

## 苏格兰鲑鱼和鲭鱼的生态和渔业经济预测

鲑鱼和鲭鱼是苏格兰人喜爱的食物,给渔业公司带来了丰厚的利润。由于海洋温度升高,更多的鱼类向北迁移以寻求更好的栖息地,这对捕鱼业造成了负面影响。本报告的目的是建立一个洄游预测模型来评估对渔业公司收入的影响。希望我们能为渔业企业提供一些策略,使其在各种客观条件的约束下能够适应鱼类的迁徙,尽可能的避免自己破产。建立三个模型:模型一:海水温度预测模型;模型二:鱼类洄游预测模型;模型三:渔业公司盈利评价模型。

模型 I 首先收集 1960 - 2019 年逐月的全球海洋温度数据。然后,通过对数据内在趋势的分析和平稳性的验证,证明了利用 ARIMA 模型预测气温的有效性。然后利用历史数据对 ARIMA 参数进行拟合,引入 k-fold 交叉验证,最终预测模型为 ARIMA(1,1,0)。最后,根据 ARIMA(1,1,0),利用 bootstrap 方法模拟了 10000 个可能的预测案例,为鱼类洄游预测奠定了基础。

对于模型 II,首先根据迁移速度和海洋温度的数据,确定温度梯度是影响迁移速度和方向的主要因素。并建立了相应的经验方程,确定了温度对鱼类迁移的影响。然后,根据模型 I 中 bootstrap 方法生成的 10000 个温度变化样本,模拟每个样本的迁移情况,确定鱼的最可能位置。50 年后,我们最终发现鱼类主要分布在冰岛和法罗群岛之间的区域,结果如图 9 所示。

对于模型三,根据经济原理确定渔业企业的利润评价方程,并通过引入实际经营数据估计所涉及的参数,结果如表 4 所示;然后,基于模型 II 的 10000 个鱼类洄游样本,对每个样本的渔业企业利润变化进行模拟,利润随时间的变化趋势如图 10 所示。最后,可以看出,最坏的情况是在 2030 年,渔业公司将会破产由于鱼类洄游的概率为 0.02%,最好的情况是他们 50 年来不会破产的概率 5.27%,最可能的情况是,2039 年,渔业公司将会破产,由于鱼类洄游的概率为 8.25%。

此外,本报告还讨论了小型渔业公司对鱼类洄游的有效应对,以及有效的应对策略。不考虑领海带来的政策和法律问题,小型渔业公司应该把港口转移到离鱼类更近的冰岛。最后,通过对这一战略效果的模拟,100.00%的企业可以避免破产。在政策和法律问题上,小型渔业公司应该对渔船进行升级,以延长鱼类的保质期。经过模拟,62.68%的企业可以避免破产。

最后对模型进行了鲁棒性分析和敏感性分析。当鱼的初始分布由均匀随机分布随机生成时,模型的最终收敛分布相差不大。对于影响模式、社会利润率和渔船航行半径的因素,发现这两个因素的增加会显著降低渔业企业的破产概率。

**关键词:**ARIMA;鱼迁移;业绩评价;计算机模拟



## 目录

1 介绍.....	3
1.1 问题的背景.....	3
1.2 重述问题.....	3
1.3 我们的方法.....	3
2 一般假设和模型概述.....	4
3 模型制备.....	5
3.1 符号.....	5
3.2 数据.....	5
3.3 地理坐标系统.....	6
4 模型 I:海水温度预测模型.....	6
4.1 温度场描述.....	6
4.2 自回归预测模型.....	7
4.3 结果.....	8
5 模型二:鱼类迁徙预测模型.....	9
5.1 运动学的移民.....	9
5.2 迁移动力学.....	10
5.3 结果.....	10
6 模型三:渔业公司盈利评价模型.....	11
6.1 渔业公司经营模式.....	12
6.2 结果.....	12
6.3 讨论.....	14
7 测试模型.....	16
7.1 灵敏度分析.....	16
7.2 鲁棒性分析.....	17
8 结论.....	17
8.1 结果汇总.....	17
8.2 强度.....	19
8.3 可能的改进.....	20
参考文献.....	21



# 1 介绍

## 1.1 问题的背景

全球海洋温度影响某些海洋生物栖息地的质量。当温度变化过大，无法继续繁衍时，这些物种就会去寻找其他更适合它们现在和未来生存和繁殖成功的栖息地。该协会希望能更好地了解，如果全球海洋温度上升，苏格兰鲱鱼和鲭鱼可能会从它们目前靠近苏格兰的栖息地迁移。这两种鱼类为苏格兰渔业做出了重要的经济贡献。鲱鱼和鲭鱼种群分布的变化，可能会使苏格兰的小型渔业公司在经济上无法实现。这些公司使用没有船上冷藏设备的渔船，来捕捞和运送新鲜的鱼到苏格兰的渔港市场。



(一) 鲱鱼



(b) 鲭鱼

图 1:目标鱼:

- (a) 苏格兰鲱鱼:大西洋鲱鱼广泛分布于东北大西洋，从北部的北冰洋到南部的英吉利海峡;
- (b) 苏格兰鲭鱼:每年海中鲭鱼的数量取决于从产卵中存活下来进入成年渔场作为新兵的幼鱼的数量。

## 1.2 重述问题

- 建立一个数学模型，以确定未来 50 年这两种鱼类最有可能出现的地点。
- 根据海水温度变化发生的速度，使用您的模型预测最佳情况，最坏情况和最可能经过的时间，直到这些人群过小，小型捕鱼公司就无法捕捞。公司继续在当前位置以外运营。
- 根据您的预测分析，这些小型渔业公司是否应该改变他们的经营方式？
- 使用您的模型来说明如果部分渔业活动进入另一个国家的领海，你的提案如何受到影响。

## 1.3 我们的方法

这个题目要求我们预测未来 50 年两种鱼类的迁徙并根据鱼类的洄游情况，探讨渔业企业的经营策略和前景。我们的工作主要包括以下几个方面：

- 基于海洋温度历史数据，建立海洋温度预测模型;
- 给出了鱼类迁移的概率分布，考虑了随机性对模型的影响;
- 本文基于渔业企业的经济效益模型，对鱼类洄游背景下的各种捕捞策略的效益进行评价，并提出合理的改进建议。



