

# 广义生物经济系统的混沌跟踪控制

张悦<sup>1</sup>, 张庆灵<sup>1</sup>, 赵立纯<sup>2</sup>, 刘佩勇<sup>1</sup>

(1. 东北大学 理学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 鞍山师范学院 数学系, 辽宁 鞍山 114005)

**摘 要:** 利用微分代数方程理论研究了一类广义生物经济系统的混沌及混沌控制问题。利用数值方法判定得出, 随着季节性影响因子的变化, 该系统呈现复杂的动态特性, 出现混沌现象; 利用反馈线性化方法设计控制器, 进而制定合理的开发策略, 使受控混沌系统的输出跟踪期望的恒值或某一期望的周期轨道, 实现对混沌系统的反馈跟踪控制; 通过数值仿真说明该控制方法行之有效, 可以使处于混沌状态的生物种群平稳增长, 并源源不断地为人类提供物质财富。

**关 键 词:** 微分代数系统; 生物经济系统; 季节; 混沌; 跟踪控制

中图分类号: TP 13; O 328 文献标识码: A 文章编号: 1005-3026(2007)02-0157-04

## Tracking Control of Chaos in Singular Biological Economy Systems

ZHANG Yue<sup>1</sup>, ZHANG Qing-ling<sup>1</sup>, ZHAO Li-chun<sup>2</sup>, LIU Pei-yong<sup>1</sup>

(1. School of Sciences, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Department of Mathematics, Anshan Normal University, Anshan 114005, China. Correspondent: ZHANG Yue, E-mail: zhangyue\_neu@sohu.com)

**Abstract:** Discusses the problems of chaos and its control of a class of singular biological economy system by the theory of differential-algebraic equations. Judged by the numerical method, the system presents complicated dynamical characteristic hence the chaotic phenomenon along with the change of the seasonal influencing factors on it. Then, a controller is designed by use of feedback linearization to cause the output of chaos system to track an expected constant value or period orbit with a rational developing strategy formulated, thus implementing the feedback tracking control of chaos in the system. Numerical simulations are given to illustrate that the control method is effective in practice and enables the biological population in chaotic states to grow smoothly and offer mankind material wealth for long.

**Key words:** differential-algebraic system; biological economy system; season; chaos; tracking control

世界上任何一种生物都不是孤立存在的, 各生物种群之间或多或少地都存在着这样或那样的联系。并且, 人们在利用资源的同时也会对生物种群的生长造成一定的影响。为了保护生物资源同时保障经济发展, 一些数学工作者建立了许多生物经济模型, 并取得了一些很有价值的成果<sup>[1-4]</sup>。这些模型大多是用微分方程来描述的。然而, 现实生活中还有很多精细的生物经济现象, 需要用微分和代数方程联合描述, 即微分代数方

程。到目前为止, 关于这方面的研究还相对较少, 特别是对于生物经济系统中微分代数模型的混沌以及混沌控制的研究更是不多见。深入研究带有代数约束的生物经济系统的混沌问题对掌握整个生物经济系统的运行规律, 制定合理的策略具有重要理论意义和实际应用价值。

## 1 模型建立

考虑 Holling-Tanner 连续模型<sup>[5]</sup>

收稿日期: 2006-02-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574011); 辽宁省博士启动基金资助项目(1040341)。

作者简介: 张悦(1977-), 女, 辽宁沈阳人, 东北大学博士研究生; 张庆灵(1956-), 男, 辽宁营口人, 东北大学教授, 博士生导师。

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}(T) &= r_0 X(T) \left[ 1 - \frac{X(T)}{K} \right] - \frac{BX(T)}{A + X(T)} Y(T), \\ \dot{Y}(T) &= sY(T) \left[ 1 - \frac{hY(T)}{X(T)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中,  $X(0) > 0, Y(0) > 0; X(T), Y(T)$  分别表示  $T$  时刻食饵者和捕食者的种群密度;  $K$  和  $r_0$  分别为环境对食饵者的容纳量以及食饵者的内禀增长率; 捕食者对食饵种群的消费依据第二类功能性反应形式,  $A$  是半饱和常数;  $B$  表示最大消费率; 捕食者的内禀增长率为  $s$ ; 环境容纳量与食饵种群的数量成正比,  $h$  是一个捕食者需要消费食饵的数量. 模型(1)很好地描述了种群的增长规律和种群间的相互作用关系, 但有一定的局限性, 不能十分准确地描述自然界实际生物种群增长过程的波动性. 实际上, 由于各种生态因子的影响, 会使种群的增长过程发生不同程度的偏离. 对于季节性生物来说, 其生长过程主要受季节性因子周期性变化的影响. 因此, 影响因素的具体形式可以近似地表示为单一的正弦或余弦函数. 这里, 考虑季节因素对食饵种群内禀增长率的影响, 即

