

集装箱单一规格物体装箱的优化算法

杨德荣

深圳市职工继续教育学院, 深圳 518029

摘要: 目前, 关于集装箱的各种装箱算法都是针对多种规格待装物体的, 不适合单一规格物体的装箱优化计算。本文专门讨论单一规格物体装箱问题, 给出优化算法。首先针对给定的待布空间, 计算装箱后可能得到的物体组合在三个坐标方向的最优高度和层的分布, 把三维布局变为二维布局问题; 然后通过优化计算和镜向复制方法, 使每一个可能存在的物体层都得到最优结果; 最后, 研究三个坐标方向的优化趋势, 选定最优坐标方向的最优物体层装箱。如此循环, 最后得出集装箱的优化装箱结果。计算表明, 算法优化效果显著, 过程简单。

关键词: 计算机应用; 优化算法; 单一规格物体; 集装箱装载

中图法分类号: TP391.72

文献标识码: A

文章编号: 1672-4747(2007)02-0017-07

Optimum Algorithm for Container Loading One Type of Objects

YANG De-rong

Shenzhen City Employees Institute of Continue Education,
Shenzhen 518029, China

Abstract: Various container loading algorithms published only suit multi-type objects, not one-type. An optimum algorithm that only applies to container loading one-type of objects is provided here. For given space, it can change 3D loading into 2D loading to calculate the possible height and the distribution of object layers of the combinative objects along the coordinate directions. Each layer of loading is given by the optimum calculating and mirror copy methods. Then, the most suitable layer can be loaded and the rest space is lessened. By repetition the same process, the result of loading optimization can get finally. Through the experiments, the algorithm seems more effective and simple.

收稿日期: 2006-06-19.

作者简介: 杨德荣(1954-), 男, 江西临川人, 硕士, 深圳市职工继续教育学院高级工程师, 主要研究方向为 CAD 和智能布局。

Key words: Container loading, optimum algorithm, one type of objects, computer apply

0 引言

集装箱优化装箱问题, 由于具有重大的社会经济意义, 近年来引起专家学者的广泛关注, 有大量文献发表^[1]。但由于集装箱优化装箱属于三维规则布局问题, 而三维规则布局又是 NP -完全问题, 因此, 很多算法^{[1]-[3]}都是求近似优化的启发式算法, 这些算法显然不适合单一规格物体情况。文献[4]提出一种单向寻优算法, 能有效避免 NP -完全问题, 在特定方向进行充分搜索, 计算结果自动形成装箱顺序。但该方法也不适合单一规格物体情况。

本文在文献[5]的基础上, 提出一套完善的单一规格物体优化装箱算法。该算法先沿三个坐标方向计算最优高度, 得出层的分布, 将问题转化为平面布局; 再通过优化计算和镜向复制, 得到完全的平面优化结果。然后, 比较三维空间的三个坐标方向的优化趋势, 选择可能装入物体最多的方向的最好的一个平面优化布局结果装填入集装箱。如此重复计算, 最后使集装箱装满。

1 定义

待布空间(集装箱)定义: 设坐标原点在箱底, 长度方向为 x 轴, 箱体长度为 X ; 宽度方向为 y 轴, 箱体宽度为 Y ; 高度方向为 z 轴, 箱体高度为 Z 。

待布物体定义: 假设待布物体为长方体, 尺寸为 (x, y, z) , 在装箱过程中可以侧翻。

2 方法描述

由于 (x, y, z) (X, Y, Z) 已定, 且最后装填入集装箱的待布物体总数及沿集装箱的 x, y, z 轴方向的个数只能是正整数, 因此, 不存在连续的目标函数, 使装填的待布物体数最多。但我们可通过分别使集装箱装填后沿 x, y, z 轴方向留下的间隙最少来达到优化装填的目的。

不论如何布局, 问题归结为:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z & X \\ a_2x + b_2y + c_2z & Y \\ a_3x + b_3y + c_3z & Z \end{cases} \quad (1)$$

