



郭惠昕

基于支持向量机的模糊稳健优化设计方法

郭惠昕¹, 任丕顺², 宋辉煌¹

(¹长沙大学 机电工程系, 长沙 410003; ²湖南机电职业技术学院 机械工程系, 长沙 410000)

摘 要: 在模糊稳健设计中, 需要采用随机模拟方法计算模糊概率和非线性约束函数, 但计算效率很低。为此, 提出了一种基于支持向量机的模糊稳健设计方法。采用支持向量回归机对模糊概率进行仿真计算, 采用支持向量回归机或分类机作为非线性约束函数的替代模型, 显著降低了模糊稳健优化设计的机时消耗。给出了新方法的具体算法步骤, 并通过模糊稳健优化设计实例对所提出的方法进行了验证。

关 键 词: 模糊; 稳健设计; 支持向量机; 优化设计

中图分类号: TH122 文献标识码: A 文章编号: 1003-8728(2011) 01-0043-05

Fuzzy-robust Design Optimization Using Support Vector Machine

Guo Huixin¹, Ren Pishun², Song Huihuang¹

(¹ Department of Mechanical and Electrical Engineering, Changsha University, Changsha 410003;

² Department of Mechanical Engineering, Hunan Mechanical and Electrical Polytechnic, Changsha 410000)

Abstract: The stochastic simulation method is commonly used in fuzzy-robust design optimization to compute the values of fuzzy probability and nonlinear constraint functions, but its low computational efficiency is a problem to be solved. A support vector machine-based method was proposed for fuzzy-robust design optimization to solve this problem. Support vector regression (SVR) was used as a surrogate model of the stochastic simulation method for computing the fuzzy probability. Each of the nonlinear constraints was transformed into a problem of two-class classification, and then support vector classification (SVC) was used as its surrogate model to judge the feasibility of this constraint. By using these surrogate models, the computational efficiency of fuzzy-robust design optimization was distinctly improved. The arithmetic steps of the proposed method were given. An example was given to show that the proposed method is effective.

Key words: fuzzy; robust design; support vector machine; optimization design

模糊稳健设计^[1, 2]把机械设计中不确定因素的研究从传统稳健设计的概率空间拓宽到随机、模糊空间, 把随机环境中的稳健性提升到随机、模糊等不确定环境的稳健性, 采用了与传统稳健设计不同的稳健性评价指标与研究方法。文献[1, 2]提出了基于模糊概率的稳健设计准则, 并对其特性进行了探

讨。模糊稳健设计的核心的一个模糊随机优化问题, 其中涉及到模糊概率的计算; 由于产品质量特性指标的概率分布密度函数通常难以解析表达, 模糊概率的直接计算只能采用随机模拟算法, 但计算效率低。近年来, 曹衍龙^[3]、黄洪钟^[4]、刘春涛^[5]等相继对模糊稳健设计进行了研究, 取得了新的研究进展。文献[6]用 BP 神经网络作为模糊概率等非线性函数的替代模型, 提高了模糊稳健优化设计的求解效率。支持向量机^[7~9] (support vector machine, SVM) 是与神经网络类似的智能化方法, 且具有更突出的小样本学习能力和泛化能力。为了提高模糊稳健优化设计的求解效率, 增强其解决复杂稳健设

收稿日期: 2009-05-18

基金项目: 湖南省科技计划项目(2001FJ3054), 湖南省教育厅科学研究项目(09A009), 长沙大学科研基金项目(SF070201)资助

作者简介: 郭惠昕(1962-), 教授, 研究方向为可靠性设计、稳健设计、智能优化算法等, xinhuiquo@126.com

计问题的能力,笔者提出了一种基于支持向量分类机和支持向量回归机的模糊稳健优化设计方法,并通过实例进行了应用验证。

1 支持向量机简介

SVM^[7~9]包括支持向量分类机(support vector classification, SVC)和支持向量回归机(support vector regression, SVR),是在统计学习理论框架下发展起来的新学习算法,其理论基础是结构风险最小化原则。SVM将分类和回归问题转化为二次优化问题,其解具有全局最优性,并且与样本点的具体分布无关。以下仅以SVC为例,简介SVM的基本概念与方法。

1.1 支持向量分类机

给定训练样本集

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_l, y_l), \\ x \in R^n, y_i \in \{+1, -1\}$$

