

## KALKULUS

Bagian 4. Turunan dan Integral

Sesi Online 10

PROGRAM STUDI INFORMATIKA  
UNIVERSITAS SIBER ASIA

Oleh :

Ambros Magnus Rudolf Mekeng,S.T,M.T

## Notasi Turunan

Turunan  $y = f(x)$  terhadap  $x$  dinotasikan dengan  $y'$  atau  $f'(x)$ .

Notasi lain yang digunakan untuk menyatakan turunan  $y = f(x)$  terhadap  $x$  di antaranya adalah:

$$\frac{dy}{dx}, \frac{d}{dx} f(x), D_x y, D_x f(x).$$

Notasi  $\frac{dy}{dx}$  dikenal sebagai *notasi Leibniz*.



## Rumus Dasar Turunan

### Turunan Fungsi Konstan

Misalkan  $f(x) = k$ , dimana  $k$  adalah sembarang konstanta Riil  
maka  $f'(x) = 0$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k - k}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 0 = 0$$

### Contoh

Tentukan turunan pertama dari fungsi berikut:

- a.  $f(x) = 2$
- b.  $f(x) = 15$
- c.  $f(x) = 22$

### Jawab

- a.  $f(x) = 2 \Rightarrow f'(x) = 0$
- b.  $f(x) = 15 \Rightarrow f'(x) = 0$
- c.  $f(x) = 22 \Rightarrow f'(x) = 0$



## Rumus Dasar Turunan

### Turunan Fungsi Pangkat Bilangan Riil

Misalkan  $f(x) = kx^n$  dimana  $k, n \in \mathbb{R}$  maka  $f'(x) = (nk)x^{n-1}$

#### Contoh

Tentukan turunan dari fungsi berikut:

- a.  $f(x) = 2x^3$
- b.  $f(x) = 15x^{-3}$
- c.  $f(x) = 5x^{1/4}$

#### Jawab

- a.  $f(x) = 2x^3 \Rightarrow f'(x) = (3)(2)x^{3-1} = 6x^2$
- b.  $f(x) = 15x^{-3} \Rightarrow f'(x) = (-3)(15)x^{-3-1} = -45x^{-4}$
- c.  $f(x) = 5x^{1/4} \Rightarrow f'(x) = \left(\frac{1}{4}\right)(5)x^{1/4-1} = \frac{5}{4}x^{-3/4}$

## Rumus Dasar Turunan

### Turunan Kelipatan Fungsi

Misalkan  $f(x) = k[u(x)]^n$  dimana  $u(x)$  merupakan

fungsi dari  $x$  maka  $f'(x) = (n)(k)[u(x)]^{n-1}u'(x)$

### Contoh

Tentukan turunan pertama dari fungsi berikut:

- a.  $f(x) = 2(3x - 4)^3$
- b.  $f(x) = 15(4x + 1)^{-3}$

## Solusi

- a.  $f(x) = 2(3x - 4)^3$   
 $f'(x) = (3)(2)(3x - 4)^{3-1}(3x - 4)'$   
 $= 6(3x - 4)^2(3)$   
 $= 18(3x - 4)^2$
- b.  $f(x) = 15(4x + 1)^{-3}$   
 $f'(x) = (-3)(15)(4x + 1)^{-3-1}(4x + 1)'$   
 $= (-45)(4x + 1)^{-4}(4)$   
 $= -180(4x + 1)^{-4}$

## Turunan Fungsi Trigonometri

Turunan fungsi trogonometri didefinisikan sebagai berikut:

(i)  $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$

(ii)  $f(x) = \sin(u(x)) \Rightarrow f'(x) = \cos x \cdot u'(x)$

(iii)  $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$

(iv)  $f(x) = \cos(u(x)) \Rightarrow f'(x) = -\sin x \cdot u'(x)$

(v)  $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \sec^2 x$

(vi)  $f(x) = \tan(u(x)) \Rightarrow f'(x) = \sec^2(u(x)) \cdot u'(x)$

## Contoh

Tentukan rumus fungsi berikut:

- a.  $f(x) = \sin(5x)$
- b.  $f(x) = \sin(x^2 + 2x)$
- c.  $f(x) = \cos(\frac{1}{5}x)$
- d.  $f(x) = \cos(2x^3 - x^2 + 4x)$
- e.  $f(x) = \tan(2x)$
- f.  $f(x) = \tan(x^3 - 3x^2)$



