

基于有限元方法的剪式折叠结构力学特性分析

刘树青¹, 吴金娇¹, 汪木兰^{1,2}

(1. 南京工程学院 先进制造技术工程中心, 江苏 南京 211167)

(2. 先进数控技术江苏省高校重点建设实验室, 江苏 南京 211167)

摘要: 剪式单元作为折叠结构的基本单元得到广泛应用, 利用有限元方法建立了剪式单元、平面剪式结构、三棱柱剪式结构的刚度矩阵, 把剪式单元作为重复的子结构, 对刚度矩阵进行了有效缩聚, 减少了计算量。在 Mathematica 环境下编程, 对具体算例进行了计算和仿真, 得到各主要节点的变形量随展开角的变化关系曲线, 同时也说明平面剪式结构承受平面外作用力的能力差, 而三棱柱剪式结构在 Y, Z 方向的力学性能相近, 具有更好的刚度。

关键词: 有限元法; 剪式单元; 折叠结构; 刚度矩阵

中图分类号: TH112

文献标识码: A

文章编号: 1672—1616(2010)15—0051—03

折叠结构具有易储存运输、施工迅速、可重复利用等优点, 在建筑、工程机械、机器人、空间结构等领域得到广泛应用^[1-4], 随着航天技术的快速发展, 对折叠结构的研究受到了国内外研究人员的重视^[5-7]。折叠结构种类繁多, 剪式结构是其中应用广泛的一种, 其基本单元包括 2 根直梁由销钉连接成剪刀状, 因而称为剪式单元。本文旨在通过有限元方法对剪式结构的力学特性进行分析和仿

真, 为剪式折叠结构的优化设计和控制提供理论依据。

1 剪式单元的刚度

考虑每个节点除绕杆件轴线方向扭转外的 5 个自由度, 得到自由杆件的刚度矩阵 $\overline{S}_M \in \mathbf{R}^{10 \times 10}$, 这是一个对称阵, 其每一列代表诸单位位移中的一个所引起的约束力^[5]。

$$\overline{S}_M = \begin{bmatrix} \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^3} & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

收稿日期: 2010—05—14

基金项目: 南京工程学院科研基金资助项目(KXJ08129)

作者简介: 刘树青(1973—), 女, 河北柏乡人, 南京工程学院讲师, 硕士, 主要研究方向为机器人技术、数控技术及应用。

1.1 剪式单元的刚度矩阵

剪式单元如图1所示,每一个剪臂都可以看成是带有中间铰支的三节点连续梁,因此由 $\overline{S_M}$ 可以组合出剪臂刚度矩阵 $\overline{S_{sl}}, \overline{S_{sz}} \in R^{15 \times 15}$ 。

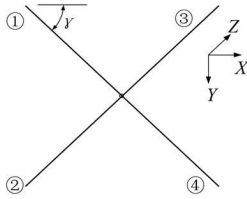


图1 剪式单元

设剪臂杆件坐标系与整体坐标系的夹角为 γ ,杆件坐标系到整体坐标系的转轴变换矩阵为 R :

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 \end{bmatrix}$$

其中 $R_1 = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

把 $\overline{S_{sl}}$ 转换为整体坐标系下的刚度矩阵 S_{sl} :

$$S_{sl} = R^T \cdot \overline{S_{sl}} \cdot R \tag{1}$$

剪式单元是组成剪式折叠结构的基本单元,在有限元分析过程中,为了简化计算,可以把剪式单元看作子结构,并对子结构的内部自由度进行缩聚。因此,首先建立该子结构的刚度矩阵。

把式(1)表示的刚度矩阵 S_{sl} 进行组合,可以得到剪式单元在整体坐标系下的刚度矩阵,由于2个剪臂在中间铰接点绕Z轴的旋转自由度各自独立,故组合后得到的是26阶刚度矩阵,考虑到中间铰接点处一般不直接施加外力,经过缩聚该点的刚度元素,得到剪式单元的刚度矩阵 $S_{sl} \in R^{20 \times 20}$,缩聚过程如下:

F 为节点所受的外力, S 为刚度矩阵, Δ 为变形量,有

$$F = S \cdot \Delta \tag{2}$$

如果把节点区分为直接承受外力的节点和不直接承受外力的节点,分别用下标 l 和 z 表示,则式(2)写成:

$$\begin{Bmatrix} F_l \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ll} & S_{lz} \\ S_{zl} & S_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_l \\ \Delta_z \end{Bmatrix}$$

