

# 空间可展板壳结构的展开分析

赵孟良<sup>1</sup>, 关富玲<sup>1</sup>, 吴开成<sup>2</sup>

(1. 浙江大学 土木工程学系 空间结构研究中心, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江大学 建筑设计研究院, 浙江 杭州 310027)

**摘 要:** 建立了空间可展板壳结构的运动学分析的基础方程式, 利用广义逆矩阵理论分析了可展板壳结构在外荷载作用下的运动过程, 给出了可展板壳结构从收纳(展开)状态到展开(收纳)状态的计算方法, 推导出了考虑位置增量高阶项的数值解, 并取得了较好的展开分析精度. 通过编制仿真程序进行算例分析, 结果验证了分析方法的正确性. 与传统的多体系统动力学方法相比, 该分析方法的优点是建模简单, 能够有效地分析可展板壳结构的复杂运动, 并为空间可展板壳结构的设计优化提供了理论依据.

**关键词:** 空间可展板壳结构; 连续表面展开天线; 广义逆; 展开分析

**中图分类号:** TB12; TU33; V414.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1008-973X(2006)11-1837-05

## Deployment analysis of deployable space panel and shell structure

ZHAO Meng-liang<sup>1</sup>, GUAN Fu-ling<sup>1</sup>, WU Kai-cheng<sup>2</sup>

(1. Space Structures Research Center, Department of Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. Institute of Architecture Design and Research, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** New kinematic equations for deployable space panel and shell structure were presented. The moving process of the structure under applied loads was analyzed by using the generalized inverse theory, and a calculating method of deployable panel and shell structure changing from folded state to deployable state or the opposite process was presented. The numerical solution of the deployment analysis was calculated using the higher order item of position increment, and high accuracy was obtained. Examples verified the efficiency of the new method by a simulation program. Compared with the conventional dynamics of multibody system, the advantage of this new method lies in its ability to analyze the complex movement of deployable panel and shell structure effectively with a comparatively simple modeling process.

**Key words:** deployable space panel and shell structure; continuous surface deployable antenna; generalized inverse; deployment analysis

受有效荷载仓的容积限制, 大量的大型航天器采用了可展结构. 由于网格状展开天线的形面精度差、结构刚度低, 由可展板壳结构组成的连续表面展开天线近年来已成为各国宇航界研究的热点, 特别是具有甚高分辨率的可展光学系统的需要对连续表面展开天线的研究提出了新要求.

基于对反射面面积扩大和对微波高频段通讯的要求, 国外在 20 世纪 90 年代就开始研究连续表面展开天线<sup>[1,2]</sup>. 对复杂展开结构的展开过程进行分析具有重要意义, 能够为结构设计优化、驱动设置及动

力设计提供依据. 然而对于由多块曲板构成的连续表面展开结构, 若利用多刚体系统动力学的理论进行分析, 建模复杂, 求解效率不高. 目前国内外对于可展结构的展开分析多局限于可展桁架结构<sup>[3,4]</sup>, 对于可展板壳结构的展开分析研究得很少.

本文用两边和其夹角来描述三角形板壳单元, 首先建立可展板壳结构的运动学分析的基础方程式, 用细分的平面三角形单元组成的折板来近似壳体的几何形状, 然后利用广义逆矩阵理论分析可展板壳结构的运动过程, 并给出对可展板壳结构进行

展开分析的详细方法. 在分析求解过程中考虑位置增量的高阶项. 利用 Microsoft Visual C++ 6.0 和 OpenGL 编制仿真程序进行算例分析, 以验证分析方法的正确性.

1 运动学关系和刚体位移

应用有限单元法分析壳体结构, 广泛采用平面单元和曲面单元这 2 类壳体单元. 将壳体中面划分成有限个单元, 它们都是曲面单元. 但是在单元细分时, 用由平面单元组成的一个折板来近似壳体的几何形状能够得到很好的结果. 连续表面可展结构通常是由任意形状的壳体或板构成的, 采用三角形单元比较方便, 如图 1 所示. 这种划分的另一个优点是在单元细分时, 可以直接求得连续表面上所有点的特征参数, 而不需要再采用基点法进行矢量合成.

