大学物理

张磊 （13072919527）

B824，Cyrus Tang Building

本学期大学物理期中考试时间

2023-10-28 15:00-17:00 (星期六)

考试内容

机械振动、机械波、波动光学

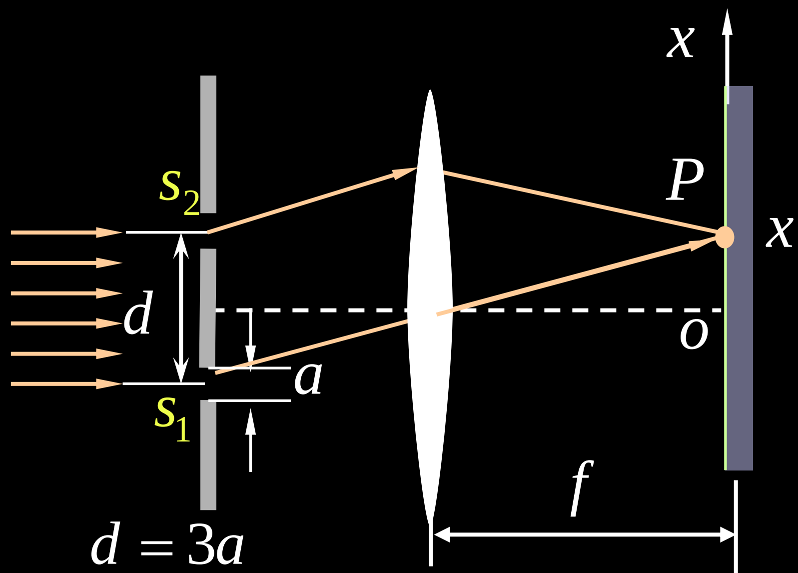
大家做好复习和考试准备

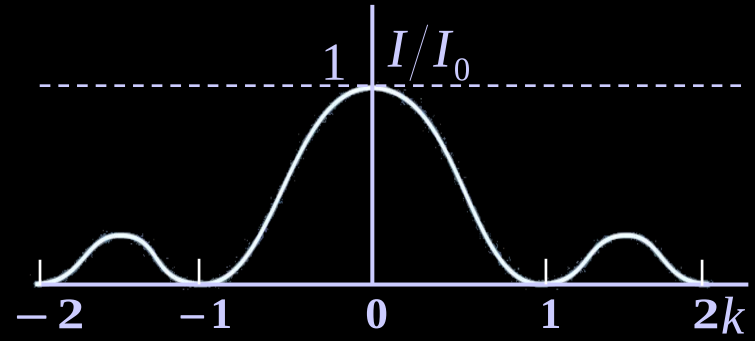
预计在考试前一周左右，考试会在系统发布，

大家关注系统

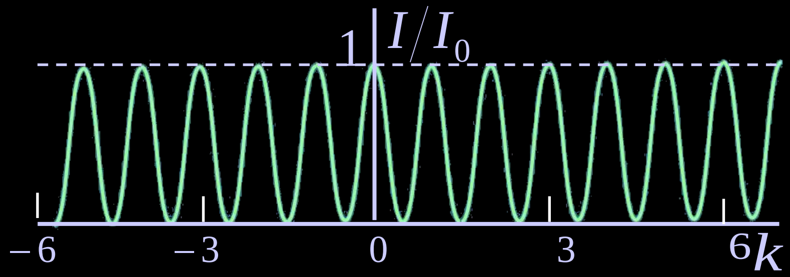
光栅衍射的基本特点

以二缝光栅为例

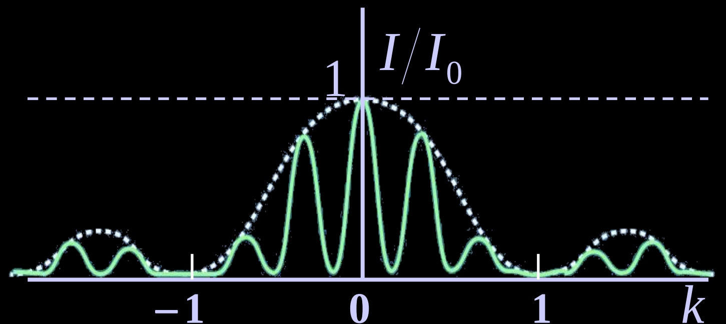




只考虑单缝衍射强度分布



只考虑双缝干涉强度分布



双缝光栅强度分布

结论：

屏上的强度为单缝衍射和缝间干涉的共同结果。

多缝干涉

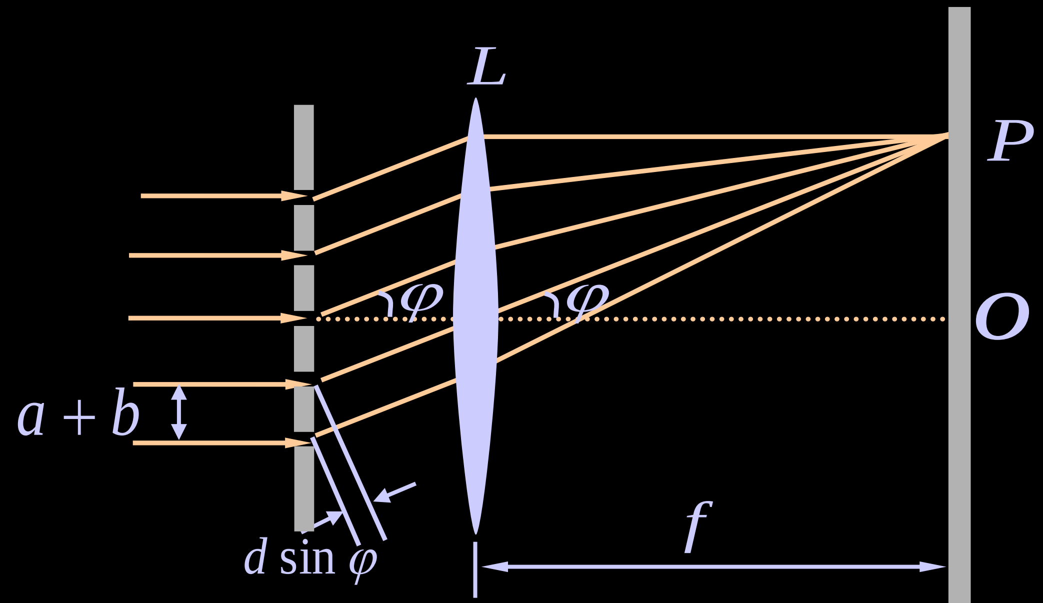
1. 五缝干涉例子

- **主极大角位置条件**

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda$$

$$k = 0,1,2,\cdots\cdots$$

***k* 称为主极大级数**

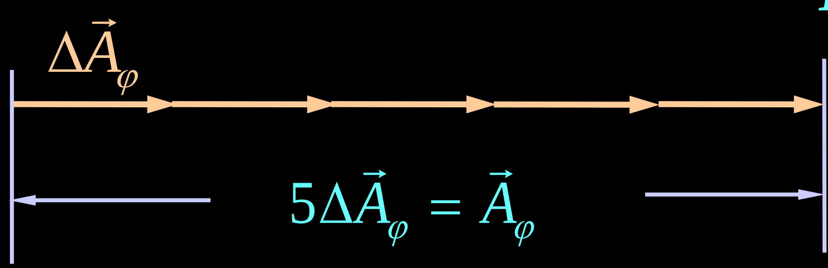


相邻两缝在 *P* 点引起的光振动相位差为

$$\delta = 2\pi\frac{d\sin\varphi}{\lambda} = 2k\pi$$

- **主极大强度**

ΔA_φ**为主极大条件下每个单缝在 *P* 点引起光振动矢量的振幅**



$$I_\phi\left(\propto A_\phi^2\right) = 5^2\,\Delta I_\phi$$

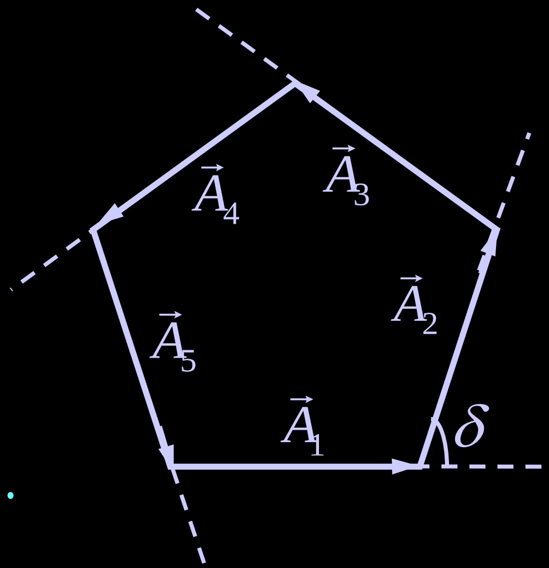
- **暗纹条件**

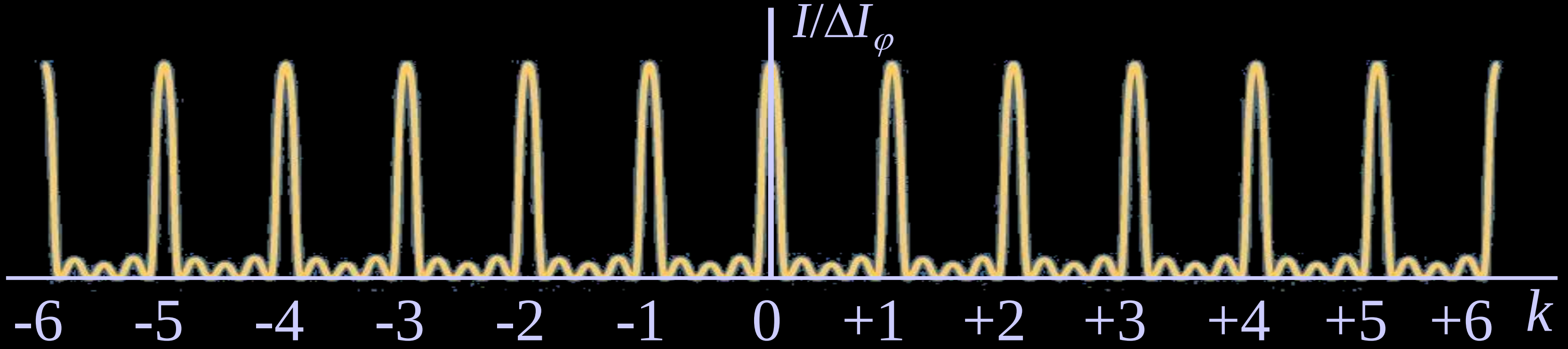
各缝光振幅矢量: $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3 \ldots, \vec{A}_5$