式中所有系数必须是正整数, 因此, 问题归结为如何选取这些系数, 使得:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z \Rightarrow X \\ a_2x + b_2y + c_2z \Rightarrow Y \\ a_3x + b_3y + c_3z \Rightarrow Z \end{cases} \quad (1)'$$

由式(1)第3式, 令 $a_3 = i, b_3 = j$, 则有:

$$c_3 = \frac{Z - ix - jy}{z} \quad i = 0, 1, 2, K, \left\lfloor \frac{Z}{x} \right\rfloor$$

$$j = 0, 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{Z}{y} \right\rfloor \quad (2)$$

因此, 式(1)'的第3式转化为如何选取 i 和 j , 使得 $c_3 \Rightarrow \frac{Z - ix - jy}{z}$, 即:

$$\frac{Z - ix - jy}{z} - \left\lfloor \frac{Z - ix - jy}{z} \right\rfloor \Rightarrow 0 \quad (3)$$

令 $z_s = \frac{Z - ix - jy}{z}$, 当 $z_s = 0$ 时计算:

$$s_3 = \min z_s - [z_s] \quad i = 0, 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{Z}{x} \right\rfloor \quad j = 0, 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{Z}{y} \right\rfloor \quad (4)$$

对于 s_3 , 有 $i_{s3}, j_{s3}, [z_s]_{s3}$, 使得待布物体沿 z 轴方向分层布局, 即以 x 为高度分布 i_{s3} 层, 以 y 为高度分布 j_{s3} 层, 以 z 为高度分布 $[z_s]_{s3}$ 层, 可使得装填后的集装箱在 z 方向剩余空隙最少, 即有:

$$Z_{\min} = Z - i_{s3} \times x - j_{s3} \times y - [z_s]_{s3} \times z \quad (5)$$

同样, 由式(1)和式(1)'的2式和3式, 可得

$$X_{\min} = X - i_{s1} \times x - j_{s1} \times y - [z_s]_{s1} \times z \quad (5)'$$

$$Y_{\min} = Y - i_{s2} \times x - j_{s2} \times y - [z_s]_{s2} \times z \quad (5)''$$

在(5)式中, 以 z 为高度分布的 $[z_s]_{s3}$ 层的布局问题, 实际上是一个以 (X, Y) 为布局空间, 以 (x, y) 为待布物体的矩形平面布局问题。如果 $[z_s]_{s3} \neq 0$, 设:

$$N_1 = \left\lfloor \frac{X}{x} \right\rfloor \quad M_1 = \left\lfloor \frac{Y}{y} \right\rfloor$$

$$N_2 = \left\lceil \frac{X}{y} \right\rceil \quad M_2 = \left\lceil \frac{Y}{x} \right\rceil$$

令 $y_i = \frac{Y - iy}{x}$, 当 $y_i = 0$ 时, 计算

$$s_y = \max [(i \times N_1 + [y_i] \times N_2) \quad i = 0, 1, 2, \dots]$$

对应 s_y , 有 i_{sy} 、 $[y_i]_{sy}$, 可求得

$$k_1 = i_{sy} \times N_1 + [y_i]_{sy} \times N_2 \quad (6)$$

(6)式只在布局空间的 y 方向进行了优化, x 方向并未得到优化, 因此, X 边的另一端可能会留有较大空隙, 见图 1 的阴影部分, 需通过镜向复制方法作进一步处理。假设 (6) 式的布置总是先长条后短条, 这里为叙述方便, 令长条为 $N_1 \times x$, 如图 1 所示。

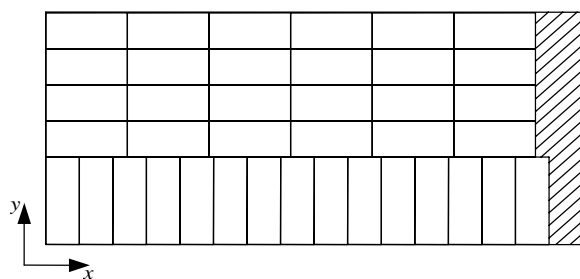


图 1 平面 y 方向优化布置示意

Fig.1 2D optimum loading in y -direction

令 $K_1 = k_1$ 。如果

$$\max(X - N_1 \times x, X - N_2 \times y) - \frac{1}{2} \times \min(x, y) \quad (7)$$