考虑如图 2 所示的一个平面三角形  $e(e=1, 2, \dots, m)$ , 3 节点  $i, j, k$  的坐标用矢量表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_i &= [x_i, y_i, z_i]^T, \\ \mathbf{X}_j &= [x_j, y_j, z_j]^T, \\ \mathbf{X}_k &= [x_k, y_k, z_k]^T. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

三角形单元的几何形状可用其任意两边和对应夹角的余弦表示为

$$\left. \begin{aligned} l_a &= [(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)^T (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)]^{1/2}, \\ l_b &= [(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_i)^T (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_i)]^{1/2}, \\ \cos \alpha &= (\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i)^T (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_i) / (l_a l_b). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:  $l_a$  为  $i, j$  两点对应的边长,  $l_b$  为  $i, k$  两点对应的边长,  $\alpha$  为两边对应的夹角. 两边的方向余弦为

$$\lambda_a = (\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i) / l_a, \quad (3)$$

$$\lambda_b = (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_i) / l_b. \quad (4)$$

为了表示方便, 令式(2)中  $\cos \alpha = \mu$ . 对式(2)求一阶和二阶导数得

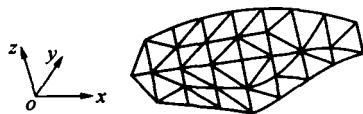


图 1 任意壳体作为平面三角形单元的集合

1 Arbitrary shell composed of planar triangle units

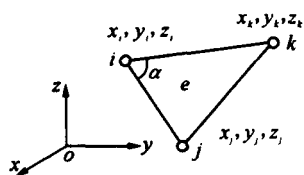


图 2 三角形单元和节点坐标

Fig. 2 Triangle unit and its node coordinates

$$\begin{bmatrix} -\lambda_a^T & \lambda_a^T & \mathbf{0} \\ -\lambda_b^T & \mathbf{0} & \lambda_b^T \\ -\left(\frac{\lambda_a^T}{l_a} + \frac{\lambda_b^T}{l_b}\right) & \frac{\lambda_a^T}{l_a} & \frac{\lambda_b^T}{l_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_i \\ \mathbf{X}_j \\ \mathbf{X}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_a \\ l_b \\ \frac{l_a}{l_a} \mu + \frac{l_b}{l_b} \mu \quad \mu \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} -\lambda_a^T & \lambda_a^T & \mathbf{0} \\ -\lambda_b^T & \mathbf{0} & \lambda_b^T \\ -\left(\frac{\lambda_a^T}{l_a} + \frac{\lambda_b^T}{l_b}\right) & \frac{\lambda_a^T}{l_a} & \frac{\lambda_b^T}{l_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_i \\ \dot{\mathbf{X}}_j \\ \dot{\mathbf{X}}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\lambda_a^T & \lambda_a^T & \mathbf{0} \\ -\lambda_b^T & \mathbf{0} & \lambda_b^T \\ -(\mathbf{C}_{ab} + \mathbf{C}_{ba}) & \mathbf{C}_{ab} & \mathbf{C}_{ba} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_i \\ \mathbf{X}_j \\ \mathbf{X}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{l}_a \\ \dot{l}_b \\ D \end{bmatrix}. \quad (6)$$

式中:

$$\mathbf{C}_{ab} = \frac{\lambda_a^T l_a - \lambda_b^T l_a}{l_a^2}, \quad \mathbf{C}_{ba} = \frac{\lambda_a^T l_b - \lambda_b^T l_b}{l_b^2},$$

$$D = \frac{\dot{l}_a l_a - l_a^2}{l_a^2} \mu + \frac{\dot{l}_b l_b - l_b^2}{l_b^2} \mu + \frac{l_b^2}{l_b^2} \mu + \frac{l_a}{l_a} \mu + \frac{l_b}{l_b} \mu + \ddot{\mu},$$

$$\lambda_a = \frac{1}{l_a} (\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i) - \frac{l_a}{l_a^2} (\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i),$$

$$\lambda_b = \frac{1}{l_b} (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_i) - \frac{l_b}{l_b^2} (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_i).$$

