大学物理

张磊 （13072919527）
B824，Cyrus Tang Building

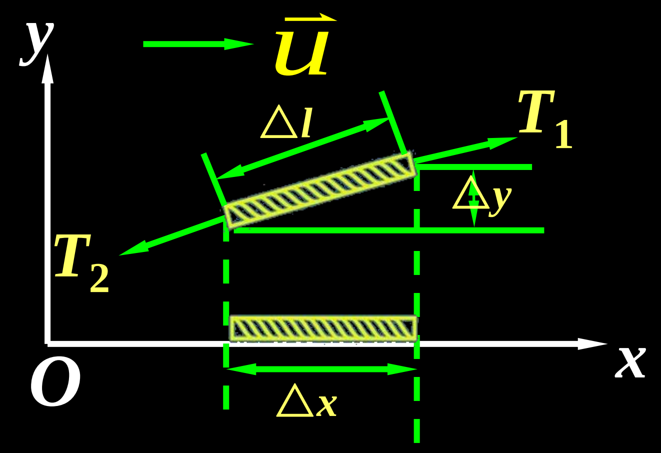
§ 13.3 波的能量

波动过程 → $\begin{cases}\text{质元由静止开始振动}\\\text{质元也发生形变}\end{cases}$ → 波动过程是能量的传播过程

一. 波的能量和能量密度

以绳索上传播的横波为例：设波沿x 方向传播，取线元

$$\Delta m=\mu\Delta x$$



线元的动能为

$$W_k=\frac{1}{2}\Delta m\upsilon^2=\frac{1}{2}\Delta m(\frac{\partial y}{\partial t})^2 \quad ①$$

线元的势能（原长为势能零点）为

$$W_p=T(\Delta l-\Delta x)$$

其中 $\Delta l=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}=\Delta x[1+(\frac{\Delta y}{\Delta x})^2]^{1/2}$

$$\approx \Delta x[1+(\frac{\partial y}{\partial x})^2]^{1/2}\approx \Delta x[1+\frac{1}{2}(\frac{\partial y}{\partial x})^2]$$

$$W_p\approx\frac{1}{2}T\Delta x(\frac{\partial y}{\partial x})^2 \qquad ②$$

线元的机械能为 $W=W_k+W_p$ ③

将 $T=u^2\mu$ 和 $y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$ 代入①、②、③

$$W_k=\frac{1}{2}\mu\Delta x(\frac{\partial y}{\partial t})^2=\frac{1}{2}\mu\Delta xA^2\omega^2\sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

$$W_p=\frac{1}{2}T\Delta x(\frac{\partial y}{\partial x})^2=\frac{1}{2}\mu\Delta xA^2\omega^2\sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

说明

(1) 波的周期和频率与媒质的性质无关；一般情况下，与波源振动的周期和频率相同 。

(2) 波速实质上是相位传播的速度，故称为相速度； 其大小主要决定于媒质的性质，与波的频率无关。

例如：

a. 拉紧的绳子或弦线中横波的波速为：

$$\boxed{u_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

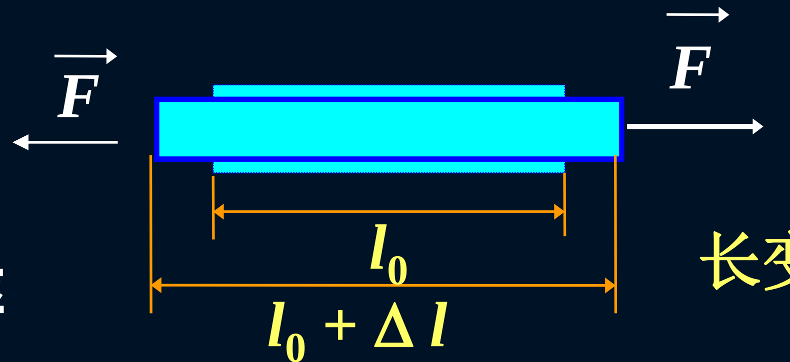
$\left\{ \begin{array}{l} T \text{ — 绳的初始张力} \\ \mu \text{ — 质量线密度} \end{array} \right.$

b. 均匀细棒中，纵波的波速为：

$$u_l = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

$\left\{ \begin{array}{l} Y \text{ — 固体棒的杨氏模量} \\ \rho \text{ — 固体棒的体密度} \end{array} \right.$

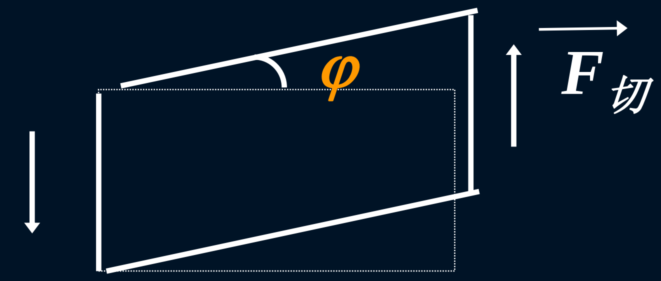
$$\frac{F}{S} = Y\frac{\Delta\ell}{\ell_0}$$



长变

c. 固体媒质中传播的横波速率

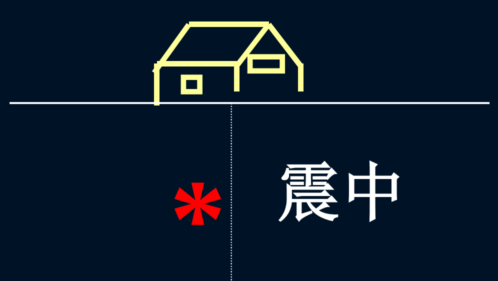
$$u_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \begin{cases} G \text{ — 固体的切变弹性模量} \\ \rho \text{ — 固体密度} \end{cases}$$



切变

$$\frac{F}{S} = G\varphi = G\frac{\Delta x}{h}$$

$\because G < Y$，固体中 $u_{横波} < u_{纵波}$



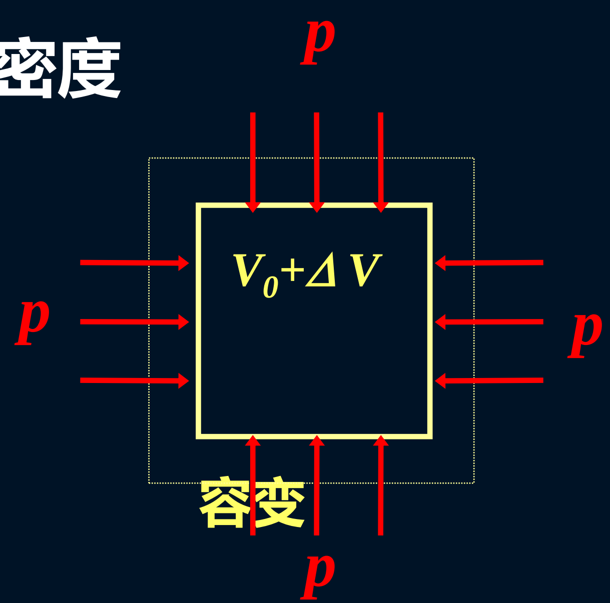
d. 液体和气体只能传播纵波，其波速由下式给出

$$u_l = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B — 流体的容变弹性模量

ρ — 流体的密度

$$\Delta p = -B\frac{\Delta V}{V_0}$$



e. 稀薄大气中的纵波波速为

$$u_l = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$$

γ — 气体摩尔热容比

M — 气体摩尔质量

R — 气体摩尔常数

声波是______(填“横波”或“纵波”).若声波波源是置于空气中的一个球面物，它发出的球面简谐波在与球心相距r_0处的振动振幅为A_0，不计空气对声波能量吸收等引起的损耗，则在 $r>r_0$ 处声波振动振幅为$A=$________。

解: 声波是纵波

波的强度(能流密度) $I \propto A^2$

r_0处的平均能流密度为 $I_0 = kA_0^2$

r处的平均能流密度为 $I = kA^2$

不计能量的损耗，有 $4\pi r_0^2 I_0 = 4\pi r^2 I$

$$\therefore \quad A = \frac{r_0}{r} A_0$$

例　一平面简谐波在弹性介质中传播，在某一瞬时，介质中某质元正处于平衡位置，此时它的能量是

(1) 动能为零，势能最大。

(2) 动能为零，势能为零。

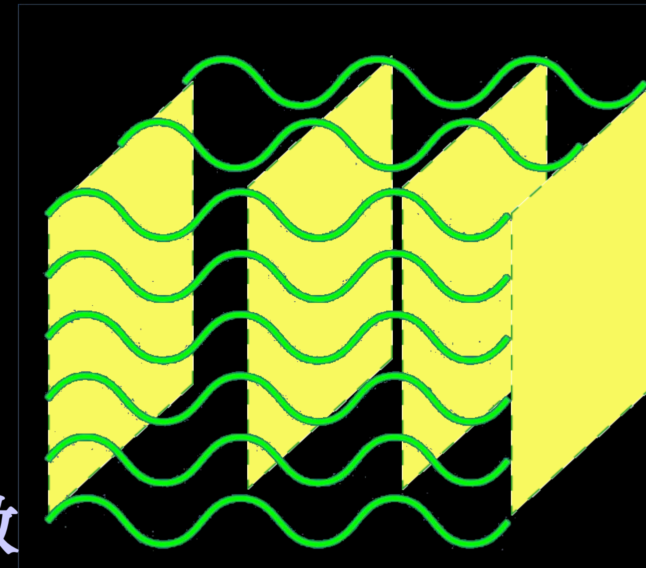
(3) 动能最大，势能最大。

(4) 动能最大，势能为零。

平面简谐波

简谐振动 $\longrightarrow$ 平面简谐波的波函数

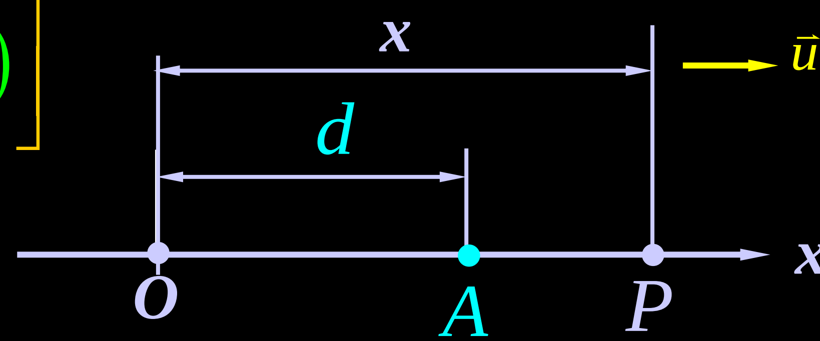
已知 $y_A = A\cos(\omega t + \varphi_A)$



→ 沿 +x 方向传播的一维简谐波的波函数

$$y_p = A\cos\left[\omega t + \varphi_A - \frac{2\pi}{\lambda}(x-d)\right]$$

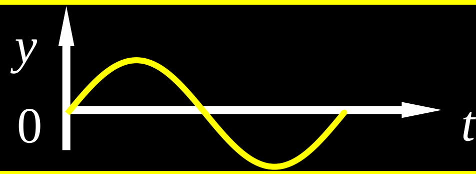
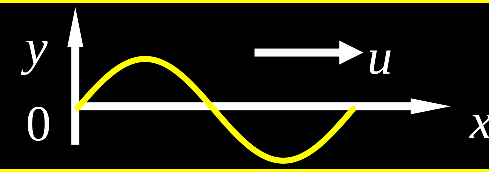
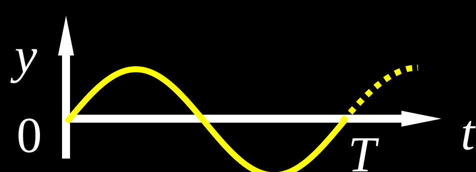
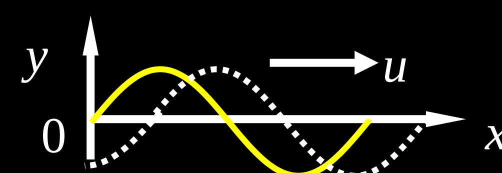
$$= A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x-d}{u}\right) + \varphi_A\right]$$



→ 沿 −x 方向传播的一维简谐波的波函数

$$y_p = A\cos\left[\omega t + \varphi_A + \frac{2\pi}{\lambda}(x-d)\right] = A\cos\left[\omega\left(t + \frac{x-d}{u}\right) + \varphi_A\right]$$

波动图像与振动图像的比较

	振动图像	波动图像
图像		
横坐标	时 间	质点的平衡位置
研究对象	一个质点	介质中的各个质点
物理意义	反映一个质点相对平衡位置的位移随时间的变化规律	反映某时刻介质中各质点相对平衡位置的位移值的波形
提供的物理信息	振幅、周期；任一时刻质点的位移、加速度、振动方向	振幅、波长；该时刻各质点的位移、加速度；已知波的传播方向可确定该时刻各质点的振动方向，反之亦然
图像变化		
形象比喻	拍一个人跳舞的录像	拍许多人跳舞的一张照片

1. 要写出平面简谐波的波函数，须知：

1) 某参考点的振动方程(知 A, ω, ϕ)

2).波的传播方向

3).波长λ (或 u)

设已知参考点 a （坐标为d）的振动表达式为

$$y_a = A\cos(\omega t + \varphi_a)$$

任意的P点的振动： A和 ω均与a点的相同, 沿+ x 方向传播，所以位相比a点落后 (2π/λ)(x - d). (对任意的 x 值都成立!)