## 2 一般假设和模型概述

为了简化这个问题，我们做以下基本假设，每一个假设都有充分的理由。

•**假设 1:**人口迁移方向是可预测的。

→理由:虽然每个人的游泳方向并不一定遵循移民的法律,根据大数定律,集团将排除的行为为不可预测的意外因素的存在,所以我们可以预测鱼类的迁徙方向预测海洋温度的变化。

•**假设 2:**鱼类在同一深度进行迁移。

→理由:我们假设海洋深度的变化被忽略在鱼的过程中迁移,因为在一个相对较长的时间跨度,鱼的迁移范围远比其深度变化范围大,所以深度改变在迁移的过程中可以忽略。

•**假设 3:**研究期间没有宏观经济指标、贸易环境和技术突破。

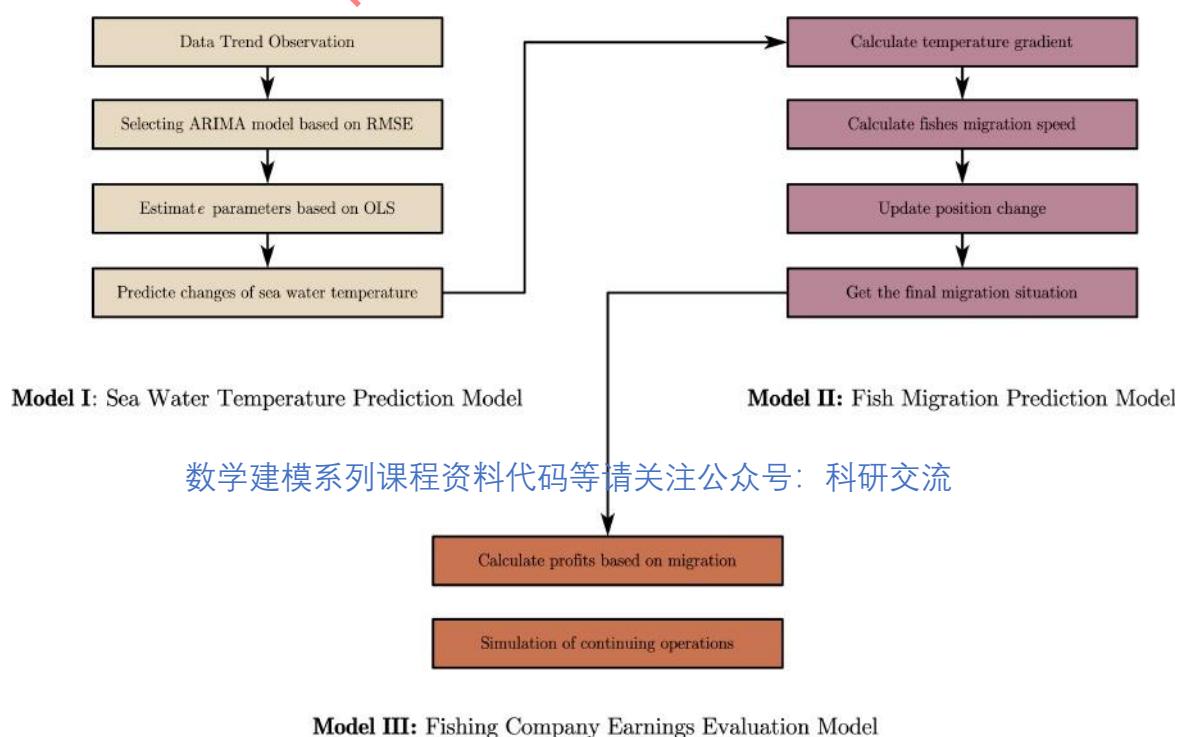
→理由:因为模型考虑了海洋温度变化对鱼类洄游方向的影响,然后对比分析了鱼类洄游前后渔业公司采取的捕鱼策略。只有当外部条件一致时,这样的比较才有意义。

•**假设 4:**假设研究数据准确。

→理由:我们假设渔业企业的历史海洋表面温度数据、渔业数据和财务数据计量偏差不明显,认为是虚假的,可以在此基础上建立更为合理的定量模型。

首先,建立海水温度预测模型。利用历史海水温度数据,预测未来50年目标海域海水温度的变化。其次,建立鱼类洄游预测模型。我们描述了海水温度变化与鱼类洄游方向之间的相关性,然后基于目标海域未来50年海水温度变化模拟鱼类洄游方向。最后,建立了渔业公司盈利评价模型。我们根据未来50年的鱼类迁移情况来评估捕捞公司盈利能力的变化,并讨论在某些客观条件下应对这种变化的策略。

综上所述,整个建模过程如下所示:



数学建模系列课程资料代码等请关注公众号：科研交流



图 2:模型概述

## 3 模型制备

### 3.1 符号

本文中使用的符号列于表 1。

表 1:符号

象征	描述	单位
$x$	经度	$^{\circ}$
$y$	纬度	$^{\circ}$
$t$	从现在起	一年
$u(x, y, t)$	坐标为(x, y)的位置 t 年后的温度	$^{\circ}\text{C}$
$v(x, y, t)$	t 年后坐标为(x, y)的位置的速度	公里/年
$C(t)$	几年后, 捕鱼的成本也降低了	美元
$P(t)$	数年后, 捕鱼的收入增加了	美元
$I(t)$	多年后捕鱼的利润	美元

### 3.2 数据

由于数据量很大, 不直观, 因此我们直接可视化一些数据以进行显示。

#### 3.2.1 数据收集

我们使用的数据主要包括历史海水温度数据、渔业捕捞数据、鱼类分布数据以及部分渔业企业的财务指标。数据来源如表 2 所示。

表2: 数据源整理

数据库名称	数据库网站	数据类型
亚太发展研究中心	<a href="http://apdrc.soest.hawaii.edu/">http://apdrc.soest.hawaii.edu/</a>	地理
诺阿	<a href="https://www.noaa.gov/">https://www.noaa.gov/</a>	地理
我们周围的大海	<a href="http://www.seaaroundus.org/">http://www.seaaroundus.org/</a>	地理
粮农组织	<a href="http://www.fao.org/home/en/">http://www.fao.org/home/en/</a>	行业报告
谷歌学术	<a href="https://scholar.google.com/">https://scholar.google.com/</a>	学术论文

#### 3.2.2 数据清理

数据按年分组, 并计算每个组 4-7 月的关键数据的平均值。对于数据中缺失的值, 我们尝试跳过它, 只寻找有效平均值。4-7 月完整缺失组, 记为缺失值。然后, 沿着时间轴对缺失值进行线性插值。如果一列中有四个或更多的缺失值, 则认为该列中的数据无效。最后, 将无效数据列的位置设置为不可达位置, 在模型计算中忽略该位置。



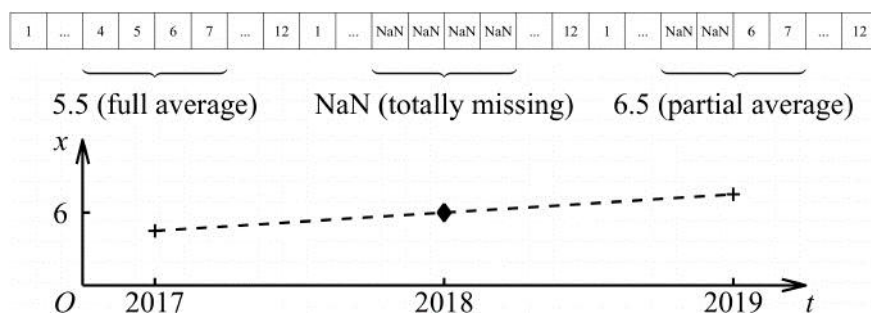


图 3:数据清理

### 3.3 地理坐标系统

球面坐标应用于数据集以表示点。为了得到图中的真实距离关系，我们将观测到的地图区域近似地看作一个平面四边形。利用测地线方程(GRS80 球面)求解四边形长度后，拟合投影变换得到球面坐标和平面坐标的对应关系。这样，点之间的欧氏距离近似于球面上的测地线距离。