由于 $F_z = 0$,所以有

$$F_l = S_{ll} \cdot \Delta_l + S_{ls} \cdot \Delta_s \tag{3}$$

$$0 = S_{zl} \cdot \Delta_l + S_{zz} \cdot \Delta_z \tag{4}$$

由式(4)得到 $\Delta_z = -S_{zz}^{-1} \cdot S_{zl} \cdot \Delta_l$,带入式(3),则

$$F_l = (S_{ll} - S_{lz} S_{zz}^{-1} S_{zl}) \cdot \Delta_l$$
,即

$$S_{su} = S_{ll} - S_{lz} S_{zz}^{-1} S_{zl} \tag{5}$$

在不施加约束的情况下,剪式单元会存在大范围的刚体运动, S_{su} 是奇异的,无法计算剪式单元在外力作用下的变形量 Δ 。在节点1,2处施加固定铰接约束,只留下绕Z轴的旋转自由度,删除刚度矩阵中相应的行和列,可以得到矩阵 $S_{su-r} \in R^{12 \times 12}$ 。

1.2 算例

设剪式单元的参数如下:截面宽度 $b = 3\text{mm}$,截面高度 $h = 40\text{mm}$,剪臂长度 $L = 200\text{mm}$, $E = 70 \times 10^9 \text{N/m}^2$, $\gamma = 45^\circ$,在节点3施加沿Y轴正向的力100N,按照上述方法,在Mathematica环境下编程,计算出节点3相应的变形量为0.245mm;在同样的结构、约束、负载情况下,按照卡氏定理计算,有

$$\Delta_y = \frac{2PL^3 \cos^2 \gamma}{3EI_z} + \frac{2PL(1 + \cos^2 \gamma)}{EA_x} = 0.245\text{mm}$$

按照有限元方法计算出节点3变形量与按照卡氏定理计算的结果相同,均为0.245mm,验证了剪式单元的刚度矩阵 S_{su-r} 及所编写计算程序的正确性。

2 平面剪式结构的刚度

把剪式单元依次铰接即平面剪式结构,如图2所示。在刚度矩阵的组合过程中,相互铰接的各节点,绕Z轴的旋转自由度独立,其他自由度的刚度元素叠加,得到三级平面剪式结构的刚度矩阵为44阶,施加约束后,降为36阶,记为 S_{pl} 。

设剪式单元的参数如下:截面宽度 $b = 3\text{mm}$,截面高度 $h = 40\text{mm}$,剪臂长度 $L = 200\text{mm}$, $E = 70 \times 10^9 \text{N/m}^2$,在节点7施加沿Y轴正向的力100N,在Mathematica环境下编程,得到节点3,5,7沿Y向的变形量随 γ 的变化关系曲线,如图3所示。当 $\gamma = 45^\circ$ 时,节点 γ 沿Y向的变形量为4.583mm。图3的曲线表明,随着 γ 的增大,剪式结构从伸展状态逐渐折叠,其刚度也逐渐增大,节点沿Y向的变形量减小, γ 在 $15^\circ \sim 75^\circ$ 之间时,近似呈线性变化。当 γ 小于 15° 时,刚度明显降低,变形量增大。

在节点7施加沿Z轴正向的力100N,在Mathematica环境下编程,得到当 $\gamma = 45^\circ$ 时,节点7沿Z向的变形量为4.593mm,超出了线弹性范围,