则:

(1) 将布置图先后沿水平和垂直方向作镜向复制, 得出如图 2 所示的复制图并移入待布空间, 与原布置图关于待布空间对角线对称。对于布置图的长条, 有有序集合:

$$\{x, 2x, \dots, N_1 \times x\}$$

对于复制图短条, 有有序集合:

$$\{X - y, X - 2y, \dots, X - N_2 \times y\}$$

并有矩阵:

$$\begin{bmatrix} X - y - x & X - y - 2x & \cdots & X - y - N_1 \times x \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X - N_2 \times y - x & X - N_2 \times y - 2x & \cdots & X - N_2 \times y - N_1 \times x \end{bmatrix}$$

由此找出最小正数项 " $X - i_1 y - j_1 x$ ", 得出应删

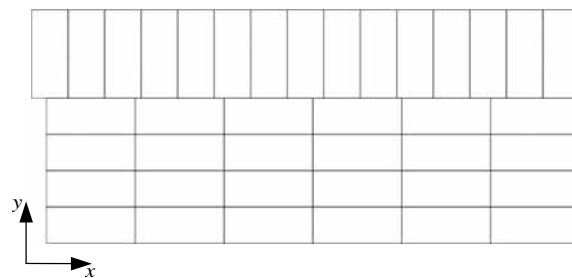


图 2 图 1 的镜向复制

Fig.2 Mirror copy of Fig.1

物体为

$$[y_i]_{sy}(N_2 - i_1) + i_{sy}(N_1 - j_1) \quad (8)$$

(2) 当 $i_{sy}y = \frac{1}{2}Y$ 时, 即布置图与复制图长条在 y

方向不相交时, 除应删除 (8) 式确定的物体外, 还应以删除后的复制图短条为界, 删除布置图短条多余物体; 并以删除后的布置图短条为界, 删除复制图长条多余物体, 即:

由有序集 $\{y, 2y, 3y, \dots, N_2 \times y\}$ 可求出 i_2 , 满足

$$(i_2 - 1)y - X - i_1 y < i_2 x$$

得出应删物体数

$$[y_i]_{sy}(N_2 - i_2 + 1)$$

由有序集 $\{X - x, X - 2x, X - 3x, \dots, X - N_1 \times x\}$ 可求出 j_2 , 满足 $X - (j_2 - 1)x - (i_2 - 1)y > X - j_2 x$, 得出应删物体数 $i_{sy} \times (N_1 - j_2 + 1)$ 。

另外, 此种情况下可能会在待布空间中形成一个方洞:

$$(x_1, y_1) = (X - (i_1 + i_2 - 1)y, Y - 2i_{sy} \times y)$$

但能否装填进待布物体, 需满足:

$$\begin{cases} \min(x, z) & \min(X_1, Y_1) \\ \max(x, z) & \max(X_1, Y_1) \\ y & [z_s]_{s3} \times z \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} \min(y, z) & \min(X_1, Y_1) \\ \max(y, z) & \max(X_1, Y_1) \\ x & [z_s]_{s3} \times z \end{cases}$$

假设装填进 T 个待布物体, 则本层方洞装填 $\frac{T}{[z_s]_{s3}}$ 。

因此, 这种情况下实际装入的待布物体数为:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= 2k_1 - [y_i]_{sy}(N_2 - i_1) - i_{sy}(N_1 - j_1) - [y_i]_{sy}(N_2 - i_2 + 1) \\
 &\quad - i_{sy}(N_1 - j_2 + 1) + \frac{T}{[z_s]_{s3}} \\
 &= 2k_1 - [y_i]_{sy}(2N_2 - i_1 - i_2 + 1) \\
 &\quad - i_{sy}(2N_1 - j_1 - j_2 + 1) + \frac{T}{[z_s]_{s3}} \quad (9)
 \end{aligned}$$

