

实验报告

实验课程名称: 数值计算方法

实验项目名称: 结课实验

学院: 数学与统计学院

专业: 数学与应用数学

学生: 吴同学

学 号: 20210218

实验日期:2023年6月26日

学生实验室守则

- 一、按教学安排准时到实验室上实验课,不得迟到、早退和旷课。
- 二、进入实验室必须遵守实验室的各项规章制度,保持室内安静、整洁,不准在室内打闹、喧哗、吸烟、吃食物、随地吐痰、乱扔杂物,不准做与实验内容无关的事,非实验用品一律不准带进实验室。
 - 三、实验前必须做好预习(或按要求写好预习报告),未做预习者不准参加实验。

四、实验必须服从教师的安排和指导,认真按规程操作,未经教师允许不得擅自动用仪器设备,特别是与本实验无关的仪器设备和设施,如擅自动用或违反操作规程造成损坏,应按规定赔偿,严重者给予纪律处分。

五、实验中要节约水、电、气及其它消耗材料。

六、细心观察、如实记录实验现象和结果,不得抄袭或随意更改原始记录和数据, 不得擅离操作岗位和干扰他人实验。

七、使用易燃、易爆、腐蚀性、有毒有害物品或接触带电设备进行实验,应特别注意规范操作,注意防护;若发生意外,要保持冷静,并及时向指导教师和管理人员报告,不得自行处理。仪器设备发生故障和损坏,应立即停止实验,并主动向指导教师报告,不得自行拆卸查看和拼装。

八、实验完毕,应清理好实验仪器设备并放回原位,清扫好实验现场,经指导教师 检查认可并将实验记录交指导教师检查签字后方可离去。

九、无故不参加实验者,应写出检查,提出申请并缴纳相应的实验费及材料消耗费,经批准后,方可补做。

十、自选实验,应事先预约,拟订出实验方案,经实验室主任同意后,在指导教师或实验技术人员的指导下进行。

十一、实验室内一切物品未经允许严禁带出室外,确需带出,必须经过批准并办理手续。

实验目的及要求:

- 1. 完成实验一.
- 2. 完成实验二.

实验内容:

实验 1 编写.M 文件, 利用积分定义法计算

$$\int_{1}^{2} \int_{2}^{3} (x^{2} + y^{2}) \mathrm{d}x \mathrm{d}y.$$

实验 2 编写.M 通用文件, 利用定义法计算一般 10 阶矩阵 $A_{10\times 10}$ 的逆(不使用 inv 命令).

实验(或算法)原理:

依据重积分的定义, 二重积分可以写为极限

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f(\xi_k, \eta_j) (x_k - x_{k-1}) (y_j - y_{j-1}).$$

在 [1,2] 和 [2,3] 上分别 n 等分,得到分点 $\{1,1+\frac{1}{n},\cdots,2\}$ 和 $\{2,2+\frac{1}{n},\cdots,3\}$. 原式等价为

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n^2} \left[\left(1 + \frac{i}{n}\right)^2 + \left(2 + \frac{j}{n}\right)^2 \right].$$

对方阵 A, 若存在方阵 B 使得 AB = BA = I(I) 为单位矩阵), 则称 A 可逆, B 定义为 A 的逆, 记为 A^{-1} . 方阵 A 可逆的充要条件是线性方程组

$$A\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

有且只有一个解 x = 0.

考虑 Gauss-Jordan 消元法. 对于增广矩阵 [AI] 有

$$\begin{bmatrix} A & I \end{bmatrix} \times A^{-1} = \begin{bmatrix} I & A^{-1} \end{bmatrix}.$$

实验过程及结果:

实验一的 MATLAB 程序源码如下。

```
% 定义法计算二重定积分

n = 999999;

syms k;

F = 1/(n) * ((1+k/n)^2 + (2+k/n)^2);

S = symsum(F,k,1,n);

vpa(S)
```

运行程序输出结果如下。

>> integral_definition

ans =

8.6666706666709991704661708917349

实验二的 MATLAB 程序源码如下。

```
function B = inverse10x10(A0)
%inverse计算10*10方阵的逆
% 原理:Gauss-Jordan Elimination.
B = [A0 eye(10)]; %构造增广矩阵
for ai=1:9 %化为上三角矩阵
   B = \mathbf{upper}(B,ai);
end
for ai=1:9 %化为对角阵
   B = lower(B,ai);
   if isnan(B) = = 1
      break;
   end
end
for ai=1:10 %将对角阵单位化
   B(ai,:) = B(ai,:)/B(ai,ai);
end
for ai=1:10 %提取逆矩阵
   B(:,1) = [];
end
disp B;
   function Y = \mathbf{upper}(X,n)
   %化为上三角矩阵
       %每处理一列,检验一次方阵可逆性
      P = X(:,n);
       if n>1
      P(1:n-1) = [];
      end
      p = \max(P);
       if p == 0
          Y = \mathbf{NaN}(10);
          return;
      end
```

```
%将第n列中(除去前n-1个数字)最大数所对应的行交换到第n行
      k = X(:,n) = =p;
      tmp = X(n,:); \ X(n,:) = X(k,:); \ X(k,:) = tmp;
      %消元
      for i = n:9
         X(i+1,:) = X(i+1,:) - X(n,:)*X(i+1,n)/X(n,n);
      end
      Y = X;
      return;
   end
   function Y = lower(X,n)
   %化为下三角矩阵
   % 此处的n与upper(X,n)中的参数n不同,
   % n=1表示对第10列进行处理,以此类推.
      for i = n:9
         X(10-i,:) = X(10-i,:) - X(11-n,:)*X(10-i,11-n)/X(11-n,11-n);
      end
      Y = X;
      return;
   end
end
```