将方程(5)和(6)对可展结构中的所有单元组集合写成矩阵形式:

$$\mathbf{A}_0 \mathbf{X} = \mathbf{S}_0, \quad (7)$$

$$\mathbf{A}_0 \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{A}_0 \mathbf{X} = \dot{\mathbf{S}}_0. \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{A}_0$  为  $3m \times 3n$  矩阵,  $n$  为整个可展结构的节点数. 对于刚性板或壳,

$$\mathbf{S}_0 = \dot{\mathbf{S}}_0 = \mathbf{0}, \quad (9)$$

于是方程(7)和(8)变为

$$\mathbf{A}_0 \mathbf{X} = \mathbf{0}, \quad (10)$$

$$\mathbf{A}_0 \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{A}_0 \mathbf{X} = \mathbf{0}. \quad (11)$$

方程(10)的解为

$$\mathbf{X} = (\mathbf{I}_{3n} - \mathbf{A}_0^+ \mathbf{A}_0) \boldsymbol{\alpha}. \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{I}_{3n}$  为单位矩阵,  $\mathbf{A}_0^+$  为  $\mathbf{A}_0$  的 Moore-Penrose 广义逆矩阵<sup>[5]</sup>,  $\boldsymbol{\alpha}$  为任意的  $3n$  维列向量.

若  $\mathbf{A}_0$  的秩为  $r$ , 则

$$p = \text{rank}(\mathbf{I}_{3n} - \mathbf{A}_0^+ \mathbf{A}_0) = 3n - r. \quad (13)$$

式中:  $p$  为小变形下刚体运动的自由度. 将  $\mathbf{I}_{3n} - \mathbf{A}_0^+ \mathbf{A}_0$  矩阵用  $p$  个独立的列向量  $\mathbf{h}_{10}, \mathbf{h}_{20}, \dots, \mathbf{h}_{p0}$  表示为

$$\mathbf{I}_{3n} - \mathbf{A}_0^+ \mathbf{A}_0 = [\mathbf{h}_{10}, \mathbf{h}_{20}, \dots, \mathbf{h}_{p0}] = \mathbf{H}_0. \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{H}_0$  为  $3n \times p$  矩阵. 于是式(12)可以写成

$$\mathbf{X} = \mathbf{H}_0 \boldsymbol{\alpha}_0 = \alpha_{10} \mathbf{h}_{10} + \alpha_{20} \mathbf{h}_{20} + \dots + \alpha_{p0} \mathbf{h}_{p0}. \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{h}_{10}, \mathbf{h}_{20}, \dots, \mathbf{h}_{p0}$  表示  $p$  个互相独立的刚体运动模态.

2 可展结构的约束方程

复杂的表面可展结构可离散成  $m$  个三角形单元和  $n$  个节点, 可展结构各单元间除节点处互相连 接外, 两单元间还有约束存在, 如同一片刚性曲板被 分成很多个三角形单元, 要求这些单元在运动过程 中各单元间的夹角保持不变, 另外还有边界约束等.

如图 3 所示, 两相邻三角形单元  $klm$  与  $nml$  之 间的夹角为  $\beta$ , 要使  $\beta$  不变, 因为在前面的基础方程 式中已经限定三角形单元的形状, 所以只需使运动 过程中相对节点  $k, n$  之间的线段长度不变.

$$[(X_k - X_n)^T (X_k - X_n)]^{1/2} - l_{kn} = 0. \tag{16}$$

边界约束条件主要是结构的节点与支撑物的连 接, 其约束方程为

$$X_i - B_i = 0; \quad i = 1, 2, \dots, N_b. \tag{17}$$

式中:  $X_i$  为第  $i$  个与支撑连接节点的坐标矢量,  $B_i$  为对应连接节点的初始位置,  $N_b$  为边界连接点数.