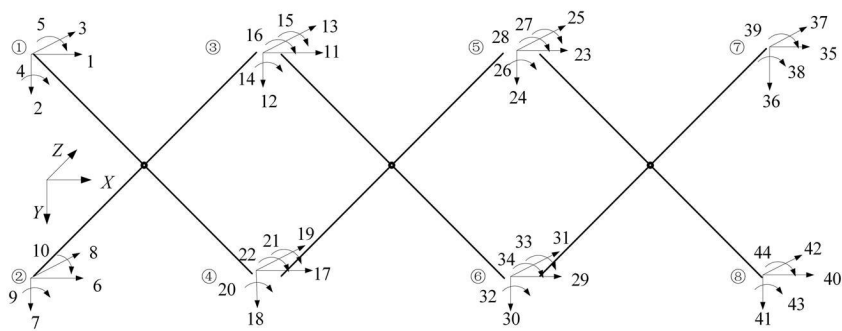


图2 平面剪式结构

可见平面剪式结构不能承受平面外的载荷。

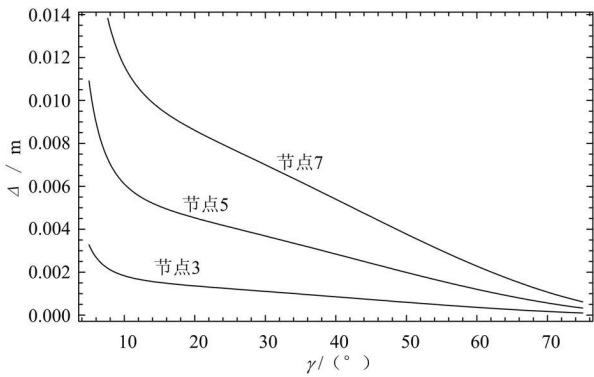


图3 平面剪式结构节点变形量随 γ 的变化曲线

3 三棱柱剪式结构的刚度

如图4所示,将3个平面剪式结构布置在三棱柱的3个侧面上,相邻的节点相互铰接,三棱柱的底面为等边三角形。建立图4所示的整体坐标系,平面剪式结构的刚度矩阵分别绕 X 轴旋转 30° , -30° , -90° , 得到3个平面剪式结构在此整体坐标系下的刚度矩阵,经过组合,并施加约束,得到三棱柱剪式结构的刚度矩阵 S_{tr} 为54阶。

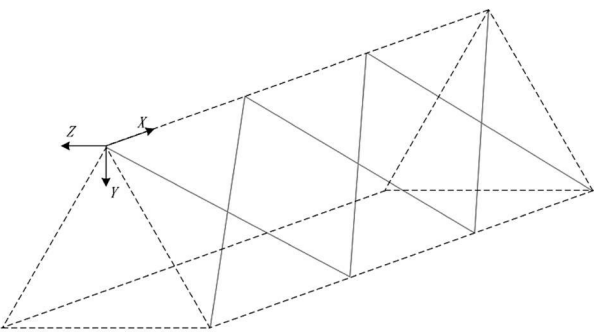


图4 三棱柱剪式结构

设剪式单元的参数如下:截面宽度 $b = 3\text{mm}$, 截面高度 $h = 40\text{mm}$, 剪臂长度 $L = 200\text{mm}$, $E = 70 \times 10^9 \text{N/m}^2$, 在节点7施加沿 Y 轴正向的力 100N , 在 Mathematica 环境下编程,得到节点3,5,7沿 Y 向的变形量随 γ 的变化关系曲线,如图5所

示。当 $\gamma = 45^\circ$ 时,节点7沿 Y 轴的变形量为 2.879mm , 约是平面剪式结构变形量的 $1/1.6$ 。

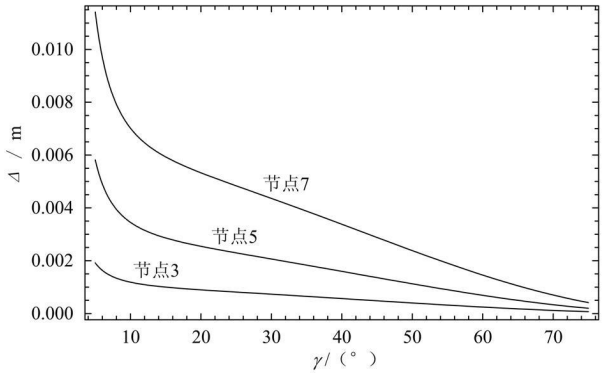


图5 三棱柱剪式结构节点变形量随 γ 的变化曲线

在节点7施加沿 Z 轴正向的力 100N , 在 Mathematica 环境下编程,得到当 $\gamma = 45^\circ$ 时,节点7沿 Z 向的变形量为 2.204mm , 可见三棱柱剪式结构在 Y, Z 方向的刚度相近。

4 结束语

利用有限元方法分析了剪式单元、平面剪式结构、三棱柱剪式结构的力学性能,把剪式单元作为重复的子结构,减少了计算量。研究表明,剪式结构的展开角 γ 在 $15^\circ \sim 75^\circ$ 之间时,刚度随展开角 γ 近似呈线性变化,当剪式结构逐渐展开至接近极限位置,展开角 γ 小于 15° 时,刚度明显降低,变形量增大。因此,为了获得较好的力学性能,剪式结构的展开角应选择在 $15^\circ \sim 75^\circ$ 之间。研究结果还表明,平面剪式结构承受平面外作用力的能力差,三棱柱剪式结构在 Y, Z 方向的力学性能相近,具有更好的刚度。

参考文献:

[1] 杨毅,丁希仑.剪式单元可展机构静力学分析与拓扑优化设计[J].中国机械工程,2010,21(2):184-189.