式中: x_i 为训练样本; y_i 为 x_i 的类别标识; l 为样本量。设 $(w \cdot x) + w_0 = 0$ 为能够将两类样本点正确分开的超平面,式中 (\cdot) 表示 n 维矢量空间的两个矢量的内积。

对于线性可分的训练集,可能存在无数个能够将两类样本分开的超平面, SVM能够确定出一个超平面,使分类距离(离超平面最近的样本点到超平面的距离)最大,该平面称为最大间隔超平面或最优超平面。构造最优超平面问题可转化为最小化下列泛函问题^[10]

$$\min \quad \frac{\|w\|^2}{2} = \frac{w \cdot w}{2} \\ \text{s. t. } y_i \cdot [(w \cdot x) + w_0] \geq 1, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (1)$$

式(1)是一个二次优化问题,其最优解为下述 Lagrange 函数的鞍点

$$L(w, w_0, \alpha) = (w \cdot w) / 2 - \\ \sum_{i=1}^l \alpha_i \{y_i \cdot [(w \cdot x_i) + w_0] - 1\} \quad (2)$$

式中: $\alpha_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, l)$ 为 Lagrange 系数。求式(2)关于 w 和 w_0 的极小值。由于 Lagrange 函数在鞍点处关于 w 和 w_0 的偏导数为零,故可得

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i y_i = 0, \quad w = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i x_i \quad (3)$$

根据 KKT(kanush-kuhn-tunker) 条件^[10], 式(2)的最优解还应满足

$$\alpha_i \{y_i \cdot [(w \cdot x_i) + w_0] - 1\} = 0 \quad (\forall i) \quad (4)$$

由式(4)可知,只有部分训练样本对应的 α_i 不

为零,即具有非零 Lagrange 系数($\alpha_i > 0$),这些样本称为支持向量(support vector, SV)。则式(3)变为

$$w = \sum_{i \in SV} \alpha_i y_i x_i \quad (5)$$

联合式(3)和式(1),并考虑 KKT 条件,得到原始问题式(1)的对偶二次规划问题^[10]

$$\min \quad \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l y_i y_j \alpha_i \alpha_j (x_i \cdot x_j) - \sum_{i=1}^l \alpha_i \\ \text{s. t. } \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i = 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (6)$$

求解该二次优化问题获得 α_i 的解后,最优超平面的参数矢量 w 可以用式(5)表示为 SV 的线性组合 w_0 和最优超平面的方程也完全由 SV 确定。

对于线性不可分的情况,在式(1)的约束条件中引入松弛变量 $\xi_i \geq 0$ 、惩罚系数 $C > 0$ 。经过理论推导^[10]构建最优超平面的问题最终转化为下面的对偶优化问题

$$\min \quad \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l y_i y_j \alpha_i \alpha_j (x_i \cdot x_j) - \sum_{i=1}^l \alpha_i \\ \text{s. t. } \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i = 0, \quad C \geq \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (7)$$

式中: 惩罚系数 C 反映了在模型复杂性和不可分样本所占比例之间的折中。

以上简介的是线性支持向量分类机的基本原理,非线性支持向量分类机的有关理论见文献[10]。

1.2 支持向量回归机

SVM除了作为分类机外,还可用于函数回归(或函数逼近)。Vapnik将SVM推广到非线性回归估计中,形成了支持向量回归机^[10](SVR),其有关理论与方法可参见文献[7~10]。

和神经网络相比,不论是用作分类机还是回归机, SVM均具有出色的小样本学习能力和良好的泛化性能,在工程中得到了越来越广泛的应用。

2 基于SVM的模糊稳健优化设计方法

2.1 模糊稳健优化设计准则

设 y 为产品的质量指标, y 是可控因素矢量 x 和不可控因素矢量 z 的函数, 本节 x, z, y 和上节中的 x, z, y 含义不同, 记为 $y = y(x, z)$, y 的概率分布密度函数为 $f(y)$, \tilde{y}_0 为望目特性的模糊设计目标, 如图1所示, 由于 y 的随机性和 \tilde{y}_0 的模糊性, “产品设计质量是优质的或理想的”为以 y 的值域为论域的模糊事件, 记为 \tilde{A} , 显见 $\mu_{\tilde{A}}(y) = \mu_{\tilde{y}_0}(y)$ 。若 $[a, b]$