在此, 考虑具有几何约束条件的基础方程式. 设 几何约束条件为

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_{3n}) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, k. \tag{18}$$

式中:  $k$  为约束条件个数. 将式(18)作关于参数  $t$  的 Maclaurin 展开:

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_j} x_{jt} + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 g_i}{\partial x_j \partial x_k} x_{kj} + \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right] t^2 + \dots = 0. \tag{19}$$

式(19)对于任意  $t$  都成立.

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_j} x_{jt} = 0, \tag{20}$$

$$\frac{\partial^2 g_i}{\partial x_j \partial x_k} x_{kj} + \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0. \tag{21}$$

式(20)及(21)用矩阵形式表示为

$$GX = 0, \tag{22}$$

$$G\ddot{X} + GX = 0. \tag{23}$$

式中:  $G$  为  $k \times 3n$  矩阵. 将式(22)和(7)合并, 将式 (23)与(8)合并得

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ G \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} S_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{24}$$

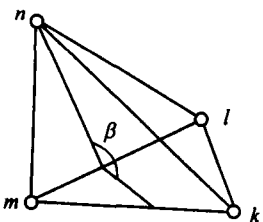


图 3 相邻三角形单元示意图

Fig. 3 Adjacent triangle unit

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ G \end{bmatrix} \ddot{X} + \begin{bmatrix} A_0 \\ G \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} \ddot{S}_0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{25}$$

简记为

$$AX = S, \tag{26}$$

$$A\ddot{X} + AX = \ddot{S}. \tag{27}$$

式中:  $A$  为  $(3m + k) \times 3n$  矩阵. 对于刚性板壳单元,  $S = \ddot{S} = 0$ , 有

$$AX = 0, \tag{28}$$

$$A\ddot{X} + AX = 0. \tag{29}$$

方程(28)的解为

$$X = H\alpha = \alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_2 + \dots + \alpha_r h_r. \tag{30}$$

由方程(29)和(30)联立得

$$\ddot{X} = -A^+ AX = -A^+ AH\alpha. \tag{31}$$

3 可展板壳结构的展开分析

组成不稳定可展结构的构件从初始状态出发到 达当前( $t = 0$ )的  $C_i$  状态, 从  $t = 0$  到  $t = \Delta t$  增分后, 状态  $C_i$  变为  $C_{i+1}$ , 节点位置从  $X_i$  变为  $X_{i+1}$ , 增量为  $\Delta X_i$ , 有

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_i. \tag{32}$$

式中:  $X_i = X_i(t)$ ,  $C_i$  为  $t = 0$  时的状态. 对  $X_i(t)$  作 Maclaurin 展开:

$$X_i(t) = X_i(0) + \dot{X}_i(0)t + \frac{1}{2}\ddot{X}_i(0)t^2 + \frac{1}{6}\ddot{\ddot{X}}_i(0)t^3 + \dots, \tag{33}$$

对于  $t = \Delta t$  的  $C_{i+1}$  状态, 位置增量为

$$\Delta X_i(t) = X_i(0)\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{X}_i(0)(\Delta t)^2 + \frac{1}{6}\ddot{\ddot{X}}_i(0)(\Delta t)^3 + \dots, \tag{34}$$