(下转第56页)

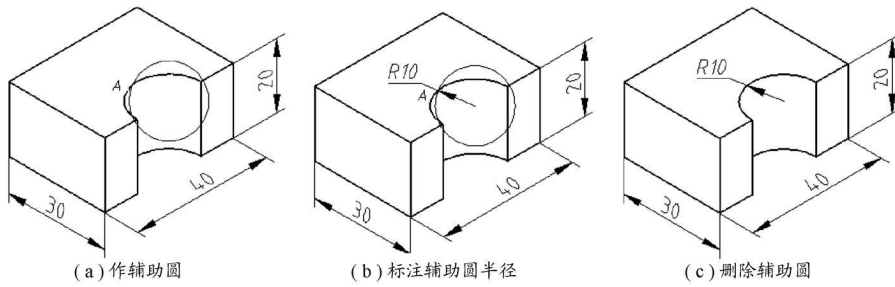


图7 标注椭圆弧半径

5 结束语

掌握 AutoCAD 中正等轴测图尺寸标注的方法,无论是在教学过程或企业工程实践中,都可以规范正等轴测图的图样,从而更好地达到正等轴测图的立体感、直观性的效果。

参考文献:

- [1] 王丽霞,俞佳芝.计算机绘图[M].郑州:河南科学技术出版社,2006.
- [2] 刘立新,刘家平.AutoCAD 2008 实用教程[M].北京:中央广播电视大学出版社,2009.

The Size Label of Standard Solid Model in AutoCAD

LIU Jia—ping¹, ZHANG Wei²

(1. Henan College of Professional Technology, Henan Nanyang, 473009, China)

(2. Nanjing Xunji Engineering Technology Service Ltd., Co., Jiangsu Nanjing, 210049, China)

Abstract: It is usual for the solid model expression in AutoCAD, but there is not the criterion for the size label in this case. Aiming at this condition, it uses the actual examples to show various size labels.

Key words: Standard Solid View; Linear Size; Radial or Diameter Size

(上接第53页)

- [2] 于永江,郭云绯,高畅.虚功原理法进行多层剪叉机构受力分析[J].机械设计与制造,2008(3):84—86.
- [3] Kipe G, Eis S, Kisel A U. A family of deployable polygons and polyhedral[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008 43 (5): 627—640.
- [4] Langbecker T. Kinematic analysis of deployable scissor structures[J]. International Journal of Space Structures. 1999, 14 (1): 1—15.

- [5] 刘锡良,朱海涛.一种新型空间结构——折叠结构体系[J].结构力学,1996(增刊):497—500.
- [6] 刘绍奎,闫桂荣.大型空间柔性桁架结构模态实验研究[J].机械科学与技术,2005,2(5):612—615.
- [7] 陈务军,关富玲,董石麟,等.空间可展开桁架结构展开过程分析的理论与方法[J].浙江大学学报:工学版,2000,34(4):382—387.
- [8] 盖尔J M,韦孚W.杆系结构分析[M].边启光,译.北京:水利出版社,1980.

Mechanical Analysis of Scissor Structure Based on Finite Element Method

LIU Shu—qing¹, WU Jin—jiao¹, WANG Mu—lan^{1,2}

(1. Nanjing Institute of Technology, Jiangsu Nanjing, 211167, China)

(2. Jiangsu Key Laboratory of Advanced Numerical Control Technology, Jiangsu Nanjing, 211167, China)

Abstract: The scissor unit is widely used as the basic element of deployable structure. It uses the FEM build the stiffness matrix of scissor unit, plane scissor structure and triangular prism scissor structure model. The stiffness matrix is effectively agglomerated and the amount of calculation is reduced. The simulation example shows the relationship curves between some main nodes deformation and spread angle, and indicates that plane scissor structure is weakly in bearing the force outside plane, while the stiffness of triangular prism scissor structure is higher and similar along Y and Z axis.

Key words: Finite Element Method; Scissor Structure; Deployable Structure; Stiffness Matrix