计算结果见图 3。

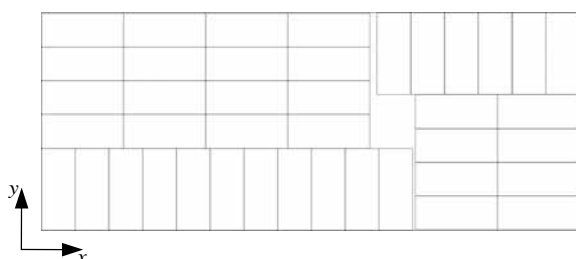


图 3 根据图 1 所得的平面优化布置结果

Fig.3 2D optimum loading according to Fig.1

(3) 当 $i_{sy}y > \frac{1}{2}Y$ 时, 即布置图与复制图长条在 y

方向相交时, 除应删除 (8) 式确定的物体外, 还应从删除后的布置图长条末端位置水平向前, 碰到布置图短条竖线开始, 删除其多余物体; 并以删除后的布置图短条为界, 删除复制图长条多余物体, 即:

由有序集 $\{y, 2y, 3y, \dots, N_2 \times y\}$ 可求出 i_2 , 满足 $(i_2 - 1)y < j_1x \leq i_2y$, 得应删物体数 $[y_i]_{sy}(N_2 - i_2)$;

由有序集 $\{X - x, X - 2x, X - 3x, \dots, X - N_1 \times x\}$ 可求出 j_2 , 满足 $X - j_2x \leq i_2y < X - (j_2 + 1)x$, 得出应删物体数 $i_{sy} \times (N_1 - j_2)$ 。

因此, 这种情况下实际装入的待布物体数为:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= 2k_1 - [y_i]_{sy}(N_2 - i_1) \\
 &\quad - i_{sy}(N_1 - j_1) - [y_i]_{sy}(N_2 - i_2) - i_{sy}(N_1 - j_2) \\
 &= 2k_1 - [y_i]_{sy}(2N_2 - i_1 - i_2) - i_{sy}(2N_1 - j_1 - j_2) \quad (10)
 \end{aligned}$$

计算结果示于图 4、图 5。

同样, 令 $x_j = \frac{X - jx}{y}$, 当 $x_j = 0$ 时, 计算

$$s_x = \max [(j \times M_1 + [x_j] \times M_2), \quad j = 0, 1, 2, \dots]$$

对应 s_x , 有 $j_{sx} = [x_j]_{sx}$, 可求得:

$$k_2 = j_{sx} \times M_1 + [x_j]_{sx} \times M_2 \quad (11)$$

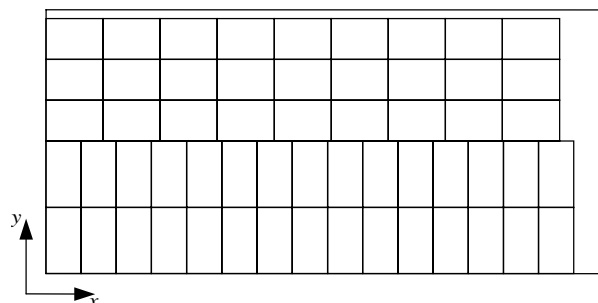


图 4 平面 y 方向优化布置示意

Fig.4 2D optimum loading in y-direction

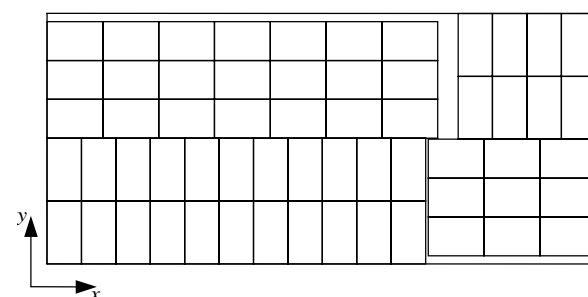


图 5 根据图 4 所得的平面优化布置结果

Fig.5 2D optimum loading according to Fig.4

用类似式 (7) — 式 (10) 的过程, 可求得 K_2 , 取

$$K_{zz} = \max(K_1, K_2) \quad (12)$$

$$G_{zz} = K_{zz} \times \frac{xy}{XY} \quad (12)'$$

此即为待布物体沿 z 方向以 z 为高度分布 $[z_s]_{s3}$ 层时平面矩形布局的优化结果。用同样过程, 我们可求得沿各轴方向的各个矩形平面布局的优化结果, 即可求得:

$$K = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (13)$$

对应的分布层数为:

$$G = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

对应的装填率为:

$$L = \begin{bmatrix} i_{s1} & j_{s1} & [z_s]_{s1} \\ i_{s2} & j_{s2} & [z_s]_{s2} \\ i_{s3} & j_{s3} & [z_s]_{s3} \end{bmatrix} \quad (14)'$$

3 优化布局的计算步骤

Step1 令: $W = 0$, $XYZ(1, 2, 3) = (X, Y, Z)$, $xyz(1, 2, 3) = (x, y, z)$

Step2 对于待布空间 XYZ , 求出矩阵 (13), (14) 及 (14)'. 由 (14)', 得:

$$KL(m) = \max \left(\sum_{j=1}^3 K(i, j) \times L(i, j) \quad i = 1, 2, 3 \right)$$

$$G(m, n) = \max(G(m, j), j = 1, 2, 3)$$

则: $W = W + K(m, n)$ (15)

Step3 $XYZ(m) = XYZ(m) - xya(n)$

如果

$$\begin{cases} \min(XYZ(1), XYZ(2), XYZ(3)) & \min(xyz(1), xyz(2), xyz(3)) \\ \text{mid}(XYZ(1), XYZ(2), XYZ(3)) & \text{mid}(xyz(1), xyz(2), xyz(3)) \\ \max(XYZ(1), XYZ(2), XYZ(3)) & \max(xyz(1), xyz(2), xyz(3)) \end{cases}$$

则转入 step 2, 否则, 计算结束。

4 算例

共计算三个例子, 箱体尺寸为 (5.899, 2.388, 2.352), 物体尺寸取自文献[3], 计算结果如下:

(1) $(x, y, z) = (0.37, 0.9, 0.6)$, 计算结果为先按图

6 沿 Z 方向分布 2 层, 再按图 7 沿 Z 方向分布 3 层, 共装入 148 个物体, 装箱率 89.853%, 见图 8。

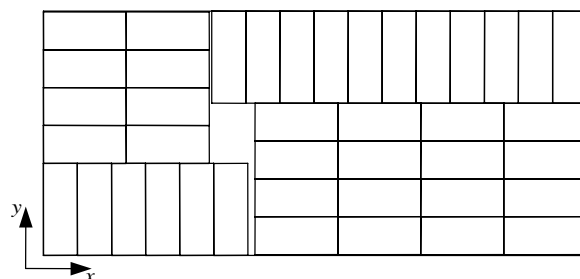


图 6 例 1 首选平面优化布置形式

Fig.6 The first form of 2D optimum loading of case 1

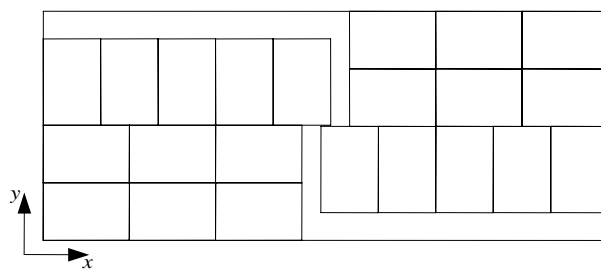


图 7 例 1 第二次所选平面布置形式

Fig.7 The second form of 2D optimum loading of case 1

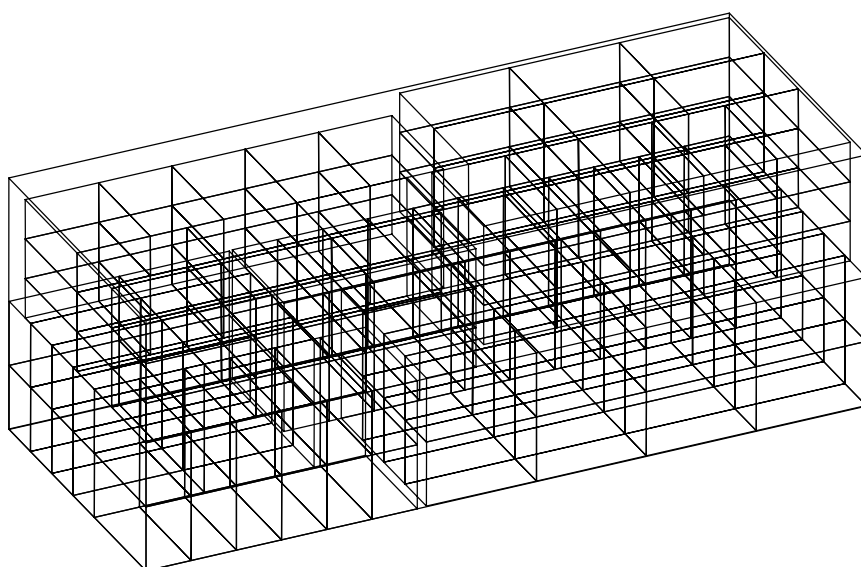


图 8 例 1 优化布置结果

Fig.8 The optimum loading result of case 1

(2) $(x, y, z) = (0.5, 0.78, 0.62)$, 计算结果为先按图 9 沿 y 方向分布 1 层, 再按图 10 在剩余空间的 z

方向分布 3 层, 共装入 130 个物体, 装箱率 94.875%, 见图 11。

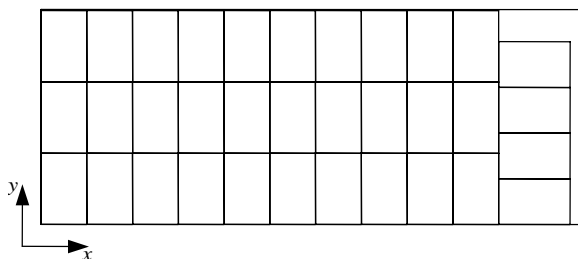


图 9 例 2 首选平面布置形式

Fig.9 The first form of 2D optimum loading of case 2

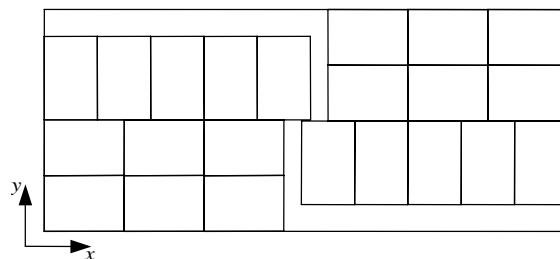


图 10 例 2 第二次所选平面布置形式

Fig.10 The second form of 2D optimum loading of case 2

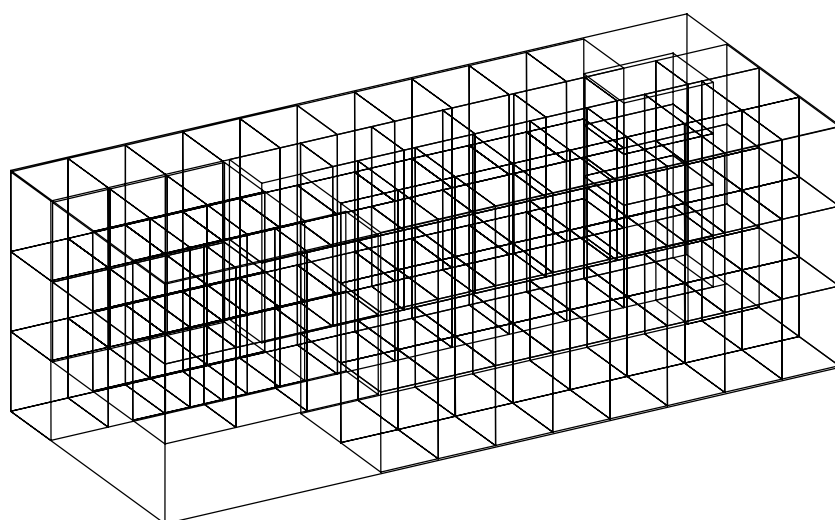


图 11 例 2 优化计算结果

Fig.11 The optimum loading result of case 2

(3) $(x, y, z) = (0.5, 0.78, 0.62)$, 计算结果为先按图 12 沿 X 方向分布 3 层, 再按图 13 在剩余空间的 Z

