mu g h \qquad n = n_0 e^{-\varepsilon_p / kT}$$

推广 —— 适用于任何形式的保守力场

平衡态下温度为T的气体中,位于空间某一小区间 $x\sim x+dx$, $y\sim y+dy$, $z\sim z+dz$ 中的分子数为

$$dN = ndV = n_0 e^{-\varepsilon_p/kT} dx dy dz$$

式中 ε_p 是位于 (x, y, z) 处分子的势能

这是粒子关于空间位置的分布规律、常称为玻耳兹曼分布律。

它表明,在势场中的分子总是优先占据势能较低的状态。

三. 麦克斯韦-玻耳兹曼分布律

平衡态下温度为 T 的气体中,位置在 $x\sim x+dx$, $y\sim y+dy$, $z\sim z+dz$ 中,且速度在 $v_x\sim v_x+dv_x$, $v_y\sim v_y+dv_y$, $v_z\sim v_z+dv_z$ 区间的分子数为

$$dN(\vec{r}, \vec{\upsilon}) = Ce^{-\varepsilon/kT} d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_z dxdydz$$

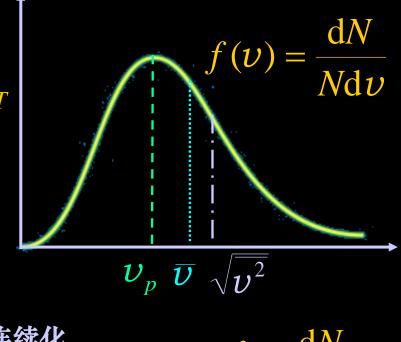
式中 $\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_p$ 是分子的总能量, C 是与位置坐标和速度无关的比例系数。

这一结论,称为麦克斯韦-玻耳兹曼分布定律。它给出了分子数按能量的分布规律。

麦克斯韦速率分布定律

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\mu v^2/2kT}$$

$$\int_0^\infty f(\nu) \mathrm{d}\nu = 1$$



$$\overline{M} = \frac{\sum_{i} \Delta N_{i} M_{i}}{N} = \sum_{i} \frac{\Delta N_{i}}{N} M_{i} \xrightarrow{\text{连续化}} \overline{M} = \int_{0}^{M} \frac{dN}{N}$$

$$\overline{M} = \int_{0}^{\infty} M(v) f(v) dv \leftarrow$$

能量按自由度均分原理

在温度为T的平衡状态下,分子每个自由度的平均动能均为kT/2。

玻耳兹曼分布律

$$n = n_0 e^{-\varepsilon_p/k_B T}$$

$$dN = n dV = n_0 e^{-\varepsilon_p/kT} dx dy dz$$

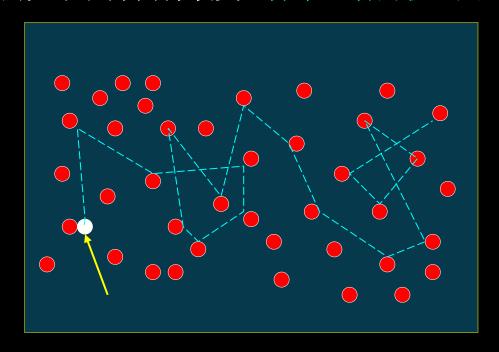
麦克斯韦-玻耳兹曼分布律

 $dN(\vec{r}, \vec{\upsilon}) = Ce^{-\varepsilon/kT} d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_z dx dy dz$

§ 12.10 气体分子的平均自由程

一.分子的平均碰撞频率

气体分子在运动过程中会与其它分子发生频繁的碰撞,每碰撞一次,分子速度的大小和方向都改变,分子运动的轨迹是一迂回的折线.