通常对杆系结构进行展开分析时, 仅考虑  $\Delta t$  的一次 项<sup>[6]</sup>, 得到增分量为

$$\Delta X_i = X_i \Delta t. \tag{35}$$

这样在数值分析时刚性表面的形状会发生较大变 化, 数值解产生违约误差, 且数值解不稳定, 在大多 数情况下需要进行违约校正<sup>[7-8]</sup>. 可采用主动校正 法在每一迭代步后对位置违约进行校正, 然而这种 校正方法计算量大, 且其物理意义不明确. 故本文考 虑  $\Delta t$  的前两次项, 则增分量为

$$\Delta X_i = X_i \Delta t + \frac{1}{2}\ddot{X}_i(\Delta t)^2. \tag{36}$$

将式(30)和(31)代入式(36), 得

$$\Delta X_i = H\alpha \Delta t + \frac{1}{2}(-A^+ AH)\alpha(\Delta t)^2. \tag{37}$$

式中:  $\alpha$  的值与载荷有关.

势能函数  $\pi$  有以下关系:

$$\pi(C_0) > \dots > \pi(C_i) > \dots > \pi(C_f). \quad (38)$$

上述关系表明, 在移行过程中, 外力做功使势能减小, 当到达最后稳定状态时势能为极小值, 在从状态  $C_i$  到  $C_{i+1}$  的增分过程中, 势能的变化值为

$$\Delta\pi(C_i) = \pi(C_{i+1}) - \pi(C_i). \quad (39)$$

势能的变化等于外力做功, 并将式(37)代入得

$$\Delta\pi(C_i) = -\Delta\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{F} = -(\mathbf{H}\alpha)^T \mathbf{F} \Delta t + \frac{1}{2}(\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H} \alpha)^T \mathbf{F} (\Delta t)^2. \quad (40)$$

式中:  $\mathbf{F}$  为可展结构的外荷载向量. 求势能函数最速下降方向, 即势能增量的最速下降方向, 得

$$\text{grad} [\Delta\pi(\alpha_1, \dots, \alpha_p)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta\pi}{\partial \alpha_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Delta\pi}{\partial \alpha_p} \end{bmatrix} = \mathbf{H}^T \mathbf{F} \Delta t - \frac{1}{2}(\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F} (\Delta t)^2. \quad (41)$$

可见, 当

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} = \beta [\mathbf{H}^T \mathbf{F} \Delta t - \frac{1}{2}(\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F} (\Delta t)^2] \quad (42)$$

时, 势能下降最快, 有

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{X}_i &= \mathbf{X}_i \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{X}}_i (\Delta t)^2 = \mathbf{H} \alpha \Delta t + \\ &\frac{1}{2}(-\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H}) \alpha (\Delta t)^2 = \mathbf{H} \mathbf{H}^T \mathbf{F} \beta (\Delta t)^2 - \\ &\frac{1}{2} \mathbf{H} (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F} \beta (\Delta t)^3 - \frac{1}{2} (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H}) \mathbf{H}^T \cdot \\ &\mathbf{F} \beta (\Delta t)^3 + \frac{1}{4} (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H}) (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F} \beta (\Delta t)^4. \end{aligned} \quad (43)$$

此时, 势能的变化值为

$$\begin{aligned} \Delta\pi(C_i) &= -\Delta\mathbf{X}_i^T \cdot \mathbf{F} = -\beta [\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{F} \Delta t - \frac{1}{2} (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \cdot \\ &\mathbf{F} (\Delta t)^2]^T \times \mathbf{H}^T \mathbf{F} \Delta t + \frac{1}{2} \beta \left[ \mathbf{H}^T \mathbf{F} \Delta t - \right. \\ &\left. \frac{1}{2} (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F} (\Delta t)^2 \right]^T \times (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F} (\Delta t)^2 = \\ &-\beta (\mathbf{H}^T \mathbf{F})^T (\mathbf{H}^T \mathbf{F}) (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \beta \times \\ &[(\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F}]^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} (\Delta t)^3 + \frac{1}{2} \beta \times \\ &(\mathbf{H}^T \mathbf{F})^T [(\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F}]^T \mathbf{F} (\Delta t)^3 - \frac{1}{4} \beta \times \\ &[(\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F}]^T (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{H})^T \mathbf{F} (\Delta t)^4. \end{aligned} \quad (44)$$

当可展结构的展开(收纳)目标不是势能最小状态时, 对其进行展开分析需引入如下展开或收纳的目标函数:

$$r = R(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (45)$$

通常,

$$r = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{if})^2 = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_f)^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_f). \quad (46)$$

矢量  $\mathbf{x}_f = [x_{1f}, x_{2f}, \dots, x_{nf}]^T$  表示可展结构需展成的最后状态,  $r$  的值表示了展开或收纳的程度. 当  $r = 0$  时, 展开或收纳过程结束.

