19

西北纺织工学院学报
Journal of Northwest Institute of Textile Science and Technology
第14卷第2期(总54期)　　2000年6月　　Vol. 14, No. 2(Sum No. 54)

自动化车床管理问题的优化模型*

刘　宇[1]，张　琦[1]，刘丽娟[1]，贺兴时(指导教师)[2]

185-190　(1. 西北纺织工学院 机械设计96班，陕西 西安　710048；　TG 519.1
2. 西北纺织工学院 基础部，陕西 西安　710048)

摘要：以单位预防性换刀周期(t_p)内单位零件上的平均费用作为目标函数，建立了两个关于自动化车床管理的检查间隔及刀具更换策略的随机优化模型. 对题给数据统计分析后得出刀具寿命服从正态分布，采用离散递推的方法求出一个 t_p 内的期望故障次数；用 MATLAB 软件编程，在不同 t_p 下对不同检查周期(t_c)进行穷举和比较，找出使目标值最小的 t_p 及 t_c 值. 针对题给的费用的多样性问题，在上述模型 Ⅰ 的基础上进一步假设，建立了两个过渡模型作为费用多样性问题的两种特殊情况，然后建立了模型 Ⅱ. 针对定期检查周期的缺点，提出了等概率(故障)周期检查方式，以获得更高的经济效益. 文中还利用随机模拟对模型 Ⅰ 的合理性与较优性进行了定量检验，对后续作了定性分析.

关键词：随机优化模型；近似正态分布；MATLAB 软件包　自动化车床
中图分类号：O 211.9　**文献标识码**：A　**文章编号**：1001-7305(2000)02-0185-06

1　问题的描述

用自动化车床连续加工某种零件，通过检查零件来确定工序是否出现故障. 故障原因为刀具损坏的概率是95%，其他原因概率为5%，且工序出现故障是完全随机的，在生产任一零件时，出现故障的机会均等.

现积累有100次刀具故障记录，故障出现时该刀具完成的零件数如表1. 计划在刀具加工一定件数后定期更换新刀，具体生产工序的费用参数为：

(a) 故障时生产零件损失费用 $f = 200$ 元 / 件；

(b) 检查的费用 $t = 10$ 元 / 次；

(c) 发现故障进行调节使恢复正常的平均费用 $d = 3\ 000$ 元 / 次(包括刀具费)；

该文获1999年度全国大学生建模竞赛二等奖.
收稿日期：2000-02-28
作者简介：刘宇(1977-)，男，辽宁省大连市人，西北纺织工学院机械系机械设计96级本科生.

(d) 未发现故障时更换一把新刀的费用 $k=1\ 000$ 元/次.

问题 (1) 假定工序有故障时产品的零件均不合格,正常时产出的零件均合格,试对该工序设计效益最好的检查间隔(生产多少零件检查一次)和刀具更换策略.

(2) 假设工序有故障时产出零件合格的占40%,不合格占60%,正常时有2%不合格,工序正常而误断有故障而停机造成损失费用为1 500元/次.设计效益最好检查间隔和刀具更换策略.

(3) 在(2)的情况下可否改进检查方式获得更高的效益.

表1 100次刀具故障记录(完成的零件数)

459	362	624	542	509	584	433	748	815	505
612	452	434	982	640	742	565	706	593	680
926	653	164	487	734	608	428	1 153	593	844
527	552	513	781	474	388	824	538	862	659
775	859	755	649	697	515	628	954	771	609
402	960	885	610	292	837	473	677	358	138
699	634	555	570	84	416	606	1 062	484	120
447	654	564	339	280	246	687	539	790	581
621	724	531	512	577	496	468	499	544	645
764	558	378	765	666	763	217	715	310	851

2 模型假设及符号说明

2.1 模型假设

(1) 在模型Ⅰ,Ⅱ中,假设检查为定期检查,预防性定期换刀;

(2) 假定生产每件产品,所用时间为一定值1;

(3) 假定生产任一零件时出现故障的机会均相等;

(4) 在模型Ⅰ中,故障出现在两次检查间造成的零件损失个数为均匀分布,即均值为 $t_c/2$ 个;

(5) 假定模型Ⅰ中工序故障时产生的零件均为不合格,正常时产生的零件均为合格品;

(6) 在模型Ⅱ中假定工序正常时生产的零件有2%为不合格品,而工序故障时生产的零件有40%为合格品,60%为不合格品.