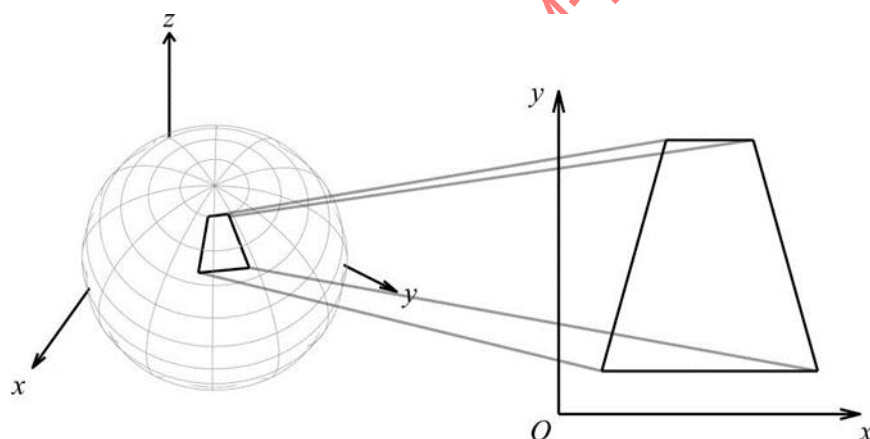


图 4:球面坐标变换

## 4 模型 I:海水温度预测模型

海洋的温度变化是由多种因素决定的，即太阳辐射、海洋生物的热损失和热交换，它们可以引起海洋温度的显著变化。因此，对于这样一个复杂的动态系统，采用了多时间序列向量自回归的方法来求解。形式上，向量自回归算法可以同时考虑各变量的时空相关性，在不引入外生变量的情况下最大限度地挖掘数据信息。因此，基于自回归积分移动平均模型 (ARIMA)的预报对温度场具有较好的逼近性。

数学建模系列课程资料代码等请关注公众号：科研交流

### 4.1 温度场描述

根据假设 2，在垂直面上不考虑海洋温度的变化。因此，对于目标海洋区域，基于经纬度建立坐标系来描述每个点的位置。因此， $t$  时刻任意点  $A \in \Omega$  的温度  $u$  可以表示为

$$u(x, y, t) \quad (1)$$

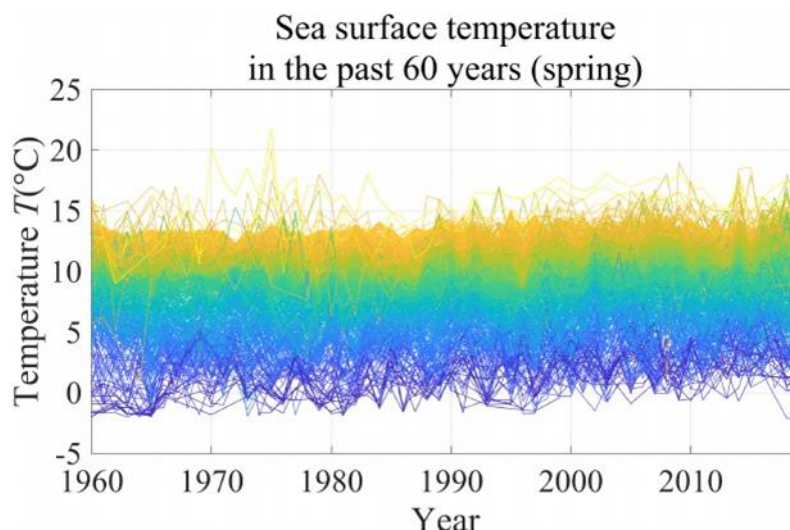




其中(x, y)是点 A 的坐标，横坐标表示经度，纵坐标表示纬度。

## 4.2 自回归预测模型

目标海区 i 内标记渔点的第 i 个(i = 1, 2, ..., 690)的温度序列数据编号  $\{u_{i,t}\}_{t=1}^{60}$ 。首先，将近 60 年来各系列的温度变化绘制如图 5 所示：



图五:过去 60 年海面温度(春季)

可以看出，整体气温变化趋势不明显。因此，本文采用 ARIMA(p, d, 0)模型对温度序列数据进行建模。对于第 i 个温度序列，模型的一般情况如下：

$$\Delta^{(d)}u_{i,t} = \sum_{j=1}^p \alpha_{i,j} \Delta^{(d)}u_{i,t-j} + \epsilon_{i,t}, \quad (2)$$

其中， $\Delta^{(d)}$ 表示阶差  $\epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon}^2)$  算子。是模型的残差值。因此，可以得到下一个 t 年后的第 i 个序列的一阶差分预测值：

$$E(\Delta^{(d)}u_{i,t}) = \sum_{j=1}^p \hat{\alpha}_{i,j} E(\Delta^{(d)}u_{i,t-j}) \quad (3)$$

此外，可以根据 ARIMA 模型的假设和实际经验，预测值满足正态分布即  $u_{i,t}|u_{i,t-1} \sim N(\hat{\mu}_{i,t}, \sigma_i^2)$ 。因此，在考虑随机性的情况下，时间 t 的初始温度预测公式(4)可以修改为

$$\hat{u}_{i,t} = E(u_{i,t}) = \hat{\mu}_{i,t} + \epsilon_{i,t} \quad (4)$$

基于逐步预测过程中随机性的累积，可以得到不同的预测。这些与海洋温度变化有关的结果可以导致鱼类迁移的变化。因此，鱼在 50 年后可以分布在不同的区域，这对渔业公司有很大的影响。



## 4.3 结果

### 4.3.1 参数估计

参照线性回归模型中的 OLS 方法，写出式(2)所对应的线性方程

$$\begin{bmatrix} \Delta u_{i,p} & \Delta u_{i,p-1} & \cdots & \Delta u_{i,1} \\ \Delta u_{i,p+1} & \Delta u_{i,p} & \cdots & \Delta u_{i,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta u_{i,59} & \Delta u_{i,58} & \cdots & \Delta u_{i,60-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{i,1} \\ \alpha_{i,2} \\ \vdots \\ \alpha_{i,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta u_{i,p+1} \\ \Delta u_{i,p+2} \\ \vdots \\ \Delta u_{i,p+60} \end{bmatrix} \quad (5)$$

这是  $(X^T X) \alpha = X^T Y$  对应参数  $\alpha$  的闭型解为

$$\hat{\alpha} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (6)$$

因此，可采用 OLS 方法对公式参数进行估计。需要注意的是，模型中存在滞后阶数和差分阶数，因此需要对模型的估计结果进行 k-fold 交叉验证，在给定的备选模型中找出预测效果最好的模型。解决结果如图 6 所示，

