

# Politechnika Śląska Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki Kierunek Informatyka

## Praca dyplomowa magisterska

Algorytm wyszukiwania z tabu do rozwiązywania problemu układania planu zajęć.

Autor: inż. Michał Szluzy

Kierujący pracą: prof. dr hab. inż. Zbigniew Czech

# Streszczenie The abstract will go here.... W tym miejscu można umieścić abstrakt pracy. W przeciwnym wypadku należy usunąć/zakomentować ninijeszy fragment kodu.

# Spis treści

1	Wp	rowad	zenie.	1			
<b>2</b>	2 Problem układania planu zajęć						
	2.1	Sform	ułowanie problemu	2			
	2.2	Rozm	iar problemu	4			
3	Alg	orytm	wyszukiwania z tabu	6			
	3.1	Algor	ytmy heurystyczne i metaheurystyczne	6			
	3.2	Wyszı	ukiwanie z tabu	7			
		3.2.1	Zasada działania algorytmu wyszukiwania z tabu	8			
		3.2.2	Sąsiedztwo rozwiązania	8			
		3.2.3	Kryteria aspiracji	9			
		3.2.4	Dywersyfikacji i intensyfikacja	10			
Bi	bliog	grafia		12			
$\mathbf{A}$	Syn	nbole j	przyjęte w pracy	13			
В	Inn	v, przy	vkładowy dodatek	14			

# Spis rysunków

3.1	Schemat algorytmu	Tabu search				 							1	L.

# Spis tabel

# Rozdział 1

# Wprowadzenie.

Ala ma kota i kot ma ale

## Rozdział 2

## Problem układania planu zajęć

## 2.1 Sformułowanie problemu

Problem układania planu zajęć można sformułować następująco. Dana jest lista określonych wydarzeń, dostepnych okien czasowych i zasobów. Należy przyporządkować wydarzeniom okna czasowe oraz zasoby w taki sposób, by spełnić przyjęte założenia. W formułowanym problemie:

- wydarzeniami są poszczególne lekcje odbywające się w ciągu jednego tygodnia,
- dostępnymi oknami czasowymi są godziny w których mogą odbywać się zajęcia (np. od poniedziałku do piątku w godzinach między 8:00 a 18:00),
- zasoby to dostępne sale lekcyjne, nauczyciele prowadzący zajęcia, grupy uczniów itp.

Układanie planu zajęć wymaga spełnienia określonych ograniczeń. Mianowicie nie można wypełnić dostepnych okien czasowych według z góry przyjętej kolejności, ponieważ jest prawdopodobne, że pojawią się konflikty i plan zajęć nie będzie możliwy do zrealizowania. Aby tego uniknąć trzeba spełnić tzw. ograniczenia twarde, czyli takie, które zawsze muszą zostać spełnione, by plan mógł być możliwy do zrealizowania. Istnieją również ograniczenia miękkie, które określają jakość ułożonego planu. Ograniczenia te nie muszą zostać spełnione, ale algorytm układania planu zajęć powinien brać je pod uwagę.

#### Przykłady ograniczeń:

#### • twarde:

- zasób nie może być wykorzystany w dwóch miejscach w tym samym czasie (np. dany nauczyciel nie może prowadzić jednocześnie zajęć w dwóch różnych salach),
- nie występują zajęcia, które nie zostały przypisane do okien czasowych w ułożonym planie.

#### • miękkie:

- brak dłuższych przerw między zajęciami dla uczniów,
- odpowiednie przerwy między zajęciami (np. 15 lub 20 minutowe),
- liczba dni roboczych, w których nauczyciele prowadzą zajęcia, powinna być minimalizowana,
- brak bloków zajęć danego typu (np. dana grupa uczniów nie powinna mieć kolejno czterech lekcji matematyki).

Często jednak dla wyjściowej siatki zajęć spełnienie wymagań twardych jest niemożliwe. Wynika to najczęściej z za małej liczby zasobów (za mało nauczycieli mogących prowadzić jeden przedmiot lub za mało sal). W algorytmach szuka się wtedy planu z najmniejszą liczbą niespełnionych wymagań, które są usuwane ręcznie przez szukanie określonych kompromisów (np. dołożenie okna czasowego, zatrudnienie dodatkowego nauczyciela, zaplanowanie zajęć tego samego typu dla dwóch mniejszych grup w jednej sali).

