大学物理

张磊 （13072919527）

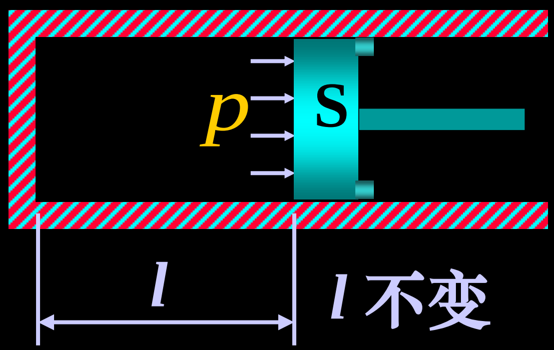
B824，Cyrus Tang Building

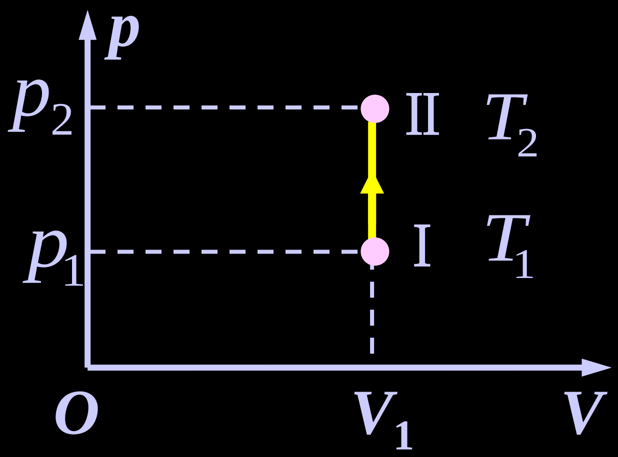
等体过程

- $$A = 0$$

- $$Q = \nu \int_{T_1}^{T_2} C_V \mathrm{d}T = \nu C_V (T_2 - T_1)$$

- $$\Delta E = \int_{T_1}^{T_2} \nu C_V \mathrm{d}T = \nu C_V (T_2 - T_1)$$





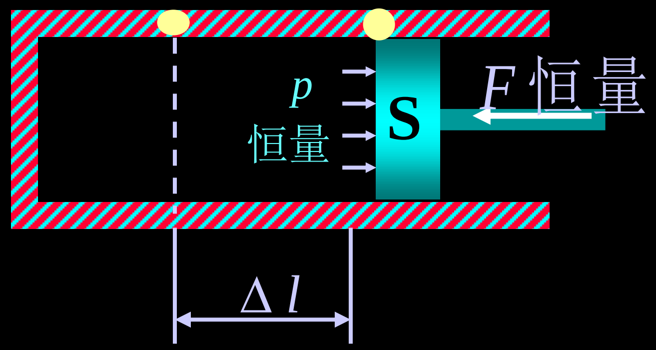
等体过程中气体吸收的热量，全部用来增加它的内能，使其温度上升

等压过程

- 功

$$A=\int_{V_1}^{V_2} p\,\mathrm{d}V = p(V_2-V_1)$$

$$= \nu R(T_2-T_1)$$

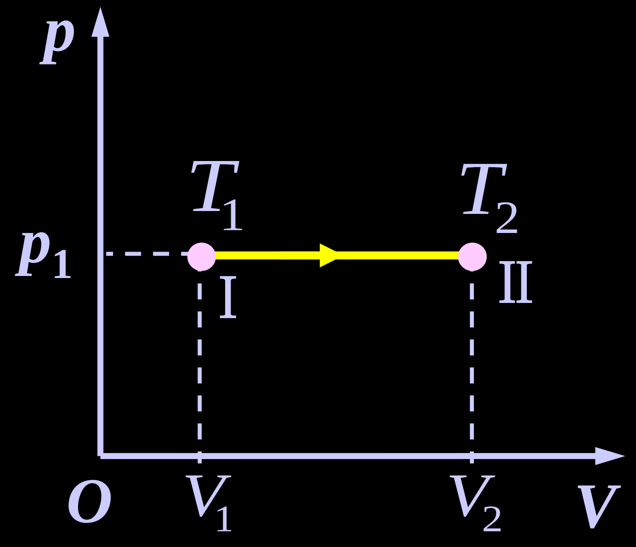


- 热量

$$Q=\nu\int_{T_1}^{T_2} C_p\,\mathrm{d}T = \nu C_p(T_2-T_1)$$

- 内能

$$\Delta E=\int_{T_1}^{T_2} \nu C_V\,\mathrm{d}T = \nu C_V(T_2-T_1)$$



等压膨胀过程中气体吸收的热量，一部分用来对外作功，其余则用来增加其内能

等温过程

- 内能 $\Delta E = 0$

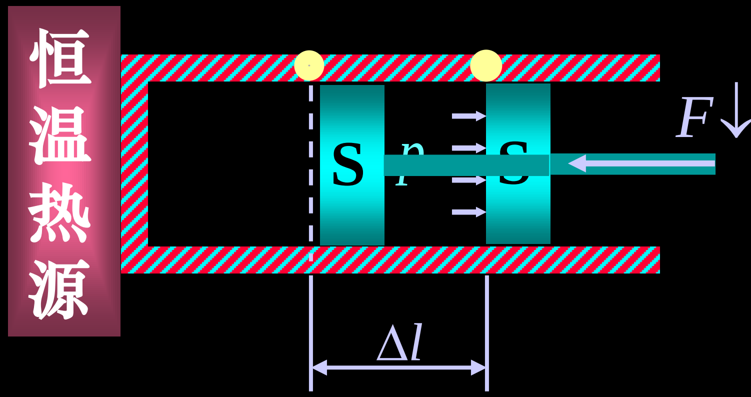
- 功

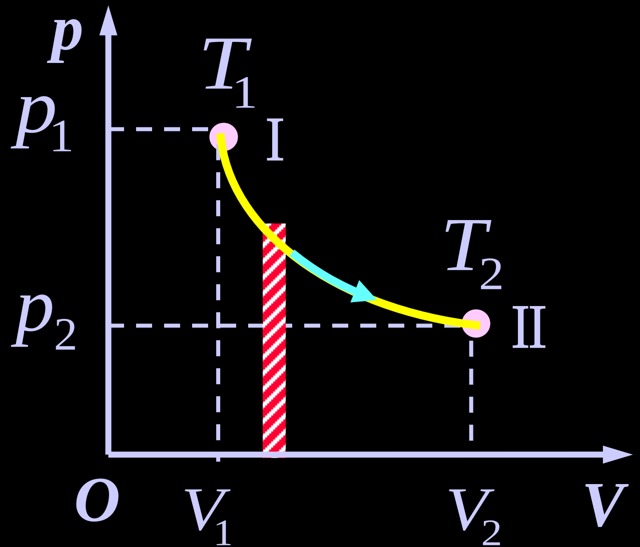
$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V}\mathrm{d}V$$

$$= \nu RT\ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT\ln\frac{p_1}{p_2}$$

