

KALKULUS

Bagian 3. Fungsi dan Limit

Sesi Online 4

Fungsi dan Grafiknya

PROGRAM STUDI INFORMATIKA
UNIVERSITAS SIBER ASIA

Oleh :

Ambros Magnus Rudolf Mekeng,S.T,M.T

Konsep fungsi merupakan salah satu konsep paling dasar dan memainkan peranan penting dalam kalkulus.

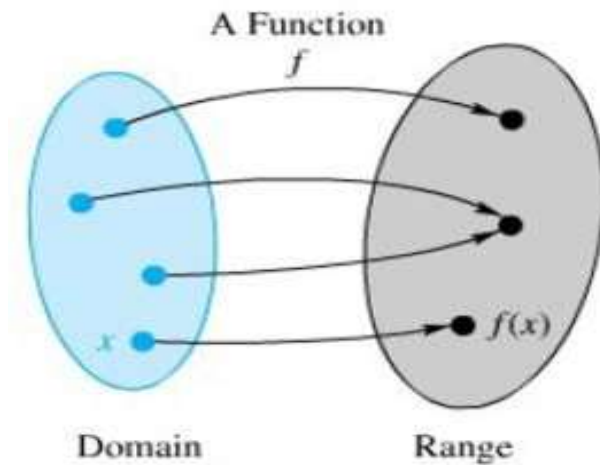
Pengertian “fungsi” pertama kali digunakan oleh Leibniz tahun 1673 untuk menyatakan ketergantungan suatu besaran pada besaran yang lain.

Contohnya:

- Kecepatan v suatu benda jatuh bebas bergantung pada ketinggian benda h , sehingga dikatakan “ v adalah fungsi dari h ”.
- Dalam pembiakan bakteri, banyaknya bakteri n setelah t jam bergantung pada banyaknya bakteri mula-mula (N) dan lama waktu pembiakan, sehingga dikatakan “ n adalah fungsi dari N dan t ”.

DEFINISI

Sebuah **fungsi** f adalah suatu aturan yang menghubungkan setiap objek korespondensi dalam satu himpunan yang disebut daerah asal/domain, dengan sebuah nilai tunggal $f(x)$ dari suatu himpunan kedua (kodomain). Himpunan nilai yang diperoleh dari $f(x)$ disebut daerah hasil/range.



Secara umum, jika besaran y bergantung pada besaran x sedemikian hingga setiap nilai x menentukan tepat satu nilai y , maka dikatakan bahwa “ y adalah fungsi dari x ” atau dapat ditulis $y = f(x)$.

Contohnya: $y = 7x + 5$; Suatu fungsi yang diberikan dengan persamaan $y = f(x)$, x disebut variabel bebas dan y disebut variabel tak-bebas (karena bergantung pada variabel x).

Fungsi Linier

Merupakan fungsi yang pangkat tertinggi dari variable bebasnya adalah 1.
Fungsi Linier memiliki gambar grafik sebagai garis lurus

Contoh,

Tentukan sketsa grafik dari $y = 2x - 3$; $x > 2$, $x \leq 6$

1. Temukan Domain : 3,4,5, 6
2. Temukan Kodomain dari $y = 2x - 3$
3. Temukan Range

Fungsi Linier

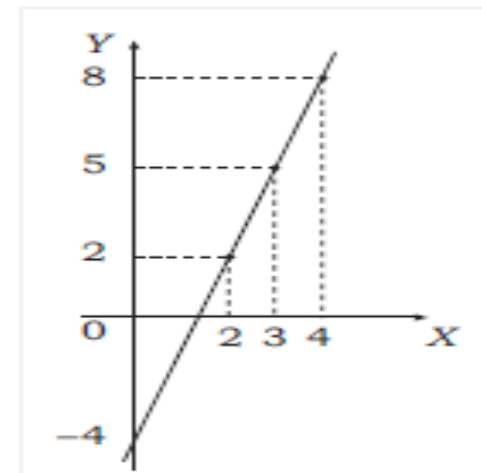
Bentuk umum persamaan fungsi linear ditulis : $y = ax + b$ dengan a dan $b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Grafik fungsi linear berupa garis lurus yang diperoleh dengan menghubungkan titik potong dengan sumbu X dan sumbu Y pada koordinat cartesius. Perhatikan contoh berikut.

Contoh :

Gambarlah grafik yang persamaannya $y = 3x - 4$.

$y = 3x - 4$		
x	y	Titik
0	-4	(0, -4)
1	-1	(1, -1)
2	2	(2, 2)
3	5	(3, 5)
4	8	(4, 8)



2. Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat adalah suatu persamaan dari variabel yang mempunyai pangkat tertinggi dua, dan garisnya membentuk **kurva** (garis lengkung).