相邻矢量相位差: $\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda} d \sin\varphi$

暗纹条件 $5\delta = \pm 2m\pi$

$5d\sin\varphi = \pm m\lambda \quad m = 1, 2, \cdots, 4, 6, \cdots, 9, 11, \cdots$





结论

(1) 对五缝干涉，相邻两主极大间有**4**个极小，**3**个次极大。

(2)主极大光强是相应位置处单缝引起光强的 5^2 倍。

N 缝干涉

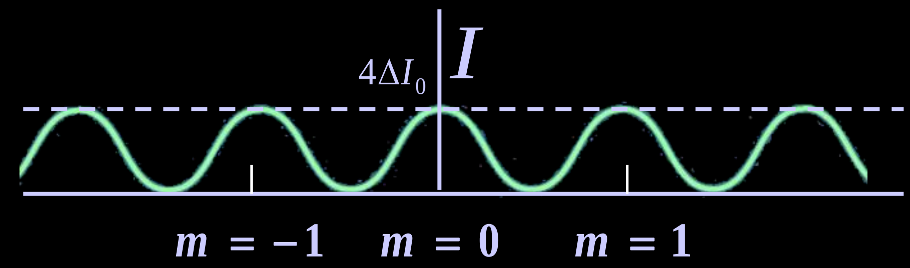
对N 缝干涉两主极大间有N - 1个极小， N - 2个次极大。

衍射屏上总能量 $E \propto N$

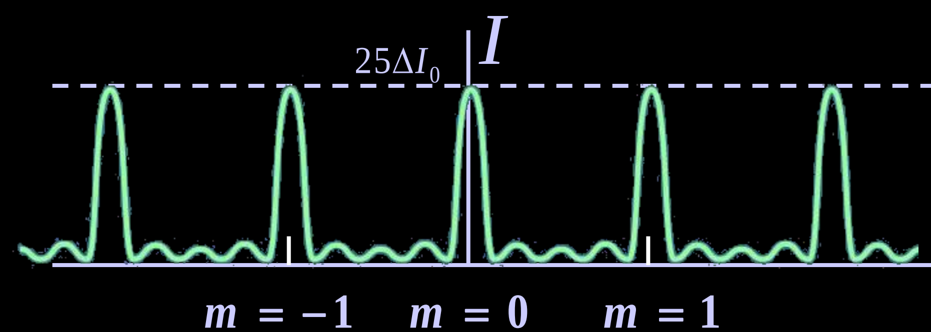
主极大的强度 $I \propto N^2$

由能量守恒，主极大的宽度 $\propto 1/N$

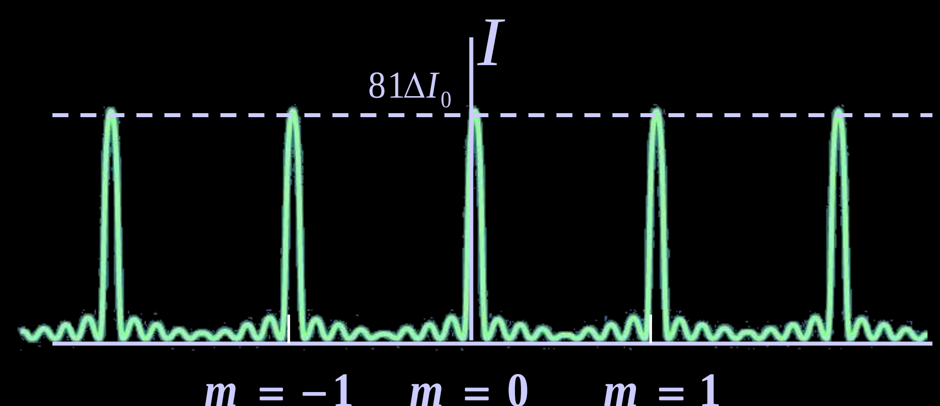
随着 N 的增大，主极大变得更为尖锐，且主极大间为暗背景



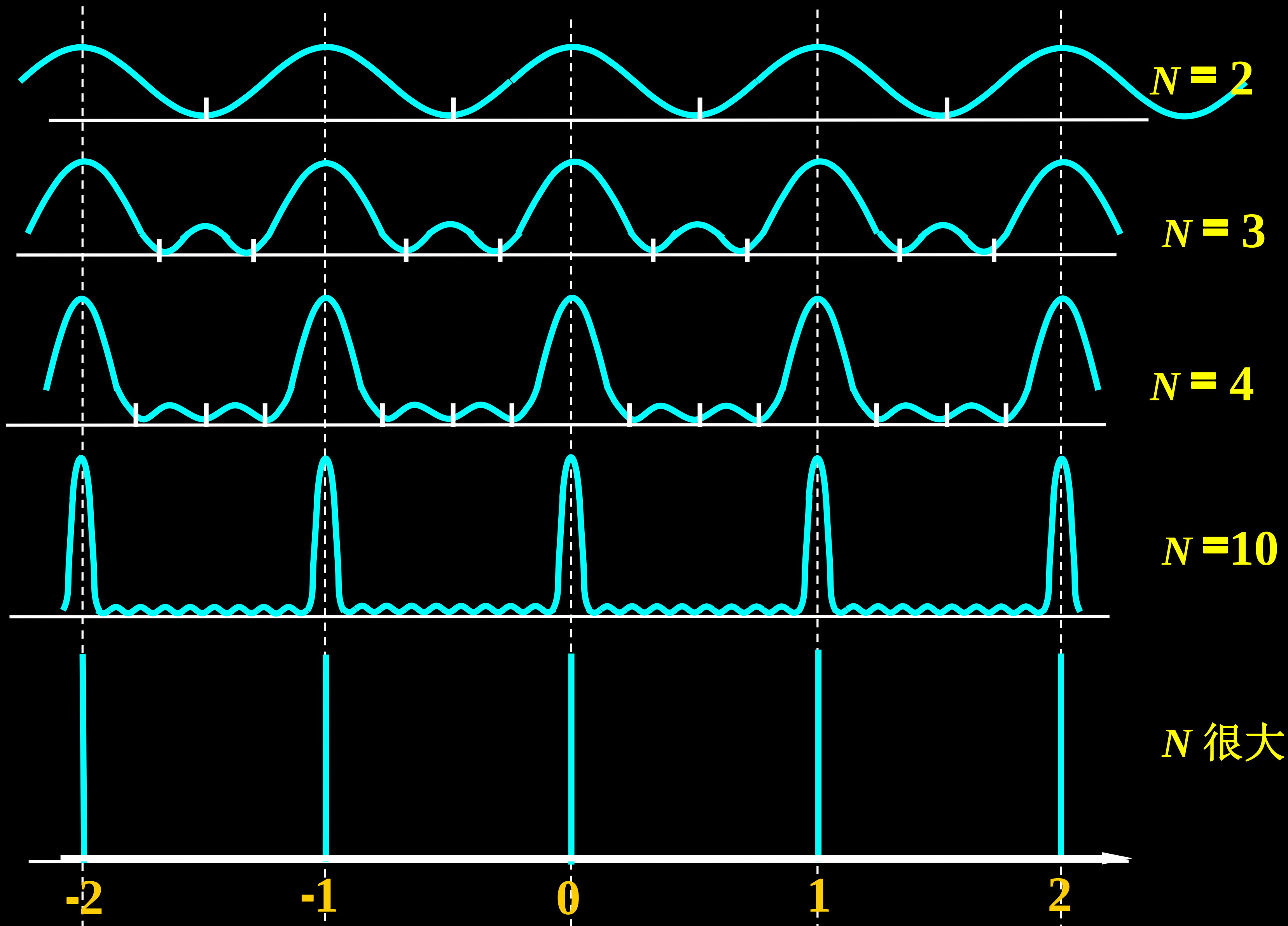
$N = 2$ 缝干涉强度分布



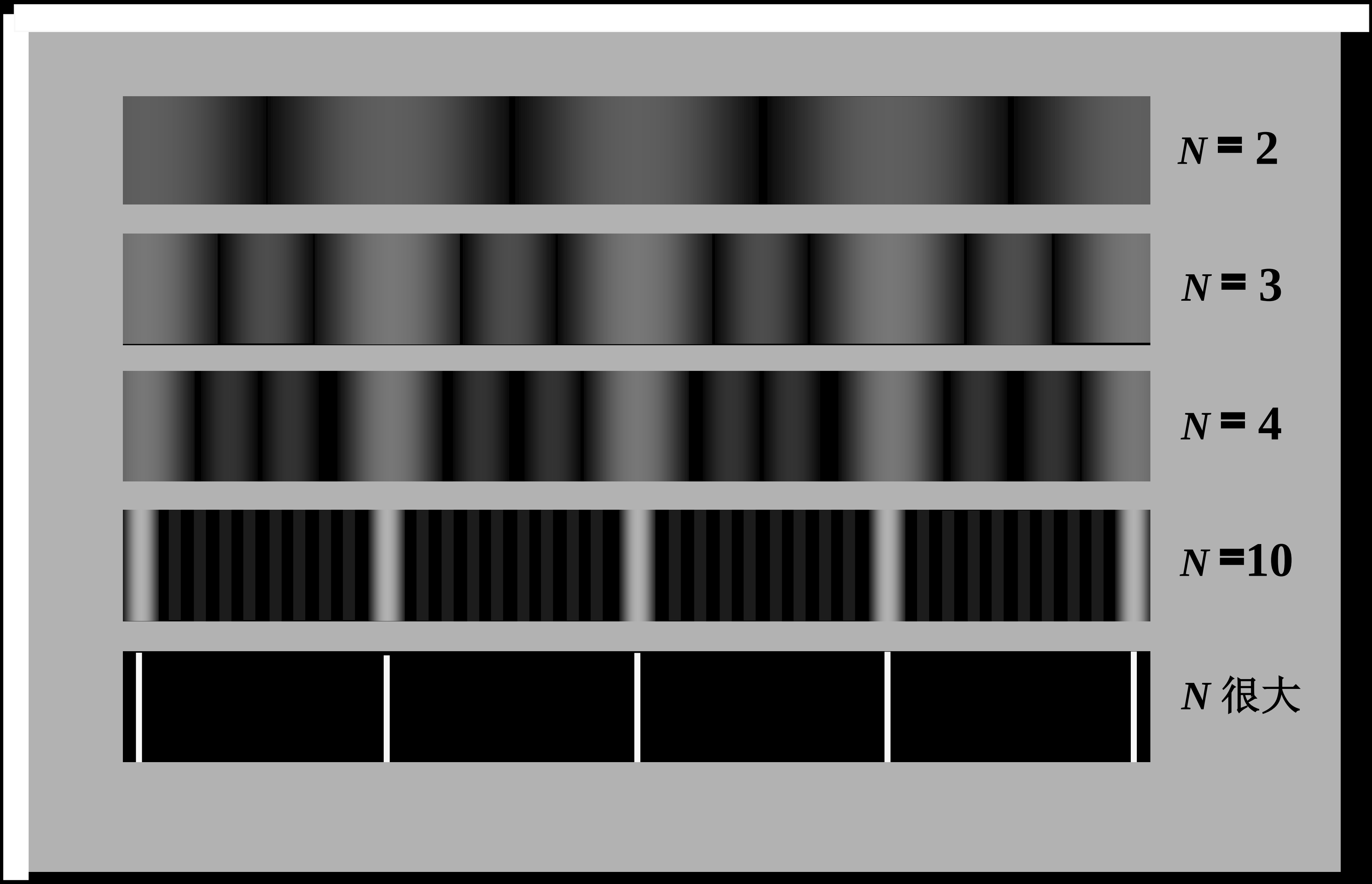
$N = 5$ 缝干涉强度分布



$N = 9$ 缝干涉强度分布



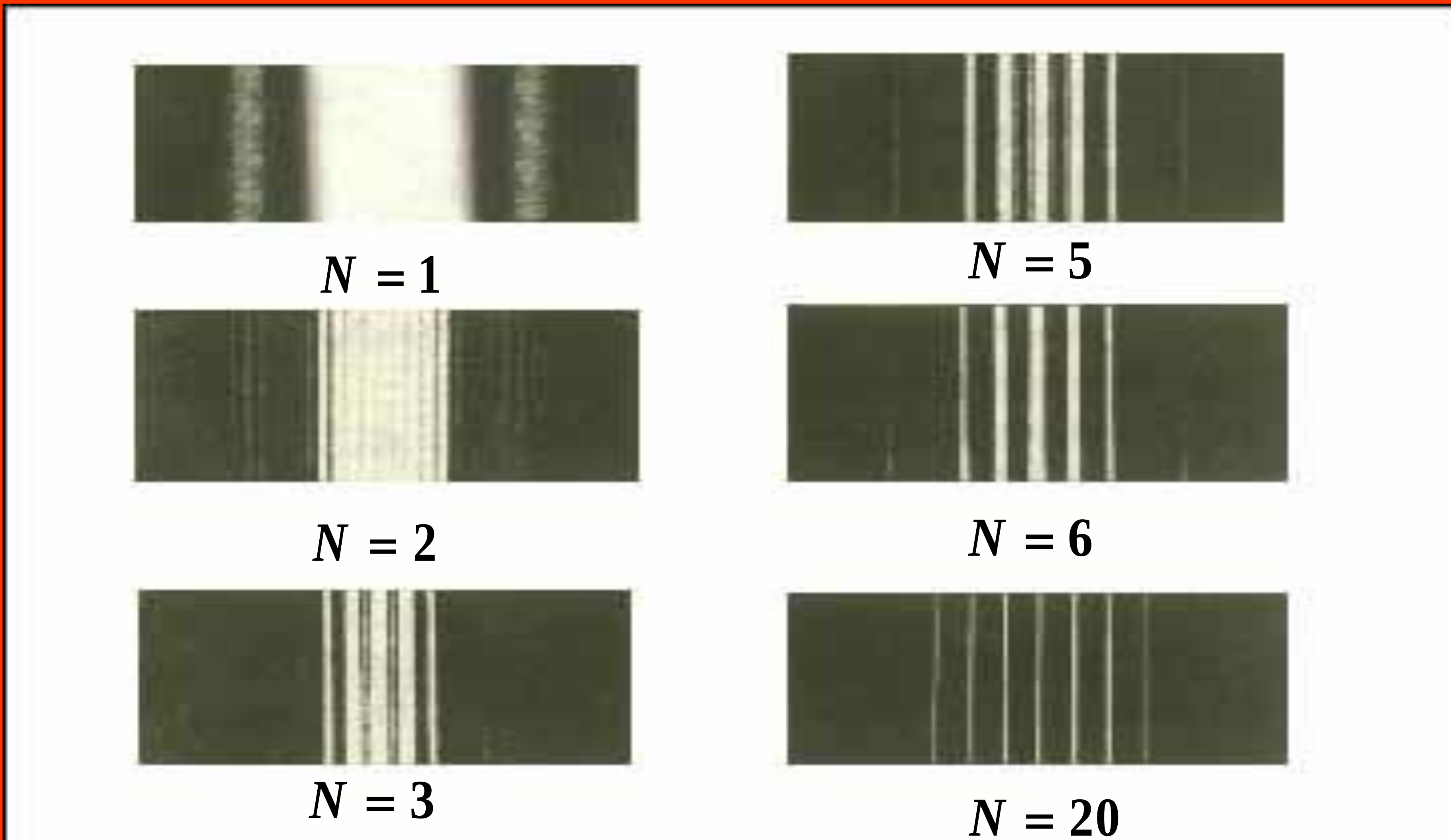
N 增大，主极大条纹变亮变窄，次极大数目变多而相对强度变小。



*N*个相干线光源干涉条纹示意图

光栅的夫琅禾费衍射 —— 单缝衍射 + 缝间干涉

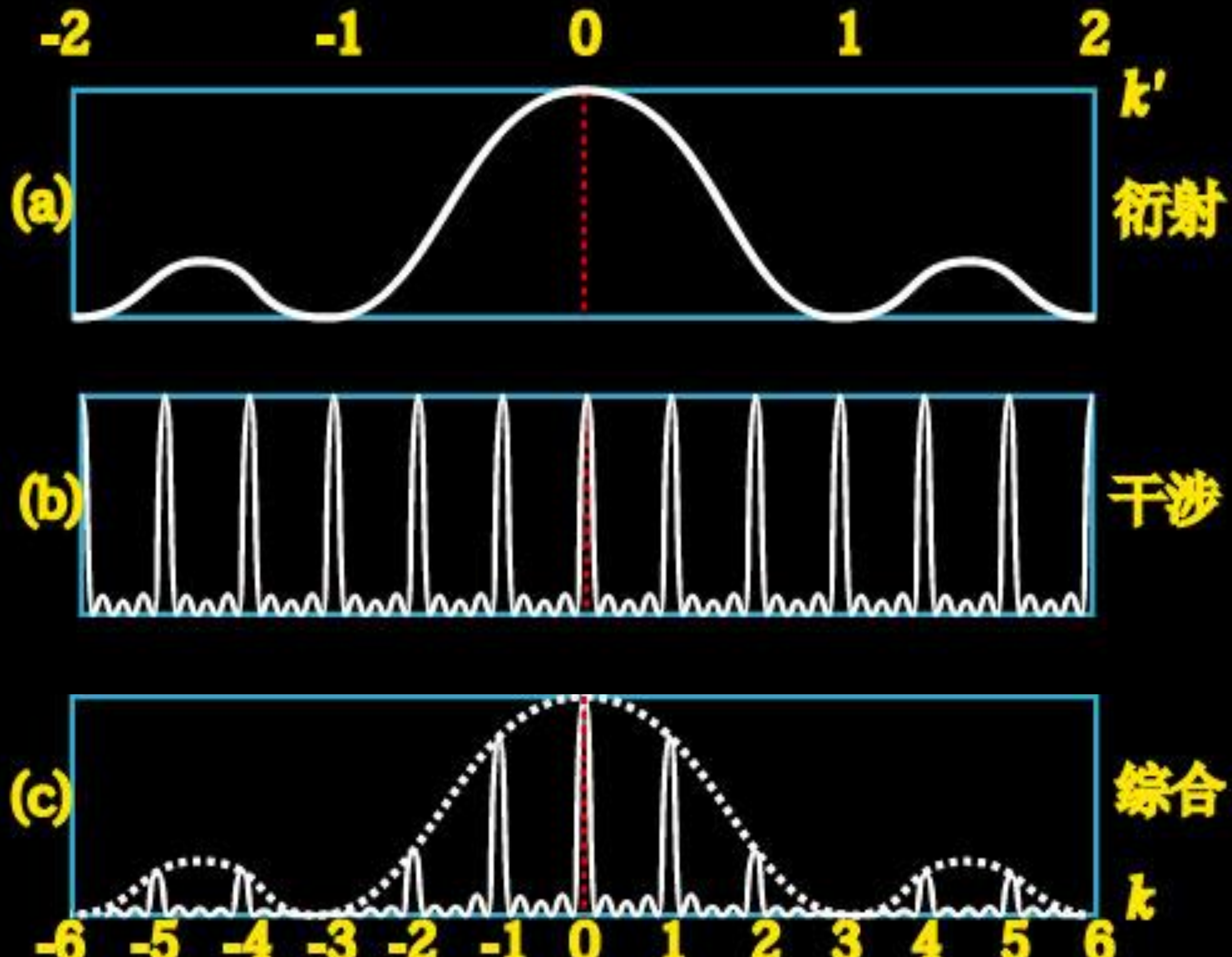
1. 单缝衍射和缝间干涉的共同结果