$$r = r_0 + r_1(1 - \cos \omega T). \quad (2)$$

其中,  $r_1 > 0, \omega > 0, r_1$  为季节性生态因子对种群增长影响的幅度,  $\omega$  为生态因子变化的角频率. 将式(2)代入式(1)中, 并作如下无量纲变换:

$$t = r_0 T, x = \frac{X}{K}, y = \frac{BY}{r_0 K}, \delta = \frac{s}{r_0},$$
$$\beta = \frac{sh}{B}, \gamma = \frac{A}{K}, \lambda = \frac{r_1}{r_0}, \theta = \frac{\omega}{r_0}.$$

则系统(1)化为如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t)(1 - x(t)) - \frac{x(t)y(t)}{\gamma + x(t)} + \lambda(1 - \cos \theta t)x(t), \\ \dot{y}(t) &= y(t) \left[ \delta - \beta \frac{y(t)}{x(t)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

文献[6]讨论了在季节因素影响下, 系统(3)中种群的动态变化情况. 随着季节影响因子  $\theta$  的变化, 系统(3)呈现各种各样复杂的动态特性, 如周期解、准周期解、混沌等. 然而, 现实世界中人们利用资源势必对种群的生长造成一定的影响, 为了掌握更贴近实际的种群生长规律, 需要建立生物经济模型.

在生物经济学理论中存在如下关系<sup>[7]</sup>: 能持续经济利润 = 能持续收益总量  $T_r$  - 总成本  $T_c$ .

其中  $T_r = pY(E)$ ,  $p$  为单位生物量价格常数,  $Y(E)$  为持续产量,  $E$  为捕获努力量;  $T_c = cE$ ,  $c$  为成本常数. 如果人们对模型(3)中的捕食种群进行收获或投放, 考虑经济因素, 其中, 捕捞努力量  $E(t)$  是随时间变化的, 则建立如下生物经济模型:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t)(1 - x(t)) - \frac{x(t)y(t)}{\gamma + x(t)} + \lambda(1 - \cos \theta t)x(t), \\ \dot{y}(t) &= y(t) \left[ \delta - \beta \frac{y(t)}{x(t)} \right] - y(t)E(t), \\ 0 &= E(t)(py(t) - c) - m. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

该模型是一个微分代数系统, 其中,  $x(t), y(t)$  为微分变量,  $E(t)$  为代数变量,  $m$  为经济利润(或剩余量).

对于系统(4), 本文主要讨论  $\theta \neq 0, m \neq 0$  时的情况, 首先, 利用数值方法判定系统(4)混沌吸引子的存在性; 其次, 利用微分代数系统理论, 设计控制器实现对混沌系统的反馈跟踪控制; 最后, 通过数值仿真说明控制器的可行性.

## 2 Lyapunov 指数与混沌吸引子

利用 Lyapunov 指数<sup>[8]</sup>来判断系统(4)混沌吸引子的存在性. 混沌运动的基本特点是运动对初始条件极为敏感. 两个充分靠近的初值所产生的轨道, 随时间推移按指数方式分离, Lyapunov 指数是描述这一现象的定量指标. 在 Lyapunov 指数小于零的方向上轨道收缩, 运动稳定, 对于初始条件不敏感; 而在 Lyapunov 指数为正的方向上, 轨道迅速分离, 对初值敏感. 因此, 混沌吸引子具有正的 Lyapunov 指数.

图1描述了当  $\gamma = 0.15, \delta = 0.1, \beta = 0.03, \lambda = 2.0, \theta = 2.88, p = 1, c = 200, m = 100$  时, 系统(4)的混沌吸引子, 此时, 其 Lyapunov 指数分别为  $0.0588\ 83, 0, -0.003\ 670\ 4, -0.250\ 52$ . 很显然, Lyapunov 指数有一个大于零, 两个小于零, 另一个等于零. 利用上述理论可知, 系统(4)存在混沌现象.