Contoh:

Tentukan sketsa grafik dari $y = x^2 - 9$

Jawab :

1. Temukan Domain

Dari batas x (cari x pada persamaan y)

$$y = x^2 - 9$$

$$(x - 3)(x + 3)$$

$$\begin{array}{l|l} x - 3 = 0 & x = -3 \\ x = 3 & \end{array}$$

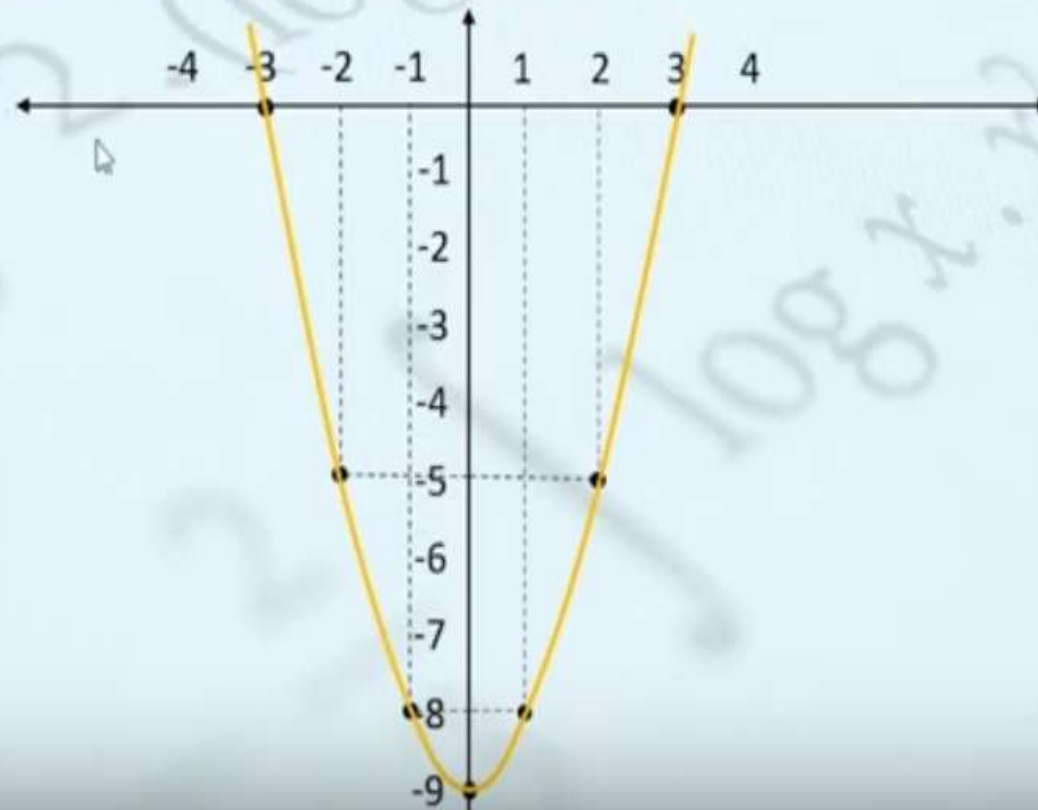
2. Temukan Kodomain

3. Temukan Rangk

Tentukan sketsa grafik dari $y = x^2 - 9$

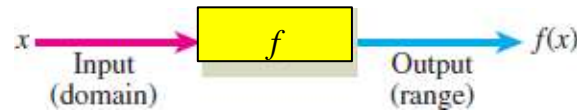
Jawab :

3. Range = $\{ (-3,0), (-2,-5), (-1,-8), (0,-9), (1,-8), (2,-5), (3,0) \}$



Fungsi

Fungsi dapat pula dianalogikan suatu mesin yang mengambil input nilai x dan menghasilkan nilai output $f(x)$.



Setiap nilai input dipasangkan dengan nilai output tunggal, tetapi dapat terjadi bahwa beberapa nilai input yang berlainan memberikan nilai output sama. Contohnya seperti gambar di samping. Fungsi $f(x) = x^2 + 1$ dengan domain fungsi $f(x)$ adalah $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$,

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

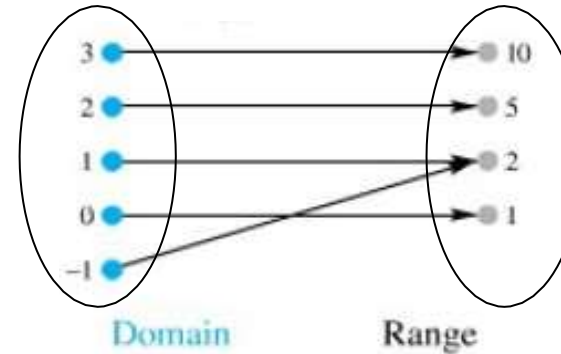
$$f(0) = (0)^2 + 1 = 1$$

$$f(1) = (1)^2 + 1 = 2$$

$$f(2) = (2)^2 + 1 = 5$$

$$f(3) = (3)^2 + 1 = 10$$

$$f(x) = x^2 + 1$$



Jadi range fungsi $f(x)$ adalah $\{1, 2, 5, 10\}$

Contoh

Untuk $f(x) = x^2 - 2x$, tentukan dan sederhanakan nilai dari

a) $f(4)$

b) $f(4 + h)$

c) $f(4 + h) - f(4)$

Penyelesaian:

$$(a) f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 = 8$$

$$(b) f(4 + h) = (4 + h)^2 - 2(4 + h) = 16 + 8h + h^2 - 8 - 2h \\ = 8 + 6h + h^2$$

$$(c) f(4 + h) - f(4) = 8 + 6h + h^2 - 8 = 6h + h^2$$