$$I_p = I_{m单}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi a \sin\varphi}{\lambda} \qquad \beta = \frac{\pi d \sin\varphi}{\lambda}$$

各级主极大光强不同，特别是刚好遇上单缝衍射因子零点的那几级主极大消失了——missing order



单缝衍射强度分布

多缝干涉强度分布

光栅衍射强度分布

光栅方程

$$\boxed{d\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad k = 0,1,2,3,\cdots \quad \text{—— 光栅方程}}$$

缺级条件

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda$$

$$a\sin\varphi = \pm k'\lambda$$

$$\boxed{k = \pm k'\frac{d}{a} \quad k' = 1,2,3,\cdots \quad \text{缺级条件}}$$

暗纹条件

$$\boxed{Nd\sin\varphi = \pm m\lambda \qquad m = 1,2,\cdots, N-2, N-1, N+1, N+2\cdots}$$

主极大的半角宽度

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{\lambda}{Nd\cos\varphi_k}}$$

例 波长为600nm的平行光垂直照射在一光栅上，有两个相邻主极大明纹分别出现在$\sin\varphi_1=0.20$和$\sin\varphi_2=0.30$处，且第四级缺级.

求 (1) 光栅常数；

(2) 光栅狭缝的最小宽度；

(3) 实际可观察到的明纹级数和条数.