Ograniczenia miękkie to w istocie życzenia nauczycieli i uczniów co do tego jak plan powinien wyglądać. Niespełnienie tych ograniczeń wpływa na końcową ocenę planu zajęć, niespelnione ograniczenia mogą mieć określone wagi w zależności od ich istotności. Niektóre plany zajęć układane są ze szczególnym uwzględnieniem uczniów (mała liczba okienek, równomierne rozłożenie zajęć, brak bloków zajęć tego samego typu, odpowiednia przerwa między zajęciami), a niektóre z uwzględnieniem potrzeb prowadzących (zajęcia skumulowane w ciągu dwóch dni tygodnia by umożliwić prace w innej szkole). Założenia te z reguły precyjzuje osoba uruchomiająca wykonanie planu przez odpowiednie skonfigurowanie parametrów algorytmu i zdefiniowanie funkcji oceny wygenerowanego planu.

Funkcja oceny planu zajęć z reguły przewiduje nakładanie punktów karnych za niespełnienie określonych ograniczeń. Każde ograniczenie ma ustaloną liczbę punktów karnych, przy czym ograniczenia twarde powinny mieć dużo większą wagę od ograniczeń miękkich. Im więcej punktów karnych ma plan tym jest gorszy. To właśnie na podstawie funkcji oceny planu większość algorytmów starta się ułożyć jak najlepszy plan zajęć.

## 2.2 Rozmiar problemu

By dobrze zrozumieć potrzebę używania algorytmów heurystycznych przy wyszukiwaniu najlepszego planu zajęć warto przybliżyć pojęcie skali problemu. W tym celu przedstawimy przykład planu zajęć dla amerykańskiej szkoły średniego rozmiaru. W przykładzie tym, każde ze zdarzeń ma przyporządkowane wcześniej zasoby. Przykład ten zawiera:

- okna czasowe 40,
- nauczyciele 27,
- sale 30,
- grupy uczniów 24,
- zdarzenia 832,
- ograniczenia 4.

Dostępnych jest 40 okien czasowych, które rozłożone na pięć dni zajęć w tygodniu dają osiem godzin zajęć dziennie. Jednocześnie odbywać się mogą 24 zajęcia. Liczba ta wynika z niepodzielności zasobów i jest minimalną liczbą spośród liczby nauczycieli, sal i grup uczniów. Maksymalna liczba zdarzeń, które mogą się odbywać w danym tygodniu wynosi więc:

$$40 \cdot 24 = 960$$
,

$$960 > 832$$
.

Maksymalna liczba zdarzeń jest większa od liczby zdarzeń zawartych w siatce zajęć podanego przykładu, więc realizacja planu zajęć zgodnego z powyższą specyfikacją zasobów jest możliwa.

Na jedną grupę uczniów przypada około 35 zdarzeń (832/24), które powinny być rozłożone na 40 okien czasowych. Uwzględniając możliwość wystąpienia okienek w trakcie zajęć, mamy więc 40-wyrazowy ciąg zdarzeń. Liczba możliwośc, i w które można te zajęcia rozłożyć, określa liczba permutacji 40!, która wynosi:

#### 40! = 8159152832478977343456112695961158942720000000000

Jest to 48 cyfrowa liczba możliwości rozłożenia zajęć w oknach czasowych dla jednej grupy. Liczbę tę trzeba pomnożyć przez liczbę grup.

Przedstawiony przykład ma z góry przyporządkowane zasoby do zdarzeń, więc każde zajęcia mają przyporządkowaną grupę, nauczyciela i salę. Dzięki temu przestrzeń możliwych rozwiązań dla algorytmu ukladania planu zajęć zmniejsza się. Szukany jest tylko termin odbywania się zajęć. Tak przygotowane dane najtrafniej odzwierciedlają realia współczesnych szkół, gdzie najczęściej prowadzący z góry przypisany jest do jakiejś grupy, a konkretne przedmioty mogą się odbywać tylko w przystosowanych do tego celu salach.

Podejście, w którym zasoby z góry są przypisane do zdarzeń, umożliwia szybsze działanie algorytmu. Jednak trzeba pamiętać, że ma to również wpływ na wynik końcowy. Może się zdarzyć przypadek, w który zamiana nauczycieli sprawi, że cały plan znacznie się zmieni i osiągniemy o wiele lepszy rezultat. Jednak z uwagi na złożoność obliczeniową takiego rozwiązania, jak i na dostępną liczbę danych testowych, które mają już przypisane zasoby, zdecydowano się wybrać wariant, w którym algorytm poszukuje tylko okien czasowych dla wszystkich dostępnych zdarzeń.