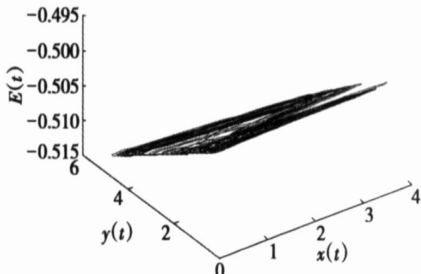


图 1 系统(4)的混沌吸引子

Fig. 1 The chaotic attractor in system (4)

### 3 混沌跟踪控制

对系统(4)施加控制, 得受控系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t)(1-x(t)) - \frac{x(t)y(t)}{y+x(t)} + \\ &\quad \lambda(1-\cos\theta t)x(t) + u(t), \\ \dot{y}(t) &= y(t)\left[\delta - \beta\frac{y(t)}{x(t)}\right] - y(t)E(t), \\ 0 &= E(t)(py(t)-c) - m. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

为了研究方便, 作变换  $z(t) = \theta t$ , 将非自治系统(5)变为如下自治系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t)(1-x(t)) - \frac{x(t)y(t)}{y+x(t)} + \\ &\quad \lambda(1-\cos z(t))x(t) + u(t), \\ \dot{y}(t) &= y(t)\left[\delta - \beta\frac{y(t)}{x(t)}\right] - y(t)E(t), \\ \dot{z}(t) &= \theta, \\ 0 &= E(t)(py(t)-c) - m. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

定义 1<sup>[9]</sup> ( $M$  导数) 考虑一类非线性微分代数系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}(t) &= f(X(t), Y(t)) + \\ &\quad g(X(t), Y(t))u(t), \\ 0 &= \sigma(X(t), Y(t)). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这里,  $X(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$ ,  $Y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t))^T$ ,  $u(t) \in \mathbf{R}$  分别为  $n$  维状态向量,  $m$  维约束向量和控制输入.  $f, g$  和  $\sigma$  是光滑向量场, 并且  $\text{rank}\left[\frac{\partial \sigma}{\partial Y(t)}\right] = m$ . 设  $M_f(h(X(t), Y(t)))$  和  $M_g(h(X(t), Y(t)))$  分别代表矢量场  $f, g$  关于函数  $h(X(t), Y(t))$  的  $M$  导数, 定义为

$$\left. \begin{aligned} M_f(h(X(t), Y(t))) &= \Phi(h(X(t), Y(t)))f, \\ M_g(h(X(t), Y(t))) &= \Phi(h(X(t), Y(t)))g, \\ \Phi(h(X(t), Y(t))) &= \frac{\partial h}{\partial X(t)} - \frac{\partial h}{\partial Y(t)} \times \\ &\quad \left(\frac{\partial \sigma}{\partial Y(t)}\right)^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial X(t)}. \end{aligned} \right\}$$

定义 2<sup>[9]</sup> (相关度) 设系统(7)的输出函数为  $h(X(t), Y(t))$ , 如果在  $(X(t), Y(t)) \in \Omega$  (开连通集  $\Omega \subset \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^m$ ) 内成立

$$\begin{aligned} M_g M_f^k h(X(t), Y(t)) &= 0, 0 \leq k \leq r-2, \\ M_g M_f^{r-1} h(X(t), Y(t)) &\neq 0. \end{aligned}$$

则说明系统(7)在  $(X(t), Y(t)) \in \Omega$  内的相关度为  $r$ .

系统(6)可以表示为系统(7)的标准形式, 并且有

$$\begin{aligned} f(X(t), Y(t)) &= \begin{bmatrix} x(t)(1-x(t)) - \frac{x(t)y(t)}{y+x(t)} + \\ \lambda(1-\cos z(t))x(t) \\ y(t)\left[\delta - \beta\frac{y(t)}{x(t)}\right] - y(t)E(t) \\ \theta \end{bmatrix}, \\ g(X(t), Y(t)) &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$\sigma(X(t), Y(t)) = E(t)(py(t)-c) - m$ , 其中,  $X(t) = (x(t), y(t), z(t))^T$ ,  $Y(t) = E(t)$ .

这里系统(6)的输出为  $h(X(t), Y(t)) = y(t)$ , 则

$$\begin{aligned} M_g M_f^0 h(X(t), Y(t)) &= M_g M_f^0 y(t) = 0, \\ M_g M_f h(X(t), Y(t)) &= \frac{\beta y^2(t)}{x^2(t)} \neq 0. \end{aligned}$$

在满足  $\frac{\beta y^2(t)}{x^2(t)} \neq 0$  的每个点, 系统的相关度为 2 <

3, 显然,  $g$  与  $M_{fg}$  是线性无关的.