解 (1) 由光栅方程，得

$$\left.\begin{aligned} d\sin\varphi_1 &= k\lambda \\ d\sin\varphi_2 &= (k+1)\lambda \end{aligned}\right\} \Longrightarrow d(\sin\varphi_2-\sin\varphi_1)=\lambda$$

$$d=\frac{\lambda}{\sin\varphi_2-\sin\varphi_1}=\frac{600\times10^{-9}}{0.30-0.20}\text{m}=6.0\times10^{-6}\text{m}$$

(2) 第四级主极大缺级，有

$$4=\frac{d}{a}k'$$

k'取1 得最小缝宽

$$a=\frac{d}{4}=1.5\times10^{-6}\,\mathrm{m}$$

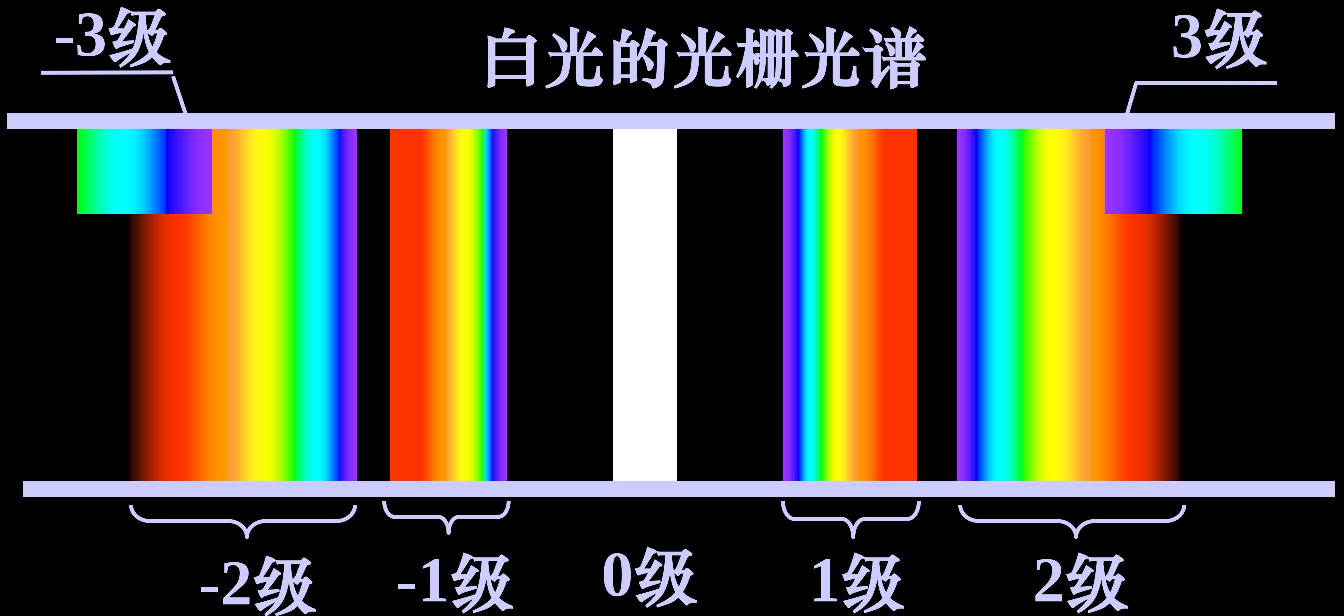
(3) 当$\varphi=(\pi/2)$时，由光栅方程得最高级数

$$k_{\max}=\frac{d}{\lambda}=\frac{6\times10^{-6}}{600\times10^{-9}}=10$$

实际可以观察到0,±1, ±2,±3,±5,±6,±7, ±9级共15条谱线.

四. 光栅光谱及分辨本领

1. 光栅光谱



2. 光栅的色分辨本领

（将波长相差很小的两个波长 λ 和 $\lambda+\Delta\lambda$ 分开的能力）

色谱仪的色分辨率 $$R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

光栅的色分辨率

设两波长 λ_1 和 $\lambda_2=\lambda_1+\Delta\lambda$ 在第 k 级能被光栅分辨，则有

$$\left.\begin{aligned} d\sin\varphi_{1,k} &= k\lambda_1 \\ d\sin\varphi_{2,k} &= k\lambda_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow d\cos\varphi_{1,k}\Delta\varphi_{1,2,k} = k\Delta\lambda$$

其中 $\Delta\varphi_{1,2,k}=\varphi_{2,k}-\varphi_{1,k}=\dfrac{k\Delta\lambda}{d\cos\varphi_{1,k}}$ ...(1)

波长 λ_1 第 k 级主极大半角宽度 $\Delta\varphi_{1,k}=\dfrac{\lambda}{Nd\cos\varphi_{1,k}}$ ...(2)

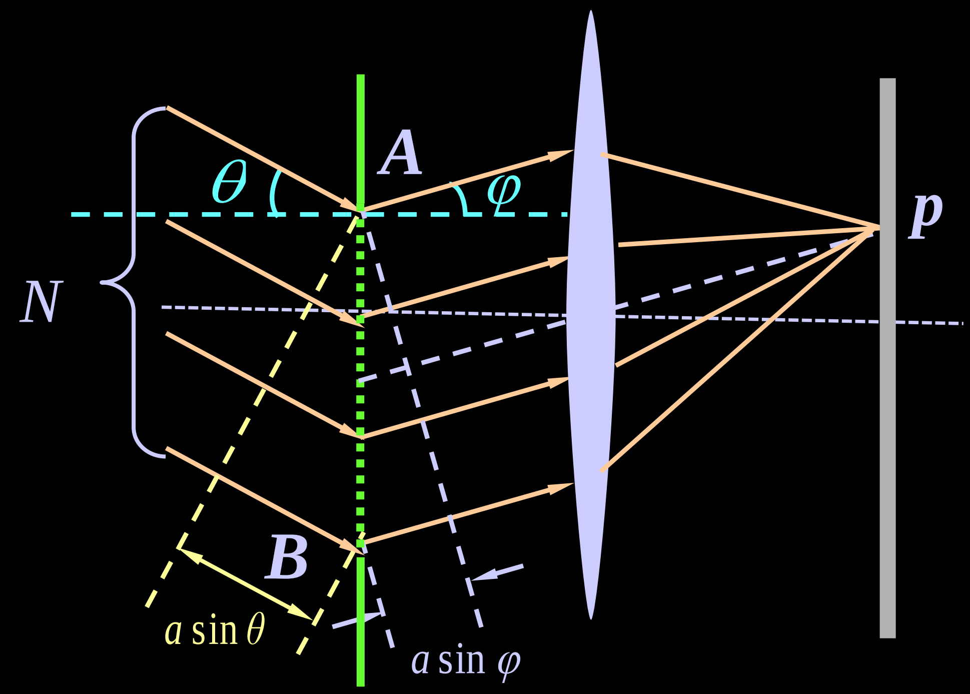
根据瑞利判据：当 $\Delta\varphi_{1,2,k}=\Delta\varphi_{1,k}$ 时刚好能分辨

由(1)、(2) 得 $\boxed{R=\dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}=kN}$ （光栅的色分辨本领）

讨论

增大主极大级次 k 和总缝数 N，可提高光栅的分辨率。

五. 斜入射的光栅方程



主极大条件

$$d(\sin\varphi + \sin\theta) = \pm k\lambda$$

$$k = 0, 1, 2, 3\ldots$$

缺级条件

$$\boxed{\begin{aligned} a(\sin\varphi + \sin\theta) &= \pm k'\lambda \\ d(\sin\varphi + \sin\theta) &= \pm k\lambda \end{aligned}}$$

最多明条纹数 $\left(-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}\right)$

$$k_{+\max} = \left[\frac{d}{\lambda}\left(\sin\frac{\pi}{2} + \sin\theta\right)\right] \qquad k_{-\max} = \left[\frac{d}{\lambda}\left(\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \sin\theta\right)\right]$$

$$\Delta N = k_{+\max} - k_{-\max} + 1$$

例 一束波长为 480 nm 的单色平行光，照射在每毫米内有600条刻痕的平面透射光栅上。

求 (1) 光线垂直入射时，最多能看到第几级光谱？

(2) 光线以 30^{o} 入射角入射时，最多能看到第几级光谱？

解 (1) $d\sin\varphi = \pm k\lambda$ $\qquad d = \dfrac{1}{600\times10^{3}} = \dfrac{1}{6}\times10^{-5}\ \mathrm{m}$

$$k_{\max} = [d/\lambda] = \left[\frac{10^{-5}}{6\times4.8\times10^{-7}}\right] = 3$$

(2) $d(\sin\varphi + \sin 30^{o}) = \pm k\lambda$

当 $\varphi = 90^{o}$ 时 $\quad k_{+\max} = 5$

当 $\varphi = -90^{o}$ 时 $\quad k_{-\max} = -1$

说明

(1) 斜入射级次分布不对称

(2) 斜入射时，可得到更高级次的光谱，提高分辨率。

(3) 垂直入射和斜入射相比，完整级次数不变。

上题中垂直入射级数 $k = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

斜入射级数 $k = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

(4) 垂直入射和斜入射相比，缺级级次相同。

$$\left.\begin{aligned} d(\sin\varphi + \sin\theta) &= \pm k\lambda \\ a(\sin\varphi + \sin\theta) &= \pm k'\lambda \end{aligned}\right\} \Longrightarrow k = k'\frac{d}{a} \quad k' = 1, 2, 3, \cdots$$

例 每毫米均匀刻有100条线的光栅，宽度为 D =10 mm，当波长为500 nm的平行光垂直入射时，第四级主极大谱线刚好消失，第二级主极大的光强不为 0 。

求 (1) 光栅狭缝可能的宽度； (2) 第二级主极大的半角宽度。

解 (1) 光栅常数 $a+b=\dfrac{1}{100}=1\times10^{-2}\ \text{mm}$

第四级主极大缺级，故有 $4=k'\dfrac{a+b}{a}$ $\quad 1\le k'<4$

$k'=1$ 时 $a=\dfrac{a+b}{4}=\dfrac{1\times10^{-2}}{4}=2.5\times10^{-3}\ \text{mm}$

$k'=2$ 时，第二级主极大也发生缺级，不符题意，舍去。

$k'=3$ 时， $a=\dfrac{a+b}{4}\times3=\dfrac{1\times10^{-2}}{4}\times3=7.5\times10^{-3}\ \text{mm}$

符合题意的缝宽有两个，分别是 2.5×10^{-3} mm 或 7.5×10^{-3} mm

(2) 光栅总的狭缝数 $N=\dfrac{D}{a+b}=\dfrac{10}{10^{-2}}=10^{3}$

设第二级主极大的衍射角为 φ_{2N}，与该主极大相邻的暗纹(第 $2N+1$ 级或第 $2N-1$ 级) 衍射角为 φ_{2N+1}，由光栅方程及暗纹公式有

$$N(a+b)\sin\varphi_{2N}=2N\lambda$$

$$N(a+b)\sin\varphi_{2N+1}=(2N+1)\lambda$$

代入数据后，得 $\varphi_{2N}=5.739^{\circ}$ $\varphi_{2N+1}=5.742^{\circ}$

第二级主极大的半角宽度

$$\Delta\varphi=\varphi_{2N+1}-\varphi_{2N}=0.003^{\circ}$$

例 用白光垂直照射一光栅，能在30^0衍射方向观察到$6000\,\mathring{A}$的第二级主极大干涉，并能在该处分辨$\Delta\lambda = 0.05\,\mathring{A}$的两条光谱线；可是在 30^0 衍射方向却很难测到 $4000\,\mathring{A}$ 的主极大干涉