为优质品区间, 则 $f(y)$ 与 y 轴围成的面积落在优质品区间或向该区间“收缩”的程度越大, 产品设计质量的稳健性越好。 y 的优质性可用 \tilde{A} 的模糊概率 $P(\tilde{A})$ 描述, 则模糊稳健设计设计准则的基本形式为^[1~2]

$$P(\tilde{A}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{\tilde{A}}(y) f(y) dy = \int_{y_0-\Delta y}^{y_0+\Delta y} \mu_{\tilde{A}}(y) f(y) dy \rightarrow \max \quad (8)$$

或

$$P(\tilde{A}) - \beta \geq 0 \quad (9)$$

式中: $P(\cdot)$ 表示求概率算子; β 为预定的模糊稳健性控制水平。

$P(\tilde{A})$ 是 $\mu_{\tilde{A}}(y)$ 的一种概率测度, 可称之为产品质量的模糊优质率。对于望大、望小特性的模糊设计目标, 可得到与式(8)形式类似的模糊稳健设计准则^[3]。在模糊稳健优化设计建模时, 通常式(8)可作为优化目标, 而式(9)可作为约束条件。

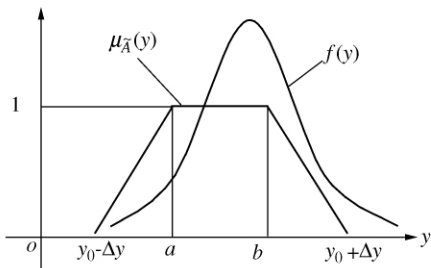


图 1 模糊目标的隶属函数与概率分布密度函数

由于 $y = y(x, z)$ 的复杂性, 难于获得质量指标 y 的分布密度函数 $f(y)$ 的解析表达式, 从而导致了 $P(\tilde{A})$ 的计算困难。用随机模拟方法可直接计算 $P(\tilde{A})$, 但要获得足够的计算精度需要较大的随机抽样次数, 计算效率很低。

2.2 基于 SVC 的约束条件的替代模型

通常, 在模糊稳健设计建模时, 可能含有型如式(9)的约束条件, 记为

$$g \geq 0 \quad (10)$$

式中: g 为概率型或均值型的随机性约束函数, 如式(9)中 $g = P(\tilde{A}) - \beta$ 。为了判断该约束条件的可行性, 先构造如下映射

$$\Theta = \begin{cases} +1 & g \geq 0 \\ -1 & g < 0 \end{cases} \quad (11)$$

则约束可行性的判断变成了以“+1”和“-1”

为标识的 2 类分类问题, 此时, 可采用支持向量分类机作为式(10)的替代模型。算法步骤如下:

步骤 1 在可控因素矢量 x 和不可控因素矢量 z 各分量均值的上下界内, 按均匀分布生成具有代表性的样本点集

$$X = \{X_i = (\bar{x}_1, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n, \bar{z}_1, \bar{z}_1, \dots, \bar{z}_m)_i, i = 1, 2, \dots, l\}$$

式中: n 为 x 的维数; m 为 z 的维数; l 为样本总数, 带上划线“-”的量表示对应随机变量的均值(以后此类标识的含义与此相同)。

步骤 2 根据 x 和 z 各分量的概率分布密度函数, 在各样本点 X_i 通过随机模拟计算 g , 随机模拟的抽样次数可取 $10^5 \sim 10^6$, 得到 g_i 。进而获得样本集

$$\{(X_i, g_i), i = 1, 2, \dots, l\}$$

步骤 3 对步骤 2 已获得的样本集按式(11)进行变换, 得到 SVC 的学习样本集

$$\{(X_i, \Theta_i), i = 1, 2, \dots, l\}$$

步骤 4 设计 SVC 并初始化 SVC 控制参数, 然后用 $\{(X_i, \Theta_i), i = 1, 2, \dots, l\}$ 作为学习样本, 对 SVC 进行训练。

步骤 5 用与步骤 1~步骤 3 类似的方法生成检验样本集, 对经过训练的 SVC 进行泛化检验。如达到了预定的分类正确率, 则将 SVC 存盘备用, 转步骤 6; 如分类正确率不够, 则返回步骤 1 增大学习样本容量或返回步骤 4 改变 SVC 控制参数, 重新进行训练。