2.2 符号说明

$f(t)$— 刀具寿命的概率密度函数;

t_p— 预防性更换刀具间隔期;

t_c— 检查周期;

$H(t_p)$— 间隔期 $(0,t_p)$ 内刀具故障次数的期望;

$\overline{C}_1(t_p)$— 单位换刀周期内的总费用;

$C_1(t_p)$— 平均每单位零件所用费用;

k— 无故障换刀费用,$k=1\ 000$ 元/次;

d— 发现故障进行调节使正常的平均费用，$d=3\ 000$ 元 / 次；

t— 每次检查费用，$t=10$ 元 / 次；

f— 坏零件损失费用，$f=200$ 元 / 件；

L— 误停机造成损失，$L=1\ 500$ 元 / 次；

$H(n)$— 间隔期 $(0,n)$ 内的预期故障次数.

3　问题分析与建模

由题目所提供数据信息，得出刀具寿命近似成正态分布（具体过程略），即故障出现概率密度近似成正态分布.

3.1　问题(1)的分析及建模

题目要求在刀具加工一定件数后更换刀具，即每加工一定件数零件后不管此时是否存在故障都在此处换刀，为预防性换刀. 因为假定检查周期固定，那么对于模型 I，预防换刀周期循环情况如图 1 所示.

由图 1 知，当检查到 A 点时，此零件为合格，那么在检查周期 t_{ci} 内零件全部合格；当检查到 B 点时，此零件为不合格，那么由假设(4) 得在检查周期 t_{cj} 内零件一半不合格；这样，在一个预防换刀周期内的总费用包括 4 部分，即检查费用(x_1)；一旦检查出次品，则必存在故障，对故障调整使恢复正常所需的费用(x_2)，例如 B 点处；一旦检查出次品，次品的损失费用(x_3)；预防换刀费用(x_4).

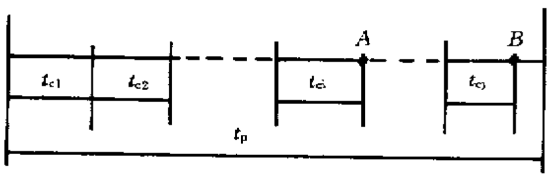

图 1　预防性换刀周期循环图

其中 x_4 为定值. 如果 t_p 和 t_c 一定，则检查次数为定值，即 x_1 也为定值. x_2，x_3 费用将随着机床出现故障次数而变化，而故障次数为随机变量，但长期运行中故障出现次数将有一个期望值. 现已知刀具的寿命近似服从正态分布，故求出现刀具故障次数的期望 $H(t_p)$，$H(t_p)/95\%$ 即为系统故障出现的预期值.

在一个预防性换刀周期 $(0,t_p)$ 内，第一次故障可能在生产第 $1,2,\cdots,t_p$ 个零件时发生. 设 m_i 为第一次故障发生在生产第 i 个零件时，在间隔区间 $(0,t_p)$ 内预期故障数　$(i=1,2,\cdots,t_p)$，$p_{i-1,i}$ 为第一次故障发生在间隔期 $(i-1,i)$ 内的概率　$(i=1,2,\cdots,t_p)$，则有

$$H(t_p)=\sum_{i=1}^{t_p} m_i P_{i-1,i}.$$

因为每个零件检查次数至多 1 次，故当检查第 1 个零件就发生故障的话，那么在间隔 $(0,t_p)$ 内的预期故障数等于在第一件发生的故障数加上预期在其余 (t_p-1) 次发生的故障数. 即有

$$m_1=1+H(t_p-1);$$

当检查第 $2,3,\cdots,t_p$ 个零件时发生第一次故障，一般地，有

$$m_i=1+H(t_p-1-(i-1))\quad(i=1,2,\cdots,t_p).$$

又因为第 i 个零件发生故障的概率应为

$$\int_i^{i+1} f(t)\mathrm{d}t\quad(i=0,1,\cdots,t_p-1),$$

于是有一般递推公式：

$$H(t_p)=\sum_{i=0}^{t_p-1}[1+H(t_p-i-1)]\int_i^{i+1}f(t)\mathrm{d}t\quad(t_p\geqslant 1).$$

而 $H(0)=0$，表示当生产 0 个零件时，预期的故障数为 0.

取一个换刀周期来研究，则在间隔期 $(0,t_p)$ 内的预期总费用为：

$$\overline{C}_1(t_p)=K+d\cdot\frac{H(t_p)}{95\%}+t\cdot\frac{t_p}{t_c}+f\cdot\frac{t_c}{2}\cdot H(t_p),$$

其中　K 为预防换刀费用，$d\cdot\frac{H(t_p)}{95\%}$ 为故障调节使恢复正常的费用，$t\cdot\frac{t_p}{t_c}$ 为检查费用，$f\cdot\frac{t_c}{2}\cdot H(t_p)$ 为坏零件损失费用.