- 热量

$$Q = A = \nu RT\ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT\ln\frac{p_1}{p_2}$$





等温膨胀过程中气体吸收的热量全部用来对外作功；等温压缩中外界对气体所的功，都转化为气体向外界放出的热量

§11.7 绝热过程

一. 绝热过程

系统在绝热过程中始终不与外界交换热量

- 良好绝热材料包围的系统发生的过程
- 进行得较快，系统来不及和外界交换热量的过程

1. 理想气体的绝热过程方程 （准静态绝热过程）

对无限小的准静态绝热过程 有

$$\mathrm{d}A + \mathrm{d}E = 0 \rightarrow p\mathrm{d}V = -\nu C_V \mathrm{d}T$$

$$pV = \nu RT \rightarrow p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p = \nu R\mathrm{d}T$$

$$(C_V + R)p\mathrm{d}V + C_V V\mathrm{d}p = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{p}+\gamma\frac{\mathrm{d}V}{V}=0 \qquad \boxed{pV^{\gamma}=C_1}$$

利用上式和状态方程可得

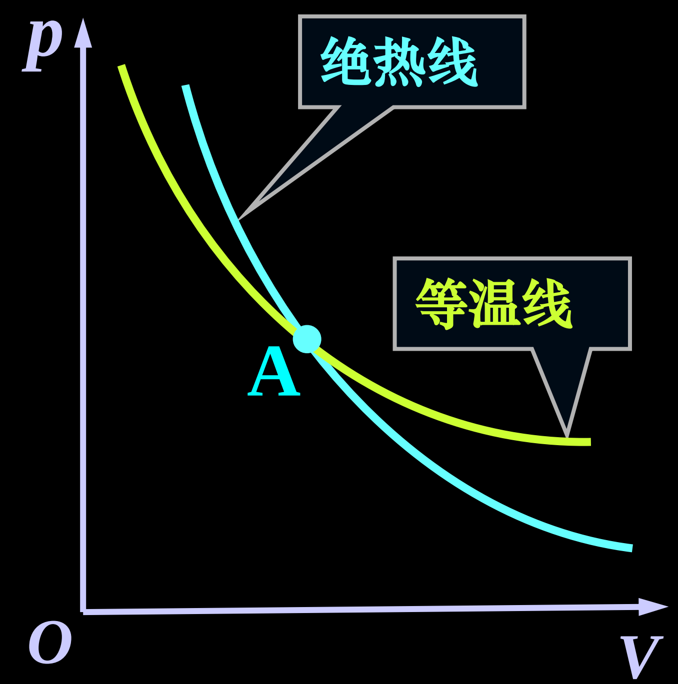
$$\boxed{TV^{\gamma-1}=C_2} \qquad \boxed{p^{\gamma-1}T^{-\gamma}=C_3}$$

2. 绝热过程曲线

$$pV^{\gamma}=C_1 \qquad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V}=-\gamma\frac{p}{V}$$

微分

$$pV=C_2 \qquad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V}=-\frac{p}{V}$$



由于 $\gamma>1$，所以绝热线要比等温线陡一些。

3. 绝热过程中功的计算

$$A = -(E_2 - E_1) = -\nu C_V (T_2 - T_1)$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V = \int_{V_1}^{V_2} p_1 V_1^{\gamma} \frac{\mathrm{d}V}{V^{\gamma}} = \frac{1}{1-\gamma}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$= \frac{\nu R}{1-\gamma}(T_2 - T_1)$$

绝热过程中，理想气体不吸收热量，系统减少的内能，等于其对外作功 。

例 一定量氮气，其初始温度为 300K，压强为1atm。将其绝热压缩，使其体积变为初始体积的1/5。

求 压缩后的压强和温度

解 氮气是双原子分子

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{(7/2)}{(5/2)} = \frac{7}{5}$$

根据绝热过程方程的 p、V 关系，有

$$p_2 = p_1(V_1/V_2)^{\gamma} = 1\times 5^{\frac{7}{5}} = 9.52\,\text{atm}$$

根据绝热过程方程的 T、V 关系，有

$$T_2 = T_1(V_1/V_2)^{\gamma-1} = 300\times 5^{\frac{7}{5}-1} = 571\text{K}$$

例 温度为25℃，压强为1atm 的1mol 刚性双原子分子理想气体经等温过程体积膨胀至原来的3倍。

求 (1) 该过程中气体对外所作的功；

(2) 若气体经绝热过程体积膨胀至原来的3倍，气体对外所作的功。

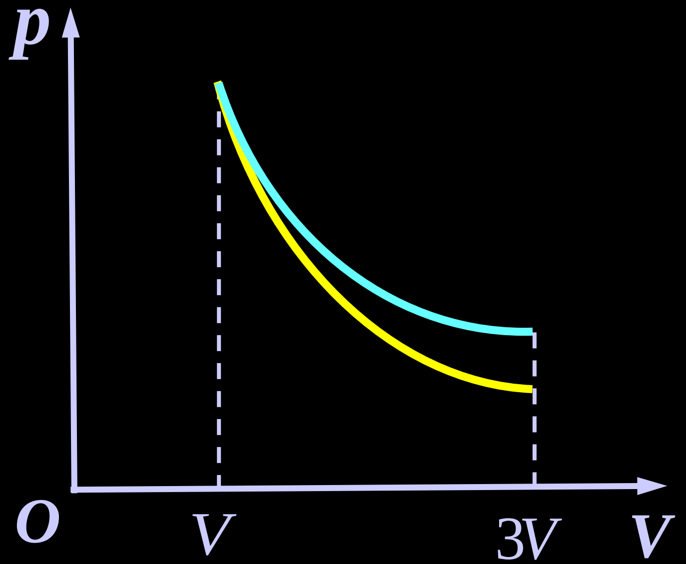
解 (1) 由等温过程可得

$$A=\int_{V_1}^{V_2} p\,\mathrm{d}V=\int_{V_1}^{V_2} \nu RT\frac{\mathrm{d}V}{V}$$

$$=\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}=2.72\times10^3\,\mathrm{J}$$