运行程序输出结果如下。

>> M = randi([1,100],10,10)

M =

27	79	14	44	65	61	72	25	1	58
9	8	60	18	56	92	18	25	32	75
43	40	91	3	22	91	34	16	70	65
26	1	94	96	78	60	19	96	63	13
30	23	23	44	23	34	33	94	55	51
43	1	49	97	38	86	41	82	44	35
12	19	38	77	90	45	55	73	29	10
50	15	53	1	86	91	5	18	51	15
71	27	27	69	41	4	56	37	77	20
25	18	7	71	32	54	28	19	77	68

 $>> N = M^-1$

N =

>> inverse10x10(M)

0.0056	0.0087	-0.0113	0.0015	0.0006	0.0078	-0.0203		
0.0061 0.0152 -0.0112								
0.0151	-0.0195	0.0048	0.0136	0.0033	-0.0079	-0.0099		
0.00	-0.0	108 0.00	70					
0.0010	0.0063	0.0047	0.0095	-0.0056	-0.0028	-0.0044		
-0.0067 0.0047 -0.0077								
0.0064	-0.0027	-0.0047	0.0106	-0.0079	0.0041	-0.0091		
-0.0038 -0.0001 0.0061								
0.0012	0.0094	-0.0092	0.0023	-0.0005	-0.0081	0.0018		
0.0049 0.0049 -0.0012								
-0.0018	-0.0105	0.0068	-0.0075	-0.0017	0.0102	0.0066		
0.0061 -0.0121 0.0053								
-0.0109	0.0030	0.0120	-0.0218	-0.0034	0.0055	0.0275		
-0.0079 0.0054 -0.0055								
-0.0009	-0.0022	-0.0016	-0.0002	0.0129	0.0006	0.0008		
0.0016 -0.0038 -0.0046								
-0.0096	-0.0120	0.0105	-0.0047	0.0031	-0.0066	0.0134		
0.0025 -0.0052 0.0124								
0.0037	0.0211	-0.0102	0.0031	0.0037	-0.0040	-0.0129		
-0.	0056 0.0	089 -0.0	0027					

ans =

0.0056	0.0087	-0.0113	0.0015	0.0006	0.0078	-0.0203			
0.0061 0.0152 -0.0112									
0.0151	-0.0195	0.0048	0.0136	0.0033	-0.0079	-0.0099			
0.0033 -0.0108 0.0070									
0.0010	0.0063	0.0047	0.0095	-0.0056	-0.0028	-0.0044			
-0.0067 0.0047 -0.0077									
0.0064	-0.0027	-0.0047	0.0106	-0.0079	0.0041	-0.0091			
-0.0038 -0.0001 0.0061									
0.0012	0.0094	-0.0092	0.0023	-0.0005	-0.0081	0.0018			
0.00	0.0049 0.0049 -0.0012								
-0.0018	-0.0105	0.0068	-0.0075	-0.0017	0.0102	0.0066			
0.0061 -0.0121 0.0053									
-0.0109	0.0030	0.0120	-0.0218	-0.0034	0.0055	0.0275			
-0.0079 0.0054 -0.0055									
-0.0009	-0.0022	-0.0016	-0.0002	0.0129	0.0006	0.0008			
0.0016 -0.0038 -0.0046									
-0.0096	-0.0120	0.0105	-0.0047	0.0031	-0.0066	0.0134			
0.0025 -0.0052 0.0124									
0.0037	0.0211	-0.0102	0.0031	0.0037	-0.0040	-0.0129			
-0.0	0056 0.0	0089 -0.0	0027						

>> N-ans

ans =

 $1.0e{-16} *$

 $0.0347 \quad -0.0347 \quad 0.0520 \quad -0.0043 \quad -0.0596 \quad 0.0347$ 0.0694-0.0173 0 -0.0867-0.0173 -0.0347 -0.0607 -0.0694 0.07810.05200.0173 $0.0304 \quad -0.1041 \quad -0.0607$ -0.0477 0 -0.0087 -0.0520 0.0781 0.0087 0.0694 $0.0434 \quad -0.0520 \quad -0.0520$ 0.0347 0.0130 -0.0347 0.0347 0 -0.0087 -0.0694 $0.0173 \quad 0.0133 \quad -0.0173$ $0.0260 \quad -0.0520 \quad 0.0694 \quad 0.0607 \quad -0.0488 \quad 0 \quad -0.0195$ $-0.0347 \quad 0.0173 \quad 0.0846$ -0.0152 0 0.0173 -0.0087 -0.0195 -0.0173 0.0347 -0.0260 0.0173 -0.0434-0.0347 -0.0087 0.0694 -0.0347 -0.0173 0.01730.0347-0.0173 0.0173 0.0694 $-0.0152 \quad -0.0217 \quad 0.0260 \quad -0.0111 \qquad \qquad 0 \quad -0.0033$ 0.0282 $0.0087 \quad -0.0173 \quad 0.0347$ $0 \quad 0.0520 \quad -0.0173 \quad -0.0347 \quad 0.0390 \qquad \qquad 0 \quad 0.0173$ $-0.0217 \quad -0.0260 \qquad \qquad 0$ $0.0130 \quad -0.0347 \quad -0.0173 \quad 0.0564 \quad -0.0043 \qquad \qquad 0 \quad -0.0347$ $0.0173 \quad -0.0173 \quad 0.0173$

可以看到自编的.M 通用文件计算结果,与 MATLAB 内置求逆矩阵算法的计算结果,两者之间存在极小的误差 $(\pm 1 \times 10^{-16})$.

指导教师意见:

签名: 年 月 日