## Rozdział 3

## Algorytm wyszukiwania z tabu

## 3.1 Algorytmy heurystyczne i metaheurystyczne

Optymalizacja rozwiązań wykorzystywana jest w prawie każdym aspekcie życia. Podwyższanie jakości usług, obniżanie kosztów wyrobów, czy minimalizacja zużycia surowców to bardzo popularne zagadnienia optymalizacyjne. Medycyna, logistyka, ekonomia to przykłady dziedzin, w których optymalizacja znajduje swoje zastosowanie. Optymalizacja to minimalizacja bądź maksymalizacja pewnej funkcji, zwanej często funkcją oceny, która określa jakość rozwiązania danego problemu. Znalezienie minimum lub maksimum wymaga więc wyznaczenia funkcji oceny dla każdego możliwego rozwiązania problemu i wyborze rozwiązania o najlepszej wartości funkcji oceny. Niestety często rozmiar zadania, dla którego szukamy optymalnego rozwiązania, jest tak duży, że sprawdzenie wszystkich rozwiązań, bądź zastosowanie algorytmu znajdującego najlepsze rozwiązanie nie jest możliwe ze względu na zbyt długi czas wykonania. Liczba operacji, które należy wykonać często rośnie wykładniczo wraz ze wzrostem rozmiaru problemu. Stwarza to możliwość zastosowania heurystyk.

"Terminem heurystyka (z języka greckiego heurisko - znajduję) określa się sposób postępowania oparty na zdobytym doświadczeniu, wykorzystaniu istniejących faktów i reguł, w celu znalezienia odpowiedzi na postawione pytanie" [1]. Algorytmy heurystyczne to takie algorytmy, które na podstawie przebiegu obliczeń i otrzymywanych wynikach, starają się znaleźć jak najlepsze rozwiązanie problemu, jednak zwykle nie jest to rozwiązanie optymalne (tj. najlepsze wśród wszystkich możliwych rozwiązań). W zamian za możliwość otrzymania nieco gorszego rozwiązania uzyskamy krótszy czas

działania algorytmu. Algorytmy heurystyczne wykorzystywane są w przypadku, gdy dokładne algorytmy są z przyczyn technicznych zbyt kosztowne, lub gdy są nieznane (np. dla problemu przewidywania pogody). Często też używa się heurystyk by "nakierować" gotowy algorytm na rozwiązanie optymalne, co w rezultacie skróci czas jego wykonania.

Algorytmy heurystyczne możemy podzielić ze względu na sposób, w jaki generowane są nowe rozwiązania:

- Algorytmy probabilistyczne wykorzystują czynnik losowości; często kolejne rozwiązanie wybierane jest losowo z określonej puli rozwiązań. Może to doprowadzić do różnych wyników końcowych otrzymanych w kolejnych wykonaniach algorytmu.
- Algorytmy deterministyczne nie zawierają czynnika losowego. Otrzymywane rozwiązanie jest zawsze takie same, przy każdym wykonaniu algorytmu na takich samych danych wejściowych.

W niektórych algorytmach wykorzystane są dwie heurystyki, nadrzędna i podrzędna. Pierwsza z nich steruje i uzupełnia działanie drugiej heurystyki. Takie podejście nazywane jest przez niektórych badaczy metaheurystykami [1]. Inna definicja metaheurystyki to "procesy iteracje działające zgodnie z klasyczną metodą heurystyczną, wspomagane inteligentnie przez różne koncepcje eksplorowania i eksploatowania przestrzeni rozwiązań z użyciem technik uczących. Wspomaganie to ustrukturalnia informacje w celu sprawnego znalezienia rozwiązań bliskich optymalnemu" [3]. Po raz pierwszy termin metaheurystyki został użyty przez Freda Glovera w 1986 roku jako określenie algorytmów, które nie rozwiązują bezpośrednio żadnego problemu, lecz określają w jaki sposób budować algorytmy podrzędne w celu uzyskania rozwiązania [2].