(2) 根据绝热过程方程，有

$$T_2=T_1\left(V_1/V_2\right)^{\gamma-1}=192\,\mathrm{K}$$



将热力学第一定律应用于绝热过程方程中，有

$$A = -\Delta E$$

$$\Delta E = \nu C_V (T_2 - T_1) = -2.2 \times 10^3 \ \mathrm{J}$$

$$A = 2.2 \times 10^3 \ \mathrm{J}$$

二. 多方过程

- 多方过程方程

$$pV^n = C \qquad (n\text{ -多方指数})$$

满足这一关系的过程称为多方过程

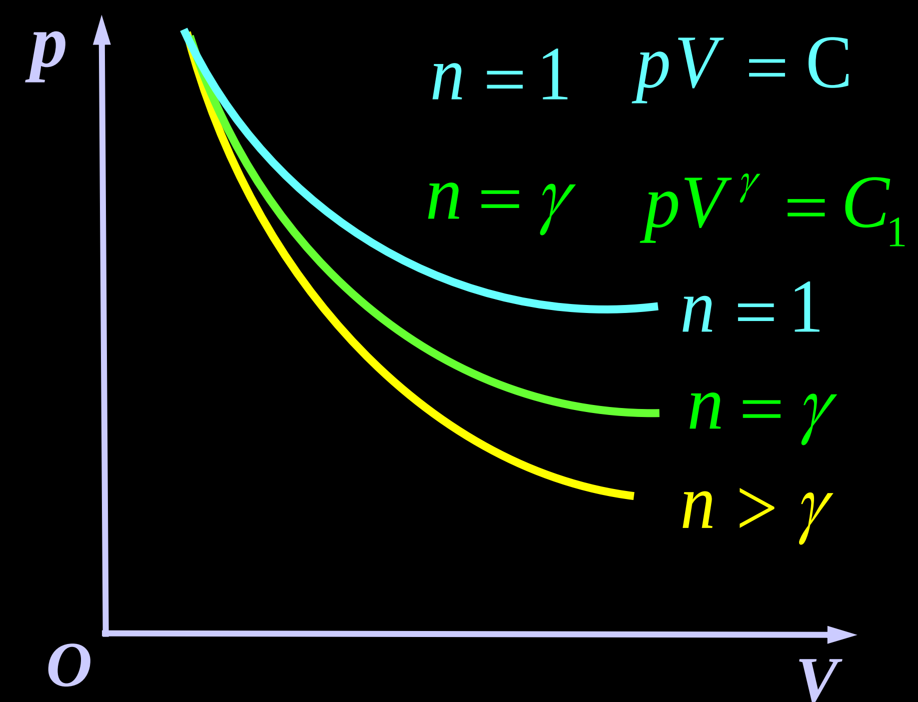
- 多方过程曲线

根据多方过程方程，有

$$p\mathrm{d}(V^n) + V^n \mathrm{d}p = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V} = -n\frac{p}{V}$$

可见: n 越大，曲线越陡



• 理想气体多方过程中的功、内能、热量、摩尔热容的计算

功 $A=\int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V=\int_{V_1}^{V_2} p_1V_1^{\,n}\frac{\mathrm{d}V}{V^n}=\frac{1}{1-n}(p_2V_2-p_1V_1)$

