# 二维优化排样问题研究®

# Research of Two - Dimentional Packing Optimization Problem

贾 丹 董方敏 (三峡大学电气信息学院 湖北宜昌 443002)

摘 要:二维优化排样问题的广泛应用引起了国内外学者的关注,主要从各种不同的排样算法如近似算法、启发 式算法、智能优化算法等讨论了国内外排样问题的研究现状,并给出了其发展趋势。

关键词: 排样 优化算法 矩形件 不规则件

# 1 引言

在排样优化问题普遍存在于钣金、钢结构、船舶、服装、皮革、纸制品和玻璃等行业生产过程中<sup>[1,2]</sup>。其总目标是在给定的几何图形上不重叠地放置更多的满足要求的几何图形,使材料利用率最大。二维优化排样问题,从数学计算复杂性理论来看,它属于具有最高计算复杂性的一类问题—— NP完全问题。因为存在实际形状的复杂性和计算上的复杂性,求解十分困难。排样布局的优劣,直接与材料成本及经济效益有关,目前存在的主要问题是材料成本及经济效益有关,目前存在的主要问题是材料利用率低,造成了巨大的浪费。对于规模比较大的生产厂家来说,即使其材料利用率有很小的提高,也将会带来巨大的经济利益,所以对二维优化排样问题的研究具有十分重要的意义。

## 2 影响排样的集合及工艺因素

当研究排样算法的时候,给定一组零件和原材料板,可能需要考虑排样对象和技术工艺方面的一些因素,这些因素会影响到问题的复杂性和算法的设计。

在几何特征方面,零件可以是比较规则的形状如矩形零件,也可以是比较不规则的。零件的几何轮廓可能是由直线构成,也可能有曲线,甚至零件内部有洞、切除部分等等,而且切除部分也可能是规则的或者不规则的。同样,原材料板块也可以是规则的

矩形,也可以是高度不规则的特殊形状,甚至带有缺陷的区域。

除了排样对象的几何特征因素,还有以下几个加工工艺方面的因素,例如在冲裁加工中,需要有不同的冲裁间隙(冗余),这个在冲压生产中是留作零件之间的连接间隙,在非传统的剪裁切割生产中需要留作切口的间隙和加工损耗。排样时,要求工件之间以及工件与板料周边之间留有搭边,用于排样运算的不是工件的原始图形,而是1/2 搭边值后的图形。采用计算机排样,就需要将加1/2 搭边值后的几何图形信息化。另外,可能由于再加工的需要,例如弯曲等等,需要考虑材料自然的弯曲性能。排样过程中还有一些其它的某些约束条件,例如排样图案的方向约束,板材纹理的方向性约束等等,都会影响到问题的复杂性和排样的结果。

# 3 优化排样算法的现状

## 3.1 矩形件排样

矩形件排样是指在给定的矩形板材上将矩形毛坯 按最优方式排布,以达到最大限度提高材料利用率的 目的。由于矩形件形状比较简单,而且应用广泛,所以 矩形排样问题很早就有人研究。

#### 3.1.1 近似算法和启发算法

20世纪90年代以前,对矩形件排样的求解以各

① 基金项目:湖北省数字化纺织装备重点实验室开发课题(DTL200712)

种近似方法为主<sup>[3]</sup>,如基于一维装箱的 FFD 算法、BFD 算法,基于最左最下原则的算法(Bottom Left, BL)、双 向背包算法、相近图形组合算法、动态规划算法等。 Berkey 和 Coffman<sup>[4,5]</sup>对基于装箱的各种算法的性能 进行了分析,二维排样问题可以归结为以零件排放状 态为结点,以废料增加为权值的带权有向图的最短路 径问题,属于集覆盖问题。Baker[6] 提出的经典的 BL 算法,若排样图中任何一个矩形件在不干涉和不超出 板材边界的情况下,均不能向下、向左移动,则满足 BL 条件。Chazelle 提出了该算法的一种改进 FBL (Finite Bottom - Left),在基于最低水平线的空闲区域中搜索 适合的区域。DP(Difference Process)算法的基本想法 是计算可排放点与板材 BL 角点的距离,尽量选取距离 小且足够放下的未用面积区域进行排放。在综合考虑 BL 算法与 DP 算法的基础上, 贾志欣[7] 提出了一种基 于零件最高轮廓线的最低水平线法来排放零件。赵 晖[8] 等提出了一种带有启发式策略的动态规划算法, 并设计了和开发了一个基于该算法的矩形件优化排样 系统。

