



貴州大學

GUIZHOU UNIVERSITY

实验报告

实验课程名称: 数值计算方法

实验项目名称: 结课实验

学 院: 数学与统计学院

专 业: 数学与应用数学

学 生: 吴同学

学 号: 20210218

教 师: 李老师

2023 年 6 月 26 日

实验目的及要求:

1. 完成实验一.
2. 完成实验二.

实验内容:

实验 1 编写.M 文件, 利用积分定义法计算

$$\int_1^2 \int_2^3 (x^2 + y^2) dx dy.$$

实验 2 编写.M 通用文件, 利用定义法计算一般 10 阶矩阵 $A_{10 \times 10}$ 的逆(不使用 inv 命令).

实验(或算法)原理:

依据重积分的定义, 二重积分可以写为极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f(\xi_k, \eta_j)(x_k - x_{k-1})(y_j - y_{j-1}).$$

在 $[1, 2]$ 和 $[2, 3]$ 上分别 n 等分, 得到分点 $\{1, 1 + \frac{1}{n}, \dots, 2\}$ 和 $\{2, 2 + \frac{1}{n}, \dots, 3\}$. 原式等价于

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{n^2} [(1 + \frac{i}{n})^2 + (2 + \frac{j}{n})^2].$$

对方阵 A , 若存在方阵 B 使得 $AB = BA = I$ (I 为单位矩阵), 则称 A 可逆, B 定义为 A 的逆, 记为 A^{-1} . 方阵 A 可逆的充要条件是线性方程组

$$A\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

有且只有一个解 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

考虑 Gauss-Jordan 消元法. 对于增广矩阵 $[A \ I]$ 有

$$\begin{bmatrix} A & I \end{bmatrix} \times A^{-1} = \begin{bmatrix} I & A^{-1} \end{bmatrix}.$$

实验过程及结果：

实验一的 MATLAB 程序源码如下。

```
1      % 定义法计算二重定积分
2      n = 999999;
3      syms k;
4      F = 1/(n) * ((1+k/n)^2 + (2+k/n)^2);
5      S = symsum(F,k,1,n);
6      vpa(S)
```

运行程序输出结果如下。

```
1      >> integral_definition
2
3      ans =
4
5      8.6666706666709991704661708917349
```

实验二的 MATLAB 程序源码如下。

```
1      function B = inverse10x10(A0)
2          %inverse计算10*10方阵的逆
3          % 原理:Gauss-Jordan Elimination.
4          B = [A0 eye(10)]; %构造增广矩阵
5          for ai=1:9 %化为上三角矩阵
6              B = upper(B,ai);
7          end
8          for ai=1:9 %化为对角阵
9              B = lower(B,ai);
10             if isnan(B)==1
11                 break;
12             end
13         end
14         for ai=1:10 %将对角阵单位化
15             B(ai,:) = B(ai,+)/B(ai,ai);
16         end
17         for ai=1:10 %提取逆矩阵
18             B(:,1) = [];
19         end
20         disp B;
21
22         function Y = upper(X,n)
23             %化为上三角矩阵
24             %每处理一列,检验一次方阵可逆性
25             P = X(:,n);
26             if n>1
27                 P(1:n-1) = [];
28             end
29             p = max(P);
30             if p == 0
31                 Y = NaN(10);
32                 return;
33             end
```

(接上页代码)

```
1      %将第n列中(除去前n-1个数字)最大数所对应的行交换到第n行
2      k = X(:,n)==p;
3      tmp = X(n,:); X(n,:) = X(k,:); X(k,:) = tmp;
4
5      %消元
6      for i = n:9
7          X(i+1,:) = X(i+1,:) - X(n,:)*X(i+1,n)/X(n,n);
8      end
9      Y = X;
10     return;
11 end
12
13 function Y = lower(X,n)
14     %化为下三角矩阵
15     % 此处的n与upper(X,n)中的参数n不同,
16     % n=1表示对第10列进行处理,以此类推.
17     for i = n:9
18         X(10-i,:) = X(10-i,:) - X(11-n,:)*X(10-i,11-n)/X(11-n,11-n);
19     end
20     Y = X;
21     return;
22 end
23
24 end
```

运行程序输出结果如下。

```
1      >> M = randi([1,100],10,10)
2
3      M =
4
5          27    79    14    44    65    61    72    25     1    58
6           9     8    60    18    56    92    18    25    32    75
7          43    40    91     3    22    91    34    16    70    65
8          26     1    94    96    78    60    19    96    63    13
9          30    23    23    44    23    34    33    94    55    51
10         43     1    49    97    38    86    41    82    44    35
11         12    19    38    77    90    45    55    73    29    10
12         50    15    53     1    86    91     5    18    51    15
13         71    27    27    69    41     4    56    37    77    20
14         25    18     7    71    32    54    28    19    77    68
15
16      >> N = M^-1
```