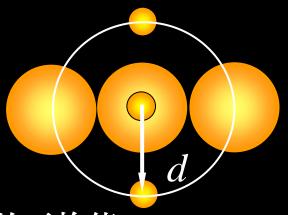


个别分子间的碰撞是偶然事件

大量分子间的碰撞却遵从着确定的统计规律。

1. 分子的有效直径 d

分子碰撞模型:分子是直径为 d 的刚性 小球,分子间碰撞为完全弹性碰撞。



d 定义为:

碰撞过程中两个分子质心间最小距离的平均值

2. 分子的碰撞截面

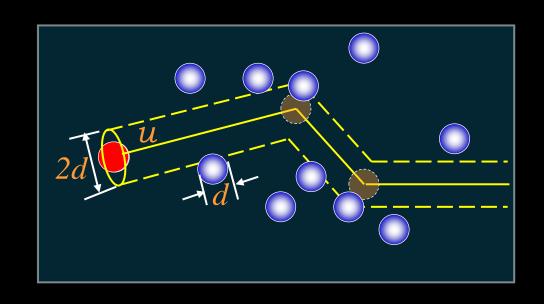
 $\sigma = \pi d^2$

3. 平均碰撞频率 7

平均碰撞频率:一个分子在单位时间内与其他分子碰撞的平均次数,用 7表示.

◆ 平均碰撞频率的推导

假定只有我们考察的分子以平均速率 \overline{u} 运动,而其它分子是静止不动的,



 Δt 时间内路程: $u\Delta t$ 曲折圆柱体的体积为:

 $\pi d^2 \overline{u} \Delta t$

此分子其它分子碰撞的次数在数值上也就等于 $n\pi d^2 u\Delta t$

平均碰撞频率
$$\overline{Z} = \frac{n\pi d^2 \overline{u}\Delta t}{\Delta t} = n\pi d^2 \overline{u}$$

考虑其他分子也在运动,气体分子的平均相对速率 $\overline{u} = \sqrt{2}\overline{v}$

平均碰撞频率
$$\overline{Z} = \sqrt{2\pi d^2 \overline{v} n}$$

用宏观量 $p \cdot T$ 表示的平均碰撞频率为

$$\overline{Z} = \sqrt{2} n\pi d^2 \overline{v} = \sqrt{2} \frac{p}{kT} \pi d^2 \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \propto \frac{p}{\sqrt{T}}$$

> 说明

- •气体单位体积中的分子数越多,分子间的碰撞越频繁.
- •气体分子有效直径越大,分子间的碰撞越频繁.
- •气体分子平均速率越大,分子间的碰撞越频繁.

二. 分子的平均自由程 $\bar{\lambda}$

在一定的宏观状态下,一个气体分子在连续两次碰撞之间自由运动的平均路程,称为分子的平均自由程。

 Δt 时间内,一个分子所经过平均距离为 $\overline{\upsilon}\Delta t$,所受到的平均碰撞次数为 $\overline{Z}\Delta t$,所以

$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{\upsilon}\Delta t}{\overline{Z}\Delta t} = \frac{\overline{\upsilon}}{\overline{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 n}}$$

用宏观量p、T 表示的分子平均自由程为 $\overline{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2\pi} d^2 p}$

温度一定时,分子的平均自由程与气体的压强成反比.



在标准状态下,各种气体分子的平均碰撞频率的数量级约为 10^9 s⁻¹,平均自由程的数量级约为 10^{-7} ~ 10^{-8} m。

例已知氢分子的有效直径是2×10-10m.

求 氢分子在标准状态下平均速率,平均自由程及平均碰撞频率.