这些近似算法的特点是针对某类或某些排样问题的结果较好,但算法并不具有通用性。李建勇利用 CHINN 模型,使用 BL 算法进行矩形件的优化排样,但 CHINN 模型不太容易处理矩形零件的横竖放置方式。Beasley 对 Gilmore 等人二维不规则矩形对象的下料方法矩形的改进,通过为每一种零件设置二进制变量应用分支定界(branch and bound)方法,对矩形件在单一板材上的排放问题进行了求解,不过当矩形件数目过大时,用这种方法就很难找到问题的最优解。

## 3.1.2 智能优化算法

20世纪90年代以后,遗传算法(Genetic Algorithm, GA)。模拟退火算法(Simulated Annealing, SA),人工神经网络(Artificial Neural Network, ANN),粒子群(Particle Swarm Optimize, PSO)优化算法等一些智能优化算法日益成熟,许多学者将这些算法应用到矩形排样问题中,很好的解决了近似算法中存在的一些缺陷,并能保证较好的优化效果。

Smith 是将遗传算法运用于排样问题求解的早期

研究者之一;Kroger 将直接二叉树结构用于 GA 编码 中,并与BL 相结合; Dowsland 首次在矩形件排样中运 用 SA: Cangan 详细阐述了排样问题求解的非线性方 法、遗传算法的不足以及模拟退火算法的优越性,并分 析了应用 SA 求解矩形件排样问题的关键参数选取。 Lodi 研究了矩形排样的禁忌搜索算法运用,其结构的 主要特征是独立于具体排样问题的搜索进度表和领 域。Jakobs<sup>[9]</sup>将遗传算法和启发式算法应用于单张矩 形板料上的多边形排样问题中,其中遗传算法负责给 出一个最佳的排样顺序样,启发式算法负责排样的实 现。Remesh Babu<sup>[2]</sup>等同样利用遗传算法和启发式算 法给出了多张矩形板料上的矩形件排样。G. C. Han 提出用人工神经网络和模拟退火分两步优化启发式算 法生成结果布局。Dogli采用人工神经网络方法、数学 规划和 GA 来求解定宽无限板材的矩形件排样问题。 宋佩华[10] 等将改进的近似排样算法与离散粒子群算 法结合求解矩形件排样问题,通过实验验证了算法的 有效性。

#### 3.2 不规则形状排样

该类问题是排样问题中最难处理的,由于零件和 材料均为任意形状,增加了排样的难度,所以该类排样 问题的解决方法是要寻找一个较优的解决方法。

#### 3.2.1 近似算法和启发算法

## (1) 矩形包络法

此类解法的主要思想是为单个或多个不规则零件的组合找出其最小包络矩形,然后化为矩形件的排样问题。其求解包络矩形的过程是:首先求出由封闭图形表示的零件轮廓的包容凸多边形(即凸壳),然后以凸壳的每一边假设与所求矩形中的一边重合,根据顶点左边位置即可得出此时的包络矩形,其中面积最小者为最佳包络矩形。这种方法的优点是方法简单,易于实现。缺点是对于高度不规则的零件会产生相当多的浪费。李爱平等[11]提出了一种基于包容矩形的优化排样算法,对毛坯优化排样问题的解决有一定的帮助。文献[12]对最小包络矩形的求取方法进行了改进,提高了排样速度。

