第 19 卷 哈尔滨师范大学自然科学学报 Vol. 19, No. 5 2003
第 5 期 NATURAL SCIENCES JOURNAL OF HARBIN NORMAL UNIVERSITY

多目标优化下料问题的研究

林晓颖　　王　远
(哈尔滨学院)　(北京信息工程学院)

【摘要】 本文研究多目标下料问题. 首先建立它的非线性规划模型, 然后把上述模型转化成单目标整数线性规划模型, 这样就可以用分支定界法求解. 计算实例表明这种方法简单有效.

关键词: 下料问题; 优化; 整数线性规划

0 问题的提出

工程实际中经常会遇到角钢、钢管等长条状型材的下料问题. 如何最大限度地节约原材料, 提高原材料的利用率, 是工厂实际生产中的一项根本原则, 对下料问题建立数学模型并且提出解决方案有重要的实际意义和广阔的应用背景. 许多作者对这个问题进行了研究. 文献[1] 以剩余料长总和最小为目标函数, 建立了多规格一维型材下料问题的数学模型, 但是这个模型仍需要凭经验给出在每种长度规格的型材上进行下料的若干方案, 当型材规格很多, 或者待下料的坯料很多的时候, 采用这种方法建模有一定的困难. 文献[2] 根据所用的型材总长度最小提出了多规格型材下料问题的一个改进模型, 这个模型不需要事先凭经验给出各种下料方法. 文献[3] 考虑到顾客的需求, 提出了多目标下料问题的模型. 文献[3] 中所建立的模型不是整数线性规划模型, 因而常用的求解整数线性规划问题的分支定界法失效, 以上模型都采用了遗传算法求解. 本文中, 我们将研究文献[3] 所提出的多目标下料问题, 建立了它的单目标数学模型并用分支定界法来求解这个模型.

1 多目标下料问题的数学模型

假设现在有 m 根原料棒, 要截成 n 类不同长度规格的成品棒, 如何截取, 从而使

(1) 余料最小?

(2) 尽可能地满足顾客的需求?

上述多目标下料问题的数学模型如下[3]:

$$\min z_1 = \sum_{k=1}^{m} L(k) - \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj} L_j$$

$$\min z_2 = \sum_{j=1}^{n} | a_j - y_j | \tag{1.1}$$

s.t.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{kj} L_j \leqslant L(k) & 1 \leqslant k \leqslant m \\ x_{kj} > 0 \text{整数} \; k = 1, 2, \Lambda, m, j = 1, 2, \Lambda n \end{cases}$$

其中: $L(k)$ 表示第 k 根原料棒的棒长;

L_j 表示第 j 类成品棒的棒长;

x_{kj} 表示从第 k 根原料棒上截下的第 j 类成品棒的根数;

a_j 表示顾客的需求比例, $\sum_{j=1}^{n} a_j = 1$;

$y_j = \dfrac{\sum_{k=1}^{m} x_{kj}}{\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj}}$ 表示实际生产出来的第 j 类成

收稿日期: 2003- 08- 20

品棒在全部成品棒中所占的比例.

模型(1.1) 中目标 z_2 是由 $x_{kj}(k=1,2,\cdots m, j=1,2,\cdots n)$ 的非线性函数给出, 因此这只是一个整数规划问题, 而不是整数线性规划问题, 对它的求解比较困难. 我们对目标 z_2 做如下处理: $\min z_2 = \sum_{j=1}^{n} \left| \sum_{k=1}^{m} x_{kj} - a_j \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \right|$, 仍能达到使得实际生产中第 j 类成品棒在全部成品棒中所占的比例尽可能的接近于需求比例 a_j 的目的. 进一步, 把两个目标合二为一, 并且去掉目标中的常数部分 $\sum_{k=1}^{m} L(k)$ 得到如下的数学模型:

$$\min z = -\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj}L_j + \sum_{k=1}^{n} \left| \sum_{k=1}^{m} x_{kj} - a_j \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \right|$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{kj}L_j \leqslant L(k) \quad 1 \leqslant k \leqslant m \\ x_{kj} \geqslant 0 \text{ 整数 } k=1,2,\cdots m, j=1,2,\cdots n \end{cases} \tag{1.2}$$

2　模型求解与计算实例

模型(1.2) 中, 如果不考虑目标中的绝对值符号, 它就是一个整数线性规划问题, 可以用求解整数线性规划问题的分支定界法对它求解. 为此, 我们考虑引入适当的变换, 将(1.2) 进一步转化成整数线性规划模型.