取坐标变换

$$\left. \begin{aligned} \xi_1(t) &= y(t), \\ \xi_2(t) &= y(t)\left[\delta - \beta\frac{y(t)}{x(t)}\right] - y(t)E(t), \\ \eta(t) &= \theta, \\ 0 &= E(t)(py(t)-c) - m. \end{aligned} \right\}$$

则系统(6)可化为如下标准型:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= \xi_2(t), \\ \dot{\xi}_2(t) &= \tilde{v}(t), \\ \dot{\eta}(t) &= \theta, \\ 0 &= E(t)(py(t)-c) - m. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中,

$$\begin{aligned} \tilde{v}(t) &= \frac{\beta y^2(t)}{x^2(t)} \left[ 1 - x(t) - \frac{y(t)}{y+x(t)} + \right. \\ &\quad \left. \lambda(1-\cos z(t)) \right] + \left[ \delta - \frac{2\beta y(t)}{x(t)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{cE(t)}{py(t)-c} \right] \times \left[ y(t) \left[ \delta - \beta\frac{y(t)}{x(t)} \right] - \right. \\ &\quad \left. y(t)E(t) \right] + \frac{\beta y^2(t)}{x^2(t)} u(t). \end{aligned}$$

显然, 系统(6)的微分方程部分被分解为一个惟一反映输入输出行为的线性子系统(系统(8)中前两个微分方程), 其维数为 2, 以及一个 1 维的子系统(系统(8)中第三个微分方程), 但这个子系

统并不影响系统输出。为此, 研究输出跟踪问题时, 仅考虑前两个微分子系统和代数约束组成的微分代数系统即可。目的是使系统(6)的输出跟踪期望的目标轨道  $y_d(t)$ 。

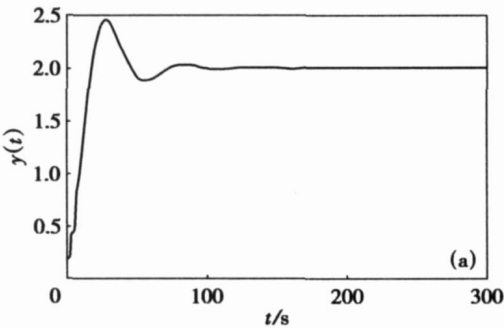
定理 1 混沌系统(6)在控制器

$$u(t) = \frac{x^2(t)}{\beta y^2(t)}(-k_0 e_1(t) - k_1 e_2(t)) - x(t) \times$$
$$\left[1 - x(t) - \frac{y(t)}{\gamma + x(t)} + \lambda(1 - \cos z(t))\right] -$$
$$\frac{x^2(t)}{\beta y^2(t)} \left[ \delta - \frac{2\beta y(t)}{x(t)} + \frac{cE(t)}{py(t) - c} \right] \times$$
$$\left[ y(t) \left[ \delta - \beta \frac{y(t)}{x(t)} \right] - y(t)E(t) \right] +$$
$$\frac{x^2(t)}{\beta y^2(t)} \ddot{y}_d(t)$$
(9)

作用下, 其输出  $y(t) \rightarrow y_d(t), t \rightarrow \infty$ , 期望的目标轨道  $y_d(t)$  满足  $y_d(t), \dot{y}_d(t), \ddot{y}_d(t)$  在  $t \geq 0$  时有界, 且  $\dot{y}_d(t)$  分段连续。其中常数  $k_0, k_1$  使方程  $q^2 + k_1 q + k_0 = 0$  的所有根位于  $q$  的左半平面。其中,

$$e_1(t) = y(t) - y_d(t),$$
$$e_2(t) = y(t) \left[ \delta - \beta \frac{y(t)}{x(t)} \right] -$$
$$y(t)E(t) - \dot{y}_d(t) \cdot$$

证明 定义误差变量  $e(t) = \xi(t) - \xi_d(t)$ , 其中,  
 $e(t) = (e_1(t), e_2(t))^T, \xi(t) = (\xi_1(t), \xi_2(t))^T,$   
 $\xi_d(t) = (\xi_{1d}(t), \xi_{2d}(t))^T = (y_d(t), \dot{y}_d(t))^T$ 。