#### (2) NFP 算法

给定一位置确定的多边形 A, 使多边形 B 不改变

#### 22 研究开发 Research and Development

方向(不旋转)邻接 A 绕行一周,并且使得在绕行过程中保持与 A 发生接触,但不重叠,所得到的 B 的参考点的轨迹也是一个多边形,称这个多边形为 B 相对于 A 的邻接多边形。文献<sup>[13]</sup>提出的紧凑邻接多边 CNA 形算法主要就是从 NFP 概念演变而来的。刘嘉敏<sup>[14]</sup> 采用单调线族的思想对 NFP 算法进行了改进。白瑞斌<sup>[15]</sup> 采用基于 Bonnell 的方法通过多边形的分割,解决了两个凹多边形的临界多边形问题,对于实际应用中的不规则排样起到了很好的作用。

#### (3) 其它算法

很多文献为解决二维不规则排样问题,提出了不 同的算法,如基于规则推理的方法、图论方法(Graph - theoretic Methods)、平行线分割法、顶点碰撞法等。 Henry 采用模拟人工排样的方法,基于推理技术来选 择和排放下一个零件,每次仅排一个零件,效果不是 很好。Dowsland 等采用图论的方法将排样问题化为 在一个已知连接图中发现极大独立集或最大权平面 子图的问题。陈勇等[16]采用一系列等距水平线将板 料平行线化,即利用平行线化后所得的一系列水平 线段来表示板料和零件,忽略了不规则性带来的复 杂性。洪灵[17] 将零件之间的顶点碰撞特性引入 BL 算法中,加快了零件在×方向上的定位坐标的获得。 文献[18]采用离散处理使排样优化给出与皮料和样片 的几何信息无关,解决了不规则几何轮廓约束带来 的困扰。文献[19]采用了轮廓离散化,结合最优匹配 算法和碰撞检测算法,对不规则形状板料的排样问 题进行研究。

#### 3.2.2 智能优化算法

Han 和 Na 将神经网络和模拟退火技术应用于不规则形状的排样件在单张矩形板料上的排样,他们首先利用神经网络技术初始生成一个认为好的布局,然后用模拟退火技术通过平移、旋转等动作逐步改善这个布局。文献<sup>[20]</sup>分别采用了贪婪算法、遗传算法、禁忌算法对二维不规则零件进行排样,讨论了线性表达法、边界表达法在描述图形时的优缺点。李明<sup>[21]</sup>首先将不规则零件转化为矩形件,提出了一种基于模拟退火的粒子群算法,采用交叉和柯西变异运算,提高了算法的收敛速度和精度。侯胡的<sup>[22]</sup>

采用了基于小生境的遗传算法对排样过程进行了优化。文献<sup>[16]</sup>设计了一种基于遗传模拟退火技术的启发式排样算法,给出了一种可以忽略高度不规则形状带来的复杂性影响的图形的几何表达方式,在很大程度上提高了不规则形排样算法的效率。文献<sup>[17]</sup>采用的算法和文献<sup>[16]</sup>相似,对其算法改进,并在其基础上提出了一种快速解码的算法,引入了零件之间的顶点特性和提出办理基线提高策略,实验结果表明该算法解码速度快,易于实现。

# 4 排样问题的研究趋势

二维不规则排样问题是众多学者研究的热点,很多文献也提出了不同的方法来解决并取得了一些成果,但这些都是准优解,还没有找到通用的、标准的解决方法。随着计算机、智能优化技术的发展,对排样问题的讨论研究也在不断的深入,针对实际应用中的下料排样问题的不同特殊要求等特点,目前对排样算法的研究有如下趋势:

- (1) 算法的有效结合。采用各种智能优化算法来解决二维不规则排样问题是有效可取的,但不同算法各有优缺点。如何对这些算法进行取长补短、有效结合,是排样问题研究的一个重要发展趋势。
- (2)目标、约束条件多样化。对于最初的人工排样,主要目标是提高材料利用率。随着计算机辅助排样技术的发展,排样的速度和材料利用率都有了很大的提高,但忽略了实际应用中存在的问题,特别是服装鞋业等行业中纹理、瑕疵等问题。综合考虑排样速度、材料利用率等多个目标,以及可能存在的纹理、瑕疵等约束条件来设计有效的算法,具有良好的实用价值。
- (3) 多边形逼近和排样算法的结合。现有文献中,针对不规则零件可以采用矩形包络法、凸包法等简化图形的几何描述,从而提高排样速度,而对于不规则板料(皮革行业)都是直接对其进行操作。采用多边形逼近的方法在允许的误差范围内对板料边缘进行简化,可以在一定程度上提高计算机的的处理速度。而多边形逼近的算法也已经很成熟,并取得了比较好的成果。因而将多边形逼近方法引入排样过程也是排样问题研究的一个发展方向。