## 4 算例

根据以上方法, 利用 Visual C++ 和 OpenGL 编制了可展板壳结构的展开分析程序, 对以下几个算例进行了分析, 以验证本文分析方法的正确性.

**算例1** 图4表示了不稳定板壳结构的运动过程. 在荷载  $F$  的作用下, 不稳定结构从初始状态  $C_0$  经过中间状态  $C_i$  到达最后的稳定状态  $C_f$ . 定义初始位置为零势能位置, 在运动过程中的势能变化如图5所示, 可见最后状态势能  $E$  基本趋于稳定.

**算例2** 图6所示为采用本文方法分析空间可折叠太阳帆板的运动过程, 在展开分析过程中分别

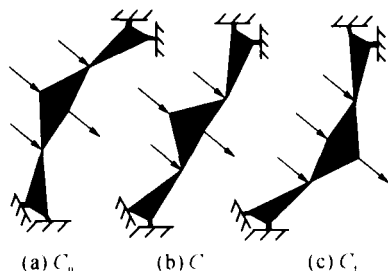


图4 不稳定板链结构的稳定化过程

Fig. 4 Stabilization process of unstable panel chain structure

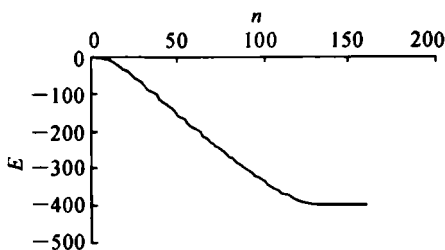


图5 不稳定板链结构在运动过程中的势能变化图

Fig. 5 Potential energy transformation of unstable panel chain structure



图6 具有几何约束的可展太阳帆板的收纳过程

Fig. 6 Folding stages of deployable solar array subjecting to geometrical constraints

取位置增量的前一次项和前两次项进行计算, 得到单个刚性单元的边长和角度余弦值变化如图 7、8 所示. 其中,  $\Delta l$  为杆长变化值,  $\Delta \lambda$  为角度余弦变化值. 可见本文推导的取位置增量的前两次项进行展开分析公式有效地提高了精度.

**算例 3** 图 9 所示为可展反射面望远镜的收纳状态, 其口径为 2.55 m, 焦径比为 0.42, 其展开原理为 6 片相同的镜面绕中心镜片同步展开. 由于使用了刚性表面, 该结构按设计要求展开后能够达到光学精度要求. 这种展开天线的优点是展开可靠, 技术上易于实现, 缺点是展开后不是一个完整的抛物面, 增益小. 图 10 为该结构在展开过程中的位置图, 边

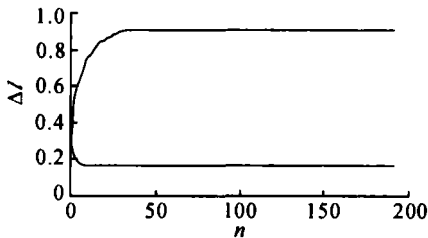


图 7 在不同计算项次下边长计算精度的比较 (初始边长 20)

Fig. 7 Comparison of border length's arithmetic precision under different item (initial border length is 20)