有如下误差系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= \xi_1(t) - \dot{y}_d(t) = \\ &\xi_2(t) - \dot{y}_d(t) = e_2(t), \\ \dot{e}_2(t) &= \xi_2(t) - \ddot{y}_d(t) = \\ &\tilde{v}(t) - \ddot{y}_d(t), \\ \eta(t) &= \theta, \\ 0 &= E(t)(py(t) - c) - m \cdot \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将式(9)代入式(10), 可得如下子系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= e_2(t), \\ \dot{e}_2(t) &= v(t) \cdot \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中,  $v(t) = -k_0 e_1(t) - k_1 e_2(t)$ , 利用文献[10]中理论, 如果选择  $k_0, k_1$ , 使方程  $q^2 + k_1 q + k_0 = 0$  的所有根位于  $q$  的左半平面, 则反馈后的子系统(11)为渐近稳定系统, 即  $e(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ , 这样有  $y(t) \rightarrow y_d(t), t \rightarrow \infty$ , 意味着系统输出跟踪期望的目标轨道  $y_d(t)$ 。

4 数值仿真

先对系统(6)的各参数取值如下:  $\gamma = 0.15, \lambda = 2, \theta = 2.88, \delta = 0.1, \beta = 0.03, p = 1, c = 200, m = 100$ 。

若期望输出为恒值  $y_d(t) = 2$ , 采用反馈控制律(9), 选择  $k_0 = 0.015, k_1 = 0.1$ , 控制结果如图 2 所示。由图 2a 可见, 采用此种跟踪控制方法可以控制混沌轨道到某一给定恒值。

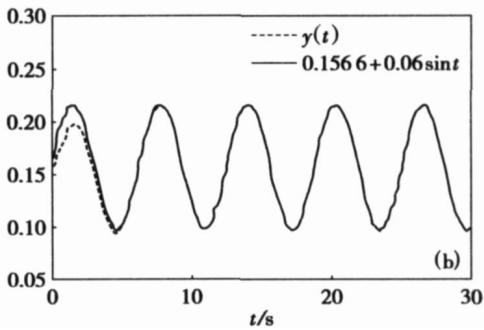


图 2 控制混沌跟踪  
Fig. 2 Control of chaos to track  
(a) 一恒值; (b) 一周期轨道。

若期望输出为周期轨道  $y_d(t) = 0.1566 + 0.06\sin t$ , 采用反馈控制律(9), 选择  $k_0 = 1, k_1 = 2$ , 控制结果如图 2b 所示。这样说明, 该控制律可以使混沌轨道跟踪某一周期轨道。

5 结 论

受季节变化的影响, 一类广义生物经济系统呈现复杂的动态特性, 出现混沌现象。利用本文

设计的控制器, 可以使该混沌系统的输出跟踪期望的恒值或跟踪某一期望的周期轨道。也就是说, 在控制器作用下, 种群将按照平稳、规律的状态增长, 这有利于人们掌握和控制生物资源, 使其源源不断地、更加有效地为人类提供物质财富。最后, 通过数值仿真说明控制器的可行性。

(下转第 164 页)

提取的边界融合, 这样使得超声波提取的直线分割端点的失真在该模型中得到补偿. 其中, 角度方差由  $\sigma_{\phi V}=1^{\circ}$  降低到  $\sigma_{\phi V}=0.1^{\circ}$ .

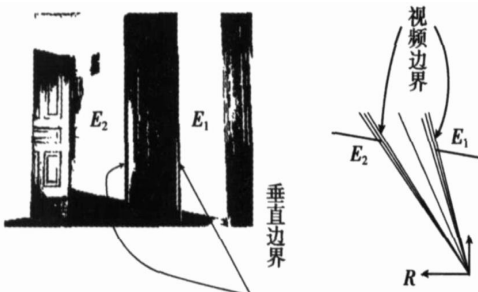


图 4 基本感觉信息: 超声波读数和视觉边界  
Fig. 4 Basic sensing information: ultrasonic readings and visual field

7 结 语

由视觉传感器得到的冗余信息提高了由超声波传感器构建的环境几何特征精度. 由于超声波传感器的波束角为  $15^{\circ}$ , 所以需要密集扫描数据提高其分辨率, 尽管如此, 其角度方差也达到  $1^{\circ}$ . 通过视觉边界对角特征的补偿, 使得角度精度提高了十倍, 从而确保得到较为精确的环境特征, 为最终实现机器人准确定位奠定了良好的基础.

参考文献:

[ 1 ] Yoshida T, Ohya A. Cooperative self-position system for multiple mobile robots[ C ] // Proceedings of the 2003 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Piscataway: IEEE Press, 2003: 223– 228.