## 3.2 Wyszukiwanie z tabu

Przykładem algorytmu metaheurystycznego jest algorytm wyszukiwania z tabu. Algorytm ten został zaproponowany w 1977 r. kiedy to Fred Glover przedstawił pracę na temat wykorzystania pamięci krótkotrwałej i długotrwałej w przeszukiwaniu lokalnym. Pamięć krótkotrwała służyła do zapamiętywania ostatnich "ruchów" algorytmu i była modyfikowana przez kolejne jego iteracje (pamiętane były wybrane wartości wykorzystywane przez algorytm w ostatnich iteracjach). Natomiast pamięć długotrwała

miała na celu pamiętanie najbardziej atrakcyjnych rozwiązań przestrzeni poszukiwań. To właśnie w oparciu o tą zasadę, Glover zaproponował w 1986 r. algorytm *Tabu Search*. Glover jest uznawany za autora algorytmu mimo tego, że w tym samym roku Michael Hansen opublikował pracę opisującą bardzo podobną heurystykę. Na przestrzeni lat algorytm został ulepszony i aktualnie dostępnych jest wiele jego różnych wersji, np. *Probabilistic Tabu Search* lub *Reactive Tabu Search*.

#### 3.2.1 Zasada działania algorytmu wyszukiwania z tabu

Wyszukiwanie z tabu to metaheurystyka służaca do rozwiązywania problemów optymalizacji. Algorytm oparty na tej metaheurystyce dokonuje iteracyjnego przeszukiwania przestrzeni rozwiązań, z użyciem tzw. sąsiedztwa oraz na zapamiętuje ostatnio wykonane ruchy w celu uniknięcia ich powtarzania. Wywodzi się on bezpośrednio z metody przeszukiwania lokalnego, jednak jest od niej zdecydowanie skuteczniejszy dzięki możliwości "wychodzenia" z minimów lokalnych. Podstawa tej możliwości jest zaakceptowanie gorszego aktualnego rozwiązania w celu uzyskania rozwiązania lepszego. Możliwe jest to dzięki uaktualnianiu danych tabu, czyli listy ruchów, które algorytm już wykonał, co zabezpiecza algorytm przed powrotem w obszary przestrzeni rozwiązań już przeszukane. Obecność ruchów na liście tabu jest tymczasowa, co w konsekwencji blokuje dany ruch przez określoną liczbę iteracji. Możliwe jest złamanie tej zasady, ale tylko wtedy, gdy ruch spełnia tzw. kryterium aspiracji. Warunkiem zakończenia działania algorytmu jest najczęściej wykonanie określonej liczba iteracji lub osiagnięcie satysfakcjonującego rozwiązania. Możliwe jest również monitorowanie aktualnego wyniku i, jeżeli nie ulega on poprawie przez określoną liczbę iteracji, zatrzymanie wykonania algorytmu. Schemat działania algorytmu przedstawiony został na rysunku 3.1.

## 3.2.2 Sąsiedztwo rozwiązania

Najważniejszym czynnikiem, od którego zależy sukces algorytmu jest poprawnie zdefiniowane sąsiedztwo, które będzie przeszukiwane w danej iteracji. Do sąsiedztwa powinny należeć rozwiązania różniące się w sposób nieznaczny od rozwiązania bieżącego. Jednak sąsiedztwo powinno umożliwiać algorytmowi przejście w każdy obszar przestrzeni rozwiązań. Sposób w jaki definiowane jest sąsiedztwo zależy od danego problemu i typu jego rozwiązań. Rozwiązania problemu mogą być reprezentowane np. przez wektory binarne, wektory liczb rzeczywistych, czy dowolne permutacje elemen-

tów zadanych zbiorów. Jeżeli na przykład rozwiązaniem będzie permutacja pewnego zbioru n elementowego, to sąsiedztwem możemy określić jedno z trzech typów przejść (ruchów) między permutacjami:

- wstaw(x, y) wstawienie elementu y na pozycję x (permutacje z powtórzeniami),
- zamień(x, y) zamiana elementów na pozycjach x i y,
- odwróć(x, y) odwrócenie kolejności występowania elementów, począwszy od elementu o indeksie x, aż do elementu na pozycji y.