Research and Development 研究开发 23

### 多考文献

- Milenkovic, Victor J. Densest translational lattice packing of non - convex polygons. Computational Geometry, 2002, 22(1-3); 205-222.
- 2 Ramesh Babu A, Ramesh Babu N. A generic approach for nesting of 2 - D parts in 2 - D sheets using genetic and heuristic algorithms. Computer - Aided Design. 2001, 33(12): 879-891.
- 3 Dagli CH, Tatoglu M Y. An approach to dimensional cutting stock problem. International Journal of Production Research, 1987, 25(2): 175-190.
- 4 Berkey J O, Wang P Y. Two dimensional finite bin packing algorithms. Journal of Operational Research, 1987, 38(5): 423-429.
- 5 Coffman E G, Shor P W. Average case analysis of cutting and packing in two dimensions. European Journal of Operation Research, 1990, 44(2): 134-144.
- 6 Baker B S, Coffman E G, Rivest R L. Orthognal packing in two dimensions. SIAM Journal on Computing, 1980, 9(4): 846-855.
- 7 贾志欣,殷国富,罗阳. 二维不規則零件排样问题的 遺传算法求解. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002,14(5):467-470.
- 8 赵晖. 席平. 矩形件优化排样算法与系统的研究. 锻 压技术,2005,1:19-22.
- 9 Jakobs S. On genetic algorithms for the packing of polygons. European Journal of Operational Research, 1996, 88(1): 165-181.
- 10 宋佩华,蒋联源,欧启忠.基于离散粒子群优化算 法求解矩形件排样问题. 计算机应用与软件, 2008,1:238-240.
- 11 李爱平,张丰,刘雪梅. 基于包容矩形的优化排样 算法及实现. 计算机工程与应用,2007,43(1):198

- -200,220.
- 12 李明,宋成芳,周泽魁.基于改进遗传算法的二维 不规则零件优化排样.湖南大学学报(自然科学 版),2006,33(2):48-50.
- 13 Cheng S K, Rao K P. Large scale nesting of irregular patterns using compact neighborhood algorithm. Journal of Materials Processing Technology, 2000, 103:135-140.
- 14 刘嘉敏. 二维不规则形状自动排料算法的研究与实现. 计算机辅助设计与图形学报,2000,12(7):488-491.
- 15 白瑞斌. 临界多边形法在二维不规则零件排样中的研究与实现. 硕士[论文],西北工业大学,2002.
  - 16 陈勇. 唐敏. 童若锋. 基于遗传模拟退火算法的不规则多边形排样. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003,15(5):598-609.
  - 17 洪灵, 王耘. 一种不规则零件排样的快速解码算法. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(11): 2465-2470.
  - 18 张玉萍,宋健,蒋寿伟. 基于离散化和遗传算法的 皮革制造中的排样问题. 计算机工程,2004,30 (23):143-144,186.
  - 19 林庆武,梅德庆,黄严峻. 皮革智能排样系统的开发,机电工程,2005,22(12):4-7.
  - 20 Ping Chen, Zhaohui Fu, Andrew Lim, et al. Two Dimensional Packing For Irregular Shaped Objects IEEE Proceeding of The 36th HICSS, 2002.
  - 21 李明,宋成芳,周泽魁.一种二维不规则零件优化 排样算法.四川大学学报(工程科学版),2005,37 (4):134-138.
  - 22 侯胡的,朱灯林,康艳军.基于小生境技术的任意 多边形优化排样. 机械制造与自动化,2004,33 (1):14-17.