[ 2 ] Xu Z Z, Liu J L, Xiang Z Y. Scan matching based on CLS relationships[ C ] // Proceedings of 2003 IEEE International Conferences on Robotics, Intelligent System and Signal Process. Piscataway: IEEE Press, 2003: 99– 104.

[ 3 ] Makarenko A A, Williams S B, Durrant-Whyte H F. Decentralized certainty grid maps[ C ] // Proceedings of the 2003 IEEE RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas: IEEE Press, 2003: 3258– 3263.

[ 4 ] Bank D. A novel ultrasonic sensing system for autonomous mobile systems[ J ]. *IEEE Sensors Journal*, 2002, 2( 6 ): 597 – 606.

[ 5 ] Madhavan R, Durrant-Whyte H F. 2D map building and localization in outdoor environments[ J ]. *Journal of Robotics Systems*, 2005, 22( 1 ): 45– 63.

[ 6 ] Disanayake M W M G, Newman P, Clark S, et al. A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM) problem[ J ]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2001, 17( 3 ): 229– 241.

[ 7 ] 吴伟, 司秉玉, 徐心和. 移动机器人感觉网络及其相关技术研究[ J ]. *机器人*, 2002, 24( 2 ): 126– 129.  
( Wu Wei, Si Bing-yu, Xu Xin-he. Study on sense net and technology of mobile robots[ J ]. *Robot*, 2002, 24( 2 ): 126 – 129. )

[ 8 ] Lin Y Z, Huang Y M, Shi E X. Application of data fusion algorithm based on kalman filter in mobile robot position measuring system [ C ] // Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation. New York: IEEE Press, 2004: 4956– 4959.

[ 9 ] Castellanos A J, Montiel J M M, Neira J, et al. The spmap: a probabilistic framework for simultaneous localization and map building [ J ]. *IEEE Transactions on Robotics & Automation*, 1999, 15( 5 ): 948– 952.

[ 10 ] Wang Z S, Wu W, Xu X H. Auto-recognition and auto-location of the internal corners of planar checkerboard image [ C ] // International Conference on Intelligent Computing. Berlin: Springer, 2005: 473– 479.

( 上接第 160 页 )

参考文献:

[ 1 ] 刘保政, 刘德宝, 高立群. 供不应求季节性商品的价格控制和生产销售决策模型[ J ]. *东北大学学报: 自然科学版*, 2005, 26( 11 ): 1040– 1043.  
( Liu Bao-zheng, Liu De-bao, Gao Li-qun. A production/sales decision model for price control of seasonal goods on tight market [ J ]. *Journal of Northeastern University: Natural Science*, 2005, 26( 11 ): 1040– 1043. )

[ 2 ] 何泽荣, 王绵森, 王峰. 一类可再生资源系统的最优动态平衡收获[ J ]. *应用数学与力学*, 2004, 25( 4 ): 433– 440.  
( He Ze-rong, Wang Mian-sen, Wang Feng. Optimal dynamical balance harvesting for a class of renewable resources system[ J ]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2004, 25( 4 ): 433– 440. )

[ 3 ] Hanson F B, Ryan D. Optimal harvesting with both population and price dynamics [ J ]. *Mathematical Biosciences*, 1998, 148: 129– 146.

[ 4 ] Armstrong C W, Skonhott A. Marine reserves: a bio-

economic model with asymmetric density dependent migration[ J ]. *Ecological Economics*, 2006, 57: 466– 476.

[ 5 ] Murry J D. Mathematical biology [ M ]. 2nd ed. Beijing: Beijing Book Publishing House, 1998: 25– 45.

[ 6 ] Sunita G, Ra' id K N. Chaos in seasonally perturbed ratio-dependent prey-predator system [ J ]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2003, 15( 1 ): 107– 118.

[ 7 ] Clark C W. Mathematical bioeconomics: the optimal management of renewable resources [ M ]. New York: Wiley, 1990: 10– 69.

[ 8 ] Parker T S, Chua L O. Practical numerical algorithms for chaotic systems[ M ]. New York: Springer, 1989: 66– 71.

[ 9 ] 王杰, 陈陈. 电力系统中微分代数模型的非线性控制[ J ]. *中国电机工程学报*, 2001, 21( 8 ): 15– 18.  
( Wang Jie, Chen Chen. Nonlinear control of differential-algebraic model in power systems [ J ]. *Proceedings of the CSEE*, 2001, 21( 8 ): 15– 18. )

[ 10 ] Isidori A. Nonlinear control systems [ M ]. 3rd ed. New York: Springer, 1995: 137– 218.