$$=\frac{\nu R}{1-n}(T_2-T_1)$$

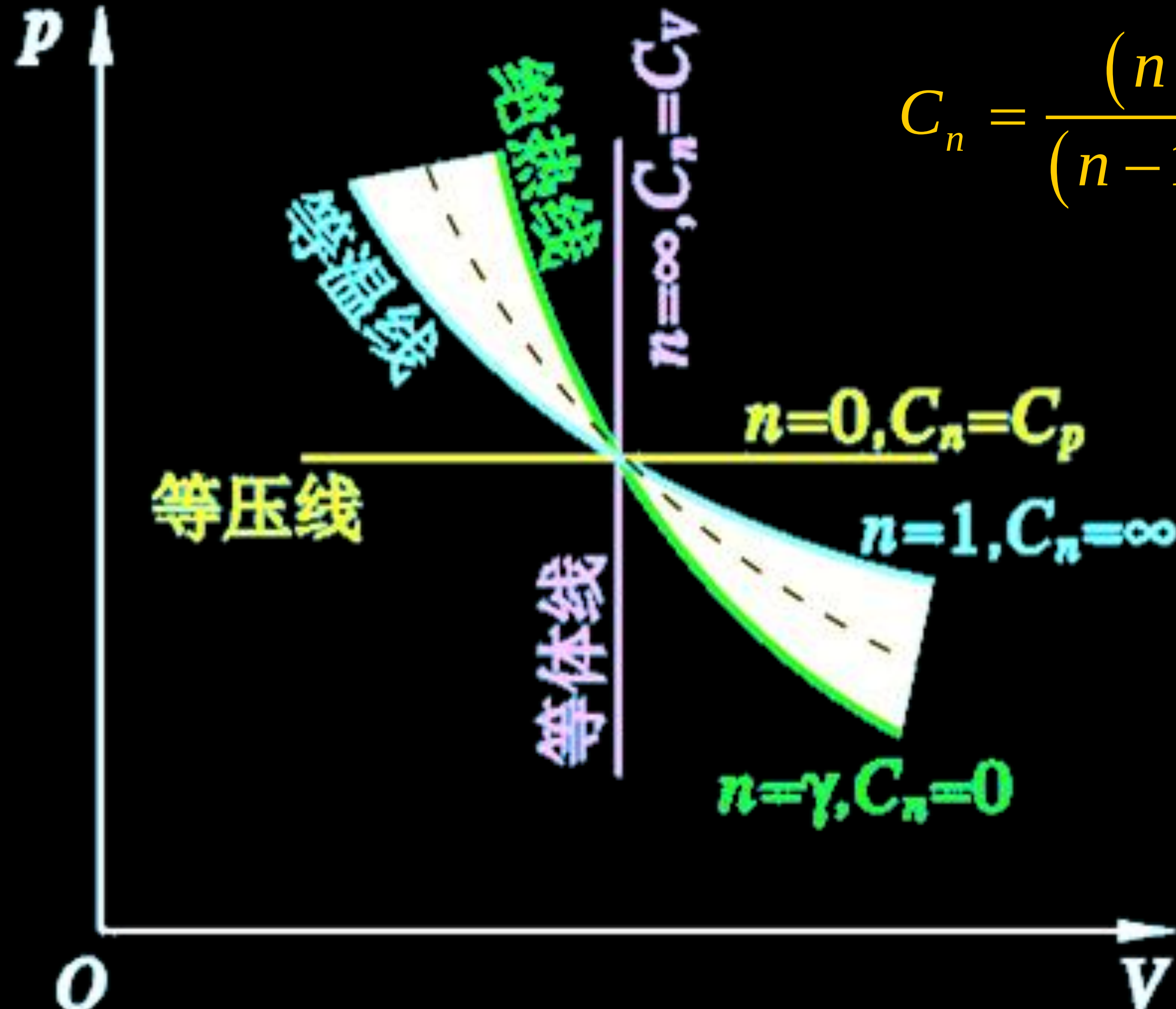
内能增量 $\Delta E=\nu C_V(T_2-T_1)$

热量 $Q_n=\nu C_n(T_2-T_1)=\Delta E+A$

摩尔热容 $C_n=\frac{Q_n}{\Delta T}=\frac{C_V(T_2-T_1)}{T_2-T_1}+\frac{R(T_2-T_1)}{(1-n)(T_2-T_1)}$

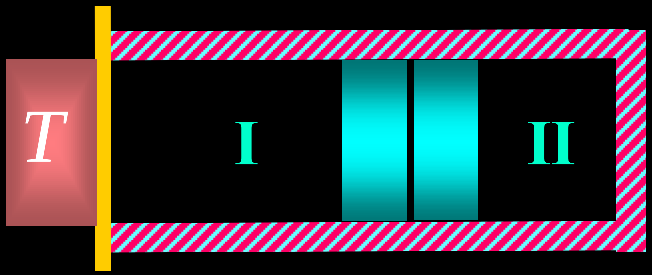
$$=C_V+\frac{R}{1-n}=\frac{n-\gamma}{n-1}C_V=\frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)}$$

● 多方过程曲线与四种常见基本过程曲线



$$C_n=\frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)}$$

例 一容器被一可移动、无摩擦且绝热的活塞分割成I，II 两部分。容器左端封闭且导热，其它部分绝热。开始时在I、II中各有温度为0℃，压强$1.013\times10^5\,\mathrm{P_a}$ 的刚性双原子分子的理想气体。两部分的容积均为 36升。现从容器左端缓慢地对I中气体加热，使活塞缓慢地向右移动，直到II中气体的体积变为18升为止。



求 (1) I 中气体末态的压强和温度。

(2) 外界传给 I 中气体的热量。

解 (1) II中气体经历的是绝热过程，则 $p_0V_0^\gamma = p_2V_2^\gamma$

刚性双原子分子 $\gamma = \dfrac{7}{5}$

$$p_2 = p_0\left(\frac{V_0}{V_2}\right)^\gamma = 2.674\times10^5\,\mathrm{Pa}$$

又 $p_1 = p_2 = 2.674\times10^5\,\text{Pa}$

由理想状态方程得 $T_1 = \dfrac{p_1V_1}{p_0V_0}T_0 = 1.081\times10^3\,\text{K}$

(2) I 中气体内能的增量为

$$\Delta E_1 = \nu C_V(T_1 - T_0) = \nu\frac{5}{2}R(T_1 - T_0)$$
$$= \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_0V_0) = 2.69\times10^4\,\text{J}$$

I 中气体对外作的功为

$$A_1 = \Delta E_2 = 2.92\times10^3\,\text{J}$$

根据热力学第一定律， I 中气体吸收的热量为

$$Q_1 = \Delta E_1 + A_1 = 2.99\times10^4\,\text{J}$$

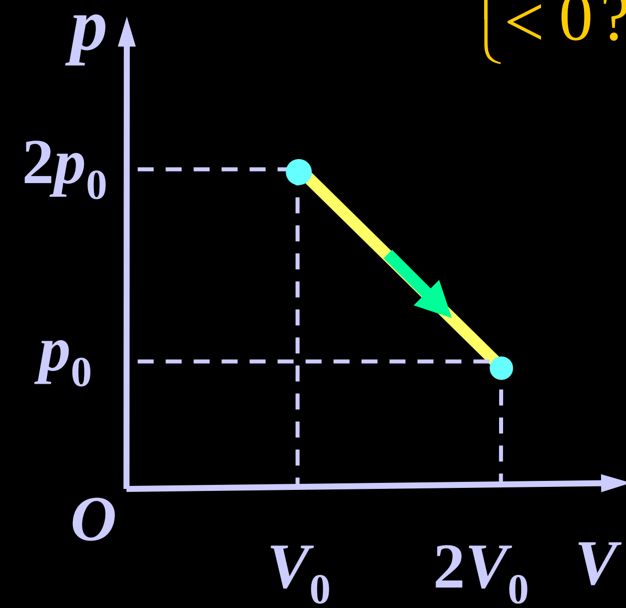
例 v 摩尔的单原子分子理想气体，经历如图的热力学过程

求 在该过程中，放热和吸热的区域。

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}E + \mathrm{d}A \begin{cases} > 0\,? \\ = 0\,? \\ < 0\,? \end{cases}$$