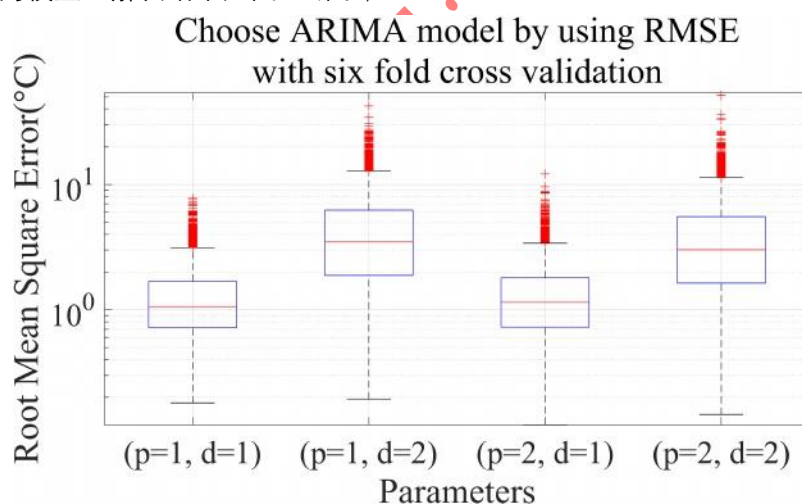


图 6:使用 6 倍交叉验证的 RMSE 选择 ARIMA 模型

从图中可以看出，当滞后阶数和差异阶数都为 1 时，模型的预测能力最好。因此，我们选择最优的总体性能 ARIMA(1,1,0)模型。

### 4.3.2 计算结果

根据上述参数估计和预测公式，我们可以得到目标海域 Q50 年后的预测温度分布，如图 7 所示。





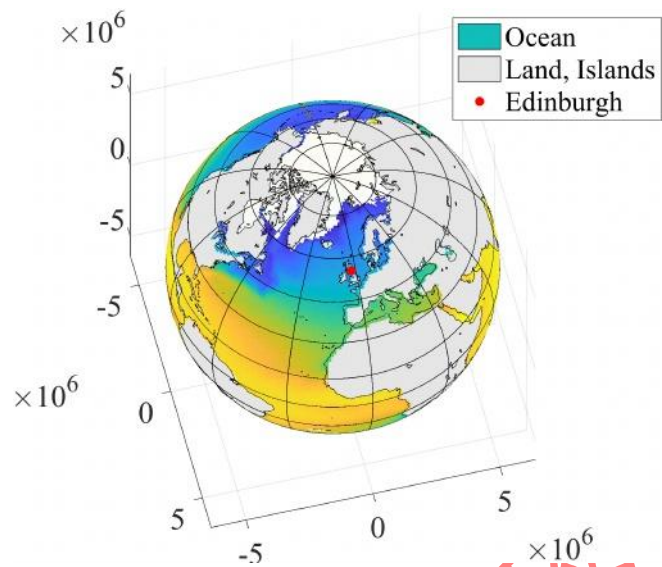


图 7:50 年后的气温预测

## 5 模型二:鱼类迁徙预测模型

鱼的迁移效果需要从两个方面来考虑:一是基于动力学的研究鱼迁移的动机和速度;二是基于运动学探讨鱼类洄游的位置变化与洄游速度之间的关系。将这两方面结合起来,可以得到一个动态的鱼类迁移模型。下面将分别描述这两部分。

### 5.1 运动学的移民

鱼的迁移效果需要从两个方面来考虑:一是基于动力学的研究鱼迁移的动机和速度;二是基于运动学探讨鱼类洄游的位置变化与洄游速度之间的关系。将这两方面结合起来,可以得到一个动态的鱼类迁移模型。下面将分别描述这两部分。

对于每个点, 对应的 fish 情况如图 8 所示,

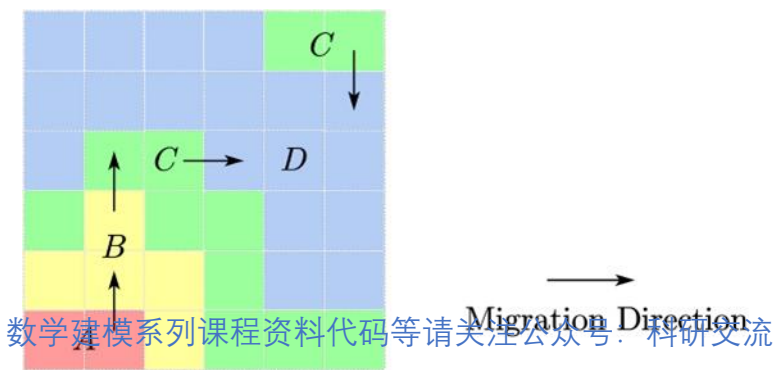


图 8:鱼类迁移机制

可以看出, 对于图 8 所示区域, 由于  $u$  的影响, 鱼类的迁移方向  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 。从运动学的角度, 确定鱼的运动速度后, 可以计算出位置更新条件。因根据位置计算得到相应的移动速度表达式为

$$(dx, dy) = v dt \tag{7}$$



在这里，位置(x, y)的更新公式是

$$(x_t, y_t) = (x_{t-1}, y_{t-1}) + (dx, dy) \quad (8)$$

## 5.2 迁移动力学

在对鱼类洄游的运动学描述之后，还需要从动力学的角度对鱼类洄游进行描述和建模。根据第 1 节对两种鱼类生活习性的描述，鱼类倾向于迁移到温度较低的区域，因此我们认为迁移速度与温度场之间的关系为

$$\mathbf{v}(x, y, t) = f(\nabla u(x, y, t)) \quad (9)$$

其中 f(.)为待定关系方程。我们将参考 5.3.2 节的实际数据来确定 f 的具体形式。

## 5.3 结果

### 5.3.1 $\nabla u$ 的估计

对于公式(9)，则先确定 $\nabla u$ 的计算方法。根据 $\nabla u$ 的定义， $\nabla u$ 的表达式应为

$$\nabla u(x, y, t) = \left( \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial x}, \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial y} \right). \quad (10)$$

我们有以下 $\nabla u$ 的近似值，

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial x} &= \frac{u(x + dx, y, t + dt) - u(x, y, t)}{dx} \\ \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial y} &= \frac{u(x, y + dy, t + dt) - u(x, y, t)}{dy} \end{aligned} \quad (11)$$

因此，各位置的温度梯度可由式(11)计算。

### 5.3.2 $f(\nabla u, v)$ 的估计

根据苏格兰鲱鱼和鲭鱼的迁徙速度和温度变化，它是  $\lim_{\Delta u \rightarrow \infty} v \rightarrow \max$  和  $\lim_{\Delta u \rightarrow 0} v \rightarrow 0$ 。因此，为简化模型，根据函数 logistic 回归的结构形式，新公式对公式(9)的严格逼近可得

$$\mathbf{v}(x, y, t) = \text{sign}(\Delta u) \frac{\nabla u(x, y, t)}{\|\nabla u\| + \beta} v_{\max} \quad (12)$$

其中符号(.)为功能符号; $v_{\max}$  为鱼的最大迁移速度; $\beta$ 是温度缩放系数。根据数据，估计结果可以表示为表格 3



表 3 参数估计结果

参数	价值	单位
$\beta$	1.0499 e-5	..
$V_{\text{最高}}$	188.5671	公里/年
$U_{\text{最小}}$	2	$C$
$U_{\text{最高}}$	6	$C$

### 5.3.3 迁移模拟算法

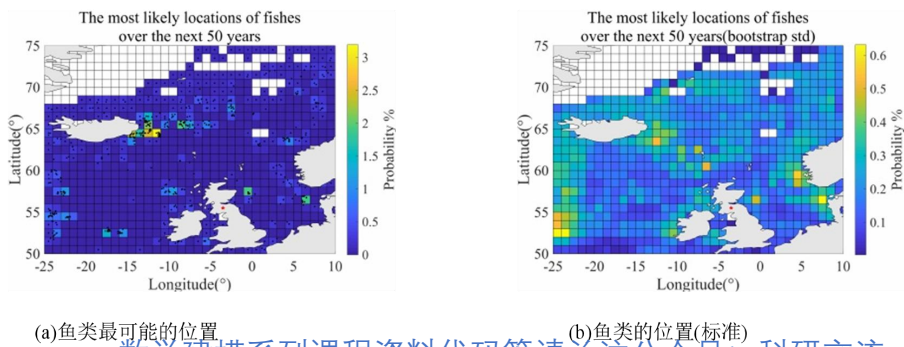
根据  $\nabla u$  和  $f$  的估计，鱼的位置重新辨识的过程可得到:

算法 1: 鱼的位置变化过程

输入:  $\rho(x, y, 0)$ ,  $\beta$ ,  $V_{\text{max}}$ ,  $U_{\text{min}}$ ,  $U_{\text{max}}$   
输出:  $\rho(x, y, 50)$   
对于  $t=1$  到 50 做  
    随机分心物互一, 根据 ARIMA(1,1,0)模型, 可以预测离散的  $u(x, y, t)$ ,  
     $u(x, y, t-1)$   
    连续的  $u(x, y, t)$  可以通过离散的  $u(x, y, t)$  值的线性插补得到。  
    连续  $\nabla u$  可以基于公式(11)识别  
    连续的  $v(x, y, t)$  可由式(12)计算  
    每条鱼的位置变化可以根据公式(7) 计算出来, 根据式(8)可对每条鱼的  $(x, y)$  进行刷新  
结束

### 5.3.4 计算结果

根据迁移过程，可以得到鱼类的初始分布和 50 年后的分布如图 9 所示



数学建模系列课程资料代码等请关注公众号：科研交流

图 9: 未来 50 年鱼类的预测位置

## 6 模型三: 渔业公司盈利评价模型

对于不考虑政策因素的渔业企业来说, 渔业活动能否给企业带来积极的利润是决定其是



否出海的决定性因素。因此，有必要对捕捞活动的成本和效益进行有效的评价，以确定捕捞策略。

## 6.1 渔业公司经营模式

### 6.1.1 渔捞费用的评估

捕捞成本主要分为固定成本和可变成本两部分。固定成本是指每次捕捞作业必须使用的设备和工人的固定工资;可变成本是指在捕捞过程中，随着航行距离的增加所消耗的材料。所以捕捞  $C(x, y)$  的成本表示为

$$C(x, y) = C_0 + ad(x, y), \quad (13)$$

其中  $C_0$  为捕捞的固定成本; $a$  是捕鱼的可变成本; $d(x, y)$  为渔场到港口的距离。

### 6.1.2 渔业收入的评估

收入主要来自捕鱼,鱼的数量收获积极相关密度目标鱼的钓鱼网站当  $I(x, y) \propto \rho(x, y)$ 。考虑到没有制冷的渔船,随着渔业操作时间的增加,抓鱼的价格将下降沿负指数  $I(x, y) \propto e^{-\lambda d(x, y)}$ 。因此捕鱼的收入  $I(x, y)$  表示为如下, 其中  $\lambda$  为价格衰减系数。

$$I(x, y) = \rho(x, y) \cdot \theta e^{-\lambda d(x, y)}. \quad (14)$$

### 6.1.3 渔业利润评估

由于利润的定义，渔船的捕捞利润  $P(x, y)$  为

$$I(x, y) = \rho(x, y) \cdot \theta e^{-\lambda d(x, y)} - ad(x, y) - C_0 \quad (15)$$

## 6.2 结果

### 6.2.1 参数估计

注意，式(15)中需要估计 4 个参数，其取值范围讨论如下。

对于衰减系数  $\lambda$ ，根据渔船的航行记录，可得到一般渔船的最大航行半径，因此最大航行距离可表示为

$$\hat{L} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{\max, i}$$

另外，根据与负折射率衰减相对应的式(15)，可  $e^{-\lambda \hat{L}} = 0.5$  以得到，可转化为  $\lambda$  的估计



方程

$$\hat{\lambda} = \frac{\ln 2}{\hat{L}} \quad (17)$$

对于可变成本系数  $a$  和固定成本系数  $C_0$ ，根据联合国粮食及农业组织对渔船油耗和渔业公司财务数据的调查。对于捕捞系数  $\theta$ ，假设最初  $\forall (x, y) \in \Omega$  可以满足  $\rho(x, y) = 1$  则

$$\hat{\theta} = \frac{C_{\text{mean}}}{P_{\text{mean}}} (1 + r_{\text{mean}}) \quad (18)$$

其中， $C_{\text{mean}} = \sum_{(x,y) \in \Omega} [C_0 + ad(x, y)]$  为单位捕捞的平均成本； $r_{\text{mean}}$  为单位捕捞的平均收益， $P_{\text{mean}} = \sum_{(x,y) \in \Omega} e^{-\lambda d(x,y)}$  为单位捕捞的平均收益。

根据联合国粮食及农业组织调查渔业公司财务状况的数据，估计的渔业系数可代入式(18)得到。综上所述，各参数的估计结果如表 4 所示。

表4：参数估计结果

参数	值	单元
$L$	1000	公里
$r_{\text{均值}}$	0.03	—
$C_{\text{均值}}$	4040000	\$
$\theta$	9440.73	—
$\lambda$	6.93e-4	年/公里
$C_0$	1616	\$
$a$	3.01	\$ /公里

## 6.2.2 迁移仿真算法

结合上一节鱼类的动态迁移过程，在鱼类迁移的模拟过程中加入实时盈利模拟，实现了模拟流程如下：

### 算法 2: 考虑随机性的鱼类迁移过程

输入:  $\rho(x, y, 0), \beta, v_{\text{max}}, u_{\text{min}}, u_{\text{max}}, \theta, \lambda, C_0, a$

输出:  $\rho(x, y, 50), P(x, y, t)$

for  $n = 1$  to 10000 do

  for  $t = 1$  to 50 do

    在方差辨识过程中，可以得到随机干扰因子  $\epsilon t$

    可以基于模型 ARIMA (1,1,0) 和模型来预测离散的  $u(x, y, t)$ ,

$u(x, y, t-1)$

    连续的  $u(x, y, t)$  可以通过离散的  $u(x, y, t)$  值的线性插补得到。

    连续  $\nabla u$  可以基于公式(11)识别

数学建模系列课程资料代码等请关注公众号：科研交流

可以根据以下公式刷新每条鱼的  $\rho_t(x, y)$  (8) 根据公式确定每条鱼的利润(15)

结束

## 6.2.3 计算结果

借助 matlab 可以实现上述建模过程，得到渔业企业年利润与时间的关系。



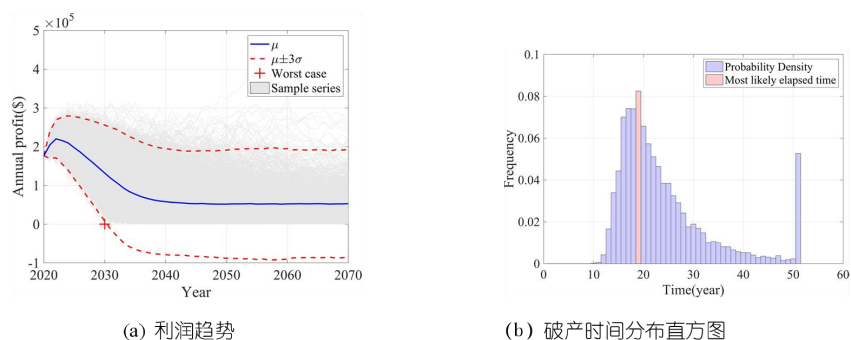


图 10:渔业公司未来 50 年经营模拟结果

可以看出，在鱼的初始分布设定为均匀分布的情况下，随着模拟鱼的逐渐丰富，这种富集效应为渔业企业带来了越来越大的利润。但随着时间的推移，鱼逐渐离开沿海地区，向北游去，导致渔业公司的利润逐渐下降。在最坏的情况下，到 2030 年将没有捕鱼公司继续捕鱼；在最好的情况下，渔业公司的捕捞活动可以持续到 2070 年。自助法得到的渔业企业无法继续捕捞时间点的实证分布如图 10 所示。可以看出，时间点连续可能性最大的操作是 2039。