∴P 点的振动表达式为

$$\boxed{y_p = A\cos[\omega t + \varphi_a - \frac{2\pi}{\lambda}(x - d)]}$$

称为沿+ x 方向的一维简谐波的波函数

2. 注意区别波形曲线和振动曲线

波形曲线 y—x ， 振动曲线 y—t

波形曲线上应标明 时刻 t 、传播方向u

振动曲线上应标明 哪个质元 x

3. 要求掌握

1) 由某时刻的波形曲线

→ 画出另一时刻的波形曲线

2) 由某时刻的波形曲线

→确定某些质元的振动趋势

→画出这些质元的振动曲线

3) 由某质元的振动曲线

→画出某时刻的波形曲线

波的能量

波动过程是能量的传播过程。

在波的传播过程中，媒质中任一质元的动能和势能是同步变化的，即$W_k=W_p$。质元机械能随时空周期性变化，表明质元在波传播过程中不断吸收和放出能量；

能量密度 $$w(x,t)=\frac{W}{S\Delta x}=\rho A^2\omega^2\sin^2[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

能流密度 $$\vec{J}=w\vec{u}$$

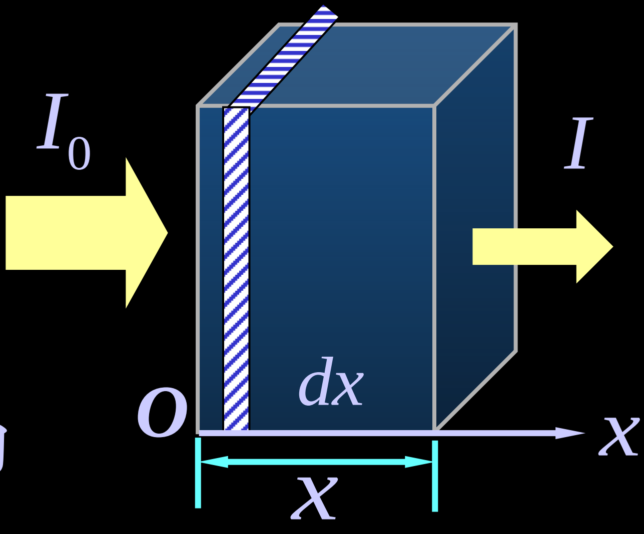
平均能量密度 $$\overline{w}=\frac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

平均能流密度(波的强度) $$I=\overline{J}=u\overline{w}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$

四. 波的吸收

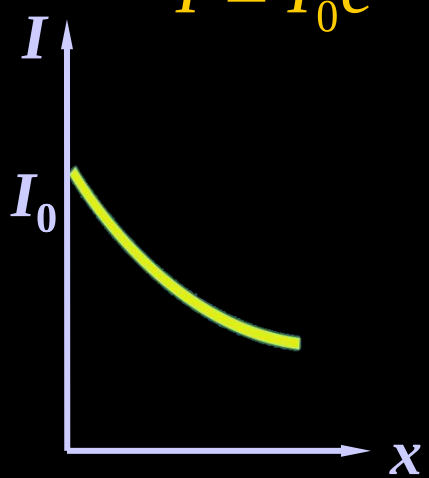
吸收媒质，实验表明

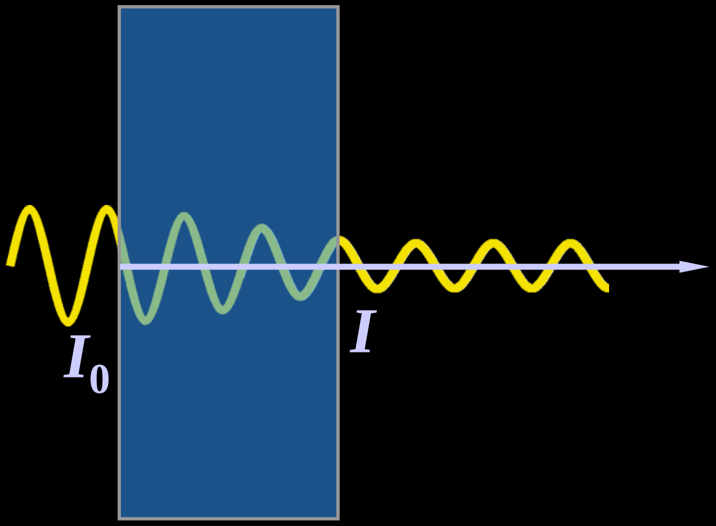
$$\mathrm{d}I = -\alpha I \mathrm{d}x$$



α 为介质吸收系数，与介质的性质、温度及波的频率有关

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$



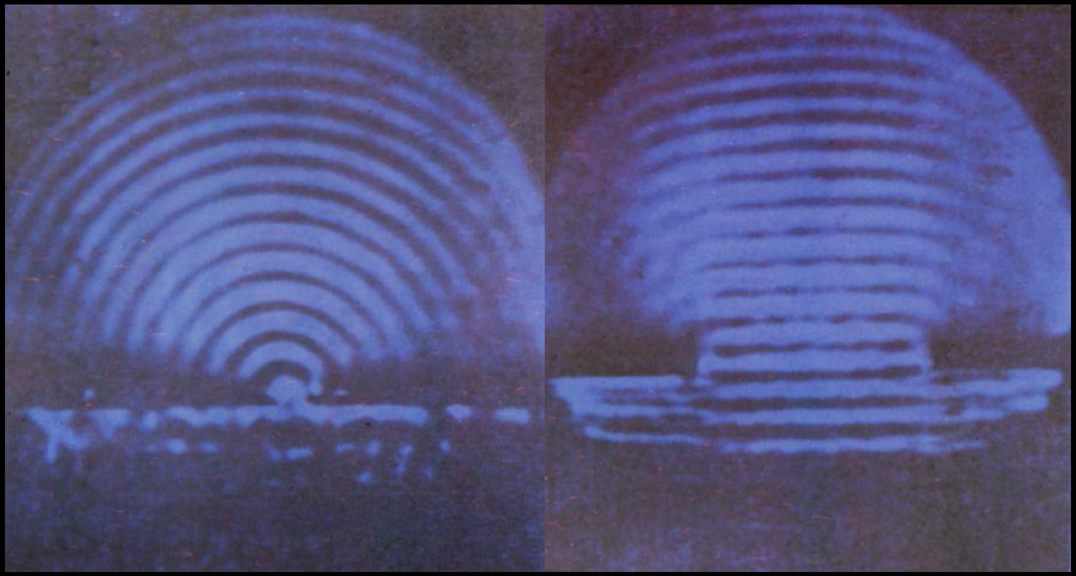


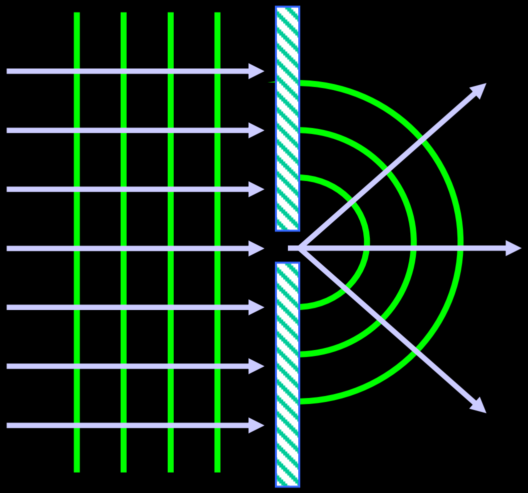
无吸收 平面波 $A_1 = A_2$

球面波 $A_1 r_1 = A_2 r_2$ $y(r,t) = \dfrac{A_0}{r}\cos[\omega(t - \dfrac{r}{u}) + \varphi_0]$

有吸收 $I = I_0 e^{-\alpha x}$

§13.4 惠更斯原理





1690年，荷兰物理学家惠更斯提出：

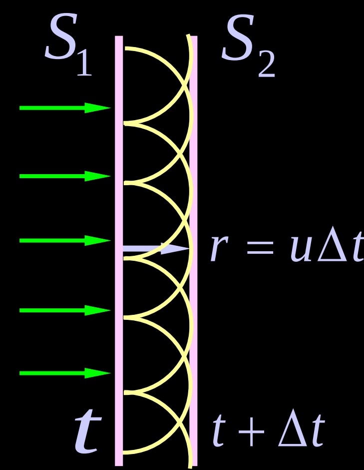
(1) 行进中的波面上任意一点都可看作是新的子波源；

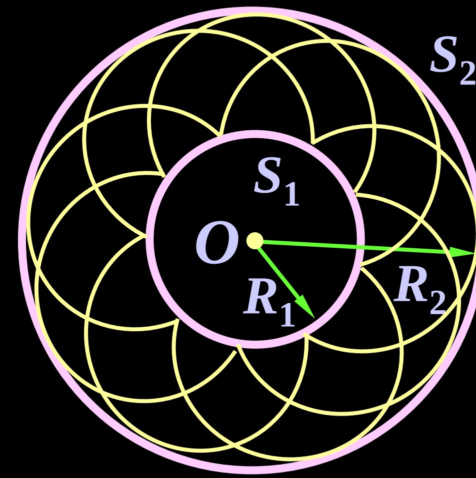
(2) 所有子波源各自向外发出许多子波；

(3) 各个子波所形成的包络面，就是原波面在一定时间内所传播到的新波面。

说明

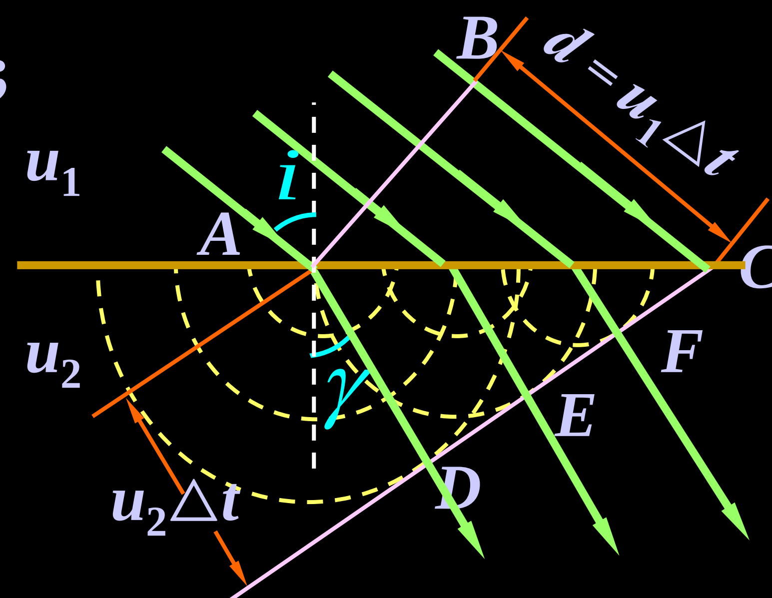
(1) 已知某一时刻波前，可用几何方法决定下一时刻波前；





(2) 亦适用于电磁波，非均匀和各向异性媒质；

(3) 解释衍射、反射、折射现象；



由几何关系知：

$$\frac{\sin i}{\sin \gamma} = \frac{u_1 \Delta t}{u_2 \Delta t} = \frac{u_1}{u_2}$$