## Solusi

a.  $f(x) = \sin(5x)$

$$f'(x) = \cos(5x) \cdot (5x)' = \cos 5x \cdot 5 = 5 \cos(5x)$$

b.  $f(x) = \sin(x^2 + 2x)$

$$f'(x) = \cos(x^2 + 2x) \cdot (x^2 + 2x)'$$

$$= \cos(x^2 + 2x) \cdot (2x + 2)$$

$$= (2x + 2) \cos(x^2 + 2x)$$

c.  $f(x) = \cos\left(\frac{1}{5}x\right)$

$$f'(x) = -\sin\left(\frac{1}{5}x\right) \cdot \left(\frac{1}{5}x\right)' = -\sin\left(\frac{1}{5}x\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right) = -\frac{1}{5}\sin\left(\frac{1}{5}x\right)$$

## Solusi

- d.  $f(x) = \cos(2x^3 - x^2 + 4x)$   
 $f'(x) = -\sin(2x^3 - x^2 + 4x) \cdot (2x^3 - x^2 + 4x)'$   
 $= -\sin(2x^3 - x^2 + 4x) \cdot (6x^2 - 2x + 4)$   
 $= -(6x^2 - 2x + 4)\sin(2x^3 - x^2 + 4x)$
- e.  $f(x) = \tan(2x)$   
 $f'(x) = \sec^2(2x) \cdot (2x)'$   
 $= \sec^2(2x) \cdot 2$   
 $= 2\sec^2(2x)$
- f.  $f(x) = \tan(x^3 - 3x^2)$   
 $f'(x) = \sec^2(x^3 - 3x^2) \cdot (x^3 - 3x^2)'$   
 $= \sec^2(x^3 - 3x^2) \cdot (3x^2 - 6x)$   
 $= (3x^2 - 6x)\sec^2(x^3 - 3x^2)$

## Aturan Dalam Turunan

### Turunan Jumlah, Selisih, Hasil Kali, dan Hasil Bagi Dua Fungsi

Misalkan fungsi  $f$  dan  $g$  terdifersensialkan pada selang  $I$  maka fungsi  $f + g, f - g, fg, \frac{f}{g}$  ( $g(x) \neq 0$ ) terdiferensialkan pada selang  $I$  dengan aturan sebagai berikut:

a.  $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$

b.  $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$

c.  $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

d.  $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$



a.  $(u + v)' = u' + v'$

b.  $(u - v)' = u' - v'$

c.  $(uv)' = u'v + uv'$

d.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

**Contoh**

Tentukan turunan dari fungsi berikut ini!

a.  $f(x) = 2x^3(x+5)^5$

b.  $f(x) = \frac{5x^4}{(2x-1)^3}$

**Jawab**

a.  $f(x) = 2x^3(x+5)^5$

Misalkan  $u = 2x^3$  dan  $v = (x+5)^5$

$$u' = 6x^2 \text{ dan } v' = 5(x+5)^4$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$= (6x^2)(x+5)^5 + (2x^3)(5(x+5)^4)$$

$$= 6x^2(x+5)^5 + 10x^3(x+5)^4$$

$$f'(x) = 6x^2(x+5)^5 + 10x^3(x+5)^4$$

## CONTOH

b.  $f(x) = \frac{5x^4}{(2x-1)^3}$

Misalkan  $u = 5x^4$  dan  $v = (2x-1)^3$

$$u' = 20x^3 \text{ dan } v' = 6(2x-1)^2$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\ &= \frac{(20x^3)(2x-1)^3 - 5x^4(6(2x-1)^2)}{((2x-1)^3)^2} \\ &= \frac{20x^3(2x-1)^3 - 30x^4(2x-1)^2}{(2x-1)^6}\end{aligned}$$

$$f'(x) = \frac{20x^3(2x-1)^3 - 30x^4(2x-1)^2}{(2x-1)^6}$$

Latihan Soal di buku

Dale Varberg, Edwin Purcell and Steve Rigdon, Calculus,  
Prentice Hall, 2007, 9<sup>th</sup> ed

Problem Set 2.1-2.14