解 由题意知
$$M_{\text{mol}} = 2.00 \times 10^{-3} \text{kg}$$
 $T = 273.15 \text{K}$ $p = 1.013 \times 10^{5} \text{Pa}$ $d = 2 \times 10^{-10} \text{ m}$

氢分子的平均速率为

$$\overline{v} = 1.59 \sqrt{\frac{RT}{M_{\text{mol}}}} = 1.59 \sqrt{\frac{8.31 \times 273.15}{2.00 \times 10^{-3}}} m.s^{-1} = 1.70 \times 10^{3} \,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

分子的平均自由程为

$$\overline{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2\pi}d^2p} = \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 273.15}{1.41 \times 3.14 \times 4.00 \times 10^{-20} \times 1.013 \times 10^5} \text{m} = 2.10 \times 10^{-7} \text{m}$$

分子的平均碰撞频率为
$$\overline{Z} = \frac{\overline{v}}{\overline{\lambda}} = \frac{1.70 \times 10^3}{2.10 \times 10^{-7}} \text{s}^{-1} = 8.1 \times 10^9 \text{s}^{-1}$$

标准状态下,1秒钟内,一个氢分子平均要与周围分子碰撞八十亿次。

- 例 真空管的线度为 10⁻² m ,其中真空度为 1.33× 10⁻³ Pa。 设空气分子的有效直径为 3×10⁻¹⁰ m。
- 求 27°C 时单位体积内的空气分子数、平均自由程、平均碰撞 次数。
- 解由气体的状态方程,有

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.33 \times 10^{-3}}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} = 3.21 \times 10^{17} \,\mathrm{m}^{-3}$$

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d^2 n} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (3 \times 10^{-10})^2 \times 3.21 \times 10^{17}}$$
$$= 7.79 \,\mathrm{m}$$

在这种情况下气体分子相互之间很少发生碰撞,只是不断 地来回碰撞真空管的壁,因此气体分子的平均自由程就应 该是容器的线度。 即

$$\overline{\lambda} = 10^{-2} \,\mathrm{m}$$

$$\overline{\upsilon} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \, \mu}} = 468.7 \, \text{m/s}$$

$$\overline{Z} = \frac{\overline{v}}{\overline{\lambda}} = 4.68 \times 10^4 \, \text{s}^{-1}$$

玻耳兹曼分布律

$$n = n_0 e^{-\varepsilon_p/k_B T}$$

$$dN = n dV = n_0 e^{-\varepsilon_p/kT} dx dy dz$$

麦克斯韦-玻耳兹曼分布律

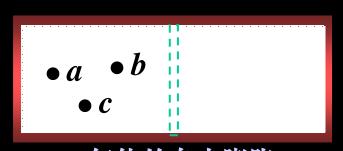
 $dN(\vec{r}, \vec{\upsilon}) = Ce^{-\varepsilon/kT} d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_z dxdydz$

平均碰撞频率和平均自由程

$$\begin{cases}
\overline{Z} = \sqrt{2} n\pi d^2 \overline{v} = \sqrt{2} \frac{p}{kT} \pi d^2 \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \propto \frac{p}{\sqrt{T}} \\
\overline{\lambda} = \frac{k}{\sqrt{2\pi} d^2} \frac{T}{p} \propto \frac{T}{p}
\end{cases}$$

§12.12 热力学第二定律的统计意义和熵的概念

- 一. 热力学第二定律的统计意义
 - 1. 气体分子位置的分布规律



3个分子的分配方式 气体的自由膨胀

左半边	abc	ab	bc	ac	a	b	c	0
右半边	0	c	a	b	bc	ac	ab	abc

(微观态数-23, 宏观态数-4, 每一种微观态概率-1/23)

微观态: 在微观上能够加以区别的每一种分配方式

宏观态: 宏观上能够加以区分的每一种分布方式

对于孤立系统,各个微观态出现的概率是相同的

四个气体分子处于容器两侧不同状态的分布方式

宏观态 分子数目的分布 方式	微观态 (系统内分子位置的配置组合)	一种宏观状 态对应的微 观状态数	概率
左4 右0	ab cd	1	1/16
左3 右1	abc d dbc a dca b dab c	4	4/16
左2 右2	ab cd bc da cd ab ad bc db ac ac bd	6	6/16
左1 右3	d abc a bcd b acd c abd	4	4/16
左0 右4	ab	1	1/16