(4) 不足之处（未涉及振幅，相位等的分布规律）。

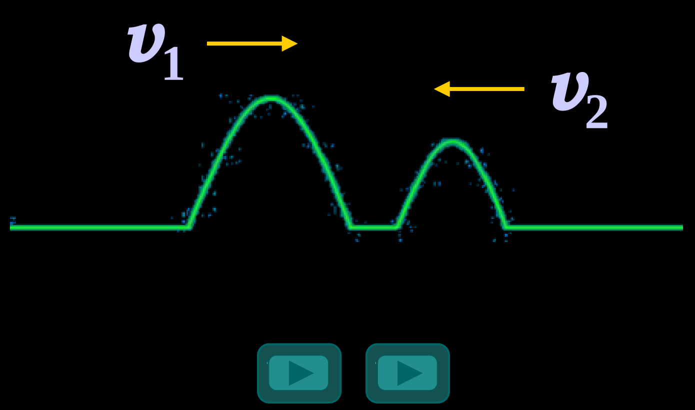
§13.5 波的干涉

波传播的独立性：

当几列波在传播过程中在某一区域相遇后再行分开，各波的传播情况与未相遇一样，仍保持它们各自的频率、波长、振动方向等特性继续沿原来的传播方向前进。

叠加原理：

在波相遇区域内，任一质点的振动，为各波单独存在时所引起的振动的合振动。



注意 波的叠加原理仅适用于**线性波**的问题

相干波与相干条件

一般情况下，各个波的振动方向和频率均不同，相位关系不确定，叠加的合成波较为复杂。

- **干涉现象**

当两列（或多列）**相干波**叠加的结果，其合振幅 A 和合强度 I 在空间形成一种**稳定的分布**，即**某些点上的振动始终加强，某些点上的振动始终减弱**。 —— **波的干涉**

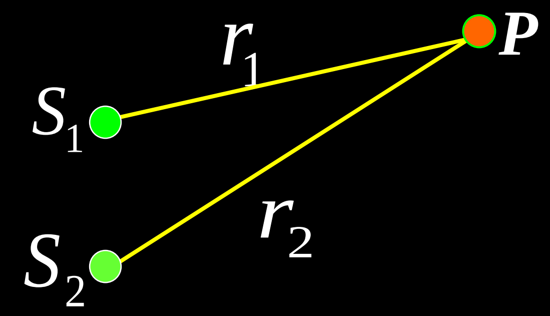
- **相干条件**　**频率相同、振动方向相同、相位差恒定**
- **相干波**　满足相干条件的波
- **相干波源**　产生相干波的波源

干涉规律

相干条件:1.频率相同、2.振动方向相同、3.相位差恒定。

S_1 $\quad y_{01}=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$

S_2 $\quad y_{02}=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$



P $\quad y_1=A_1\cos(\omega t-2\pi\frac{r_1}{\lambda}+\varphi_1)$

$$y_2=A_2\cos(\omega t-2\pi\frac{r_2}{\lambda}+\varphi_2)$$

根据叠加原理可知，P 点处振动方程为

$$y=y_1+y_2=A\cos(\omega t+\varphi)$$

- 合振动的振幅

$$A^2=A_1{}^2+A_2{}^2+2A_1A_2\cos[\varphi_2-\varphi_1-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}]$$

- P 点处波的强度 $I=I_1+I_2+\boxed{2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi}$

干涉项

相位差 $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi \dfrac{\boxed{r_2 - r_1}}{\lambda}$ 波程差

- 空间点振动的情况分析 —— $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$

当 $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi \dfrac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm 2k\pi \qquad k = 0,1,2,\cdots$

$$A_{\max} = A_1 + A_2 \qquad I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

振动加强 or 干涉相长

当 $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi \dfrac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm(2k+1)\pi \qquad k = 0,1,2,\cdots$

$$A_{\min} = |A_1 - A_2| \qquad I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

振动减弱 or 干涉相消

讨论

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

(1) 若 $\varphi_1 = \varphi_2$

干涉相长 $\delta = r_1 - r_2 = \pm k\lambda, \qquad k = 0,1,2,\cdots$

干涉相消 $\delta = r_1 - r_2 = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, \qquad k = 0,1,2,\cdots$

(2) 若 $A_1 = A_2 = A$

干涉相长 $A_{max} = 2A \qquad I_{max} = 4I_0$

干涉相消 $A_{min} = 0 \qquad I_{min} = 0$

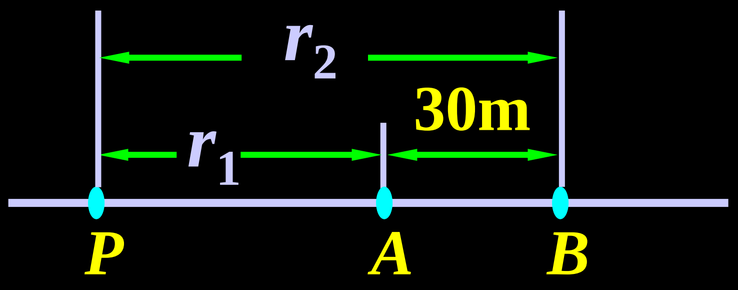
从能量上看，当两相干波发生干涉时，在两波交叠的区域，合成波在空间各处的强度并不等于两个分波强度之和，而是发生重新分布。这种新的强度分布是**时间上稳定的、空间上强弱相间**具有**周期性**的一种分布。

例 A、B 为两相干波源，距离为 30 m，振幅相同，ω 相同，初相差为 π，$u = 400$ m/s，$f = 100$ Hz。

求 A、B 连线上因干涉而静止的各点位置。

解

$$\lambda = \frac{u}{f} = 4\ \mathrm{m}$$



$$\delta = r_2 - r_1 = \pm 30\ \mathrm{m}$$

$$\Delta\varphi = \pi - \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \pi \pm \frac{2\pi}{4} \times 30 = \begin{cases} 16\pi & （P\text{ 在 }B\text{ 右侧}） \\ -14\pi & （P\text{ 在 }A\text{ 左侧}） \end{cases}$$

$I = I_{\max}$（即在两侧干涉相长，不会出现静止点）

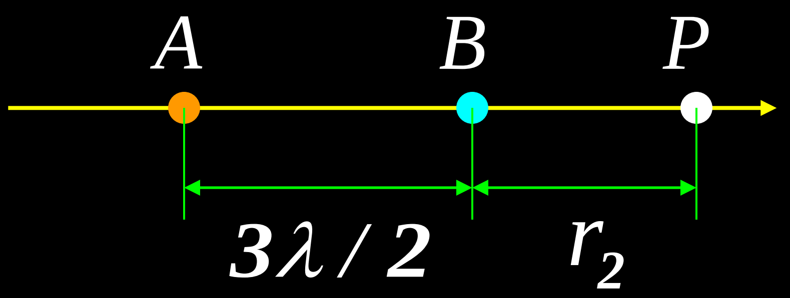
P 在 A、B 中间 $\quad \delta = r_2 - r_1 = r_1 + r_2 - 2r_1 = 30 - 2r_1$

$$\Delta\varphi = \pi - \frac{2\pi}{\lambda}\delta = -14\pi + \pi r_1 = \pm(2k+1)\pi$$ 干涉相消

$$r_1 = 14 \pm (2k+1) \qquad k = 0,1,2,\cdots 7$$

（在 *A*，*B* 之间距离*A* 点为 r_1=1,3,5,…,29 m 处出现静止点）

例 如图所示，有两个相干波源 A, B ，已知两波振幅相同，两波源的初相差为零，两波源相距差 $3\lambda/2$ 试求：连线上一点 P 的相位差和叠加振动的振幅。



解：P 点的相位差：

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}$$

$$= 0 - \frac{2\pi(r_2 - r_2 - \frac{3}{2}\lambda)}{\lambda} = 3\pi$$ 减弱条件

P 点的叠加振幅：

$$A_P{}^2 = A_1{}^2 + A_2{}^2 + 2A_1A_2\cos[3\pi] = 0$$ 干涉相消

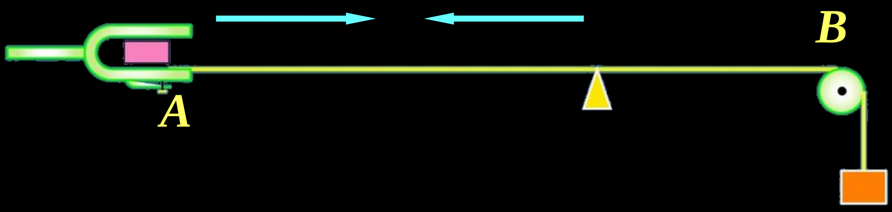
$\Rightarrow I_P = 0$

• 注意相位差与波程差在波叠加中的作用

§13.6 驻波

两列等振幅相干波相向传播时叠加形成驻波

一. 弦线上的驻波实验



波腹　　　　波节

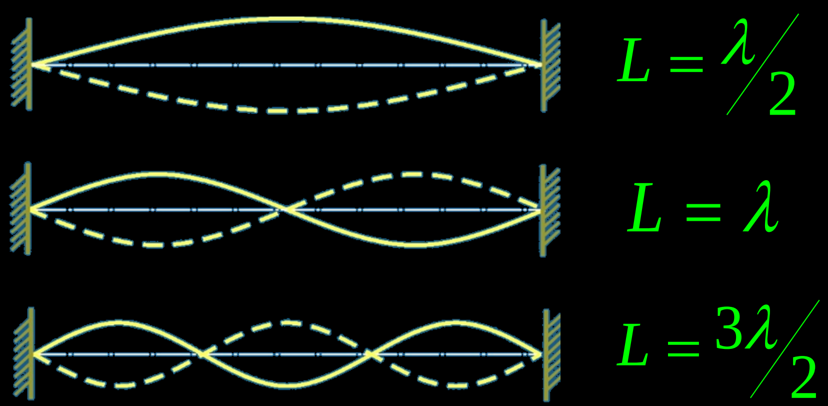
驻波条件：$L = n\dfrac{\lambda}{2}$

$n = 1,2,3\cdots$

二. 驻波波函数

$$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})$$

$$y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})$$



$$y = y_1 + y_2 = A[\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})]$$
$$= (2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda})\cdot\cos 2\pi\ \nu t = A'(x)\cos\omega t$$

讨论

(1) $A'(x) = 2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$，**即驻波是各质点振幅按余弦分布的特殊谐振动**

波腹($A' = A'_{max}$)： 当 $\left|\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right| = 1$ 时 $2\pi\frac{x}{\lambda} = k\pi$

$$x = k\frac{\lambda}{2},\qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

波节($A' = A'_{min}$)： 当 $\left|\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right| = 0$ 时 $2\pi\frac{x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$$x = (2k+1)\frac{\lambda}{4},\qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

相邻两波腹之间的距离：

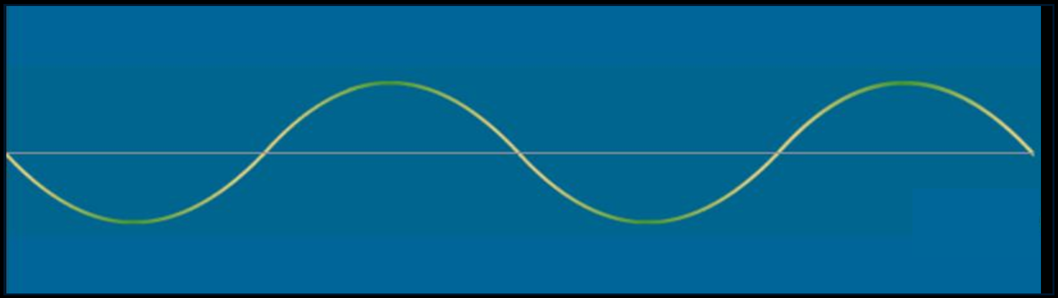
$$x_{k+1}-x_k=(k+1)\frac{\lambda}{2}-k\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{2}$$

相邻两波节之间的距离：

$$x_{k+1}-x_k=[2(k+1)+1]\frac{\lambda}{4}-(2k+1)\frac{\lambda}{4}=\frac{\lambda}{2}$$