解 从图中可以求得过程线的方程为

$$p = -\frac{p_0}{V_0}V + 3p_0$$



将理想气体的状态方程

代入上式并消去 p，有

$$T = \frac{p_0 V_0}{\nu R}\left[-\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + 3\left(\frac{V}{V_0}\right)\right]$$

对该过程中的任一无限小的过程，有

$$\mathrm{d}T = \frac{p_0}{\nu R}\left[-2\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3\right]\mathrm{d}V$$

由热力学第一定律，有

$$\mathrm{d}Q = \nu C_V \mathrm{d}T + p\mathrm{d}V$$

$$= \left(-4\frac{V}{V_0} + \frac{15}{2}\right)p_0 \mathrm{d}V$$

由上式可知 ，吸热和放热的区域为

$$\begin{cases} V_0 \le V < \dfrac{15}{8}V_0 & \mathrm{d}Q > 0 \quad \text{吸热} \\ V = \dfrac{15}{8}V_0 & \mathrm{d}Q = 0 \\ \dfrac{15}{8}V_0 < V \le 2V_0 & \mathrm{d}Q < 0 \quad \text{放热} \end{cases}$$

理想气体热力学过程有关公式对照表

过程	特征	过程方程	能量转换方式	内能增量 ΔE	对外作功 A	吸收热量 Q	摩尔热容
等体	$V=$ 常量	$\dfrac{p}{T}=$ 常量	$Q=\Delta E$	$\nu\dfrac{i}{2}R(T_2-T_1)$	0	$\nu C_{V,\mathrm{m}}(T_2-T_1)$	$C_{V,m}=\dfrac{i}{2}R$
等压	$p=$ 常量	$\dfrac{V}{T}=$ 常量	$Q=\Delta E+A$	$\nu\dfrac{i}{2}R(T_2-T_1)$	$p(V_2-V_1)$ $\nu R(T_2-T_1)$	$\nu C_{p,\mathrm{m}}(T_2-T_1)$	$C_{p,m}=C_{V,m}+R$
等温	$T=$ 常量	$pV=$ 常量	$Q=A$	0	$\nu RT\ln\dfrac{V_2}{V_1}$ $\nu RT\ln\dfrac{p_2}{p_1}$	$\nu RT\ln\dfrac{V_2}{V_1}$ $\nu RT\ln\dfrac{p_2}{p_1}$	∞
绝热	$\mathrm{d}Q=0$	$pV^{\gamma}=C_1$ $V_{\gamma-1}T=C_2$ $p^{\gamma-1}T^{-\gamma}=C_3$	$A=-\Delta E$	$\nu\dfrac{i}{2}R(T_2-T_1)$	$-\nu\dfrac{i}{2}C_{V,\mathrm{m}}(T_2-T_1)$	0	0

➢ 总结

(1) 理想气体的内能是温度的单值函数，任何过程只要始末状态确定，内能变化相同，与过程无关.

$$\Delta E = \nu C_V \Delta T$$

(2) 功和热量是过程量，讲某一状态的功、热量没有意义.

计算功时，由 $A = \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V$ 出发，根据过程特点找到 p -V 关系积分求解.

计算热量时，由 $Q = \frac{m}{M_{\mathrm{mol}}} C_{\mathrm{m}} \Delta T$ 出发，摩尔热容 C_m 是过程量，等体过程 $C_m = C_V$；等压过程 $C_m = C_p$；绝热过程 $C = 0$；等温过程的热量按照 $Q = A$ 计算.

应用热力学第一定律处理实际问题时，注意以下几点：

(1) 明确准静态过程的始末状态，根据题设条件及过程方程或状态方程，求出始末状态的状态参量 p、V、T

(2) 应用热量、功、内能的定义式和热力学第一定律，求解待求量。特别注意，功与热量与过程有关，内能与过程无关

★ (3) 理想气体在几个等值过程及绝热过程中的有关公式经常用到，熟练掌握这些公式会给计算带来许多方便

§11.8 循环过程

一. 循环过程

1. 循环

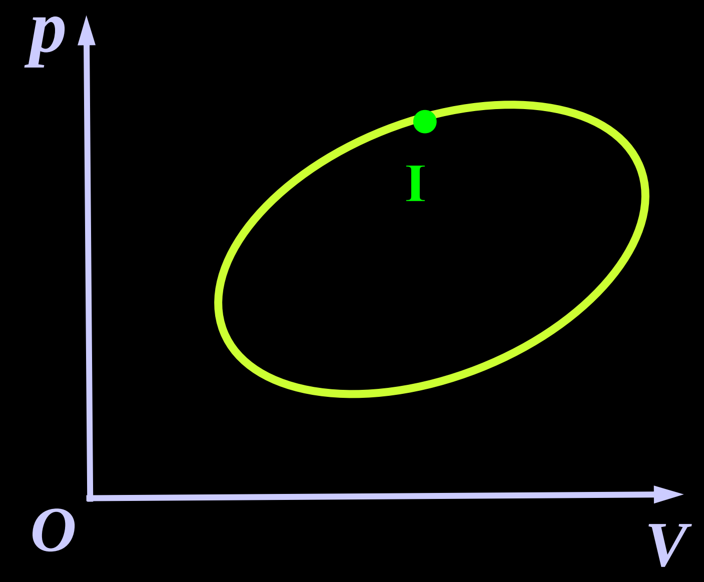
如果物质系统的状态经历一系列的变化后，又回到了原状态，就称系统经历了一个循环过程。

如果循环是**准静态过程**，在$P-V$图上就构成一**闭合曲线**

$$\Delta E = 0$$

$$A = \oint \mathrm{d}A = \text{闭合曲线包围的面积}$$

系统（工质）对外所作的**净功**



2. 正循环、逆循环

- 正循环(在p-V图中沿顺时针方向进行)