求 (1) 光栅相邻两缝的间距；

(2) 光栅的总宽度；

(3) 光栅上狭缝的宽度；

(4) 若以此光栅观察钠光谱($\lambda = 5900\,\mathring{A}$)，当光线垂直入射和以 30^0 斜入射时，屏上各呈现的全部干涉条纹的级数。

解 (1) $d\sin\varphi = \pm k\lambda \quad \varphi = 30^0 \quad k = 2 \quad \lambda = 6000\,\mathring{A}$

$$d = 2.4\times 10^{-3}(\mathrm{mm})$$

(2) $R=\dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}=kN$

$\Delta\lambda=0.05\,\mathring{A}\quad k=2\quad \lambda=6000\,\mathring{A} \longrightarrow N=6\times10^{4}$

光栅的总宽度为 $Nd=144\,mm$

(3) 相应的缺级级次

$d\sin\varphi=\pm k\lambda\qquad \varphi=30^{0}\qquad d=2.4\times10^{-3}\qquad \lambda=4000\,\mathring{A}$

$k=3$ 因此，在±3，±6，±9……缺级

$a=\dfrac{1}{3}d=8\times10^{-4}$**mm or** $a=\dfrac{2}{3}d=16\times10^{-4}$**mm**

(4) 当垂直入射时，可以观察到的最大级次为

$$d\sin\varphi=k\lambda \longrightarrow k_{\max}=\frac{d\sin(\pm\frac{\pi}{2})}{\lambda}$$

$d = 2.4\times10^{-3}$ $\lambda = 5900\,\overset{o}{A}$ $k_{max} \approx 4.04$ $k_{max} = 4$

所以呈现于屏上应有 $0,\pm1,\pm2,\pm4$ 这7条干涉条纹。

当斜入射时，可以观察到的最大级次为

$$d(\sin\varphi + \sin\theta) = \pm k\lambda$$

$d = 2.4\times10^{-3}$ $\lambda = 5900\,\overset{o}{A}$ $\varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$ $\theta = \pm30^0$

$$k_{max} = \frac{d[\sin(\pm\frac{\pi}{2}) - \sin 30^0]}{\lambda} = \begin{cases} 2.03 \\ -6.1 \end{cases}$$

$$k_{max} = \frac{d[\sin(\pm\frac{\pi}{2}) + \sin 30^0]}{\lambda} = \begin{cases} -2.03 \\ 6.1 \end{cases}$$

所以呈现于屏上应有 $0,\pm1,\pm2,4,5(0,\pm1,\pm2,-4,-5)$ 这7条干涉条纹。

§14.10 光的偏振

一. 波的偏振性

定义：振动方向对于传播方向的不对称性称为**偏振性**。

纵波：振动方向与传播方向一致，不存在偏振问题；

横波：振动方向与传播方向垂直，存在偏振问题。

偏振现象是**横波**区别于**纵波**的最明显的特征

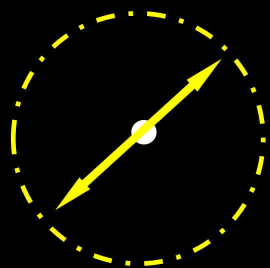
光的偏振性：光矢量的振动相对于传播方向的不对称性

光波是**横波**

二. 偏振光的分类

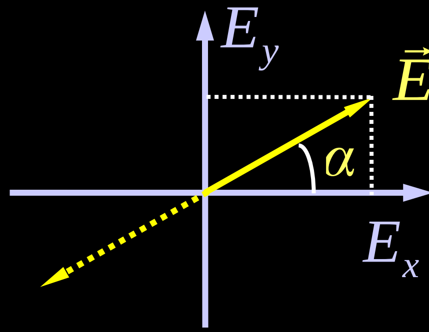
1. 线偏振光（平面偏振光）

在垂直于传播方向的平面内，光矢量只沿某一个固定方向振动，则称为**线偏振光**



面对光的传播方向观察

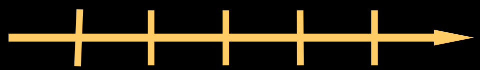
线偏振光可沿两个**相互垂直**的方向分解



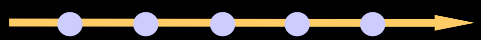
$$E_x = E\cos\alpha$$

$$E_y = E\sin\alpha$$

线偏振光的表示法



(光振动平行板面)

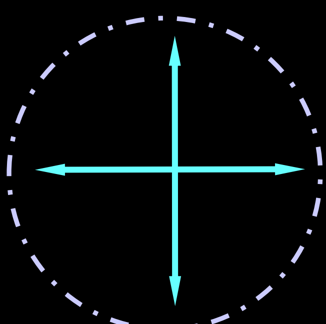


(光振动垂直板面)