则目标函数为：

$$\min C_1(t_p)=\left[K+d\cdot\frac{H(t_p)}{95\%}+t\cdot\frac{t_p}{t_c}+f\cdot\frac{t_c}{2}\cdot H(t_p)\right]/t_p.$$

3.2　问题(2)分析与建模

模型Ⅱ是以模型Ⅰ为基础的，第 1 个模型为第Ⅱ个模型的特殊情况. 在由特殊模型推导出一般模型的情况下，首先建立两个过渡模型：

① 假设当工序处于正常状态下，次品率为 2%；，而当工序不正常时，生产的零件全部为次品，则有：

平均每个零件费用＝(预防换刀费用－故障调整费＋检查费＋坏零件损失费)/预防换刀周期内生产的零件个数，即

$$C(t_p)_1=\left[K+d\cdot\frac{H(t_p)}{95\%}+t\cdot\frac{t_p}{t_c}+f\cdot H(t_p)\times t_c/2\right.$$
$$\left.+\left(\frac{t_p}{t_c}-H(t_p)\right)\times 2\%\times(L+f)\right]/t_p.$$

② 假设当工序处于正常状态产品全为正品，而当工序处于不正常状态下，次品率为 60%，有：

平均每个零件费用＝(预防换刀费用＋故障调整费＋检查费＋坏零件损失费)/预防换刀周期内生产的零件个数，即

$$C(t_p)_2=\left[K+d\cdot\frac{H(t_p)}{95\%}\times 60\%+t\cdot\frac{t_p}{t_c}+f\cdot H(t_p)\times\frac{t_c}{2}\cdot 60\%\right]/t_p.$$

综合上述两个模型，得出模型Ⅱ为：

$$\min C_1(t_p)=\left\{K+d\cdot\frac{H(t_p)}{95\%}\times 60\%+t\cdot\frac{t_p}{t_c}+f\times\left[\frac{t_p}{t_c}-H(t_p)\times 60\%\right]\times 2\%+\right.$$
$$\left.f\cdot H(t_p)\times\frac{t_c}{2}\cdot 60\%+L\times\left[\frac{t_p}{t_c}-H(t_p)\times 60\%\right]\cdot 2\%\right\}/t_p.$$

其中：K 为预防换刀费用；$d\cdot\frac{H(t_p)}{95\%}\times 60\%$ 为故障调节使恢复费用；$t\cdot\frac{t_p}{t_c}$ 为检查费用；$f\times\left[\frac{t_p}{t_c}-H(t_p)\times 60\%\right]\times 2\%+f\cdot H(t_p)\times\frac{t_c}{2}\cdot 60\%$ 为坏零件损失费用；$L\times\left[\frac{t_p}{t_c}-H(t_p)\times 60\%\right]\cdot 2\%$ 为误停机造成损失费用.

该模型稍高估计了误停机费用和坏零件损失费用. 但不难验证，若利用这个高估的模型求目标模型取最小值时的 t_p，t_c 与实际相差很小.

4　模型求解与结果分析

刀具故障密度函数 $f(t)$ 近似服从正态分布，且 $\mu = 600, \sigma = 196.62$，故确定一个 t_p，就可以得到一个 $H(t_p)$. 确定 t_p 范围，取 $[\mu - 3\sigma, \mu - 3\sigma]$($3\sigma$ 原则)，有 $t_p \in [10.14, 1\,189.86]$. 而实际上当 t_p 不到 1 000 时，刀具早已报废.

所以取一较合理区间，即：$t_p \in [0, 900]$ 分别对模型 Ⅰ，Ⅱ 及过渡模型 1 与 2，t_p 从 1 到 900，t_c 为 1 到 t_p 进行两维搜索，求出各目标函数值，结果见表 2.

表 2　模型结果

模型	预防换刀周期(次)	检查周期(次)	目标值（平均每个零件费用，元/件）
模型 Ⅰ	340	19	4.844 0
过渡模型 1	300	46	5.905 4
过渡模型 2	370	16	4.574 1
模型 Ⅱ	313	40	5.819 3

应用 SPSS 大型数理统计软件 explore 子过程画出直方图、框图，并进行了正态性检验(略). 正态性检验方法采用 Lilliefors 检验.