(2) 所有波节点将媒质划分为长 $\lambda/2$ 的许多段，每段中各质点的振动振幅不同，但相位皆相同；而相邻段间各质点的振动相位相反；**即驻波中不存在相位的传播。**

$$y=A'(x)\cos\omega t$$



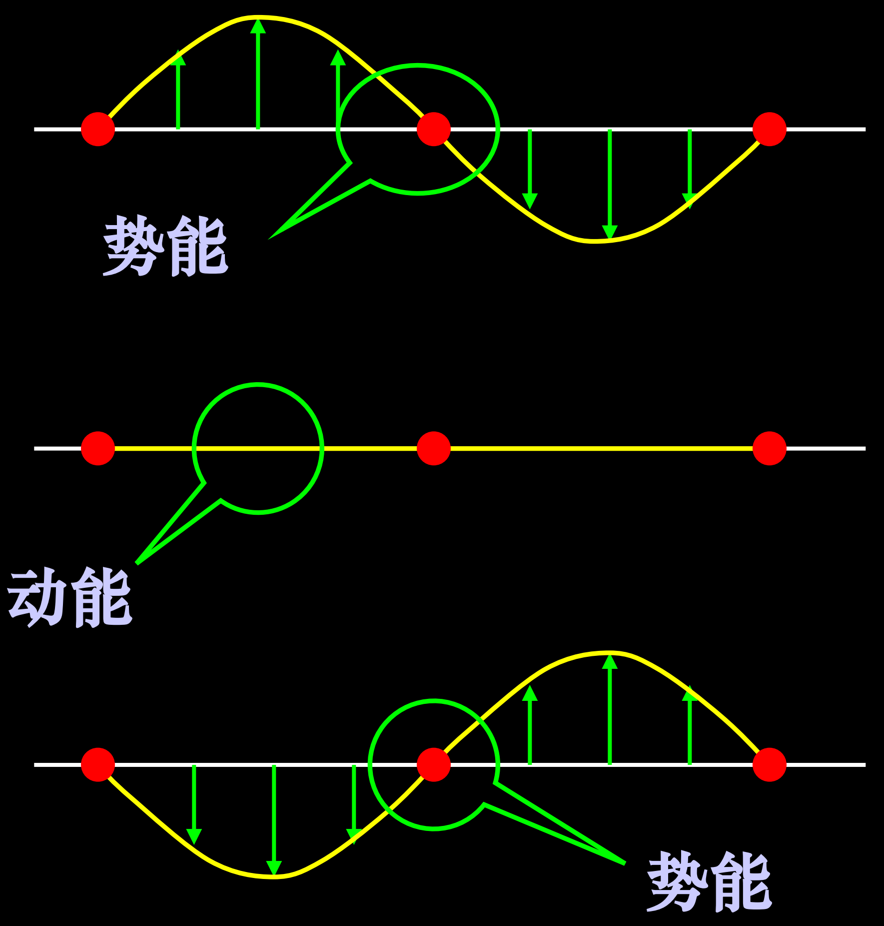
(3) 没有能量的定向传播

能量只是在波节和波腹之间，进行动能和势能的转化。

$t = 0$

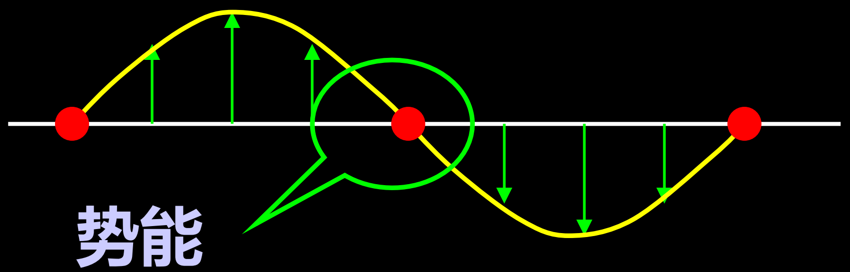
$t = \frac{T}{4}$

$t = \frac{T}{2}$



没有能量的定向传播。能量只是在波节和波腹之间，进行动能和势能的转化。这是“驻”的另一层含义。

$t = 0$



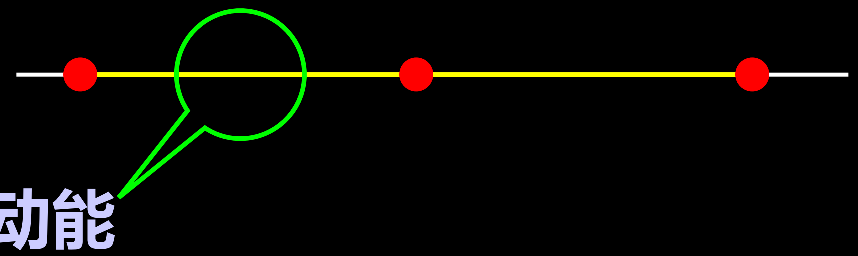
各质点的位移都同时达到各自的最大值时，其动能均为零。全部能量是势能。

但波节处的质元相对形变大，弹性势能大。

波腹处的质元形变为零，势能为零。

因此，能量主要集中波节附近。

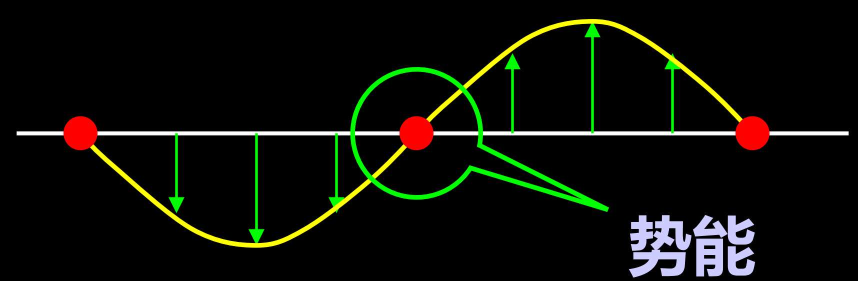
$$t = \frac{T}{4}$$



当各质元同时通过平衡位置时，各质元均无形变，势能为零。能量全部是动能。

由于波腹处的质元速度最大，动能最大，因而能量主要集中于波腹附近。

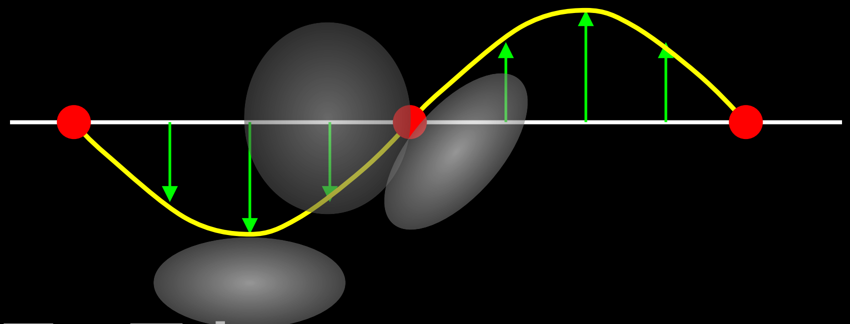
$$t = \frac{T}{2}$$



结论

从整个运动过程看，能量在相邻的波腹，波节间来回转换，它限制在以相邻的波腹和波节为边界的长为 $\frac{\lambda}{4}$ 的小区段中。

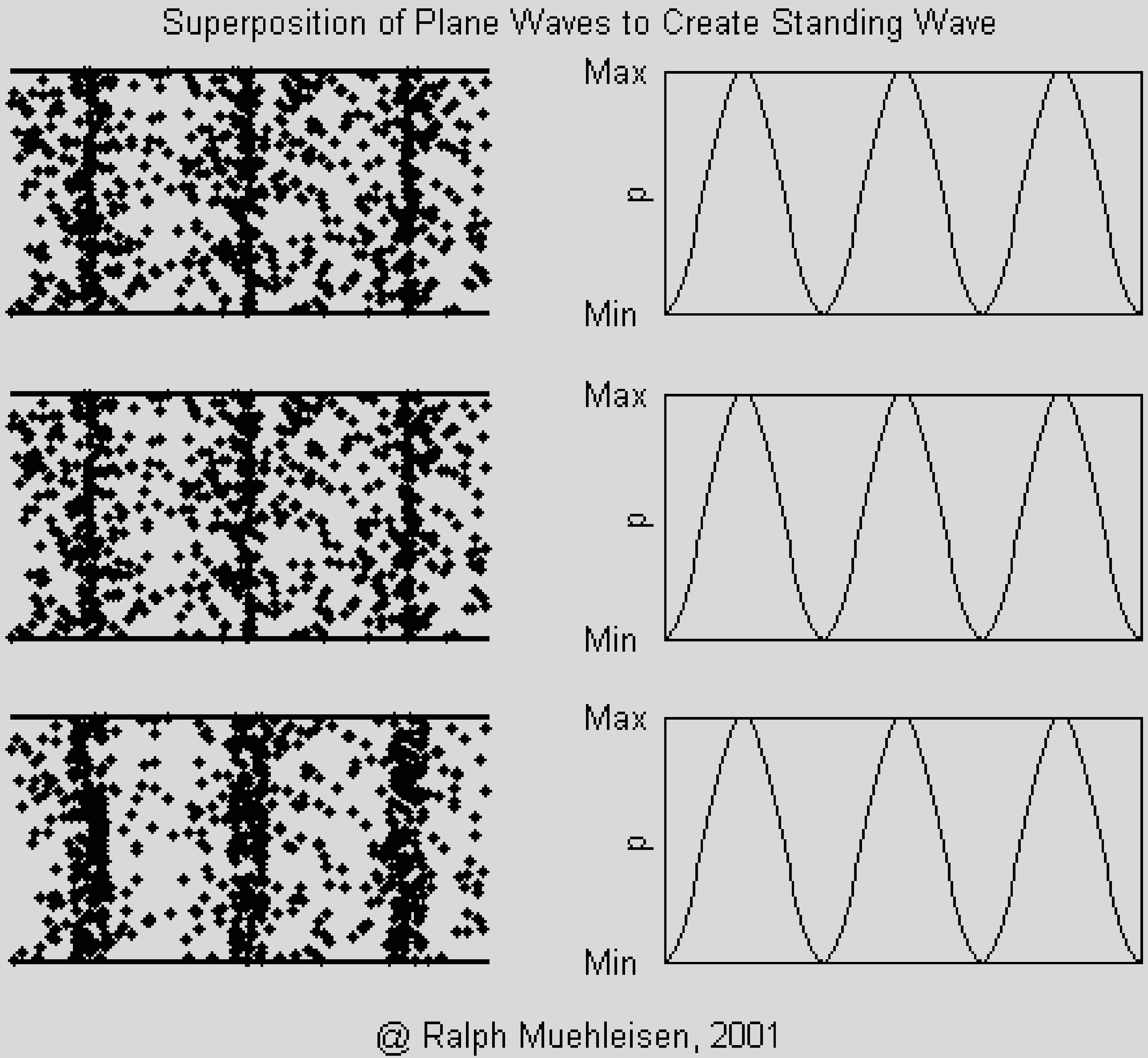
波节两侧的媒质互不交换能量，波腹两侧的媒质也互不交换能量。



问题

驻波的能量那里去了?

从能流情况看，两列波的平均能流相等，但传播的方向相反，故叠加后的平均能流等于零。即驻波没有单方向的平均能流，驻波不能传播能量。


Superposition of Plane Waves to Create Standing Wave
Max
p
Min
Max
p
Min
Max
p
Min
@ Ralph Muehleisen, 2001

(4) **简正模式：** 特定的振动方式称为系统的简正模式。

弦线上形成驻波的条件： $L = n\dfrac{\lambda}{2} \quad (n = 1,2,3,\cdots)$

驻波频率则为： $\nu = \dfrac{u}{\lambda} = \dfrac{nu}{2L} \quad （n = 1,2,3,\cdots）$

(5) **半波损失**

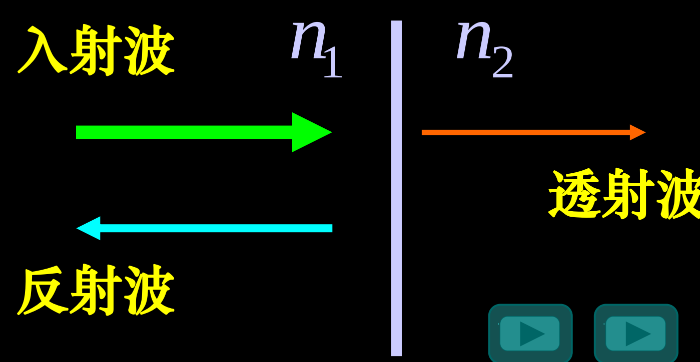
反射点为**波节**，表明入射波与反射波在该点**反相**。

$$\Delta\varphi = \pi \quad \Longrightarrow \quad \Delta r = \frac{\lambda}{2\pi}\Delta\varphi \quad \Longrightarrow \quad \Delta r = \frac{\lambda}{2}$$