在模型(1.2) 中, 令

$$u_j = \frac{1}{2}\left\{ \left| \sum_{k=1}^{m} x_{kj} - a_j \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \right| + \left(\sum_{k=1}^{m} x_{kj} - a_j \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \right) \right\} \quad j=1,2\cdots n$$

$$v_j = \frac{1}{2}\left\{ \left| \sum_{k=1}^{m} x_{kj} - a_j \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \right| - \left(\sum_{k=1}^{m} x_{kj} - a_j \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \right) \right\} \quad j=1,2\cdots n$$

则 $u_j \geqslant 0, v_j \geqslant 0 (j=1,2,\cdots n)$, 且

$$u_j + v_j = \left| \sum_{k=1}^{m} x_{kj} - a_j \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \right|$$

$$u_j - v_j = \sum_{k=1}^{m} x_{kj} - a_j \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj}, \ j=1,2\cdots n$$

所以模型(1.2) 等价于

$$\min z = -\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj}L_j + \sum_{j=1}^{n}(u_j + v_j)$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{kj}L_j \leqslant L(k) \quad 1 \leqslant k \leqslant m \\ u_j - v_j = \sum_{k=1}^{m} x_{kj} - a_j \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \\ \qquad 1 \leqslant j \leqslant n \\ x_{kj}, u_j, v_j \geqslant 0 \\ \qquad \text{整数 } k=1,2\cdots m, j=1,2,\cdots n \end{cases} \tag{2.1}$$

公式(2.1) 给出的是一个整数线性规划模型, 可以直接利用分支定界法来求解.

下面给出一个例子说明上述方法的有效性.

例 2.1　(参见文献[3]) 将 5 种不同类型的材料(长度分别是 123 m、131 m、137 m、145 m 和 151 m) 截成 4 种不同的成品(长度分别是 11 m、13 m、17 m 和 21 m), 各种成品的需求比例都是 25%. 问: 如何截取, 使得尽可能地满足需求, 并且所剩余料最少?

采用上述方法建模并用 Lindo 软件求解, 可以得到如下的一个最优解:

料长/m	切割根数				余料/m
	11	13	17	21	
123	0	0	7	0	4
131	1	6	0	2	0
137	7	2	2	0	0
145	0	3	0	5	1
151	3	0	2	4	0

对比文献[3] 中表 3 或者表 4 可知所求的最优解是正确的.

3　结论

本文研究实现双目标: “余料最小” 以及 “尽可能满足顾客需求” 的下料问题. 首先, 我们建立起

这个问题的非线性整数规划模型, 然后, 通过引入适当的变换, 把它转化为一个整数线性规划模型, 这样就可以采用一般的求解整数线性规划的方法(如分支定界法) 对它进行求解. 与文献[3] 相比较, 我们所建立的模型(2. 1) 更为简单, 从计算实例的结果看, 求解方法有效.

参 考 文 献

1 万书亭, 韩庆瑶. 等截面长条材料下料的优化设计. 水利电力机械, 1996(2): 6~ 8

2 李琼, 金升平. 一维优化下料问题的模型与算法的综合比较. 武汉交通科技大学学报, 1998(4): 373~ 375

3 黄樟灿. 多目标整数规划中的遗传算法. 武汉大学学报(自然科学版), 1999(5): 755~ 757

ON OPTIMIZATION FOR MULTI- OBJECTIVE CUTTING PROBLEM

Lin Xiaoying Wang Yuan

(Harbin College) (Beijing Institute of Information Technology)

ABSTRACT

In this paper, we consider the cutting problem with multiple objectives. First, we construct the non- linear programming model of this problem. Then, we change it into linear integer programming model so that we can solve it by branch- and- bound method. An example shows that this method is simple and efficient.

Keywords: Cutting- problem; Optimization; Linear integer programming