2. 自然光

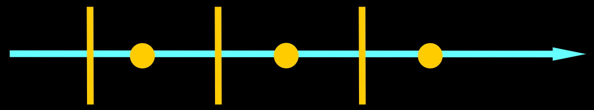
各个方向上光振动振幅相同的光，称为**自然光**。

自然光可用两个**相互独立**、**没有固定相位关系**、**等振幅**且振动方向相互垂直的线偏振光表示

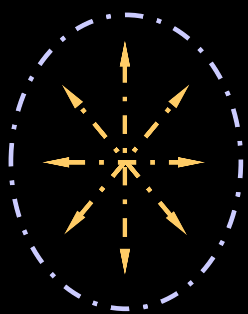


$\overline{E}_x = \overline{E}_y \qquad I = I_x + I_y$

自然光的表示法

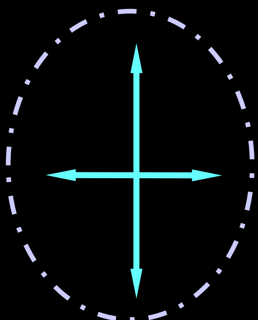


3. 部分偏振光



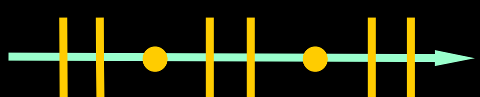
部分偏振光

部分偏振光可用两个**相互独立**、**没有固定相位关系**、**不等振幅**且振动方向相互垂直的线偏振光表示。

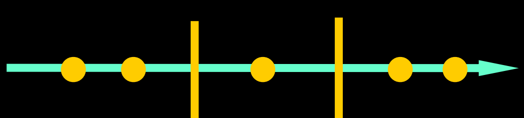


部分偏振光的分解

部分偏振光的表示法



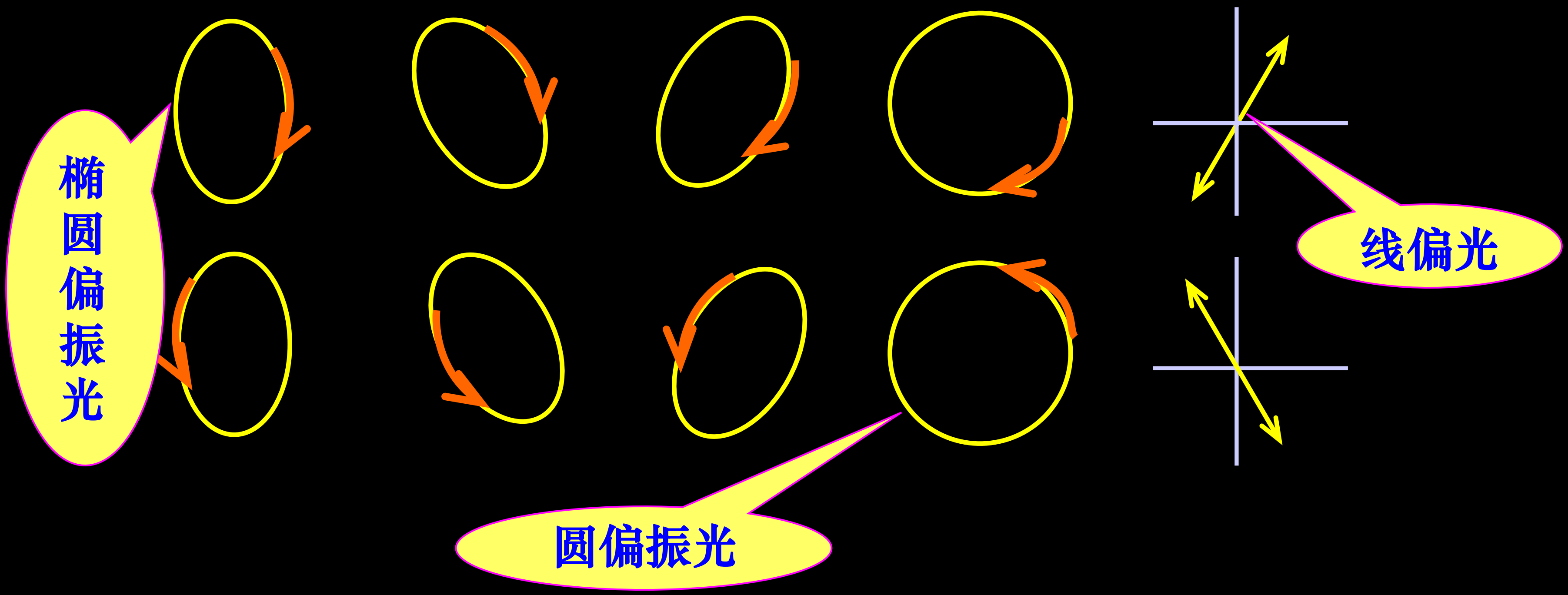
平行板面的光振动较强



垂直板面的光振动较强

4. 椭圆偏振光和圆偏振光

光矢量末端的运动轨迹是椭圆或圆。



在迎光矢量图上，光矢量端点沿逆时针方向旋转的称为左旋偏振光；沿顺时针方向旋转的称为右旋偏振光。

§14.11 偏振片的起偏和检偏 马吕斯定律

一. 偏振片 起偏和检偏

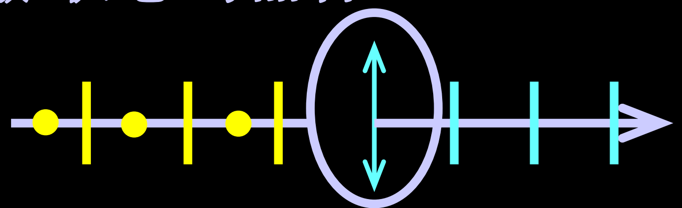
- 普通光源发出的是自然光

  起偏器： 用于从自然光中获得偏振光的器件

- 人的眼睛不能区分自然光与偏振光

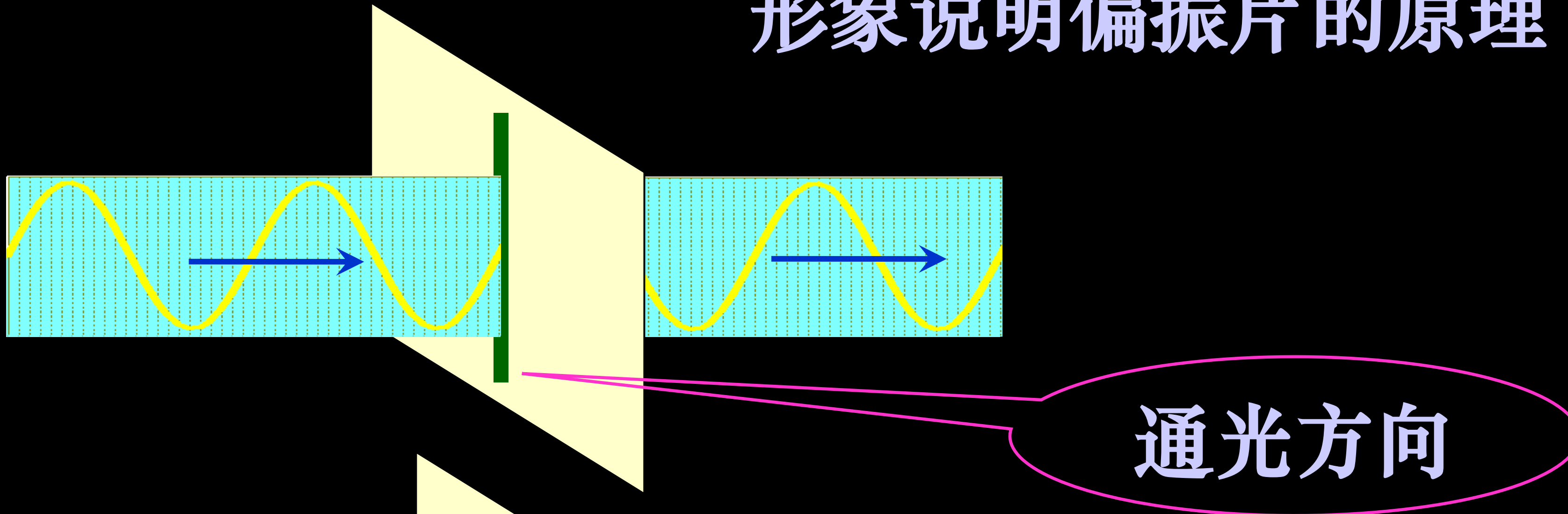
  检偏器： 用于鉴别光的偏振状态的器件

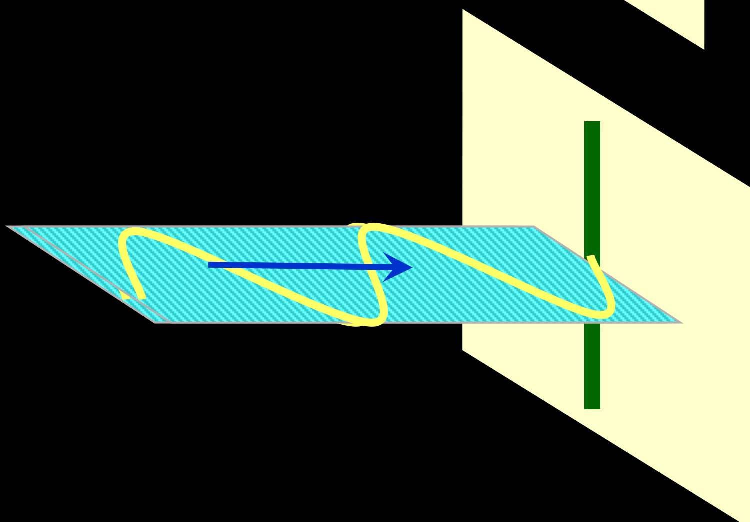
1. 偏振片



人工膜片——对不同方向的光振动有**选择吸收**的性能，从而使膜片中有一个**特殊的方向**。当一束自然光射到膜片上时，与此方向垂直的光振动分量完全被吸收，只让平行于该方向的光振动分量通过，即**只允许沿某一特定方向的光通过的光学器件**，叫做**偏振片**。这个特定的方向叫做**偏振片的偏振化方向**，用“↕”表示。