## 6.3 讨论

### 6.3.1 不考虑领海的管理策略

对于问题 2 的求解结果，标有迁移方向的结果如图 11 所示。可以看出，在未来的 50 年中，海水温度将逐渐升高，导致鱼类向北方迁移，近海鱼类密度将逐渐降低，从而导致利润逐步下降。小型渔业公司的衰落。因此，为了应对这种情况，需要改变捕捞公司的捕捞策略。



图 11:渔业公司的端口传输

参考鱼的迁移方向，将港口的初始位置转移到冰岛，在其他条件不变的情况下，重复章节 6.2.2 的模拟过程。渔业企业年利润随时间的变化趋势如图 12 所示，





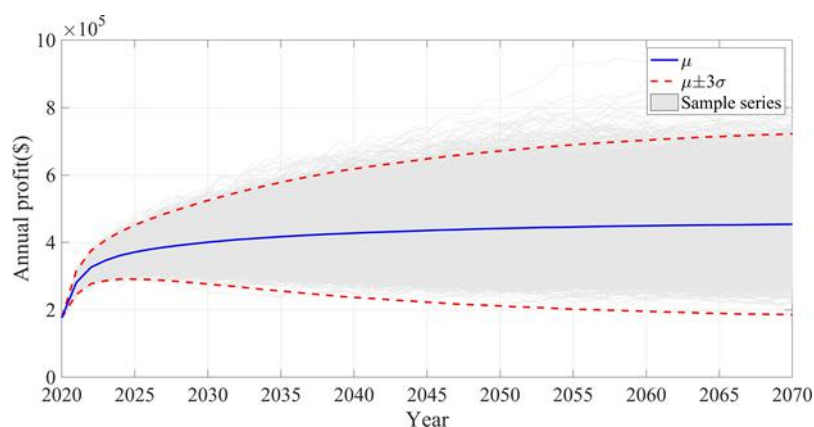


图 12:渔业公司未来 50 年经营模拟结果

随着未来新港口的位置更接近鱼类的迁移方向，渔业公司的利润将逐渐增加，并最终随着鱼类的迁移而稳定下来。因此，对于小型渔业公司，为了有效地提高其生存率和利润率，有必要灵活选择离鱼类分布较近的区域作为出发港。

### 6.3.2 考虑领海的管理策略

重新考虑上一节的策略，因为鱼类的洄游范围在英国领海之外，大量鱼类进入冰岛领海，考虑到有关政策和法律规定苏格兰的渔业公司不能进入该区域进行捕鱼活动。

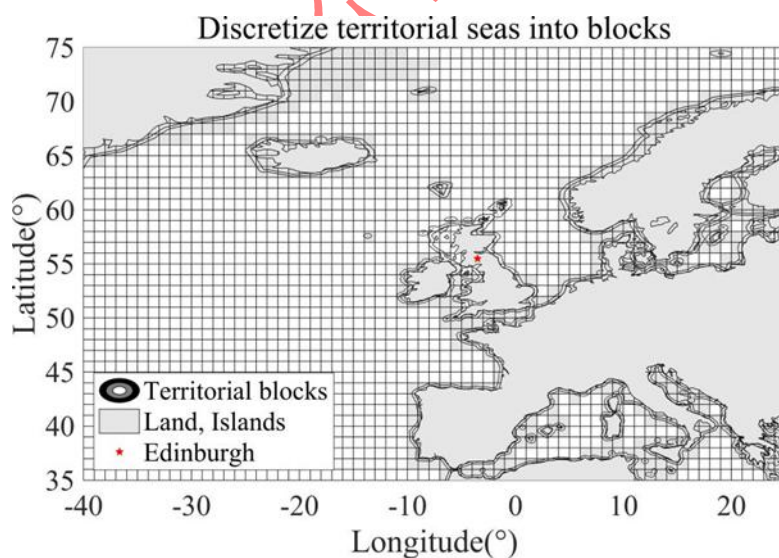
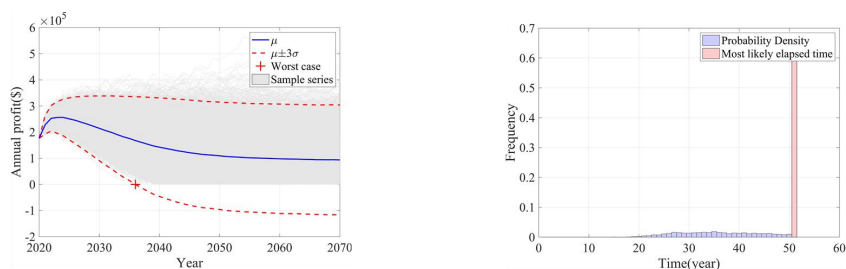


图 13:将领海离散化

因此，针对这种情况，在排除冰岛和挪威领海后，我们将随机重新考虑渔业公司的捕捞情况。它可以为渔船提供船上制冷设备，可以大大改善鱼类的保鲜状况，从而提高捕捞收入。最后，利用这种策略模拟渔业公司的年利润随时间的变化趋势，如图 14 所示。





(a) 利润趋势

(b) 破产时间分布直方图

图 14:渔业公司未来 50 年经营模拟结果

可以看出，制冷设备安装后，渔业企业利润下降的趋势得到了很好的遏制。最坏的情况是 2036 年渔业公司无法继续捕捞;在最好的情况下，渔业公司的捕鱼活动可以持续到 2070 年。利用 bootstrap 方法能够适应鱼类迁移的渔业公司的经验分布如图 14 所示。大多数渔业企业都能坚持到底，说明我们的改进策略是有效的。

## 7 测试模型

### 7.1 灵敏度分析

在第 5.3.2 节中，引入两个外生因素来估计渔业企业利润评价模型的参数:社会利润率和平均航行距离。因此，捕捞公司的最终生存率与这两个因素之间的关系可以通过一阶差异进行近似估算如下：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \eta}{\partial r} &\approx \frac{\eta(r + \Delta r) - \eta(r)}{\Delta r} \\ \frac{\partial \eta}{\partial L} &\approx \frac{\eta(r + \Delta L) - \eta(L)}{\Delta L}\end{aligned}\quad (19)$$