相当于入射波与反射波之间附加了半个波长的波程差

$n_1 < n_2$ 有半波损失（波节）

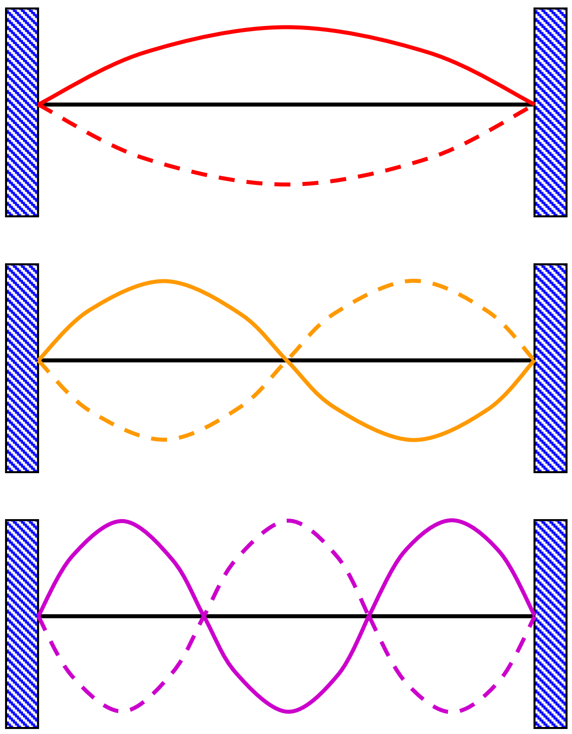
$n_1 > n_2$ 无半波损失（波腹）



透射波没有半波损失

两端固定的弦振动的简正模式

$$l = n\frac{\lambda_n}{2}$$



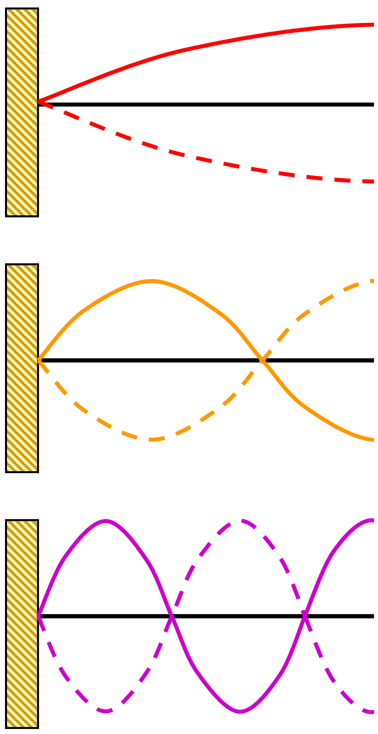
$$l = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$l = \frac{2\lambda_2}{2}$$

$$l = \frac{3\lambda_3}{2}$$

一端固定一端自由的弦振动的简正模式

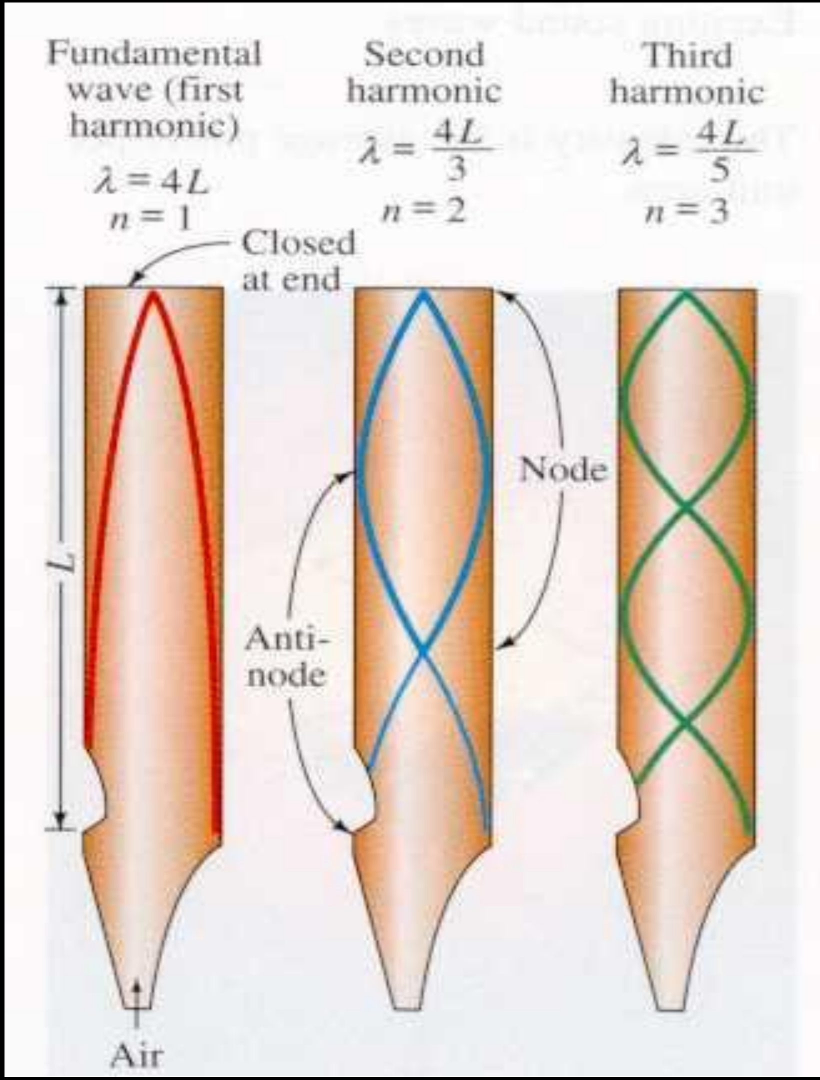
$$l = (n - 1/2)\frac{\lambda_n}{2}$$



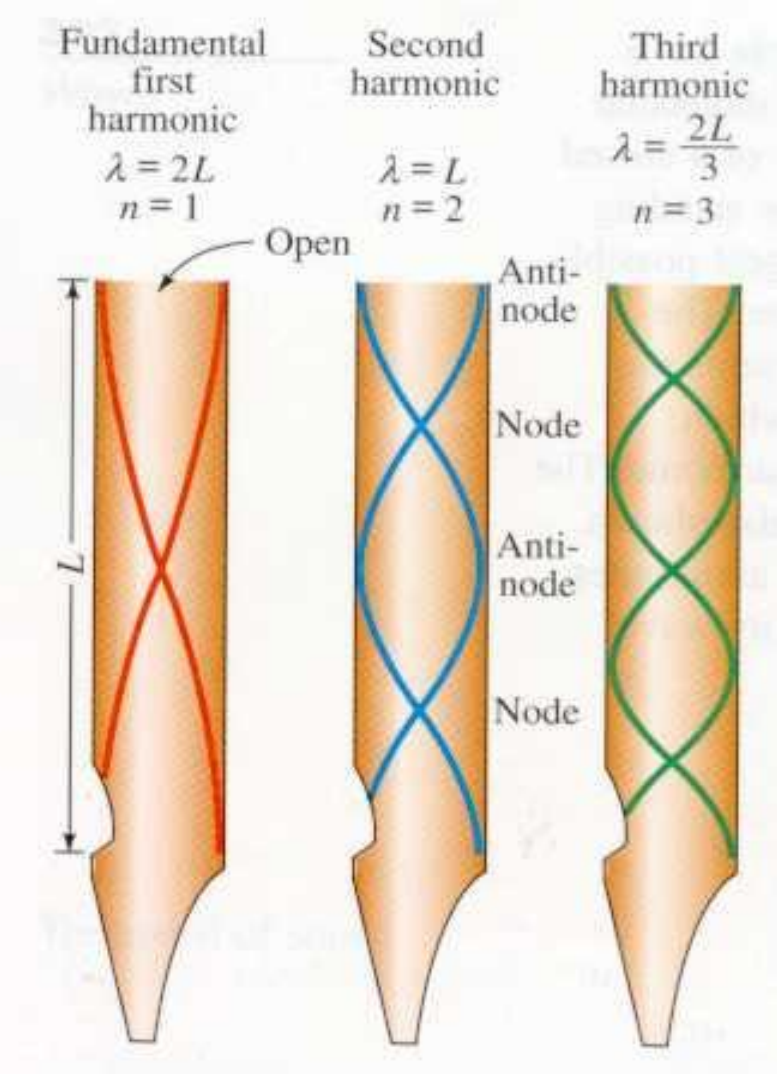
$$l = \frac{\lambda_1}{4}$$

$$l = \frac{3\lambda_2}{4}$$

$$l = \frac{5\lambda_3}{4}$$

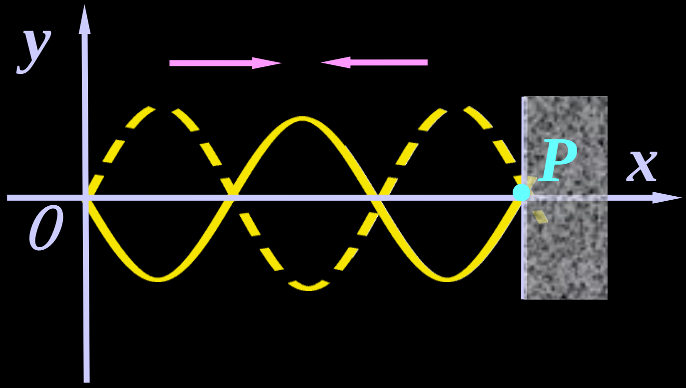


末端封闭的笛中的驻波



末端开放的笛中的驻波

半波损失和反射波波函数



$$y_{入射波}(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

$$y_{反射波}(x,t) = ?$$

若入射波从**波疏介质**向**波密介质**传播 → 反射点P → **波节**

入射波在 P 点的振动和反射波在 P 点的振动始终**反相**！

$$\boxed{y_{入射波}(x_P,t) = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x_P}{u}\right)+\varphi_0\right]}$$

$$\boxed{y_{反射波}(x_P,t) = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x_P}{u}\right)+\varphi_0 \pm \pi\right]} \longrightarrow \boxed{y_{反射波}(x,t)}$$

而对于入射波从波密介质向波疏介质传播发生反射以及两种情况下的透射，则无半波损失现象！

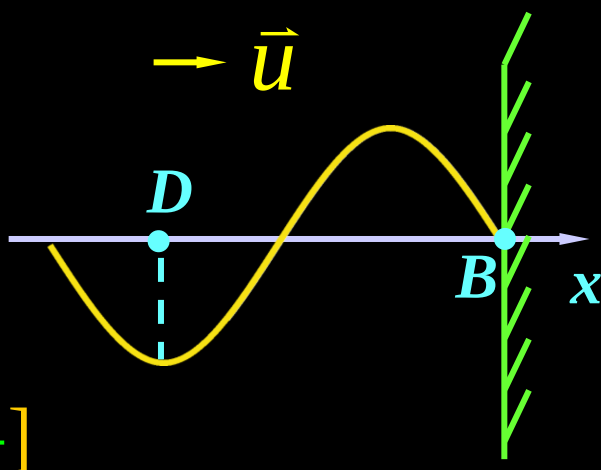
例 平面简谐波初始时刻的波形如图，此波波速为 u ，沿 x 方向传播，振幅为 A，频率为 f 。

求 (1) 以 D 为原点，写出波函数； → 反射波波函数?

(2) 以 B 为反射点，且为波节，若以 B 为 x 轴坐标原点，写出入射波、反射波波函数；

(3) 以 B 为反射点，求合成波，并分析波节、波腹的坐标。

解 (1) $y(x,t) = A\cos[2\pi f(t - \frac{x}{u}) + \pi]$



(2) $y_{入}(x,t) = A\cos[2\pi f(t - \frac{x}{u}) - \frac{\pi}{2}]$

$y_{反}(x,t) = A\cos[2\pi f(t + \frac{x}{u}) + \frac{\pi}{2}]$

(3) $y(x,t) = y_{入} + y_{反} = 2A\cos(2\pi f\frac{x}{u} + \frac{\pi}{2})\cos 2\pi ft$

$$= -2A\sin 2\pi f\frac{x}{u}\cos 2\pi ft$$

波腹 $\left|\sin 2\pi f\frac{x}{u}\right| = 1$ $2\pi f\frac{x}{u} = \frac{2k+1}{2}\pi$

$$x = \frac{2k+1}{4}\cdot\frac{u}{f} = \frac{2k+1}{4}\lambda \quad k = -1,-2,-3\cdots$$

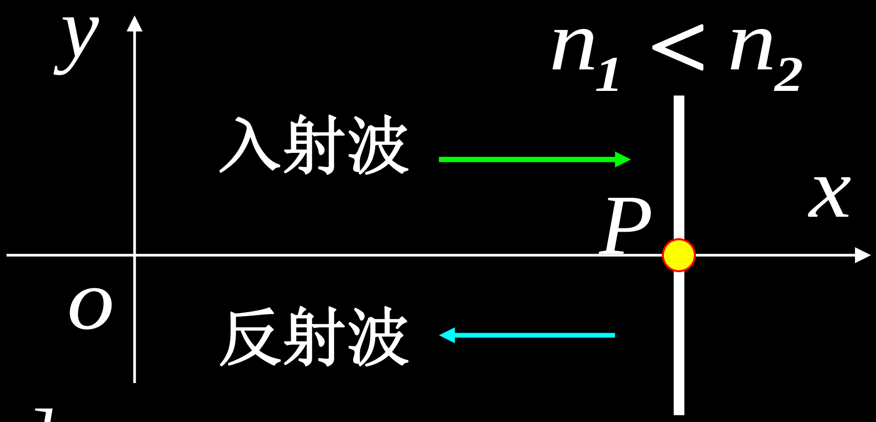
波节 $\left|\sin 2\pi f\frac{x}{u}\right| = 0$ $2\pi f\frac{x}{u} = k\pi$

$$x = \frac{k}{2}\cdot\frac{u}{f} = \frac{k}{2}\lambda \quad k = 0,-1,-2,-3\cdots$$

