

## 下料问题

“下料问题”是把相同形状的一些原材料分割加工成若干个不同规格大小的零件的问题，此类问题在工程技术和工业生产中有着重要和广泛的应用。这里的“实用下料问题”则是在某企业的实际条件限制下的单一材料的下料问题。

现考虑单一原材料下料问题。设这种原材料呈长方形，长度为 $L$ ，宽度为 $W$ ，现在需要将一批这种长方形原料分割成 $m$ 种规格的零件，所有零件的厚度均与原材料一致，但长度和宽度分别为 $(l_1, w_1), \dots, (l_m, w_m)$ ，其中 $w_i < l_i < L, w_i < W, i = 1, \dots, m$ 。  $m$ 种零件的需求量

分别为 $n_1, \dots, n_m$ 。下料时，零件的边必须分别和原材料的边平行。这类问题在工程上通常简

称为二维下料问题。特别当所有零件的宽度均与原材料相等，即 $w_i = W, i = 1, \dots, m$ ，则问

题称为一维下料问题。

一个好的下料方案首先应该使原材料的利用率最大，从而减少损失，降低成本，提高经济效益。其次要求所采用的不同的下料方式尽可能少，即希望用最少的下料方式来完成生产任务。因为在生产中转换下料方式需要费用和时间，既提高成本，又降低效率。此外，每种零件有各自的交货时间，每天下料的数量受到企业生产能力的限制。因此实用下料问题的目标是在生产能力容许的条件下，以最少数量的原材料，尽可能按时完成需求任务，同时下料方式数也尽量地小。请你们为某企业考虑下面两个问题。

1. 建立一维单一原材料实用下料问题的数学模型，并用此模型求解下列问题，制定出在生产能力容许的条件下满足需求的下料方案，同时求出等额完成任务所需的原材料数，所采用的下料方式数和废料总长度。单一原材料的长度为 3000mm，需要完成一项有53

种不同长度零件的下料任务。具体数据见表一，其中  $l_i$  为需求零件的长度， $n_i$  为需求

零件的数量。此外，在每个切割点处由于锯缝所产生的损耗为5mm。据估计，该企业每天最大下料能力是100块，要求在4天内完成的零件标号( $i$ )为：5,7,9,12,15,18,20,25,

28,36,48；要求不迟于6天完成的零件标号( $i$ )为：4,11,24,29,32,38,40,46,50。(提示：可分层建模。(1).先考虑用材料既少,下料方式又少的模型,或先仅考虑所用材料最少的模型及增加一种下料方式大致相当于使原材料总损耗增加0.08%情况下的最佳方案。(2).在解决具体问题时,先制定4天的下料方案,再制定6天的下料方案,最后制定53种零件的下料方案.这一提示对第2题也部分适用.)



2. 建立二维单一原材料实用下料问题的数学模型,并用此模型求解下列问题.制定出在企业生产能力容许的条件下满足需求的下料方案,同时求出等额完成任务所需的原材料块数和所需下料方式数.这个问题的单一原材料的长度为 3000mm,宽度为100mm,需要完成一项有43种不同长度和宽度零件的下料任务.具体数据见表二,其中  $l_i, w_i, n_i$  分别为需求零件的长度、宽度和数量.切割时的锯缝可以是直的也可以是弯的,切割所引起的锯缝损耗忽略不计.据估计,该企业每天最大下料能力是20块.要求在4天内完成的零件标号( $i$ )为: 3, 7, 9, 12, 15, 18, 20, 25, 28, 36.

表二 需求材料的数据                      单位: mm

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_i$	1105	1055	1046	1032	1030	975	893	882	847	845
$w_i$	30	20	50	30	20	50	30	20	30	30
$n_i$	24	6	12	24	24	6	24	1001	20	108
$i$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$l_i$	830	795	766	745	732	719	714	690	665	633
$w_i$	30	20	35	30	30	30	50	30	20	30
$n_i$	90	40	12	12	68	54	10	12	270	90
$i$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$l_i$	630	600	590	588	582	578	540	488	455	434
$w_i$	30	35	20	20	30	20	50	20	20	30
$n_i$	90	612	508	2082	496	24	62	20	162	92
$i$	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$l_i$	420	415	414	411	405	328	313	290	275	265
$w_i$	20	30	20	30	20	30	50	30	20	30
$n_i$	40	24	40	180	536	12	128	686	2002	686
$i$	41	42	43							
$l_i$	255	184	155							
$w_i$	30	20	50							

$n_i$	6 9 2	3 5 7	5 2	
-------	-------	-------	-----	--