(微观态数- 2^4 ,宏观态数-5,每一种微观态概率- $1/2^4$)

可以推知:有N个分子时,分子的总微观态数 - 2^N ,总宏观态数 - N+1,每一种微观态概率 - $1/2^N$

20个分子的位置分布

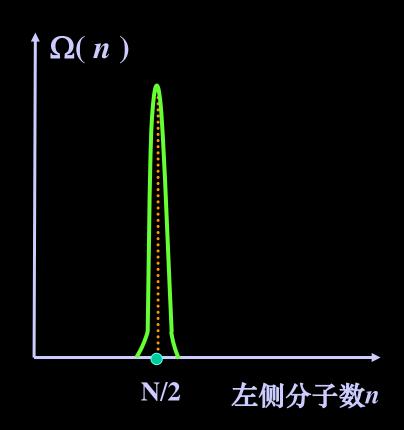
宏观	状态	一种宏观状态对应的微观状态数Ω
左20	右0	1
左18	右2	190
左15	右5	15504
左11	右9	167960
左10	右10	184756
左9	右11	167960
左5	右15	15504
左2	右18	190
左0	右20	1

包含微观状态数最多的宏观状态是出现的概率最大的状态



结论

- (1) 系统某宏观态出现的概率 与该宏观态对应的微观态 数成正比。
- (2) N 个分子全部聚于一侧 的概率为1/(2^N)
- (3) 平衡态是概率最大的宏观 态,其对应的微观态数目 最大。



2. 热力学第二定律的统计意义

孤立系统中发生的一切实际过程都是从微观态数少的宏观态 向微观态数多的宏观态进行.

3. 分析几个不可逆过程

(1) 气体的自由膨胀

气体可以向真空自由膨胀但却不能自动收缩。因为气体 自由膨胀的初始状态所对应的微观态数最少,最后的均 匀分布状态对应的微观态数最多。如果没有外界影响, 相反的过程,实际上是不可能发生的。

1mol的气体分子自由膨胀后再自动的回缩到A室的概率为:

$$\frac{1}{2^N} = \frac{1}{2^{6 \times 10^{23}}} = 10^{-2 \times 10^{23}}$$

这个概率极其微小,说明自发的压缩是不可能发生的.

不可逆过程实际上是由一个热力学概率小的状态向热力学概率大的状态转变的过程.

(2) 热传导

两物体接触时,能量从高温物体传向低温物体的概率,要比反向传递的概率大得多! 因此,热量会自动地从高温物体传向低温物体,相反的过程实际上不可能自动发生。

(3) 功热转换

功转化为热就是有规律的宏观运动转变为分子的无序热运动,这种转变的概率极大,可以自动发生。相反, 热转化为功的概率极小,因而实际上不可能自动发生。

二. 熵 熵增原理

1. 熵

熵: 德语: entropie; 英文entropy; 词源来自于希腊文, "变化"的意思。

1923年我国物理学家胡刚复教授根据"热温比(熵的定义式)"的意思首次把entropie翻译成了"熵"。

徐寿 清末著名造船家、 化学家、翻译家



当时,化学元素周期表刚传进中国,又是化学家、又是翻译家的徐寿,自然就担当起了翻译元素周期表的工作。

这些元素中有几样是徐寿知道的,比如金银铜铁锡。他发现这些元素都是金属,名字还都是金字旁。于是他就定了规矩:

- 1. 所有金属,翻译的时候都用金字旁;
- 2. 所有气体元素,翻译的时候都用气字头;
- 3. 其余的,就都用石字旁。

俗话说得好:立的flag迟早要还。徐寿遇上了同样的问题:

字不够用!直到有一天,他翻开了《明史》。。。

在石字旁和气字头上,徐寿也按照他自己定的规则填补了全部元素周期表。

从此,每当有新元素被发现,我们都会按照徐寿的规定来翻译。

科学名词





喏! 先来看几个明朝王爷的名字:

朱公锡、朱慎镭、朱同铬、朱同铌、 朱在铁、朱在钠、朱均钚、朱奉镅、 朱成钴、朱成钯、朱恩铜、朱恩钾、 朱帅锌、朱寘镧、朱征钋、朱效钛、 朱效锂、朱诠铍、朱弥镉、朱諟钒、 元素镭: 居里夫人1902年 朱慎镭: 1577年被封永和王

木生火,孙子就是火字旁,火生土,曾孙是土字旁, 土生金,玄孙是金字旁,金生水,五世孙是水字旁,水 生木,六世孙又回到了木字旁。

有没有一种熟悉的感觉?

朱元璋,朱允炆,朱棣,朱高炽,朱瞻基,朱祁镇,朱祁钰,朱见深,朱祐樘,朱厚照,朱厚 熜,朱载垕,朱翊钧,朱常洛,朱由校,朱由检。

二. 熵 熵增原理

1. 熵 (entropie; entropy)



微观态数少的宏观态



微观态数多的宏观态

为了定量的表示系统状态的这种性质,从而<mark>定量</mark>说明自发 过程进行的方向,而引入<mark>熵的概念。</mark>

玻尔兹曼(Ludwig Edward Boltzmann, 1844-1906)

奥地利物理学家和哲学家,热力学和统计物理学的奠基人之一



- · 1869年,将麦克斯韦速度分布律推广到保守力场作用下的情况,得到了玻尔兹曼分布律
- · 1872年,建立了玻尔兹曼输运方程,用来描述气体从非平衡态到平衡态过渡的过程
- 1877年,提出了著名的玻尔兹曼熵公式
- 最先把热力学原理应用于辐射现象,导出热辐射定律,称斯忒藩-玻尔兹曼定律
- 著有《物质的动理论》等,反对实证论和现象论,坚决捍卫原子论。

"如果对于气体理论的一时不喜欢而把它埋没,对科学将是一个悲剧;例如:由于牛顿的权威而使波动理论受到的待遇就是一个教训。我意识到我只是一个软弱无力的与时代潮流抗争的个人,但仍在力所能及的范围内做出贡献,使得一旦气体理论复苏,不需要重新发现许多东西。"



• 玻耳兹曼熵公式(1877年)

$$S = k \ln \Omega$$

k 为玻耳兹曼常数



- (1) 一个系统的熵是该系统的可能微观态的量度,是系统内 分子热运动的无序性的一种量度。
- (2) 熵是系统状态的函数。
- (3) 熵是一个宏观量,对大量的分子才有意义。

2. 熵增原理

孤立系统
$$\Omega_1$$
 $\Omega_2 > \Omega_1$ (自动进行) Ω_2 Ω_2

从状态(1)变化到状态(2) 的过程中,熵的增量为

$$S_2 - S_1 = k \ln \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \ge 0$$
 (等号仅适用于可逆过程)

孤立系统的熵永不会减少。这一结论称为熵增原理



说明

熵增原理只能应用于孤立系统,对于开放系统,熵是可以 减少的。

例如某溶液在冷却过程中的结晶的现象。其内的分子从溶液中无序的运动转变为晶体的有规则排列,熵是减少的。

◆能量的退化

熵原文的字意是转变, 描述内能与其他形式能 量自发转换的方向和转 换完成的程度. 随着转 换的进行,系统趋于平 衡态, 熵值越来越大, 这表明虽然在此过程中 能量总值不变,但可利 用或转换的能量却越来 越少了.

能量的退化,这是自然 过程的不可逆性的结果, 也是熵增加的一个直接 结果



楼塌是一个从有序到无序的过程 (<mark>熵增过程</mark>) 不可收拾 不可逆 覆水难收,生米煮成熟饭......