例2 如图所示，$x_0 = 5\lambda$

$$y_{入} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})]$$

求反射波和驻波的波节，波腹点。



解：$y_{入P} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T}) - 10\pi]$

$$y_{反P} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T}) - 11\pi]$$

$$y_{反O} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T}) - 21\pi]$$

$$y_{反} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) - 21\pi]$$

- 波节点：

$$x = \frac{k\lambda}{2}$$

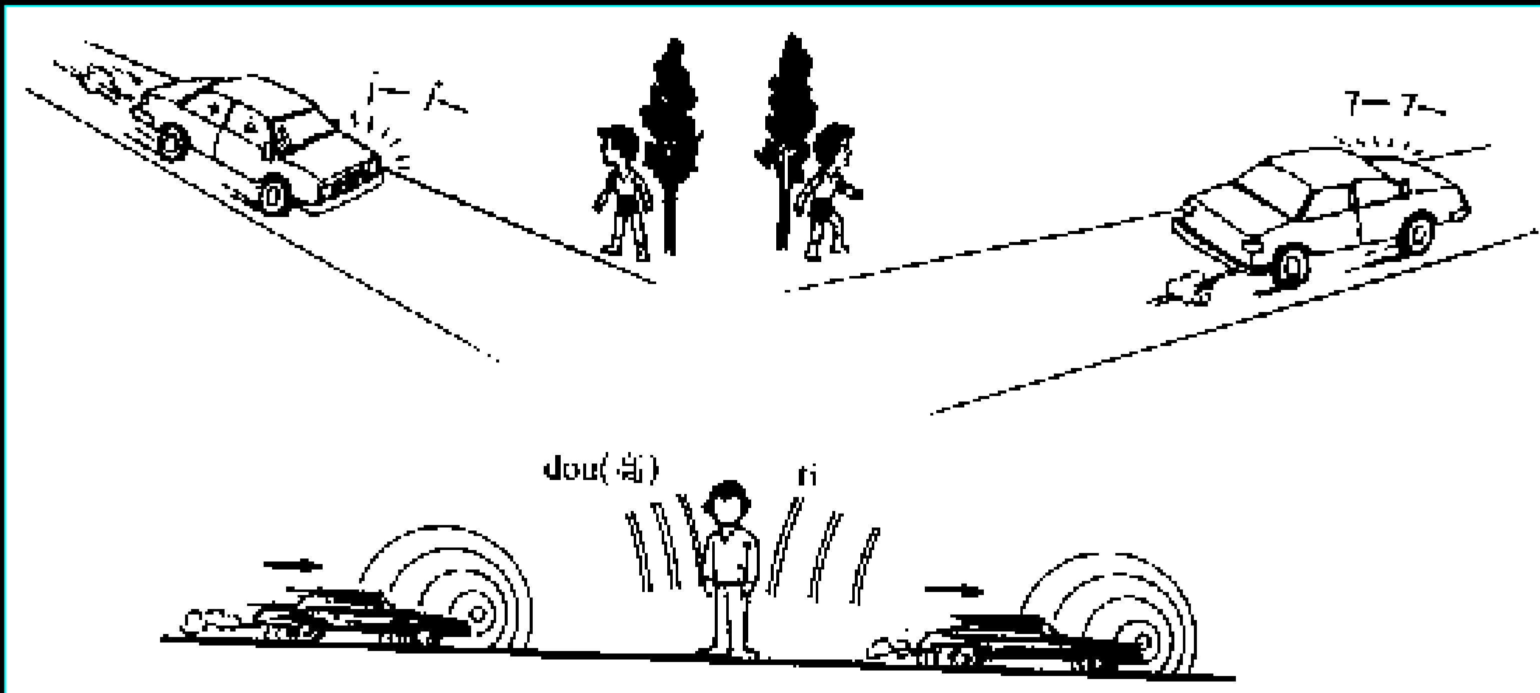
- 波腹点：

$$x = (2k+1)\frac{k\lambda}{4}$$

入射波与反射波叠加：

$$y = y_{入} + y_{反} = -2A\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\sin\frac{2\pi t}{T}$$

§13.7 多普勒效应



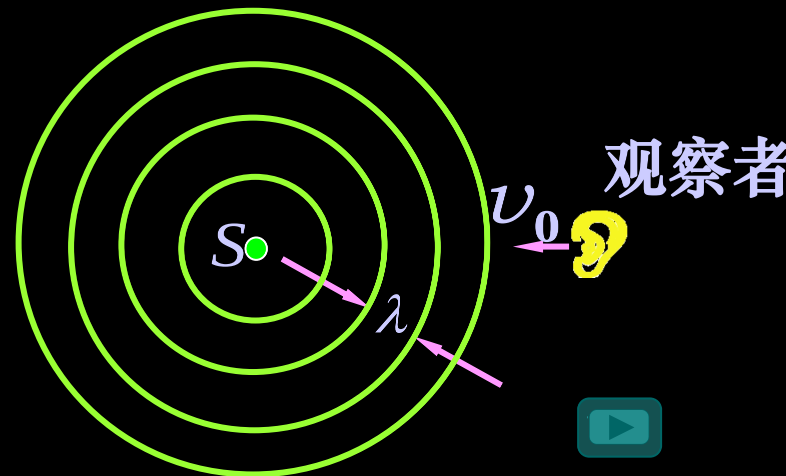
§13.7 多普勒效应

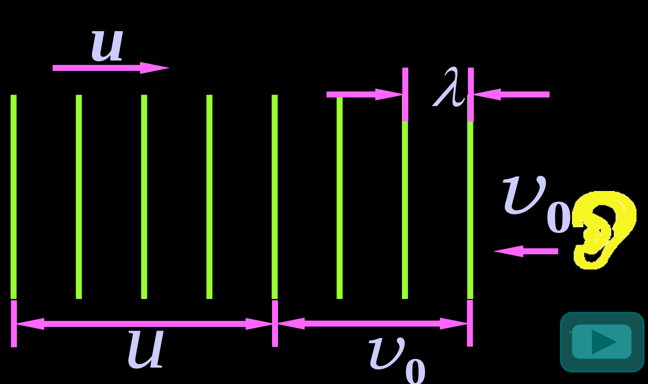
由于观察者（接收器）或波源、或二者同时相对媒质运动，而使观察者接收到的频率与波源发出的频率不同，这种现象称为多普勒效应。

一. 波源静止，观察者运动

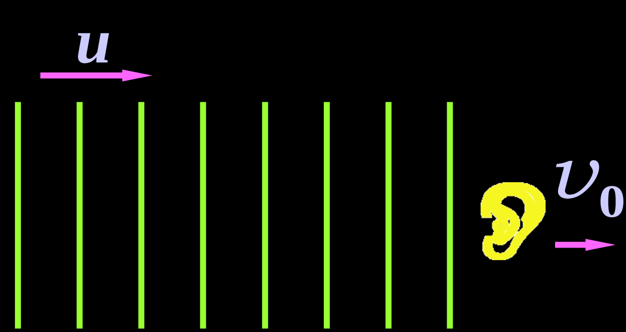
$$f=\frac{u+v_o}{\lambda}=\frac{u+v_o}{u/f_0}$$

$$f=\left(1+\frac{v_o}{u}\right)f_0$$





靠近 $v_0>0$

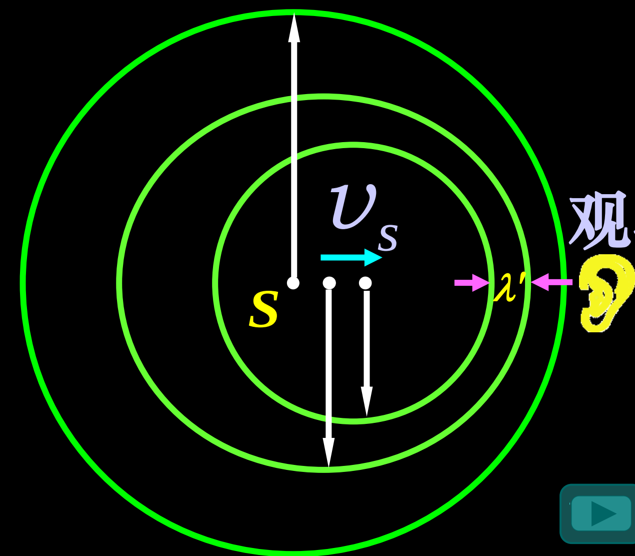


远离 $v_0<0$

二. 观察者静止，波源运动

$$\lambda' = uT - \upsilon_s T = \lambda - \upsilon_s T = \frac{u - \upsilon_s}{f_0}$$

$$f = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u - \upsilon_s} f_0$$

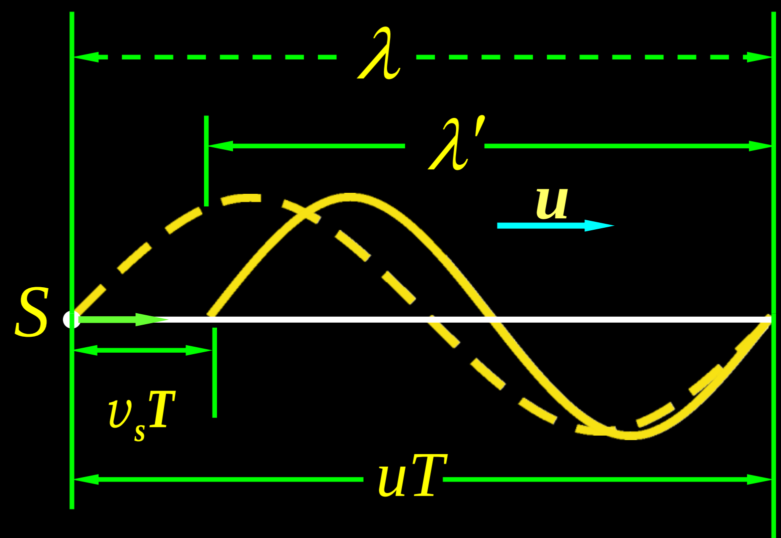


靠近 $\upsilon_s > 0$ ；　远离 $\upsilon_s < 0$

三. 波源和观察者同时运动

$$f = \frac{u + \upsilon_o}{\lambda - \upsilon_s T} = \frac{u + \upsilon_o}{u - \upsilon_s} f_0$$