(接上页代码)

```
1      N =
2
3      0.0056    0.0087   -0.0113    0.0015    0.0006    0.0078   -0.0203
4      0.0061    0.0152   -0.0112
5      0.0151   -0.0195    0.0048    0.0136    0.0033   -0.0079   -0.0099
6      0.0033   -0.0108    0.0070
7      0.0010    0.0063    0.0047    0.0095   -0.0056   -0.0028   -0.0044
8      -0.0067    0.0047   -0.0077
9      0.0064   -0.0027   -0.0047    0.0106   -0.0079    0.0041   -0.0091
10     -0.0038   -0.0001    0.0061
11     0.0012    0.0094   -0.0092    0.0023   -0.0005   -0.0081    0.0018
12     0.0049    0.0049   -0.0012
13     -0.0018   -0.0105    0.0068   -0.0075   -0.0017    0.0102    0.0066
14     0.0061   -0.0121    0.0053
15     -0.0109    0.0030    0.0120   -0.0218   -0.0034    0.0055    0.0275
16     -0.0079    0.0054   -0.0055
17     -0.0009   -0.0022   -0.0016   -0.0002    0.0129    0.0006    0.0008
18     0.0016   -0.0038   -0.0046
19     -0.0096   -0.0120    0.0105   -0.0047    0.0031   -0.0066    0.0134
20     0.0025   -0.0052    0.0124
21     0.0037    0.0211   -0.0102    0.0031    0.0037   -0.0040   -0.0129
22     -0.0056    0.0089   -0.0027
23
24     >> inverse10x10(M)
```

(接上页代码)

```
1      ans =
2
3      0.0056    0.0087   -0.0113    0.0015    0.0006    0.0078   -0.0203
4      0.0061    0.0152   -0.0112
5      0.0151   -0.0195    0.0048    0.0136    0.0033   -0.0079   -0.0099
6      0.0033   -0.0108    0.0070
7      0.0010    0.0063    0.0047    0.0095   -0.0056   -0.0028   -0.0044
8      -0.0067    0.0047   -0.0077
9      0.0064   -0.0027   -0.0047    0.0106   -0.0079    0.0041   -0.0091
10     -0.0038   -0.0001    0.0061
11     0.0012    0.0094   -0.0092    0.0023   -0.0005   -0.0081    0.0018
12     0.0049    0.0049   -0.0012
13     -0.0018   -0.0105    0.0068   -0.0075   -0.0017    0.0102    0.0066
14     0.0061   -0.0121    0.0053
15     -0.0109    0.0030    0.0120   -0.0218   -0.0034    0.0055    0.0275
16     -0.0079    0.0054   -0.0055
17     -0.0009   -0.0022   -0.0016   -0.0002    0.0129    0.0006    0.0008
18     0.0016   -0.0038   -0.0046
19     -0.0096   -0.0120    0.0105   -0.0047    0.0031   -0.0066    0.0134
20     0.0025   -0.0052    0.0124
21     0.0037    0.0211   -0.0102    0.0031    0.0037   -0.0040   -0.0129
22     -0.0056    0.0089   -0.0027
23
24     >> N - ans
```


(接上页代码)

```
1      ans =
2
3      1.0e-16 *
4
5      0.0347  -0.0347  0.0520  -0.0043  -0.0596  0.0347  0.0694
6      -0.0173      0  -0.0867
7      -0.0173  -0.0347  -0.0607  -0.0694  0.0781  0.0520  0.0173
8      0.0304  -0.1041  -0.0607
9      -0.0477      0  -0.0087  -0.0520  0.0781  0.0087  0.0694
10     0.0434  -0.0520  -0.0520
11     0.0347  0.0130  -0.0347  0.0347      0  -0.0087  -0.0694
12     0.0173  0.0133  -0.0173
13     0.0260  -0.0520  0.0694  0.0607  -0.0488      0  -0.0195
14     -0.0347  0.0173  0.0846
15     -0.0152      0  0.0173  -0.0087  -0.0195  -0.0173  0.0347
16     -0.0260  0.0173  -0.0434
17     -0.0347  -0.0087  0.0694  -0.0347  -0.0173  0.0173  0.0347
18     -0.0173  0.0173  0.0694
19     -0.0152  -0.0217  0.0260  -0.0111      0  -0.0033  0.0282
20     0.0087  -0.0173  0.0347
21     0      0.0520  -0.0173  -0.0347  0.0390      0  0.0173
22     -0.0217  -0.0260      0
23     0.0130  -0.0347  -0.0173  0.0564  -0.0043      0  -0.0347
24     0.0173  -0.0173  0.0173
```

可以看到自编的.M 通用文件计算结果, 与 MATLAB 内置求逆矩阵算法的计算结果, 两者之间存在极小的误差 ($\pm 1 \times 10^{-16}$).

指导教师意见:

签名: 年 月 日