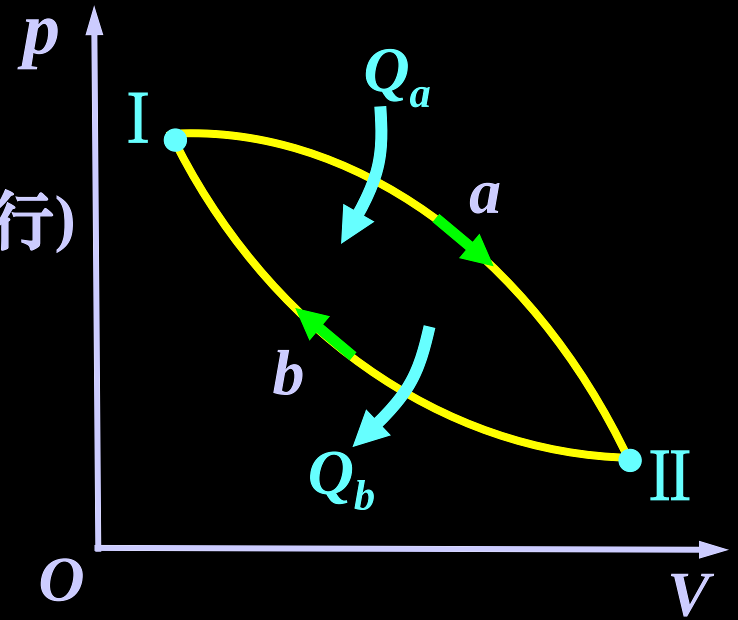
$$A = A_a + A_b > 0$$

(系统对外作功)

根据热力学第一定律，有

$$A = Q_a + Q_b$$

正循环也称为**热机循环**



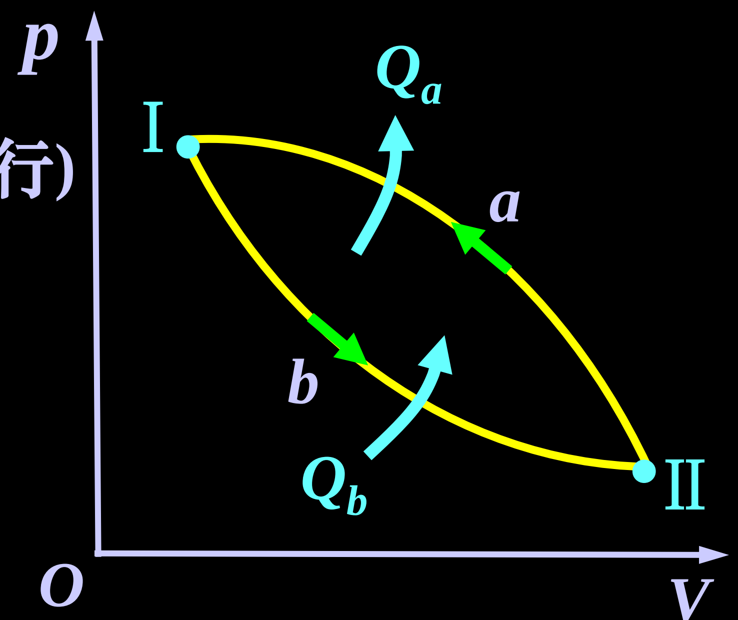
- 逆循环(在p-V图中沿逆时针方向进行)

$$A = A_a + A_b < 0$$

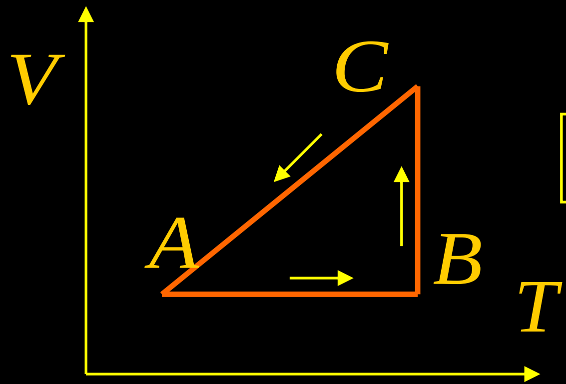
(系统对外作负功)

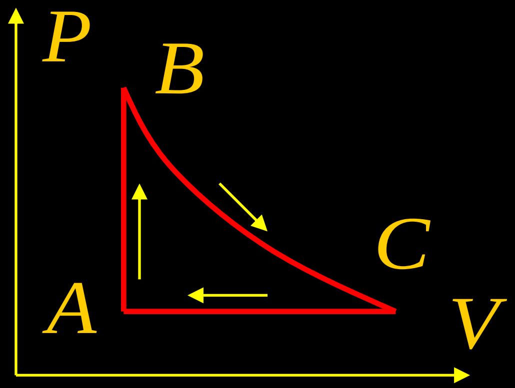
$$|Q_a| = |A| + Q_b$$

逆循环也称为**致冷循环**



思考：判别热机和致冷机循环？





二. 循环效率

- **热机循环**

一次循环中，工质对外所作的功 A 与它吸收的热量 $Q_{吸}$ 的比值，称为**热机效率**

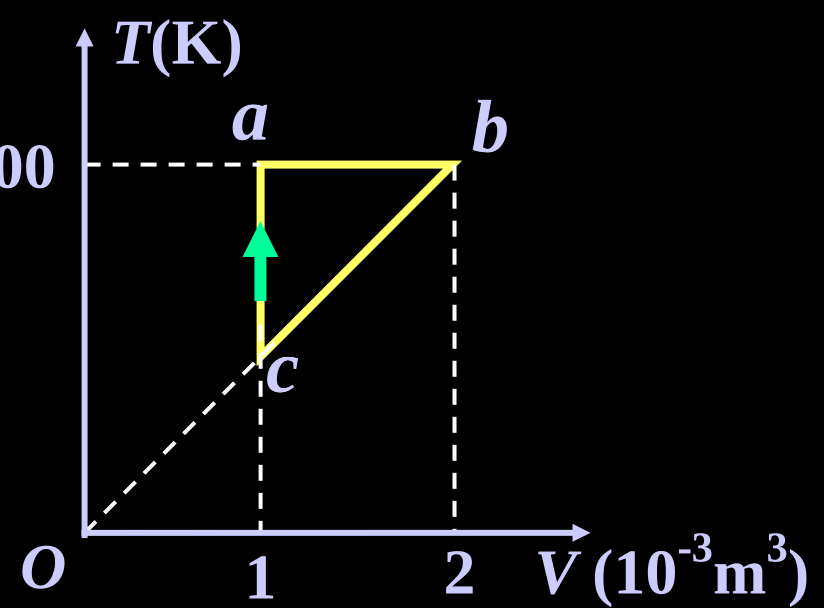
$$\eta = \frac{|A|}{|Q_{吸}|} = \frac{|Q_{吸}| - |Q_{放}|}{|Q_{吸}|} = 1 - \frac{|Q_{放}|}{|Q_{吸}|}$$