步骤 6 将经过训练和泛化检验的 SVC 作为式(10)的替代模型, 对约束条件进行分类, 并按式(11)进行约束可行性判断。

2.3 基于 SVR 的模糊概率的替代模型

如第 2.1 节所述, 用随机模拟方法直接计算 $P(\tilde{A})$ 的效率较低。为此, 如在模糊稳健设计建模时以式(8)作为优化目标, 则可用支持向量回归机(SVR)作为式(8)中 $P(\tilde{A})$ 的替代模型。具体算法步骤如下:

步骤 1 在可控因素矢量 x 和不可控因素矢量 z 各分量均值的上下界内, 按均匀分布生成具有代表性的样本点集 X

$$X = \{X_i = (\bar{x}_1, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n, \bar{z}_1, \bar{z}_1, \dots, \bar{z}_m)_i, i = 1, 2, \dots, l\}$$

步骤 2 根据 x 和 z 各分量的概率分布密度函数, 在各样本点 X_i 通过随机模拟计算 $P(\tilde{A})$, 随机模拟的抽样次数可取 $10^5 \sim 10^6$, 得到 $P_i(\tilde{A})$ 。进而

获得样本集

$$\{(X_i, P_i(\tilde{A})) \mid i = 1, 2, \dots, l\}$$

步骤 3 设计 SVR 并初始化 SVR 控制参数, 然后用 $\{(X_i, P_i(\tilde{A})) \mid i = 1, 2, \dots, l\}$ 作为 SVR 的学习样本集, 对 SVR 进行训练。为了提高训练 SVR 的稳定性和回归的泛化性, 在训练前, 对 X_i 进行尺度变化, 即把 X_i 各个分量的值比例地变化到 $[-1, +1]$ 区间内。

步骤 4 用与步骤 1 ~ 步骤 3 类似的方法生成检验样本集, 对经过训练的 SVR 进行泛化检验。如达到了预定的回归精度, 则将 SVR 存盘备用, 转步骤 5; 如回归精度不够, 则返回步骤 1 增大学习样本容量或返回步骤 3 改变 SVR 控制参数, 重新对回归机进行训练。

步骤 5 将经过训练和泛化检验的 SVR 作为 $P(\tilde{A})$ 的替代模型, 通过 SVR 进行回归仿真, 进行 $P(\tilde{A})$ 的近似计算。

2.4 支持向量机的程序实现

本文中的支持向量机在 Matlab7.0 平台上实现。在第 2.2 节和第 2.3 节中给出了使用 SVC 和 SVR 的步骤, 且步骤大致相同。但 SVC 和 SVR 的基本理论有较大的差别^[7~10], 因而两者的程序设计不一样, 训练样本的类型、控制参数也不一样。当 SVC 或 SVR 的程序包设计好后, 我们可以把它作为 Matlab 的一个工具箱使用。在实现 SVM 时, 应设置其控制参数, 主要包括式(7)中的惩罚系数 C 的选择、核函数的选择等。当核函数确定后, 则还需进一步确定其相关的参数, 如选择多项式核函数, 则需要确定多项式的次数 d 。

支持向量机的训练精度必须满足工程设计的要求。在泛化检验时, 本文控制 SVR 的最大相对回归误差小于 1%, SVC 的分类正确率达到 99% 以上。

3 模糊稳健优化设计实例

3.1 设计实例及其数学模型

某小型压机用插装式溢流阀的调压弹簧^[11], 弹簧作用力 P 设定为 420 N。材料为碳素钢丝 I 组, 材料的密度 $\rho = 7.98 \times 10^{-6}$ kg/mm³, 剪切弹性模量 $G \sim (78970.5, 163.5)$ MPa (说明: \sim 表示服从正态分布, 78970.5 为其均值, 163.5 为其标准差)。受溢流阀结构限制, 先导阀中调压弹簧中径 $D_2 \leq 8.8$ mm; 弹簧中径 $D_2 \sim (\bar{D}_2, 0.0033 D_2)$ mm; 弹簧钢丝直径 $d \sim$