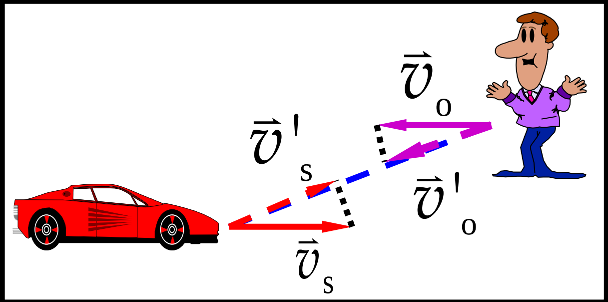
符号正负的选择与上述相同



S 运动的前方波长变短

讨论

(1) 若波源和观察者不沿两者的连线运动。



$$\nu = \frac{u + v_0 \cos\alpha}{u - v_S \cos\beta} \nu_0$$

(2) 当波源或观察者在二者联线垂直方向上运动时，无多普勒效应。

(3) 应用：监测车辆行驶速度、测量血液流速、跟踪卫星等。

机械波的多普勒效应

1. 波源静止，观察者运动

$$f = (1+\frac{\upsilon_o}{u})\, f_0$$

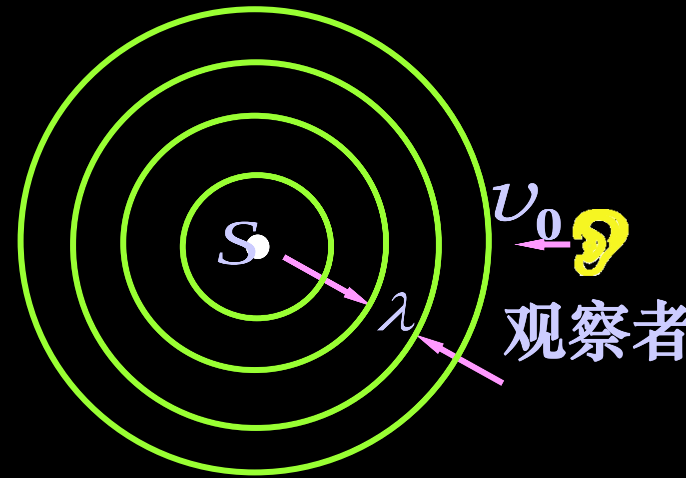
靠近 $\upsilon_0 > 0$ 远离 $\upsilon_0 < 0$

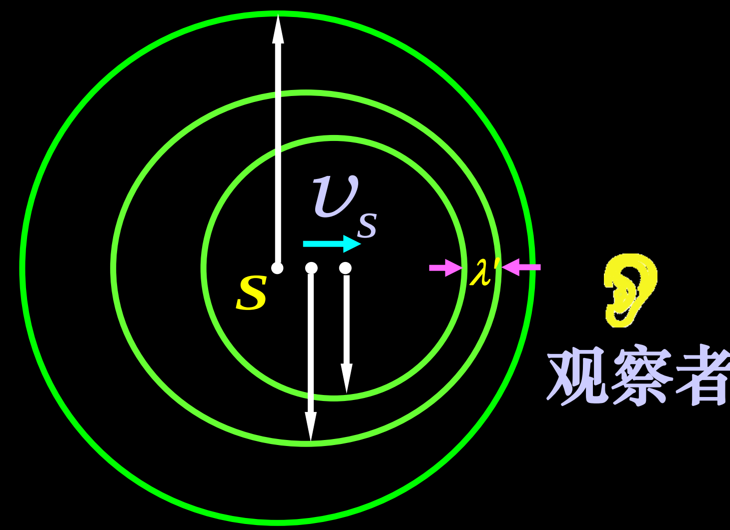
2. 波源运动，观察者静止

$$f = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u-\upsilon_S}\, f_0$$

3. 波源和观察者同时运动

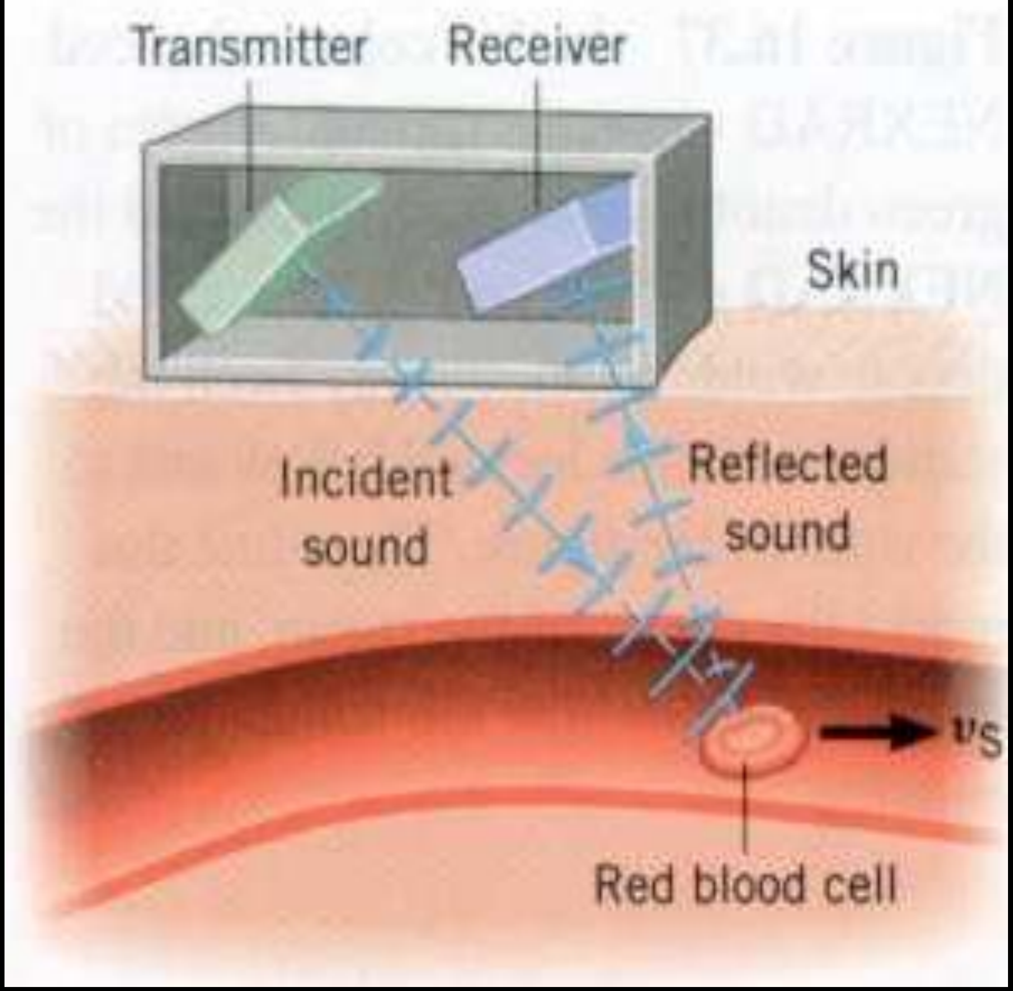
$$f = \frac{u+\upsilon_o}{\lambda - \upsilon_S T} = \frac{u+\upsilon_o}{u - \upsilon_S}\, f_0$$





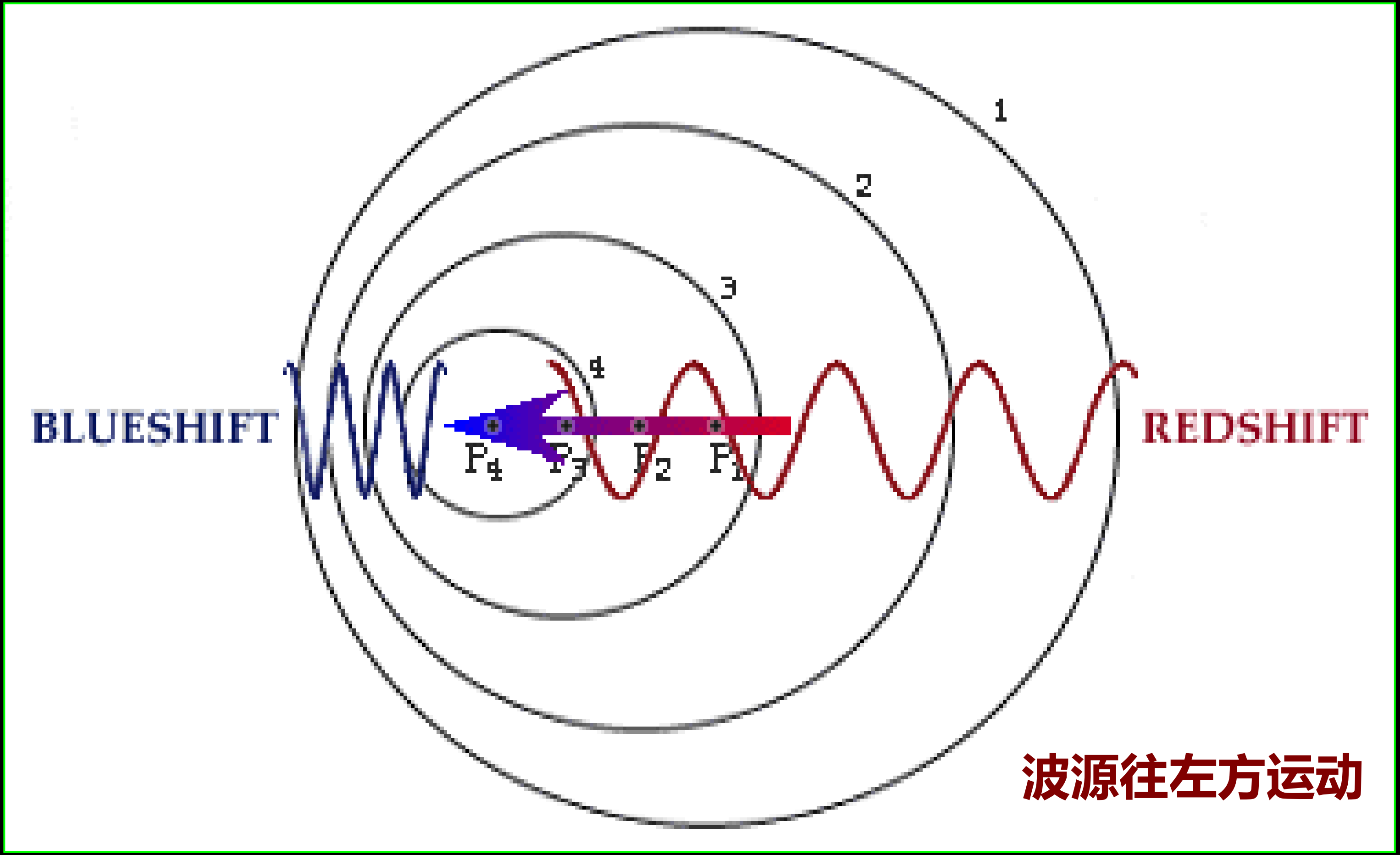
靠近 $\upsilon_s > 0$ ；

远离 $\upsilon_s < 0$



警察用多普勒测速仪测速　超声多普勒效应测血流速

对电磁波（光）而言，也有类似的多普勒现象

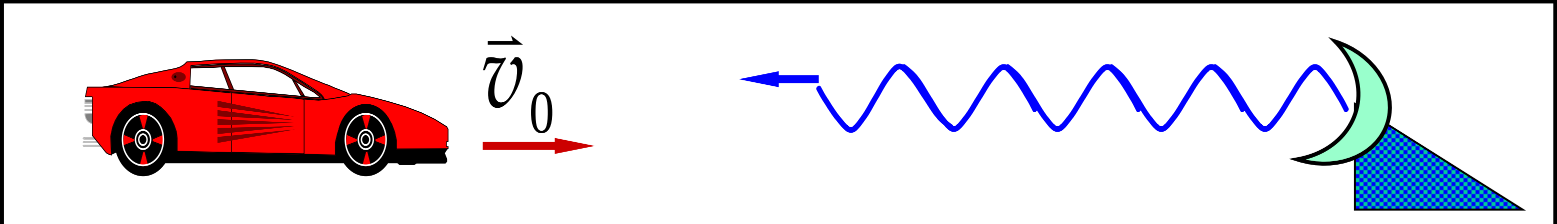


不同方向的观察者会分别看到 蓝位移(BlueShift)与红位移(Redshift)

例如：由观察宇宙中各星球的光谱都有红移的现象，即 各星球似乎都远离我们而去。人们推断目前宇宙仍然在继续扩大之中。

例 多普勒效应监测车速。设固定波源发出频率为 $\nu = 100\,\mathrm{kHz}$ 的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来的波的频率为 $\nu'' = 110\,\mathrm{kHz}$。已知空气中的声速为 $u = 330\,\mathrm{m s^{-1}}$

求 汽车的速度



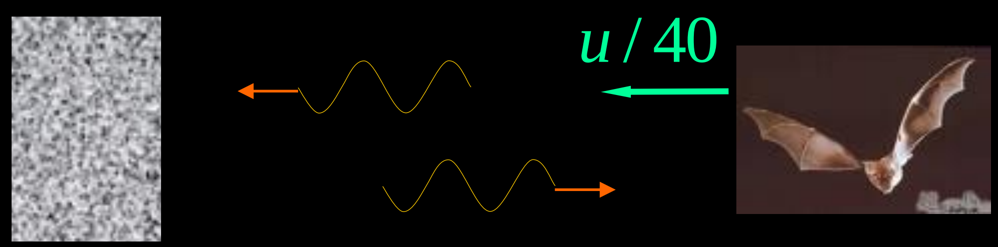
解 1）车为接收器 $\nu' = \dfrac{u + v_0}{u}\nu$

2）车为波源 $\nu'' = \dfrac{u}{u - v_s}\nu' = \dfrac{v_0 + u}{u - v_s}\nu$

$$v_0 = v_s = \frac{\nu'' - \nu}{\nu'' + \nu}u = 56.8\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

例 蝙蝠可以利用超声波导航。若蝙蝠发出超声波的频率为 **39 kHz**，并以 声速**1/40** 的速度向表面平直的崖壁飞去.

求 蝙蝠接收到的从崖壁反射回的超声波的频率？



解 蝙蝠既是波源，又是接收者，两者彼此靠近，$\upsilon_S=\upsilon_O=u/40$。

蝙蝠接收到的频率为

$$\nu=\frac{u+\upsilon_o}{u-\upsilon_S}\nu_S=\frac{1+\upsilon_o/u}{1-\upsilon_S/u}\nu_S=41\ \text{kHz}$$

例 一警笛发射频率为 1500 Hz 的声波，并以22 m/s 的速度向某一方向运动，一人以 6 m/s 的速度跟踪其后. (声速 330 m/s)

求 该人听到的警笛发出的声音的频率以及在警笛后方空气中声波的波长?

