中华数学竞赛网 www.100math.com

1993年第2届全国大学生数学建模竞赛

A题 非线性交调的频率设计

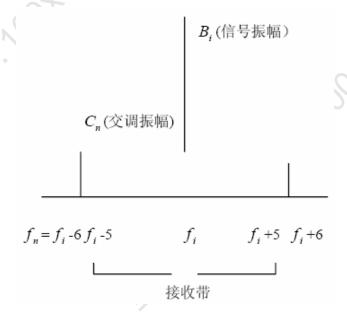
如果以非线性器件的输入u(t)与输出y(t)的关系是 $y(t)=u(t)+u^2(t)$ (其中t是时间),那么当输入是包含频率 f_1 , f_2 的信号 $u(t)=\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t$ 时,输出y(t)中不仅包含输入信号 f_1 , f_2 ,而且还会出现 $2f_1$, $f_1\pm f_2$ 等新的频率成分,这些新的频率称为交调,如果交调出现在原有频率 f_1 、 f_2 的附近,就会形成噪声干扰,因此工程设计中对交调的出现有一定的要求.

现有一SCS (非线性)系统,其输入输出关系由如下一组数据给出:

输入u	0	5	10	20	30	40	50	60	80
输出 y	0	2.25	6.80	20.15	35.70	56.40	75.10	87.85	98.50

输入信号为 $u(t)=A_1\cos 2\pi f_1t+A_2\cos 2\pi f_2t+A_3\cos 2\pi f_3t$,其中 $A_1=25$, $A_2=10$, $A_3=45$ 是输入信号振幅. 对输入信号的频率 f_1 、 f_2 、 f_3 的设计要求为:

- (1) $36 \le f_1 \le 40$, $41 \le f_2 \le 50$, $46 \le f_3 \le 55$.
- (2)输出的交调均不得出现在 $f_i \pm 5$ 的范围内(i = 1, 2, 3),此范围称为 f_i 的接收带(参见下图).
- (3)定义输出中的信噪比 $SNR=10\log_{10}\frac{B_i^2}{C_n^2}$ (单位:分贝),其中 B_i 是输出中对应于频率为 f_i 的信号的振幅 C_n 为某一频率为 f_n 的交调的振幅. 若 f_n 出现在 $f_n=f_i\pm 6$ 处(i=1, 2 , 3)则对应的 SNR 应大于10分贝(参见下图).



中华数学竞赛网 www.100math.com

中华数学竞赛网 www.100math.com

- (4) f_i 不得出现在 f_j 的接收带内(i, j=1, 2 , 3 , $i \neq j$).
- (5)为简单起见 f_j 只取整数值,且交调只需考虑二阶类型(即 $\left\{f_i\pm f_j\right\}$, i , j = 1 , 2 , 3)和三阶类型(即 $\left\{f_i\pm f_j\pm f_k\right\}$, i , j , k = 1 , 2 , 3 ;) .

试按上述要求设计输入信号频率 f_1 , f_2 , f_3 .

B题 足球队派名次

下表给出了我国12只足球队在1988~1989年全国足球甲级联赛中的成绩,要求:

中华数学竞赛网 www.100math.com

中华数学竞赛网 www.100math.com

- (1)设计一个依据这些成绩排出诸队名次的算法,并给出用该算法排名次的结果.
- (2) 把算法推广到任意 N 个队的情况.
- (3) 讨论数据应具备什么样的条件,用你的方法才能够排出诸队的名次.

		-	-		-	-	-				-	-
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}
		0:1	2:2	2:0	3:1	1:0	0:1	0:2	1:0	1:1		C
T_1	X	1:0	1:0	3:1	2,		1:3	2:1	4:0	1:1	X	X
		0:0	0:2	1:0							.0	
			2:0	0:0	1:1	2:1	1:1	0:0	2:0	0:2	7	
T_2		X	0:1	2:0			1:1	0:0	1:1	0:0	X	X
			1:3	0:0								
	-7/	W/		4:2	2:1	3:0	1:0	0:1	1:0	0:1		
T_3	X		X	1:1			1:4	3:1	2:3	2:0	X	X
4				0:0			1	(-1)				
T	/				2:3	0:1	0:5	2:1	0:1	0:1		
T_4				X			2:3	1:3	0:0	1:1	X	X
T_5						0:1	×/				1:0	0:1
					X	5	X	X	X	X	1:2	1:1
T_6					CC	X	X	X	X	X	X	
				. 1				1:0	2:1	3:1	3:1	2:0
T_7				C			X	2:0	3:0	3:0	-0	
			C	42				0:0	1:0	2:2	0	
			10	,					0:1	1:1	3:1	0:0
T_8			*					X	1:2	1:0		
		" IIII							2:0	0:1		
	4	B							10	3:0	1:0	1:0
T_9	(-))							Miller	X	1:0		
-7/	K							MA		0:0		
T_{10}								73		X	1:0	2:0
T						-7/1	/				***	1:1
T_{11}					4	X					X	1:2
T ₁₂					4							X

中华数学竞赛网 www.100math.com

中华数学竞赛网 www.100math.com

说明:

- (I) 12支球队依次记作 T_1 , T_2 , …, T_{12} .

中华数学竞赛网 www.100math.com

AH Killy - JAMMIN . OOTHETI . COM