$(\bar{d}, 0.01)$ mm; 弹簧有效圈数 n 的允许偏差为 $\pm \frac{1}{4}$

圈。先导阀的设计行程为 a_1 为 0.264 mm。现要求通过稳健设计, 提高调压弹簧频率特性的抗干扰能力, 提高溢流阀的设计质量。在文献[11]的常规模糊优化设计模型的基础上, 文献[12]已经建立的该调压弹簧的模糊稳健优化设计数学模型为

$$\begin{cases} \text{求} & \bar{x} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3]^T = [\bar{d}, \bar{D}_2, \bar{n}]^T \\ \max & P(\tilde{A}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(\omega_n) f(\omega_n) d\omega_n \\ \text{s. t.} & g_j(x) = \{P(\mu_j(x) \geq \lambda^*) - \beta_j\} \geq 0 \\ & (j = 1, 2) \\ & ux(i) \leq \bar{x}_i \leq us(i) \quad (i = 1, 2, 3) \end{cases}$$

(12)

其中

$$\omega_n(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{x_1}{x_2^2 x_3} \sqrt{\frac{G}{2\rho}}$$
$$\mu_1(x) = \frac{\tau^U - \frac{8 \times 1.6P}{\pi} x_1^{-2.86} x_2^{0.86}}{\tau^U - \tau^L}$$
$$\mu_2(x) = \frac{P_1^U - \frac{a_1 G}{8} x_1^4 x_2^{-3} x_3^{-1}}{P_1^U - P_1^L}$$

式中: ω_n 为调压弹簧的固有频率, 其模糊分布 $\mu(\omega_n)$ 采用升半梯形的隶属函数(具有望大特性); 许用剪应力为模糊变量, 其隶属函数 $\mu_1(x)$ 采用降半梯形分布^[11](具有望小特性), 其上下界为 $(\tau^L, \tau^U) = (684, 718.2)$ MPa; 弹簧力允许变动量 P_1 亦为模糊变量^[11], 其隶属函数 $\mu_2(x)$ 亦采用降半梯形分布(具有望小特性), 其上下界为 $(P_1^L, P_1^U) = (40.2, 60.3)$ N。经二级模糊综合评判^[11], 最优设防水平 $\lambda^* = 0.3797$ 。式(12)中设计向量均值的下、上界分别取为 $ux = [1.2, 7.2]$ mm, $us = [3.8, 8.6]$ mm。取 $\beta_j = 0.98$ ($j = 1, 2$)。

3.2 设计实例的求解

由于材料弹性模量 G 、弹簧钢丝直径 x_1 、弹簧中径 x_2 、弹簧有效圈数 x_3 等都是随机变量, 故 $\omega_n(x)$ 、 $\mu_1(x)$ 、 $\mu_2(x)$ 均是随机函数, 则式(12)已转化为随机变量优化设计问题。该优化问题的求解中会遇到两个问题: 一是 ω_n 的分布密度函数 $f(\omega_n)$ 的解析表达式难以确定, 导致 $P(\tilde{A})$ 不能解析计算; 二是约束函数 g_j 中的概率 $P(\mu_j(x) \geq \lambda^*)$ 也不能解析计算。用随机模拟可以解决上述困难, 但会严重影响式(12)的优化求解效率。为此, 采用第 2.2 节中的方

法 ,用 2 个 SVC 分别作为 $g_j(x) \geq 0$ 的替代模型($j = 1, 2$); 采用第 2.3 节方法 ,用一个 SVR 作为 $P(\tilde{A})$ 的替代模型。取训练样本数为 500; 以上支持向量机均采用高斯核函数 $K(x_i, x_j) = \exp\{-\frac{|x_i - x_j|^2}{2\sigma^2}\}$, 且取 $\sigma = 5$,惩罚系数 $C = 300$ 。将训练好并经过泛化检验的支持向量机嵌入混沌遗传优化算法^[13] ,求解数学模型式(12) 。取群体规模为 30 ,交叉概率为

0.7 ,变异概率为 0.07 ,混沌移民总规模为 100 ,移民比例取为 0.2 ,进化代数取 500 ,运行混沌遗传优化程序 10 次 ,所得模糊稳健优化设计参数基本相同 ,其最好解列于表 1 ,表中 $\hat{\omega}_n$ 为 ω_n 的名义值 , σ_ω 为 ω_n 的标准差。为便于比较 ,表 1 同时列出了文献 [11, 14] 中的优化设计解及其相关参数 ,并重新编写程序对 ω_n 的均值、方差等参数进行了随机模拟计算 ,随机模拟次数取 10^6 。