Sąsiedztwem danej permutacji będzie więc każda inna permutacja uzyskana za pomocą, wybranego na początku, sposobu modyfikacji bieżącej permutacji. Dzięki tak zdefiniowanemu sąsiedztwu możliwe jest łatwe zidentyfikowanie ruchu za pomocą pary indeksów (x, y). Para ta zostanie zapisana na liście tabu, a ruch ten będzie zablokowany przez następne iteracje.

Może się jednak okazać, że generowane sąsiedztwa są zbyt duże, by każdorazowo przeszukiwać je w całości. Stosowane jest wtedy zawężanie sąsiedztwa. Jednym ze sposobów zawężania jest losowy dobór sąsiedztwa. Wprowadza to element probabilistyczny do algorytmu, co zmniejsza prawdopodobieństwo powstania niepożądanych cykli. Jednak przy takim podejściu możemy pominąć obszary przestrzeni rozwiązań, w których znajduje się rozwiązanie optymalne.

## 3.2.3 Kryteria aspiracji

Może się zdarzyć, że zablokowanie pewnych ruchów doprowadzi do stagnacji procesu przeszukiwania lub całkowicie zablokuje kolejny ruch (np. w sytuacji, gdy wszystkie możliwe ruchy są na liście tabu). Jest to możliwe, ponieważ algorytm przechowuje tylko atrybuty rozwiązań, a nie całe rozwiązania. Kryterium aspiracji umożliwia zapobieganiu takiej sytuacji. Spełnienie kryterium aspiracji pozwala na złamanie zakazu tabu, czyli wykonanie ruchu, który znajduje się na liście ostatnio wykonanych. Najpopularniejszym i najprostszym kryterium aspiracji jest uzyskanie najlepszego, nieznanego jak dotąd, wyniku. Musi być ono lepsze od aktualnie najlepszego w celu uniknięcia zapętleń. Jednak większość kryteriów aspiracji jest bardziej skomplikowana i opiera się na wyspecjalizowanym przewidywaniu możliwości powstania cyklu po wykonaniu określonego ruchu.

#### 3.2.4 Dywersyfikacji i intensyfikacja

Ważnym aspektem algorytmu wyszukiwania z tabu jest pamięć długoterminowa. Służy ona do przechowywania danych o wykonanych już iteracjach i do budowania statystyk. Dzięki tym statystykom można modyfikować strategię poszukiwania. Głównym celem takich modyfikacji może być spełnienie jednego z dwóch kryteriów:

- Intensyfikacja jeżeli według statystyki, w danym obszarze znajduje się dużo dobrych rozwiązań to algorytm zagęści obszar poszukiwań. Dzięki temu istnieje szansa na znalezienie jeszcze lepszego rozwiązania w danym obszarze.
- Dywersyfikacja jest to powiększenie obszaru poszukiwań. Najczęściej stosowanym sposobem jest nakładanie kary na ruchy, które powtarzają się w perspektywie dłuższego czasu. Efektem tego jest "przeniesienie" algorytmu w inne rejony poszukiwań, co zmniejsza szanse na pominięcie najlepszych rozwiązań.

Wykorzystanie intensyfikacji i dywersyfikacji w znaczniej mierze poprawia efektywność algorytmu, dlatego kryteria te są wykorzystywane w większości nowych wersji algorytmu *Tabu Search*.



Rysunek 3.1: Schemat algorytmu Tabu search

# Bibliografia

- [1] A. Debudaj-Grabysz, J. Widuch, and S. Deorowicz. *Algorytmy i struktury danych. Wybór zaawansowanych metod.* Wydawnictwo Politechniki śląskiej, Gliwice, 2012.
- [2] Fred Glover. Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence. Oxford: Elsevier, 1986.
- [3] I.H. Osman and J.P. Kelly. *Meta-heuristics: An Overview*. Kluwer Academic Publishers, 1996.

## Dodatek A

# Symbole przyjęte w pracy

Jeśli w tekście nie wykazano inaczej, stosowane symbole należy rozumieć jako:

```
f(x,y) - jasność piksela o współrzędnych (x,y) w obrazie wejściowym,
```

g(x,y) - jasność piksela o współrzędnych (x,y) w obrazie wynikowym,

 $t,\,t_i$  - wartości progowe,

 ${\cal G}$  - liczba poziomów szarości obrazu;  ${\cal G}=256,$ 

P(i, j) - macierz GLCM,

M(i,j) - maska przetwarzania.

# Dodatek B

Inny, przykładowy dodatek