用计算机仿真实验，对机床在假设的条件下进行随机模拟. 当 $t_p = 340, t_c = 19$ 时，分别进行 1 000，3 000，6 000，9 000 次仿真模拟，求出平均单位零件费用，见表 3.

表 3　$t_p = 340, t_c = 19$ 时的模拟结果

预防性换刀周期次数	平均单位零件费用	预防性换刀周期次数	平均单位零件费用
1 000	4.767 6	6 000	4.873 5
3 000	4.811 0	9 000	4.905 0

$C(t_p) = 4.844\,0$，与实际相吻合，说明本文中的模型是正确的. 对其它 t_p 和 t_c 分别进行横纵项比较，1 000 次模拟(结果略). 可知当 $t_p = 340, t_c = 19$ 时，要优于其它策略.

用计算机进行大型穷举其它策略，t_p 取 200 ～ 600，$t_c = 1, 2, \cdots, t_p$，进行模拟比较，花费 3.4 h，$t_p = 2340, t_c = 19$ 仍为最佳策略，可见模型 Ⅰ 是最佳策略.

5　结束语

过渡模型 1 在模型 Ⅰ 的基础上添加了工序正常时有误停机费用和次品费用的变动，结果相对于模型 Ⅰ，t_p 变小，而 t_c 增大. 分析认为，在故障次数可以准确检出情况下，若缩短 t_c，则引入误停机可能性会增加，况且正常运行下的 2% 次品为不可消除性系统损失，故应将 t_c 加长，从而减小误停机可能. 当 t_c 加长时，换刀周期若太长，则又会造成大量故障下次品费用，故换刀周期变短合理.

模型 Ⅱ 在模型 Ⅰ 基础上对工序故障后表现出来的概率作了修改. 即在模型 Ⅱ 中刀具发生故障的隐蔽性较强，应缩短检查周期以较准确地查出刀具故障，消除隐患；另一方面由

于刀具出现故障时仍会生产好零件，而这种现象有利于厂方提高效益，故适当加长换刀周期会更好.

模型 Ⅱ 为过渡模型1与模型2的有机组合，其结果均处于模型1与模型2的结果之间.由于过渡模型1与过渡模型2可看作为模型 Ⅱ 的两种端点情况，故相对于过渡模型1与过渡模型2来说结果合理.

模型 Ⅱ 结果相对于模型 Ⅰ 结果 t_p 减少而 t_c 增加. 分析认为，在接近刀具正常工作后的一段时间内，发生故障的概率较小，若检查过勤，则会引入误检而误停机，故应加长 t_c. 当 t_c 加长后，随着刀具生产零件个数的增加，故障发生概率加大；如果 t_p 不减小，则加长 t_c 又会引入漏检而生产过多次品，故 t_p 应减小. 由对结果数值的定性分析可知所建模型合理.

从刀具的寿命概率密度函数曲线上可以看出，在一换刀周期内（如 $t_p = 313$），若以等件数周期进行检查，则前几次检查周期内发生故障概率较小，会造成检查费用浪费. 而在后几次检查周期内发生故障概率相对较大，却造成漏查而产生次品零件损失. 如果我们不采用定期检查法，而采用等概率周期检查法、即在每一个检查周期内发生故障的概率相等，从而确定不同检查时刻，将进一步提高经济效益.

Problem of automatic lathe management

LIU Yu, *ZHANG Qi*, *LIU Li-juan* et al

(Mechanical Eng. Dept. , NWITST, Xi'an 710048, China)

Abstract: Two random optimal models are established for determining examining interval and replacement tactics of cutting tools on automatic lathe, whose objective are to minimize the average cost of a single part within a precautionary replacement interval (t_p) . In term of statistical analysis of given data, the life-span distribution function of the cutting tools is accorded with the approximate normal distribution. Then, with discontinue-recurrent method, expect the number of cutting tools breakdown in a precautionary replacement interval are attained. By means of enumeration and comparison method with Matlab software, the optimum checking interval and the optimum replacement interval for cutting tools are gained, which could minimize the average cost of a single part. Due to the variety of the cost concerned, based on model Ⅰ, transitional mode Ⅰ and transitional model Ⅱ are establilshed with more assumption, in fact, which are models under special situation. With the help of those two models, model Ⅱ is established. Due to shortcoming of equal checking method, an equal probability method is offered for more profits. By means of random stimulation, the qualitative analysis is made to model Ⅰ as for its rationality and advantage, then, the quantitative analysis to the other models.

Key words: random optimal model; approximate normal distribution; Matlab software