表 1 设计实例的优化设计解及其比较

设计方法	\bar{d} (mm)	\bar{D}_2 (mm)	\bar{n} (mm)	$\hat{\omega}_n$ (rad/s)	$\hat{\omega}_n$ (rad/s)	σ_ω (rad/s)	$\bar{\mu}_1(x)$	$\bar{\mu}_2(x)$
本文提出的新方法	2.617	8.512	3.792	3376.4	3378.9	79.133	0.794	0.398
模糊稳健优化设计 ^[14]	2.617	8.516	3.792	3376.4	3376.8	79.411	0.795	0.398
常规模糊优化设计 ^[11]	2.789	8.8	3.512	3635	3637.6	89.207	0.999	0.013

4 结论

(1) 新方法有比较满意的求解精度。文献

[14]采用随机模拟计算式(12)中的 $P(\tilde{A})$ 和约束函数的概率 ,可以认为是一种精确的方法。笔者采用了基于 SVM(SVC 或 SVR) 的替代模型 ,来替代文献 [14]中随机模拟。由表 1 可以看出 ,两种方法所得到的优化解基本一致 ,说明本文方法具有足够的求解精度 ,可以满足工程设计的需要。此外 ,使用文中所提出的新方法 ,通过对 $P(\tilde{A})$ 进行优化 ,达到了同时对 ω_n 的均值和方差进行有效控制的目的 , ω_n 的标准差 σ_ω 和原方案^[14] 比较接近 ,保证了其稳健性。对于常规模糊优化设计^[11] ,直接以 ω_n 的名义值最大为优化设计目标 ,由于没有考虑可控因素、不可控因素的变异对目标函数和模糊约束条件的影响 ,第二个约束条件的设防水平 $\bar{\mu}_2(x)$ 只有 0.013 ,远远小于 λ^* 。

(2) 新方法具有较高的求解效率。经统计 ,笔者采用 500 个样本 ,对 SVC 或 SVR 进行训练和泛化检验所用机时为 0.328 s; 设计实例中 500 代遗传进化的总机时消耗为 4918 s。文献 [14]采用随机模拟计算式(12)中的 $P(\tilde{A})$ 和约束函数的概率 ,采用和本文相同的遗传算法程序和遗传算法控制参数 ,500 代进化的总机时消耗为 29580 s。由此可以看出 ,新方法用 SVM 作为随机模拟的替代模型 ,显著地提高了计算效率 ,为提高模糊稳健优化设计方法解决复杂工程实际问题的能力提供了有效的途径。

[参考文献]

[1] 郭惠昕. 产品质量的稳健性研究及稳健优化设计方法[J]. 中国机械工程, 2002, 13(3): 221~224

[2] Guo H. Robust design for quality reliability via fuzzy probability [A]. *Proceedings of the 2004 Asian International Workshop on Advanced Reliability Modeling* [C], Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2004: 149~156

[3] 曹衍龙, 杨将新, 吴昭同等. 基于模糊质量损失的公差稳健设计方法的研究[J]. 浙江大学学报, 2004, 38(1): 1~5

[4] 黄洪钟, 刘鸿莉, 古莹奎等. 基于物理规划的稳健优化设计[J]. 清华大学学报, 2005, 45(8): 1020~1022

[5] 刘春涛, 林志航. 基于分位数型设计准则的模糊健壮设计新方法[J]. 机械工程学报, 2005, 41(7): 24~28

[6] 郭惠昕等. 多质量指标的解耦与稳健优化设计[J]. 农业机械学报, 2009, 40(1): 203~207

[7] Cortes C, Vapnik V N. Support vector networks[J]. *Machine Learning*, 1995, 20(3): 273~297

[8] Vapnik V N. An overview of statistical learning theory[J]. *IEEE Transaction on Neural Networks*, 1999, 10(5): 988~998

[9] 张学工. 关于统计学习理论与支持向量机[J]. 自动化学报, 2000, 26(1): 32~42

[10] 杨志明, 刘广利. 不确定性支持向量机原理及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007

[11] 张利平, 张秀敏. 插装式溢流阀调压弹簧的模糊优化设计[J]. 现代机械, 1993, 2(2): 24~27

[12] 郭惠昕. 模糊稳健优化设计中的神经网络技术[J]. 湖南文理学院学报, 2004, 16(3): 52~54

[13] 郭惠昕. 基于混合遗传算法的谐波齿轮传动优化设计[J]. 农业机械学报, 2006, 37(7): 121~124

[14] 郭惠昕, 肖伟跃, 张龙庭. 插装式溢流阀调压弹簧的模糊稳健优化设计[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(3): 297~299