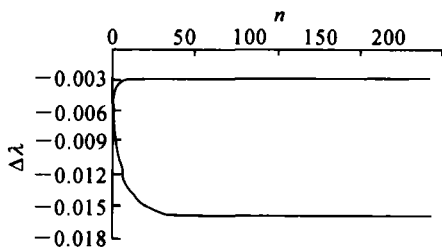


图 8 在不同计算项次下角度计算精度的比较 (初始角度余弦值为 0.704)

Fig. 8 Comparison of angle cosine's arithmetic precision under different item (initial angle cosine is 0.704)

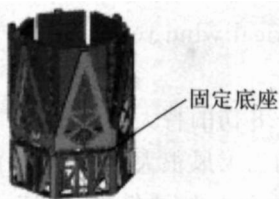


图 9 可展反射面望远镜的收纳状态

Fig. 9 Folded state of deployable reflecting telescope

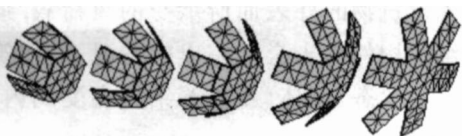


图 10 可展反射面主镜的展开过程

Fig. 10 Simulation of deploying stages of deployable reflecting telescope

界条件为如图 9 所示的底座固定.

## 5 结 语

本文建立了可展板壳结构运动学分析的基本方程式, 利用广义逆矩阵理论分析了可展板壳结构在外荷载作用下的运动过程, 给出了可展结构从收纳 (展开) 状态到展开 (收纳) 状态的分析方法. 与通常的多体系统动力学方法相比, 这种方法的优点是不需要递推建模, 能够简便地分析空间可展板壳结构的复杂运动. 此外, 在分析过程中推导了考虑位置增量高阶项的数值解, 在不需要进行违约修正的情况下能够得到很好的展开分析精度. 基于程序的数值算例验证了分析过程的正确性和数值解的高精度.

## 参考文献 (References):

- [1] GUEST S D, PELLEGRINO S. A new concept for solid surface deployable antennas [J]. *Acta Astronautica*, 1996, 38(2): 103 - 113.
- [2] GUEST S D, PELLEGRINO S. Design optimization of a solid surface deployable reflector [C] // *IUTAM Symposium on Optimization of Mechanical Systems*. Stuttgart: Kluwer Academic Publishers, 1995: 105 - 112.
- [3] 陈务军, 关富玲, 董石麟, 等. 空间可展开桁架结构展开过程分析的理论和方法[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2000, 34(4): 382 - 387.  
CHEN Wu-jun, GUAN Fu-ling, DONG Shi-lin, et al. Theory and approach of deployment analysis for deployable space truss structures [J]. *Journal of Zhejiang University: Engineering Science*, 2000, 34(4): 382 - 387.
- [4] 陈向阳, 关富玲. 可展桁架结构展开过程分析[J]. 应用力学学报, 2002, 19(2): 52 - 55.  
CHEN Xiang-yang, GUAN Fu-ling. Deployable simulation for deployable trusses [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2002, 19(2): 52 - 55.
- [5] 何旭初. 广义逆矩阵的基本理论和计算方法[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1985.
- [6] 吴明儿, 关富玲. 可展结构的展开分析[J]. 杭州电子工业学院学报, 1993, 13(2): 13 - 21.  
WU Ming-er, GUAN Fu-ling. Analytical shape finding for deployable structures [J]. *Journal of Hangzhou Institute of Electronic Engineering*, 1993, 13(2): 13 - 21.
- [7] YOON S, HOWE R M, GREENWOOD D T. Geometric elimination of constraint in numerical simulation of Lagrangian equations [J]. *Journal of Mechanical Design*, 1994, 116(4): 1058 - 1064.
- [8] 余永辉, 关富玲, 陈向阳. 可展桁架运动过程动力学模拟[J]. 计算力学学报, 2005, 22(2): 197 - 201.  
YU Yong-hui, GUAN Fu-ling, CHEN Xiang-yang. Dynamic simulation for deployable trusses [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2005, 22(2): 197 - 201.