3. 熵的宏观表示 (1865年)

在无限小的可逆过程中,系统熵的元增量等于其热温比,即

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

对于系统从状态(1) 变化到状态(2) 的有限可逆过程来说,则熵的增量为

$$\Delta S = \int_{(1)}^{(2)} dS = \int_{(1)}^{(2)} \frac{dQ}{T}$$



说明

- 对于可逆过程可以直接使用上式计算熵变(可以不是孤立系统)
- 对于不可逆过程,欲计算熵变必须设计一条连接状态(1) 与状态(2)的可逆过程。

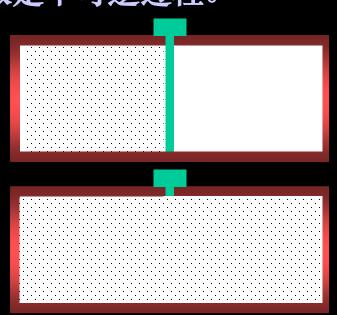
例 用熵增原理证明理想气体的自由膨胀是不可逆过程。

证 设膨胀前系统的状态参数为

$$(V_1, p_1, T, S_1)$$

膨胀后系统的状态参数为

$$(V_2, p_2, T, S_2)$$



设想一可逆等温膨胀过程,在此过程中系统吸热

$$dQ > 0 dS = \frac{dQ}{T} > 0$$

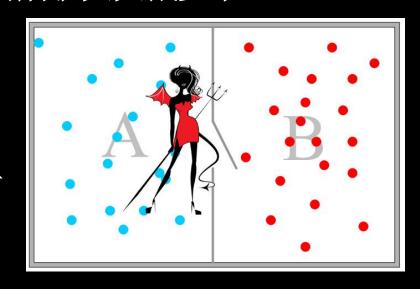
熵增加的过程是一个不可逆过程

另解:
$$\Delta S = \int_{(1)}^{(2)} dS = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p dV}{T} = \nu R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$$

热力学第二定律的反例—麦克斯韦妖

1871年麦克斯韦设计的一个头脑实验,他假设了一个密闭的容器,由一个没有摩擦力的隔板分成AB两部分,隔板上有个由妖魔控制的阀门。初始温度相同,当高速分子由A向B运动或慢速分子由B向A运动时,妖魔就打开阀门令其通过,反之,妖魔就关闭阀门。久而久之,高速分子都跑到了B区,慢速分子都跑到了A区,于是这个孤立系统的有序性大大增加,而熵就大大减少了。

这只想象中的妖魔打破了"孤立 系统的熵只能增加"的热力学第 二定律,若它真的存在,那我们 就可以利用温差对外做功了,可 称为"第二类永动机"。



上世纪50年代,法国物理学家布里渊用信息论驱逐了这只妖魔, 捍卫了热力学第二定律的 正确性。

布里渊在其专著《科学与信息论》及一系列论文中,从信息论的角度分析了妖魔的分辨本领及控制能力的来源。

由于容器是密闭的孤立系统,妖魔处于绝对黑体中,它是不可能看清任何东西的,当然也就无法分辨分子运动的速度和方向,系统只能继续处于原来的平衡态中。

除非外面提供光亮,它才有可能看清楚并正确控制阀门,从而增加系统的有序性并使熵减少,但这种有能量输入的系统就不再是孤立系统了,当然就不再适用于热力学第二定律了。

实验验证(2007, NATURE)

让一个直径为287纳米的聚苯乙烯小球沿电场制造的微小旋转阶梯向上爬动,并将小球拍照。小球可以随机朝任何方向运动,由于向上爬会增加势能,因此其往下一层的概率更大,如果不人为干扰,小球最终会掉至最底层。

在实验中,当小球沿阶梯向上爬一层后,研究人员就使用 电场在小球爬上的那层阶梯加一面"墙",让小球无法回到 低的那一层,这样小球就能一直向上爬。

该小球能爬阶梯完全由"自己的位置"这一信息所决定,研究人员无需施加任何外力(比如注入新能量等),仅需一个感应系统(比如摄像机)。另外,他们也能精确地测量出有多少能量由信息转化而来。