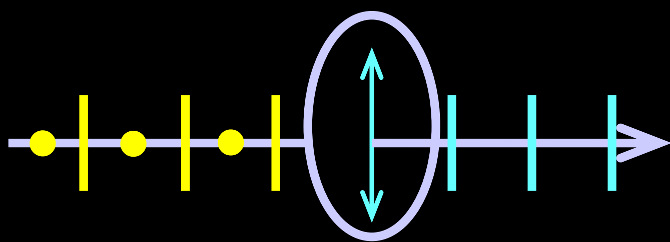
形象说明偏振片的原理

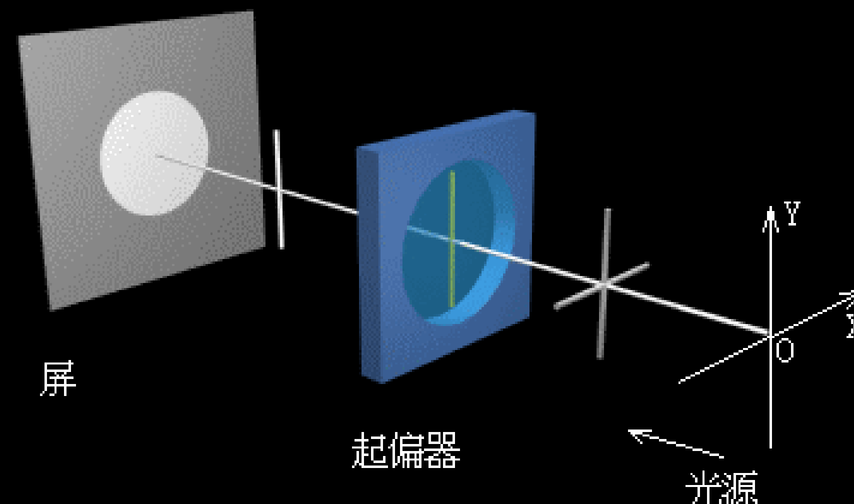




2. 起偏

自然光通过偏振片后成为线偏振光，线偏振光的振动方向与偏振片的偏振化方向一致





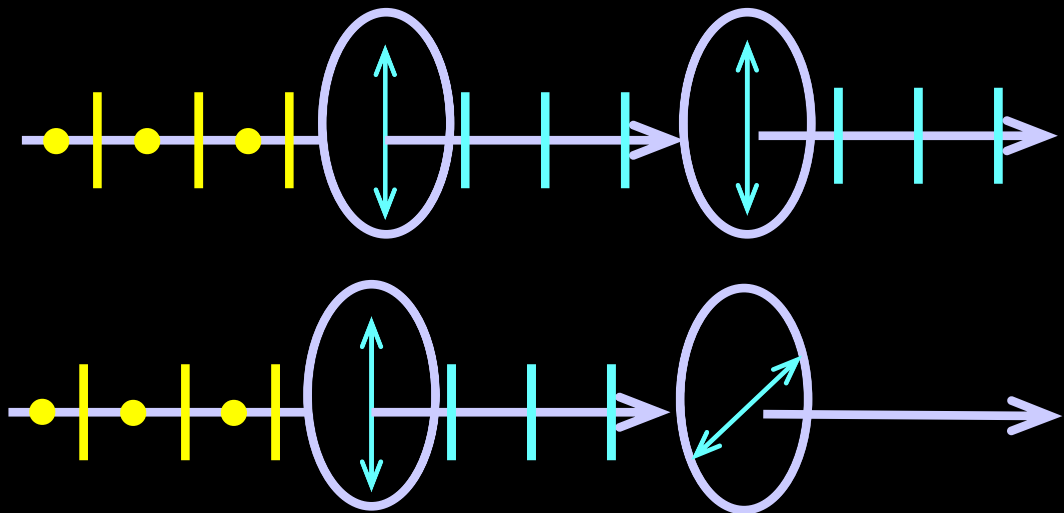
3. 检偏

用来检验某一束光是否是偏振光

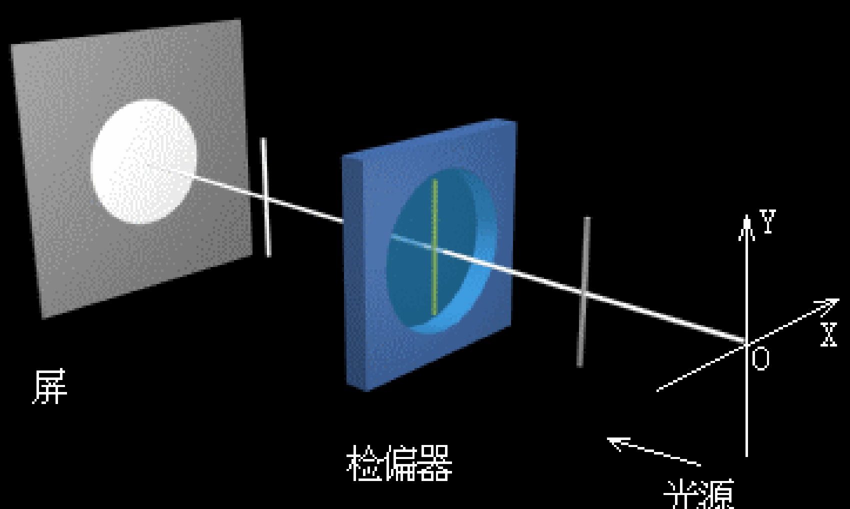
方法：转动偏振片，观察透射光强度的变化

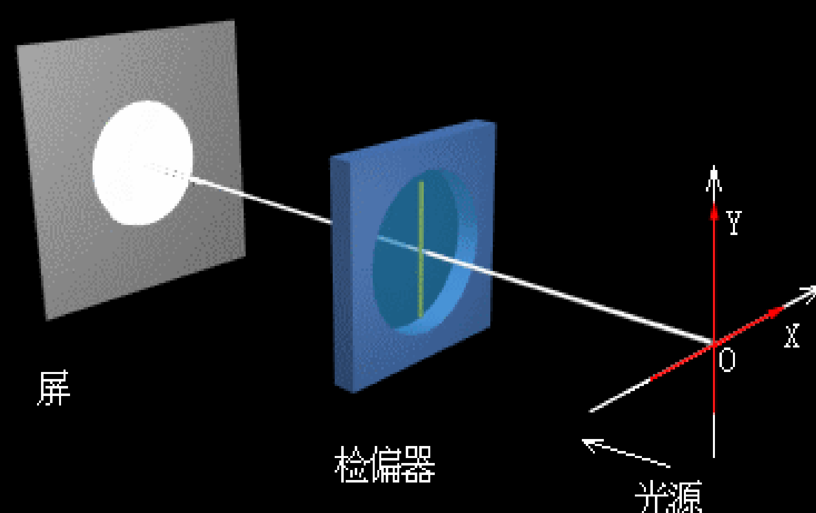
自然光：透射光强度不发生变化 → $I=I_0/2$

线偏振光：透射光强度发生变化



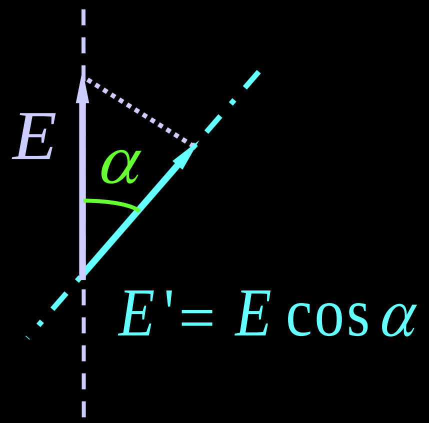
部分偏振光：通过偏振片后，在转动偏振片的过程中，透射光强度发生变化。





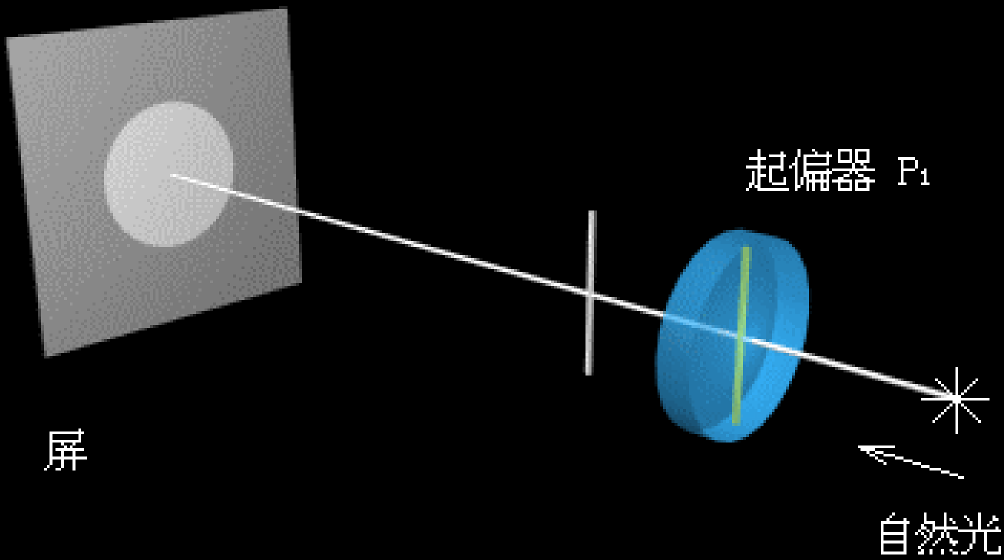
二. 马吕斯定律

$I \propto E^2$ $\qquad$ $I' \propto E'^2 = E^2 \cos^2\alpha$



$\boxed{I' = I\cos^2\alpha}$ (马吕斯定律)

当 $\alpha = 0,\ I = I_{max} = I_0$ ；当 $\alpha = \dfrac{\pi}{2},\ I = 0$ — 消光



例 平行放置两偏振片，使它们的偏振化方向成 60° 夹角。让自然光垂直入射后,下列两种情况下:

(1) 两偏振片对光振动平行于其偏振化方向的光线均无吸收

(2) 两偏振片对光振动平行于其偏振化方向的光线分别吸收了 10% 的能量

求 透射光的光强与入射光的光强之比是多大?

解 (1) 无吸收时，有

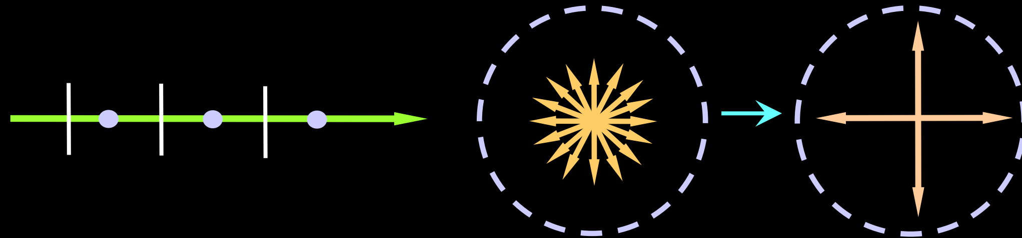
$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 \qquad I_2 = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 60^\circ \qquad \frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{2}\cos^2 60^\circ = \frac{1}{8} = 0.125$$

(2) 有吸收时，有

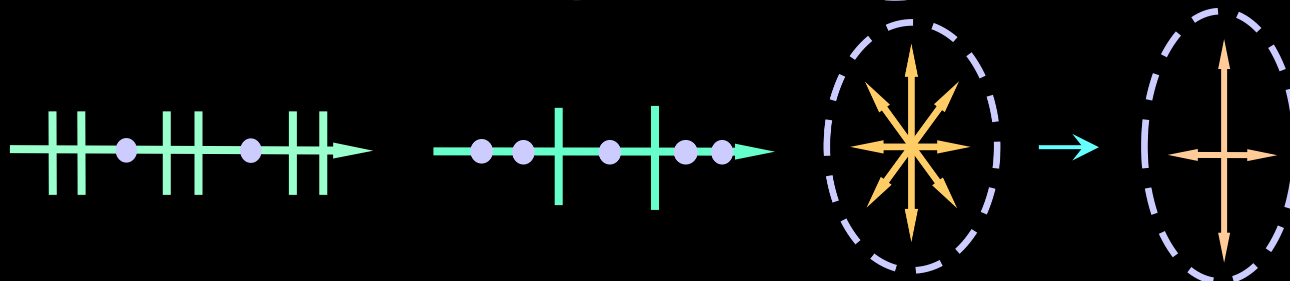
$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{8} \times (1-10\%)^2 \approx \frac{1}{10} = 0.10$$