因此，计算结果如图 15 所示

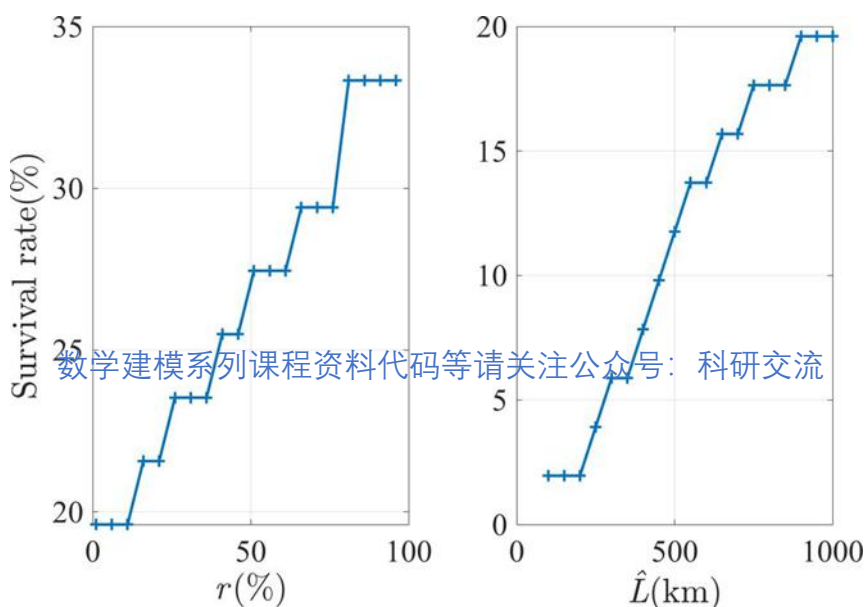


图 15:r 和 L 的敏感性分析



研究表明，渔业企业的最终存活率随着社会利润率的增加而增加，反映了社会发展对渔业企业的反馈效应；相应的，渔业企业的最终存活率也随着平均航行距离的增加而增加，这说明了长距离航行能力对提高渔业企业盈利能力的重要性。通过敏感性检验得到的模型趋势与实际情况一致，也证明了渔业企业利润评价模型的合理性和鲁棒性。

## 7.2 鲁棒性分析

对于模型 2，考虑在不同初始分布样本下，最终迁移状态是否稳定是有意义的。因此，模拟不同初始分布条件下基于模型 2 的鱼的迁移，ith 的最终分布表示为  $\Phi_i(x, y|x, y \in \Omega)$ 。然后是任意两个最终分布 RMSE 之间的拟合程度  $ij$  通过计算公式 (20)

$$RMSE_{ij} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{(x,y) \in \Omega} [\Phi_i(x, y) - \Phi_j(x, y)]^2} \quad (20)$$

和  $RMSE_{ij}$  组合成对级数，绘制 Q-Q 图为如下：

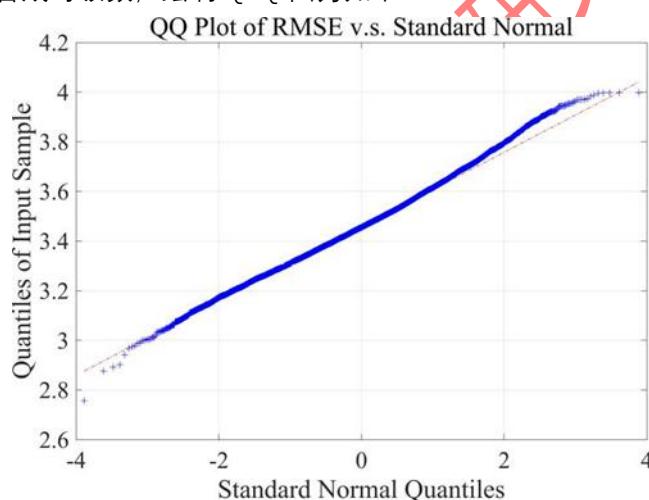


图 16: RMSE vs. 标准正常 QQ 图

可以看出，图中的散点分布在直线上，说明整体拟合情况是稳定的。这意味着在不同初始鱼类分布的前提下，可以得到相似的最终鱼类分布，验证了温度变化对鱼类迁移的决定性作用，体现了模型的稳定性。