生物界与物理、化学界的争论

按照达尔文进化论的观点:

生命的发生和物种的进化,都是从低级到高级、 从无序到有序的变化。

生物体中的自组织现象

生命的进化和信息熵

信息熵 (Shannon, 1948)

$$S = -K \ln P$$

P: 对某种事物判断的概率 K: 1/ln2

S: 信息熵,即信息量的缺损。信息熵的减少意味着信息量的增加,即信息量等于负熵。

在信息论中,把从两种可能性中做出判断所需的信息量称为1 bit。

例: 从4张花色不同的牌中判断出某一张牌的花色所需的信息量是 2 bit.

从8种可能性中做出判断所需的信息量是3 bit。 从16种可能性中做出判断所需的信息量是4 bit。

一般来说,从N种可能性中做出判断的所需的信息量为

换成自然对数:

$$n = K \ln N$$
 K=1/ln2

信息量n与概率P的关系:

当一种事物有N种可能性的情况下,若信息量为0,则判断的概率P=1/N, lnP=-lnN. 当信息量增加时,判断的概率也随之增大。

定义:

 $S = -K \ln P$

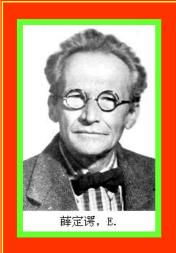
S: 信息熵,即判断概率为P时,达到完全判断(即P=1)所需的信息量,称为信息量的缺损

信息量增加,P增大,则S减小,因此, 信息量相当于负熵。 生物物种的性状是靠<mark>基因</mark>来保持和传递的,基因的信息储存在DNA(脱氧核糖核酸)中。随着生物的进化,基因中所含的信息量越来越多。

病毒 $(10^4 \sim 10^5 \, \text{bit})$ → 细菌 $(10^7 \, \text{bit})$ → 哺乳动物和人类 $(10^9 \sim 10^{10} \, \text{bit})$

生物的进化也是一个负熵不断增加的过程。

从熵流中获取负熵,从而使系统在较高层次保持有序。 正如薛定谔指出来的:



'生命之所以免于死亡, 其主要原因就在于他能不断 地获得负熵'。

--薛定谔--

本章小结

1. 理想气体状态方程

$$pV = \frac{m}{M_{\text{mol}}}RT$$
$$p = nkT$$

2. 理想气体压强公式

$$p = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}$$

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

$$E_{\rm k} = \frac{i}{2}kT$$

5. 理想气体的内能

$$E = \frac{m}{M_{\text{mol}}} \frac{i}{2} RT$$

6. 麦克斯韦速率分布函数

$$f(\upsilon) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} \upsilon^2$$

7. 三种特征速率

(1) 最概然速率
$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M_{mol}}}$$

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{\text{mol}}}}$$

(3) 方均根速率
$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{\text{mol}}}}$$

6. 玻耳兹曼能量分布律

(1) 分子数密度按势能分布

$$n = n_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{E_{\mathrm{p}}}{kT}}$$

(2) 分子数密度按高度分布

$$n = n_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{mgz}{kT}}$$

(3) 等温气压公式

$$p = p_0 e^{-\frac{M}{RT}gz}$$

7. 气体分子平均碰撞频率及平均自由程

$$\overline{Z} = \sqrt{2}\pi d^2 \overline{v} n$$

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

8. 热力学第二定律的统计意义

孤立系统中发生的一切实际过程都是从微观态数少的宏观态 向微观态数多的宏观态进行——有序向无序

9. 熵

玻耳兹曼熵 $S = k \ln \Omega$.

克劳修斯熵
$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$
.

熵增加原理:对于孤立系统的任意过程,熵永不减少.

注:下一章讲机械振动,请大家拿《大学物理》上册