光的偏振　　光矢量的振动相对于传播方向的不对称性

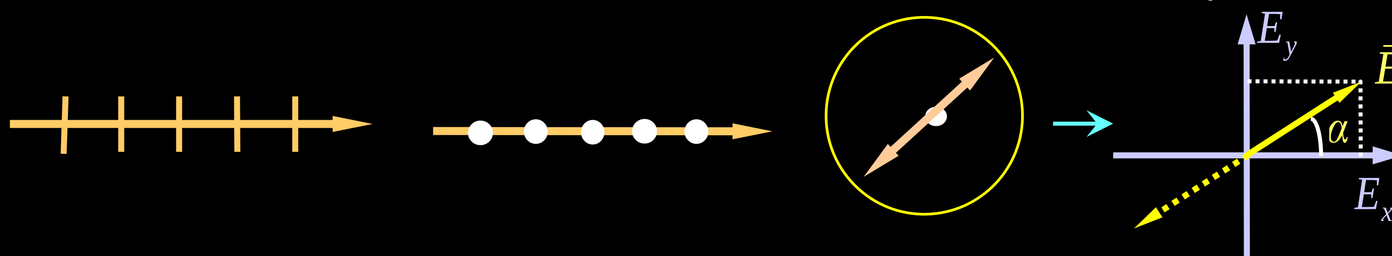
自然光



部分偏振光



线偏振光

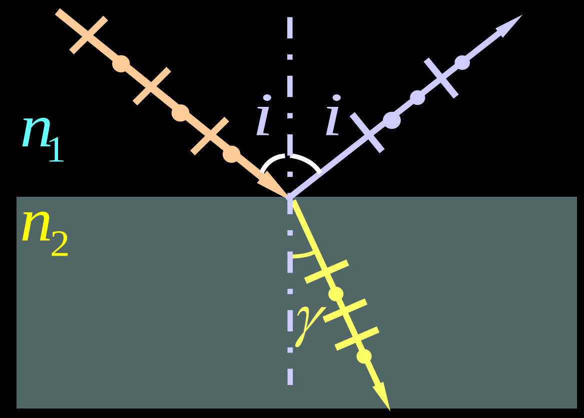


圆偏振光和椭圆偏振光

马吕斯定律　$I' = I\cos^2\alpha$

§14.12 反射和折射产生的偏振 布儒斯特定律

一. 反射和折射产生的偏振



- 自然光入射
- 反射和折射后 → 部分偏振光

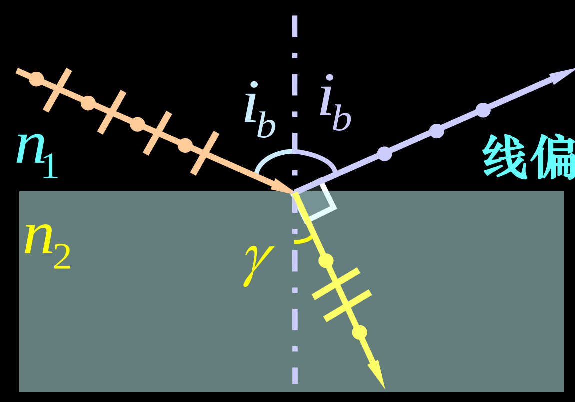
二. 布儒斯特定律

$i_b + \gamma = 90^o$ 时，反射光为线偏振光

i_b— 布儒斯特角 或 起偏角

$$n_1 \sin i_b = n_2 \sin \gamma = n_2 \cos i_b$$

$$\tan i_b = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

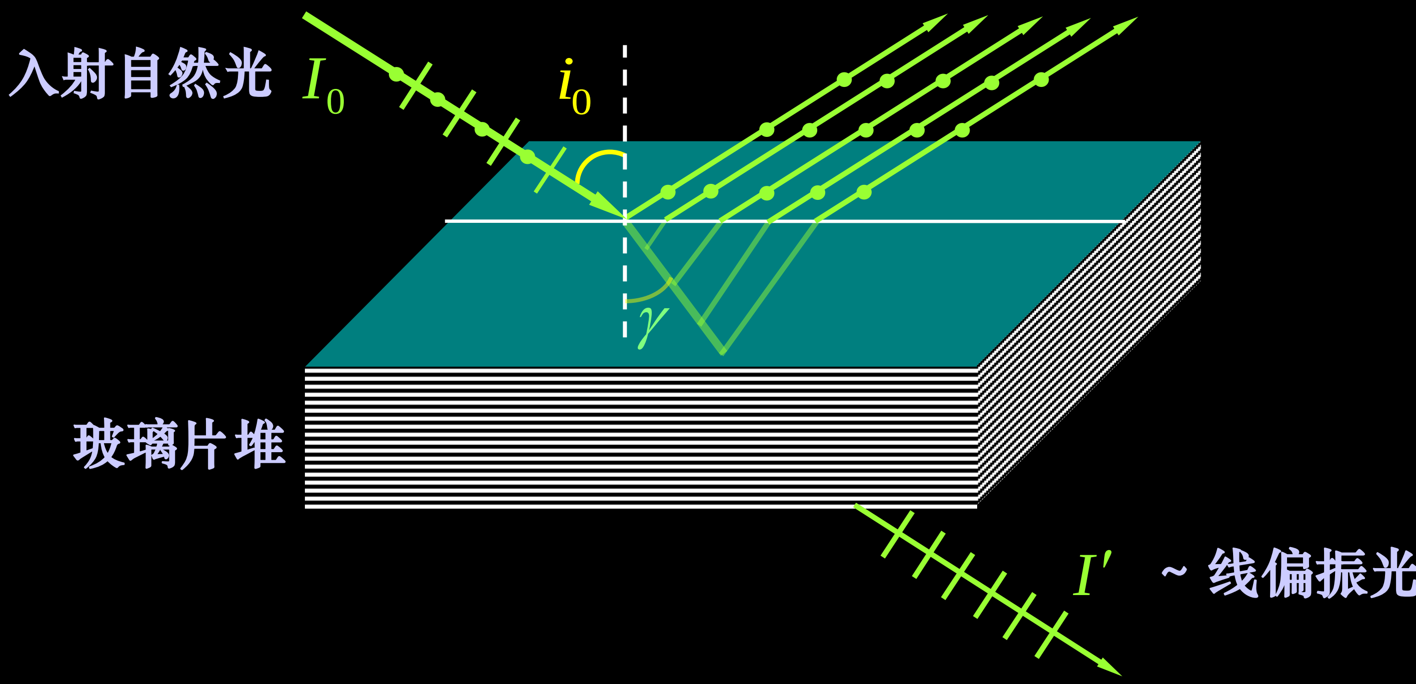


例如 n_1=1.00（空气）， n_2=1.50（玻璃），则

空气 ⟶ 玻璃 $$i_b = \arctan\frac{1.50}{1.00} = 56^\circ 18'$$

玻璃 ⟶ 空气 $$i_b = \arctan\frac{1.00}{1.50} = 33^\circ 42'$$

玻璃片堆起偏和检偏

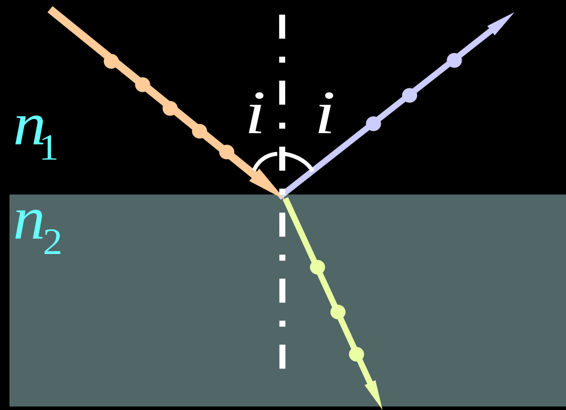


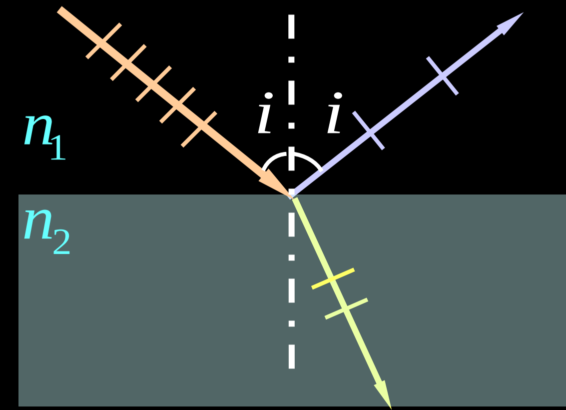
有反射光干扰的橱窗

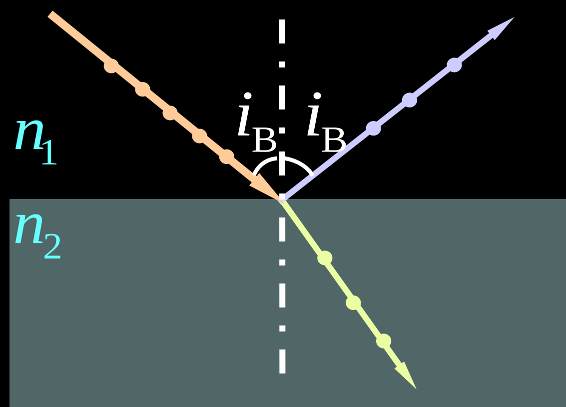
在照相机镜头前加偏振片消除了反射光的干扰

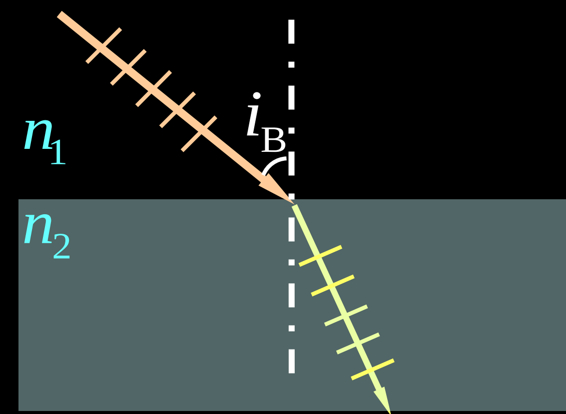

JINGPINXILIE

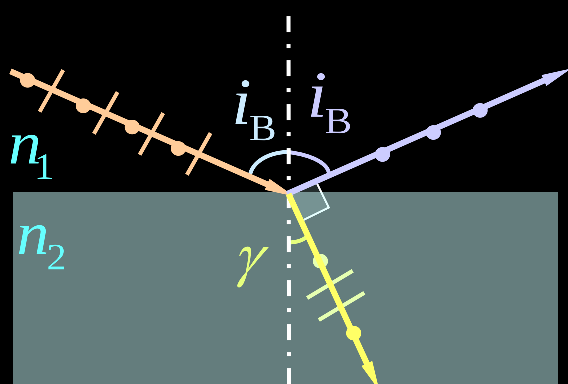
例







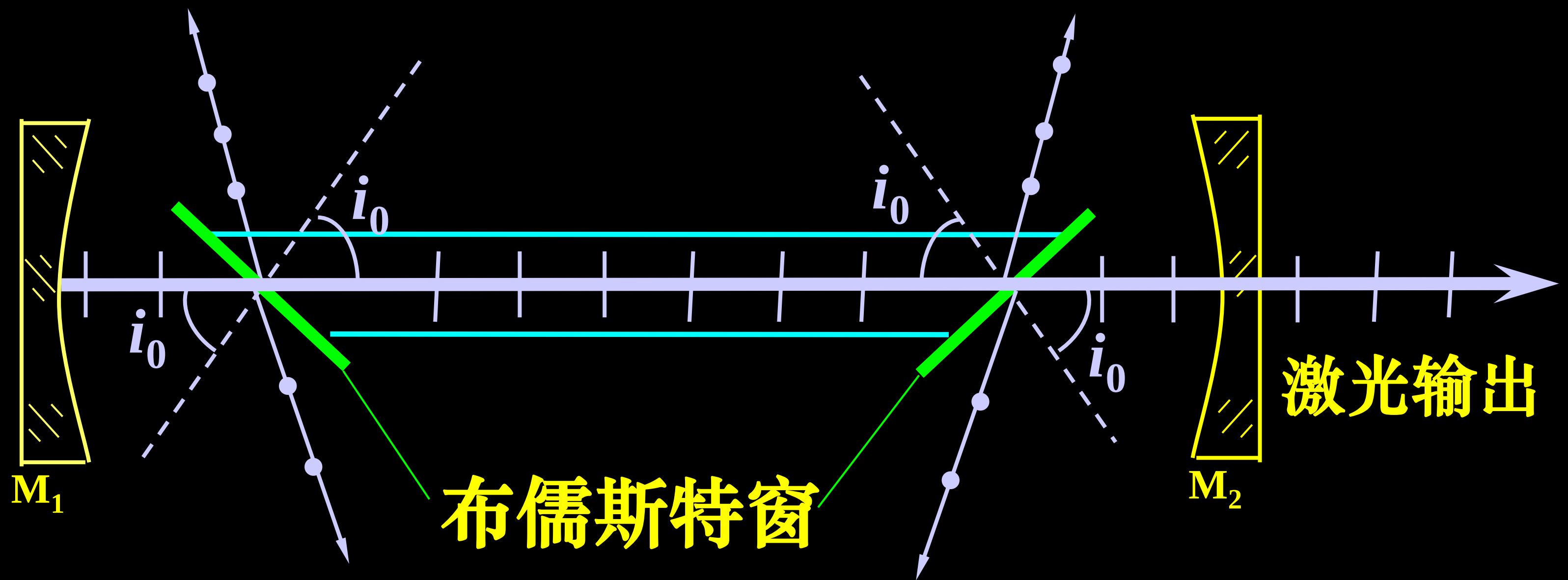




$n_2 > n_1$

画出相应的反射光，折射光的方向及偏振态

▲实例：外腔式激光管加装布儒斯特窗，可使出射光为全偏振光，并减少反射损失。

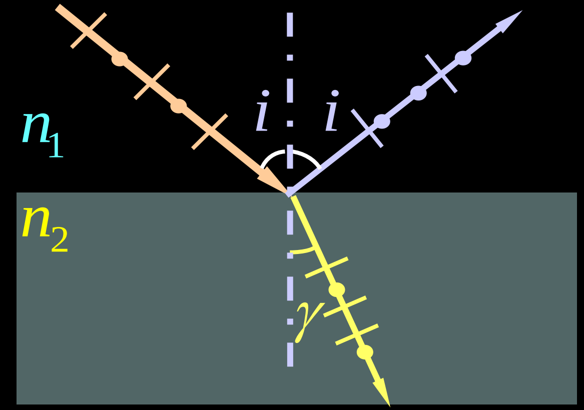


外腔式激光器谐振腔

反射和折射产生的偏振 布儒斯特定律

反射和折射产生的偏振

- 自然光入射
- 反射和折射后产生 → 偏振光



布儒斯特定律

$i_b+\gamma=90^o$ 时，反射光为线偏振光

i_b — 布儒斯特角 或 起偏角

$$n_1 \sin i_b = n_2 \sin\gamma = n_2 \cos i_b$$

$$\tan i_b = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$