解 观察者接收到的频率 (波源和观察者同时运动) :

$$\nu_R = \frac{u+\upsilon_o}{u-\upsilon_S}\nu_0 = \frac{330+6}{330+22}\times 1500 = 1432\ \text{Hz}$$

警笛后方空气中声波的频率 (观察者静止，波源运动) :

$$\nu = \frac{u}{u-\upsilon_S}\nu_0 = \frac{330}{330+22}\times 1500 = 1406\ \text{Hz}$$

警笛后方空气中声波的波长:

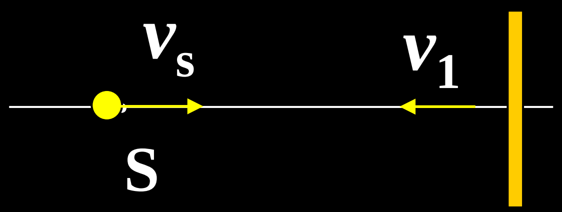
$$\lambda = \frac{u}{\nu} = \frac{u-\upsilon_s}{\nu_0} = \frac{330+22}{1500} = 0.23\ \text{m}$$

例 一频率为1 kHz的声源,以 v_s=34 m/s 的速率向右运动.在声源的右方有一反射面,以 v_1=68 m/s 的速率向左运动. 设声波的速度为 u=340m/s.

求 (1)声源所发出的声波在空气中的波长.

(2)每秒内到达反射面的波数;

(3)反射波在空气中的波长.



解 (1)在声源的右侧, 相对空气静止的观察者接收到的频率

$$\nu'_1 = \frac{u}{u - v_s}\nu_0 \Rightarrow \lambda'_1 = \frac{u}{\nu'_1} = \frac{u - v_s}{\nu_0} = \frac{340 - 34}{1\times 10^3}\mathrm{m} = 0.306\mathrm{m}$$

在声源的左侧声波在空气中的波长:

$$\nu'_2 = \frac{u}{u + v_s}\nu_0 \qquad \lambda'_2 = \frac{u}{\nu'_2} = \frac{u + v_s}{\nu_0} = 0.374(\mathrm{m})$$

(2)反射面作为接收者测到的频率：

$$\nu'_2 = \frac{u+v_1}{u-v_s}\nu_0 = \frac{340+80}{340-34}\times 10^3 = 1.3(\mathrm{kHz})$$

(3)反射波在空气中的频率：

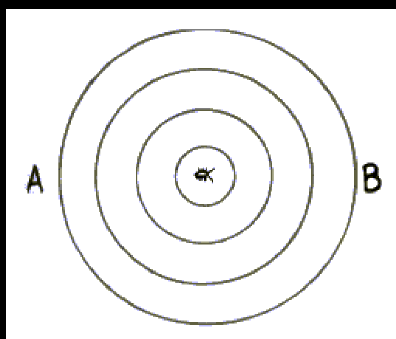
$$\nu'_3 = \frac{u}{u-v_1}\nu'_2 = \frac{u+v_1}{u-v_s}\cdot\frac{u}{u-v_1}\nu_0 = \frac{u(u+v_1)}{(u-v_s)(u-v_1)}\nu_0$$

反射波在空气中的波长：

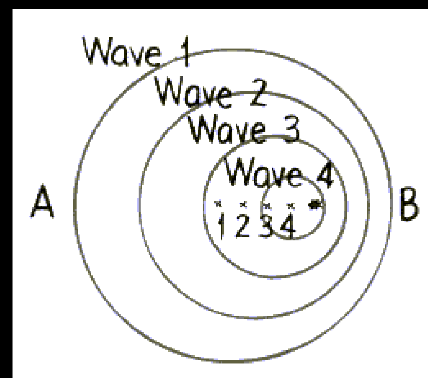
$$\lambda'_3 = \frac{u}{\nu'_3} = \frac{(u-v_s)(u-v_1)}{(u+v_1)\nu_0} = 0.20\,(\mathrm{m})$$

$$\nu'_3 = 1700\mathrm{Hz}$$

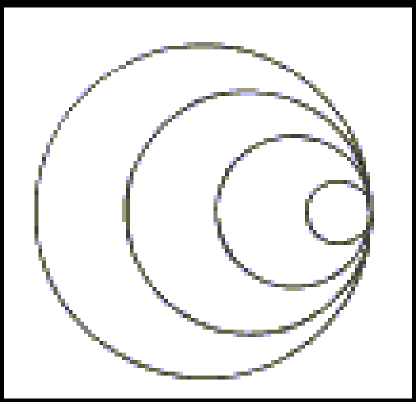
如下图，当水面上的小虫子在原地摆动它的肢体时，会产生以它为圆心 向四方散开的水波

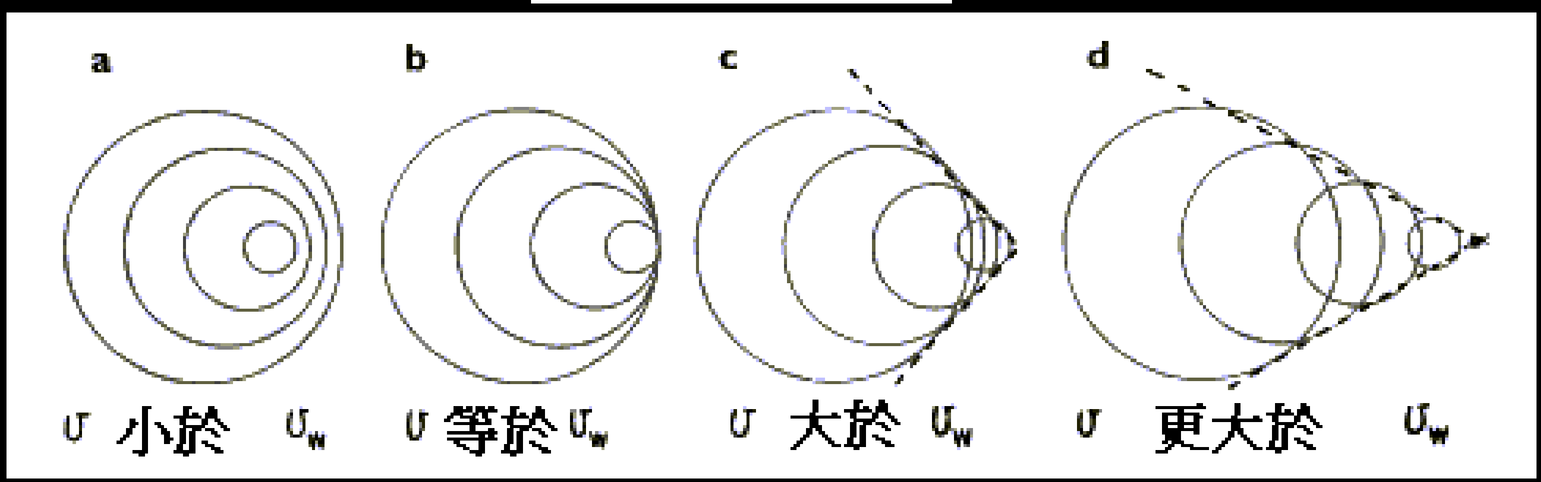


假如 小虫子摆动它的肢体时，也同时朝著前方游动时，我们可能会观察到如下的水波（当 小虫子 游动的速率 小于水波传递的速率）



若是波速恰好等於波源移动的速率时，则会产生如下的图形

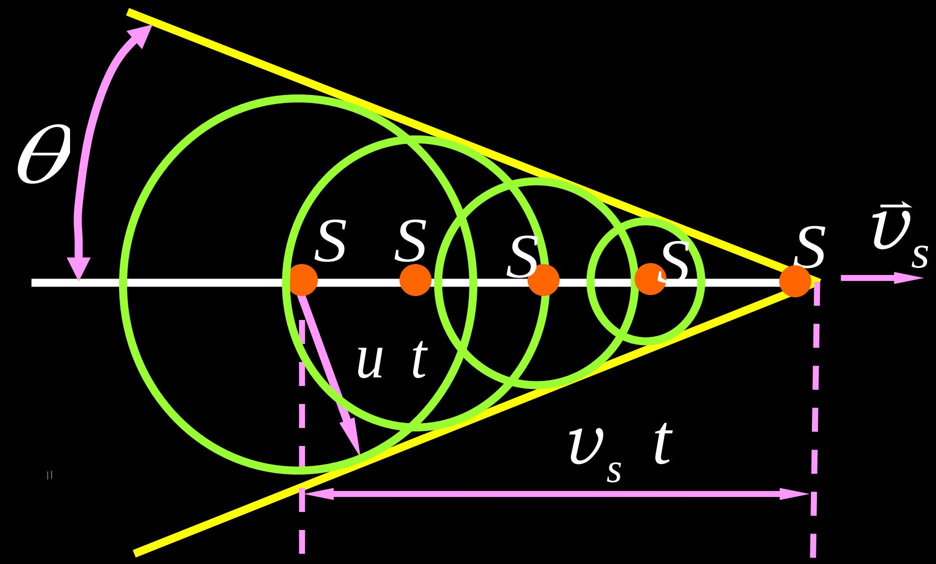




υ 为 虫子游动的速度， υ_w为水波的波速

冲击波（激波）

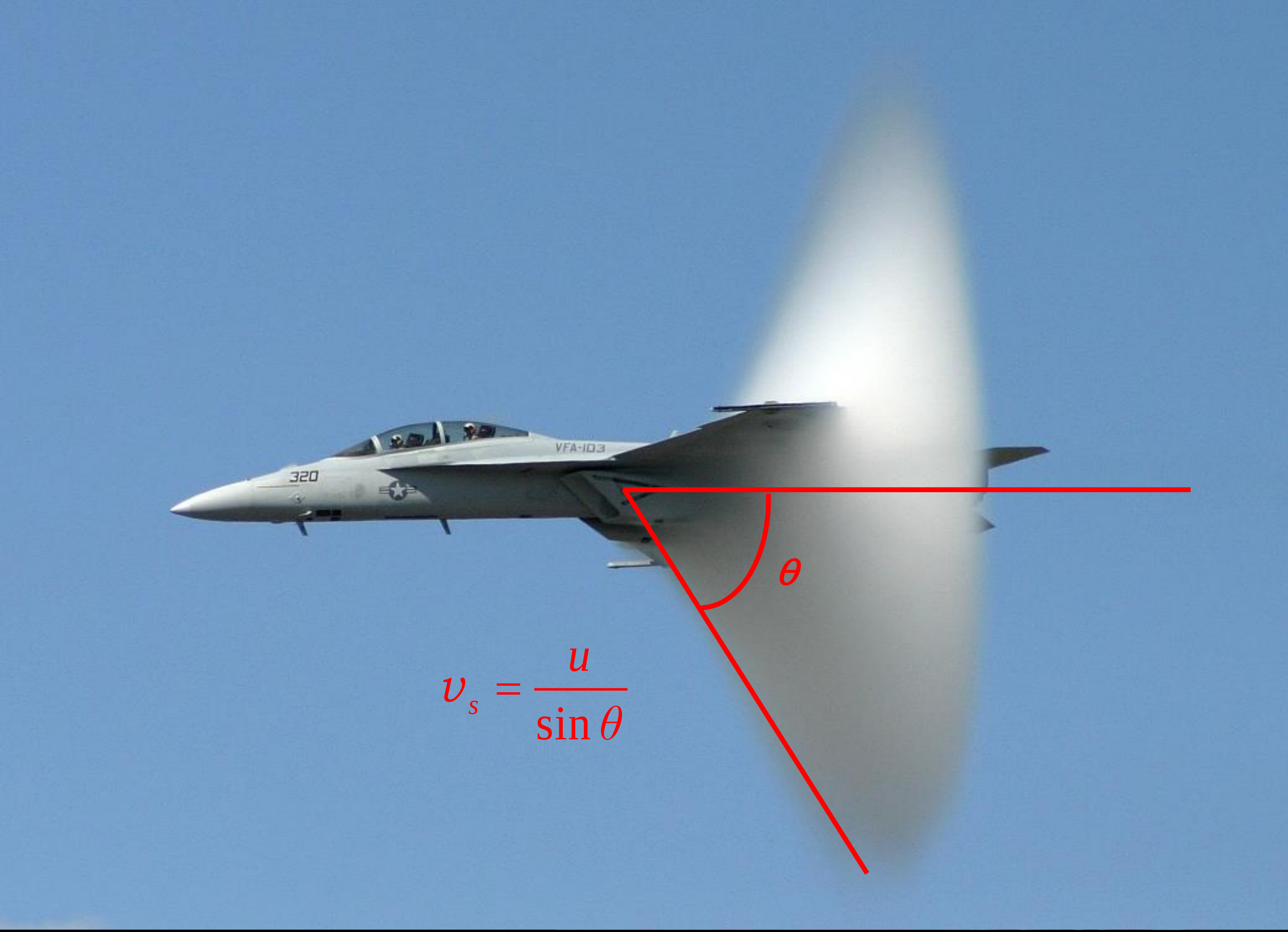
$\upsilon_s > u$ 时，多普勒效应失去意义，此时形成冲击波。



马赫角

$$\sin\theta = \frac{u}{\upsilon_s}$$

后发出的波面将超越先发出的波面，形成锥形波阵面



θ

$$v_s = \frac{u}{\sin\theta}$$