- **制冷循环**

一次循环中，工质从冷库中吸取的热量 $Q_{冷吸}$ 与外界对工质所作功 A 的比值，称为循环的**致冷系数**

$$w = \frac{|Q_{冷吸}|}{|A|} = \frac{|Q_{冷吸}|}{|Q_{放}| - |Q_{吸}|}$$

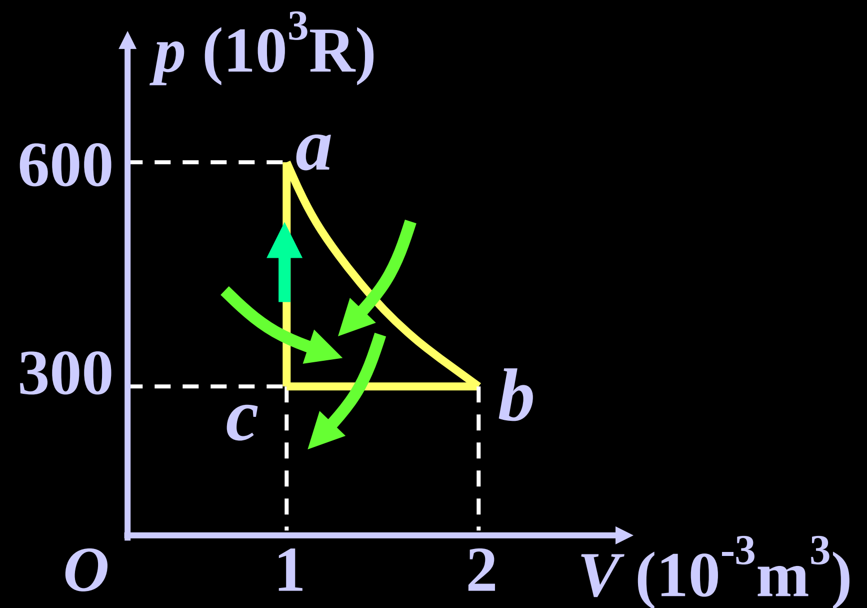
例 1 mol 单原子分子理想气体的循环过程如图所示



求 (1) 作出 p-V 图

(2) 此循环效率

解 (1) p-V 图



(2) a-b是等温过程，有

$$Q_{ab} = A = RT\ln\frac{V_b}{V_a}$$

$$= 600R\ln 2$$

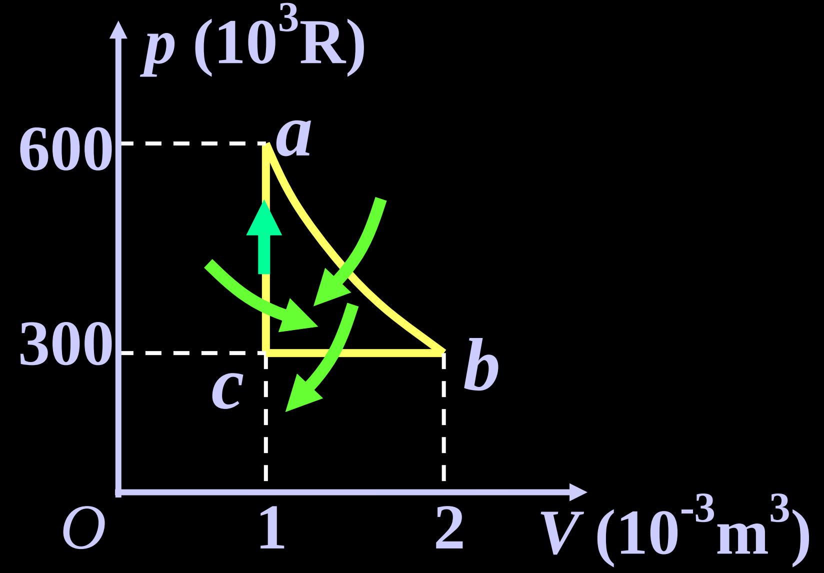
b-c是等压过程，有

$$Q_{cb} = \nu C_p \Delta T = -750R$$

c-a是等体过程

$$Q_{ca}=\Delta E=\nu C_V(T_a-T_c)$$

$$=\frac{3}{2}V(p_a-p_c)=450R$$



循环过程中系统总吸热大小为

$$|Q_{吸}|=Q_{ab}+Q_{ca}=600R\ln 2+450R=866R$$

循环过程中系统总放热大小为

$$|Q_{放}|=|Q_{bc}|=750R$$

此循环效率

$$\eta=1-\frac{|Q_{放}|}{|Q_{吸}|}=1-\frac{750R}{866R}=13.4\%$$

例 逆向斯特林致冷循环的热力学循环原理如图所示。该循环由四个过程组成，先把工质由初态 A(V_1, T_1) 等温压缩到 B(V_2 , T_1) 状态，再等体降温到 C(V_2, T_2) 状态，然后经等温膨胀达到 D(V_1, T_2) 状态，最后经等体升温回到初始状态 A，完成一个循环。