## 8 结论

### 8.1 结果汇总

数学建模系列课程资料代码等请关注公众号：科研交流

#### 8.1.1 问题 1 的结果

根据模型 I 和模型 II 的计算结果，可以确定 50 年后两种鱼类的分布情况如下：



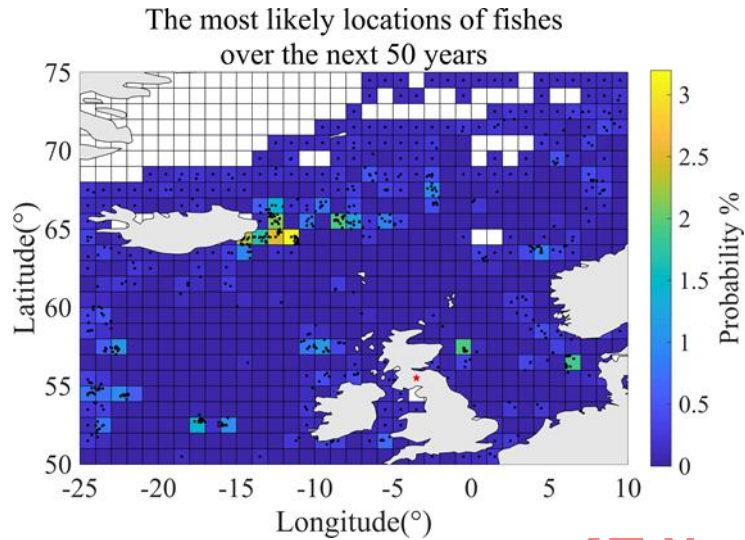


图 17:未来 50 年最有可能出现鱼类的位置

### 8.1.2 问题 2 的结果

根据对未来 50 年鱼类迁徙的预测，利用模型 III 对公司的管理进行评价，得到直方图：

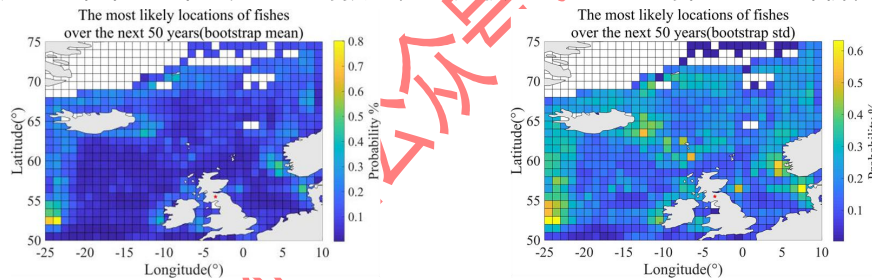


图 18:未来 50 年鱼类的预测位置

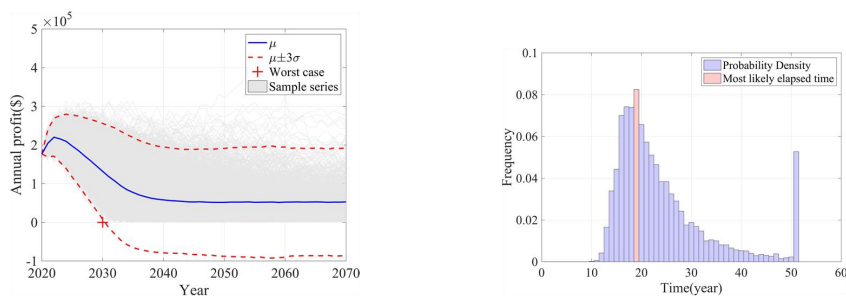


图 19:渔业公司未来 50 年经营模拟结果

最好和最坏的情况将分别导致公司维持其业务至 2070 年和 2030 年，而 2039 年是公司无法维持其捕捞活动的最可能年份。



### 8.1.3 问题 3 的结果

考虑到鱼类有向北迁移的趋势，目前的策略是将渔港改为冰岛。利用模型 III 可以得到后期管理趋势曲线：

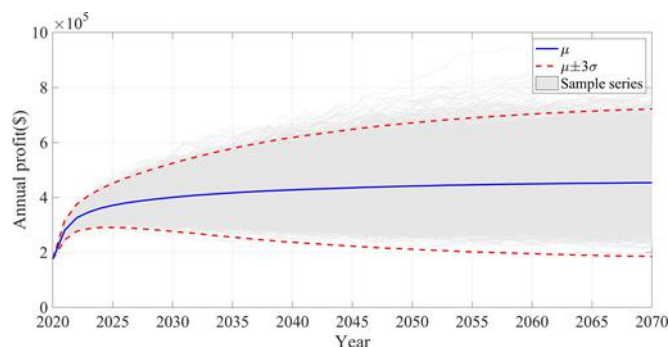
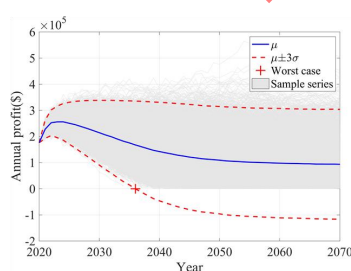


图 20:渔业公司未来 50 年经营模拟结果

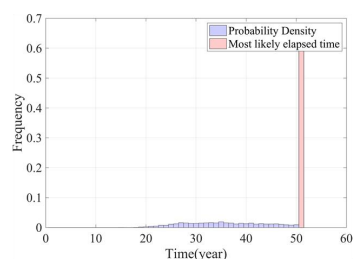
可以得出结论，改变初始港口后，管理状况可以得到很大改善，到 2070 年，可以维持 100%的捕捞作业。

### 8.1.4 问题 4 的结果

从领海的相关政策和法律来看，渔业公司不能改变其出港港至冰岛。我们给出的相应策略是改进船舶技术，以更高的成本提高利润。对于该策略，可以通过模型 III 来确定利润趋势曲线。从图 21 可以看出，如果改变出发港口，由于经营状况较好，62.68%的企业 50 年后仍能保持其渔业业务。



(a) 利润趋势



(b) 破产时间分布直方图

图 21:渔业公司未来 50 年经营模拟结果

## 8.2 强度 [数学建模系列课程资料代码等请关注公众号：科研交流](#)

- 基于时间序列的海温预测模型科学合理，能够通过各种统计检验。所得到的预测具有可靠的统计描述；
- 对模型进行敏感性分析，证明了模型在不同参数组合下的有效性，证明了模型的鲁棒性；
- 基于大样本数据进行科学的商业战略评估，便于企业管理者根据实际情况做出理性决



策。

### 8.3 可能的改进

- 如果我们有更完整的数据，对鱼类迁徙的分析就会更准确;
- 一些近似分析方法被应用于渔业管理的模型，在极端情况下，可能导致情况与实际相反。

微信公众号：科研交流





## 参考文献

- [1] Corten, A. (2001).北海鲱鱼的北部分布，作为对高水温和/或低食物丰度的反应。FisheriesResearch 50(1 - 2), 189 - 204.
- [2] Jansen, T., Campbell, A., Kelly, C., Hatun, H., & Payne, M. R. (2012). 东北大西洋鲭鱼(*Scomber scombrus*)秋季和冬季的迁徙和渔业.
- [3] Nøttestad, Misund, O. A., Melle, W., Hoddevik Ulvestad, B-K & Orvik K. A. (2007). 北极锋鲱鱼:温度和猎物对其时空分布和迁移的影响。MarineEcology, 28 岁, 123 - 133.
- [4] O. A.的 Misund, H.的 Vilhjálmsson, S. H.í. Jákupsstovu. Røttingen, I., Belikov, S., Asthors-son, O., ... & Sveinbjörnsson, S. (1998). 挪威春季产卵鲱鱼的分布，迁移和丰度与挪威海中温度和浮游动物生物量的关系，如 1996 年春季和夏季进行的常规调查所记录。Sarsia, 83 (2), 117-127.
- [5] Peer, A.C.和 Miller, T.J. (2014). 气候变化，迁移酚类和渔业管理会产生意想不到的后果。北美渔业管理杂志, 34 (1), 94-110.

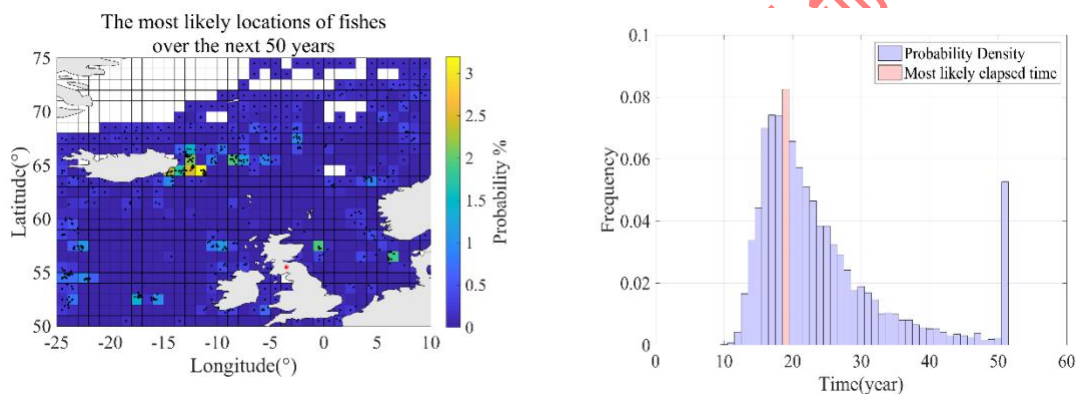


## 注意鱼类迁徙

我是来自 MCM 的鱼类研究员。众所周知，鲱鱼和鲭鱼不仅是苏格兰人的首选食物，也为苏格兰渔民提供了丰厚的收入。

然而，政府间气候变化专门委员会(Intergovernmental Panel on Climate Change)第五次全球变暖评估报告显示，自 1870 年以来，观测数据显示全球海洋温度持续加速上升，上升幅度超过 1 度。由于海洋温度的持续上升，鲱鱼和鲭鱼不得不离开现有的栖息地去寻找更好的栖息地北方，这给苏格兰渔民带来了负担。因为远距离捕鱼增加了捕捞费用，而捕获量将不可避免地减少。

根据我们的研究，在目前的技术水平和经营策略下，面对未来 50 年可能出现的大规模鱼类迁徙，作为大多数人谋生方式的小型渔业公司的生存概率令人担忧。下图显示了我们估计的存活率分布。



经过 1 万次模拟鱼类洄游和小型渔业公司相应的收入情况，最坏的情况是 2030 年，渔业公司因鱼类而破产的概率。迁移是 0.02%;至于最可能的情况，2039 年的概率为 8.25%。最好的情况是 50 年没有破产，概率为 5.27%。

最后，我们对社会收益率与渔船最大航行半径的关系的研究表明，增加社会收益率和最大航行半径都能显著降低渔船破产的概率。在此基础上,我们的建议是积极参与行业更好的全面发展和提高渔船的技术,扩大导航半径,并总是实现低碳旅游,节能环保,有利于减缓全球变暖,这样你可以享受钓鱼的乐趣带来更长一段时间,同时保持应有的福利。