方向分布 5 层, 其中的方洞填进 4 个物体, 共装入 234 个物体, 装箱率 94.995%, 见图 14。

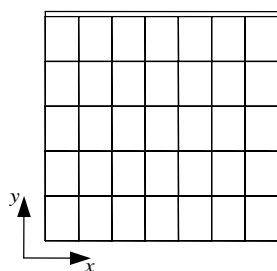


图 12 例 3 首选平面优化布置形式

Fig.12 The first form of 2D optimum loading of case 3

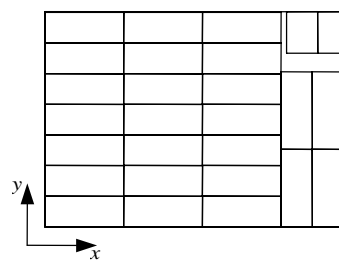


图 13 例 3 第二次所选平面布置形式

Fig.13 The second form of 2D optimum loading of case 3

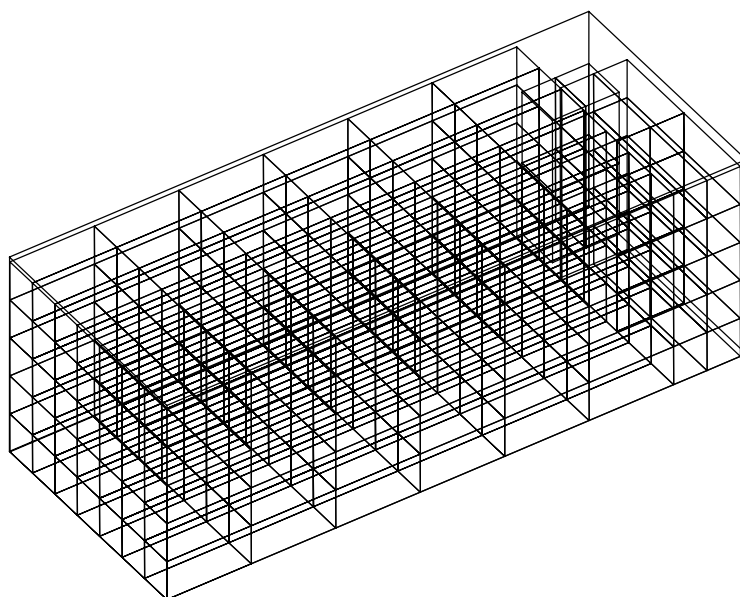


图 14 例 3 优化布置结果

Fig.14 The optimum loading result of case 3

5 结 论

(1) 由于 NP-完全问题特性只有当布局物体规格较多时才明显表现出来,对于单一规格情况,可以不予考虑。因此,单一规格装箱和多种规格装箱的算法是不同的,前者主要是数值算法,后者主要是选择搜

索路径。

(2) 由于在平面布局时使用镜向复制方法,因此算法实际上在三维坐标方向均依序进行了严格的优化计算,能够保证求得问题的最优解。算例结果表明,算法效果显著。

参考文献

- [1] 查建中等.布局及布置设计问题求解自动化的理论与方法综述[J].计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 16(4): 705-712.
- [2] 王若恩等.三维空间最优装载模式的算法研究与实现[J].工程图学学报, 2005, 26(5): 6-13.
- [3] 刘嘉敏等.基于组合的三维集装箱装入启发式算法研究[J].工程图学学报, 2005, 26(1): 22-25.
- [4] 杨德荣,杨超.三维装箱布局的单向寻优搜索法[J].工程图学学报, 2007, 28(2): 35-41.
- [5] 杨德荣.一类集装箱布局问题的优化计算[J].物流科技, 2006, 29(8): 43-45.