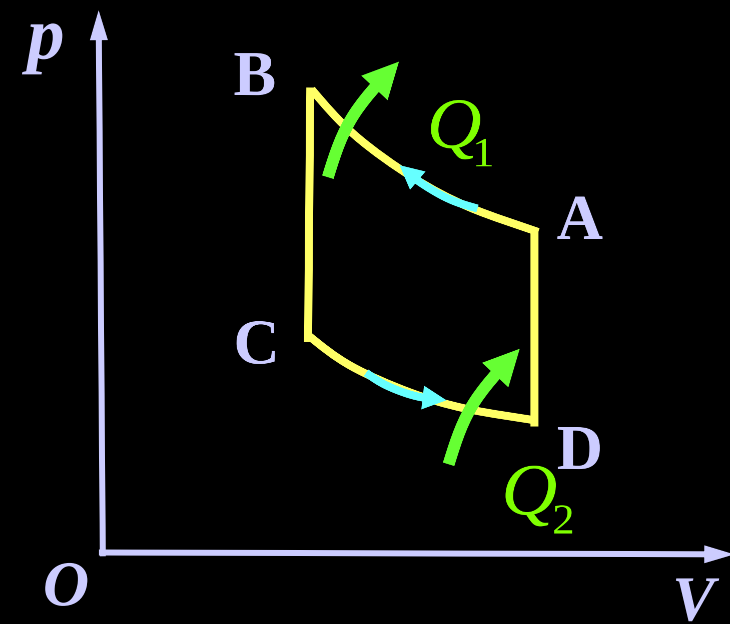
求 该致冷循环的致冷系数

解 在过程CD中，工质从冷库吸取的热量为

$$Q_{冷吸} = \nu RT_2 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

在过程中AB中，向外界放出的热量大小为

$$\left|Q_{放}\right| = \nu RT_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$



整个循环中外界对工质所作的功为

$$|A| = |Q_{放}| - |Q_{冷吸}|$$

循环的致冷系数为

$$w = \left|\frac{Q_{冷吸}}{A}\right| = \frac{|Q_{冷吸}|}{|Q_{放}| - |Q_{冷吸}|} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

冷库与外界环境的温差越大，或环境温度一定时，冷库温度越低，w越小，制冷效果越差，所需要的功越大

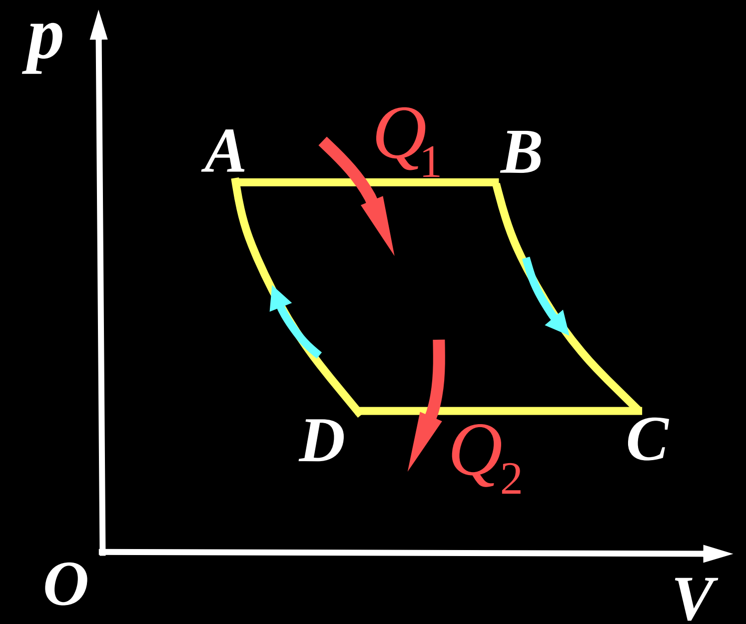
热机效率 $\eta = \left|\frac{A}{Q_{吸}}\right|$

制冷系数 $w = \left|\frac{Q_{冷吸}}{A}\right|$

例 一定量的理想气体经历如图所示的循环过程，$A\rightarrow B$和$C\rightarrow D$是等压过程，$B\rightarrow C$ 和$D\rightarrow A$是绝热过程。

已知：$T_C = 300K \quad T_B = 400K$

求 此循环的效率。



分析 $Q_{AB} = \nu C_p \Delta T = \nu C_p (T_B - T_A)$

$$Q_{CD} = \nu C_p \Delta T = \nu C_p (T_D - T_C)$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \qquad p^{\gamma-1} T^{-\gamma} = C_3$$

BC绝热过程 $\quad p_B^{\gamma-1} T_B^{-\gamma} = p_C^{\gamma-1} T_C^{-\gamma}$

AD绝热过程 $\quad p_A^{\gamma-1} T_A^{-\gamma} = p_D^{\gamma-1} T_D^{-\gamma}$

$$\Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{T_C}{T_D}$$

$$\frac{T_B}{T_A - T_B} = \frac{T_C}{T_D - T_C} \Rightarrow \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} = \frac{T_C}{T_B}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \boxed{\frac{T_C - T_D}{T_B - T_A}} = 1 - \frac{T_C}{T_B}$$

解 $Q_{AB} = \nu C_p \Delta T = \nu C_p (T_B - T_A)$

$Q_{CD} = \nu C_p \Delta T = \nu C_p (T_D - T_C)$

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A}$$

BC绝热过程 $p_B^{\gamma-1} T_B^{-\gamma} = p_C^{\gamma-1} T_C^{-\gamma}$

AD绝热过程 $p_A^{\gamma-1} T_A^{-\gamma} = p_D^{\gamma-1} T_D^{-\gamma}$

$$\Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{T_C}{T_D}$$

$$\frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} = \frac{T_C}{T_B}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_B} = 1 - \frac{300}{400} = 25\%$$

整个循环中外界对工质所作的功为

$$|A| = |Q_{放}| - |Q_{冷吸}|$$

循环的致冷系数为

$$w = \left|\frac{Q_{冷吸}}{A}\right| = \frac{|Q_{冷吸}|}{|Q_{放}| - |Q_{冷吸}|} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

热机效率 $\eta = \left|\dfrac{A}{Q_{吸}}\right|$

制冷系数 $w = \left|\dfrac{Q_{冷吸}}{A}\right|$