

Apuntes de Hidráulica



POLITÉCNICA
“Ingeniamos el futuro”



Canales

E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Jaime García Palacios

2022

El autor agradece especialmente la colaboración de Cristian Ponce Farfán en la realización de algunos figuras y redacción de problemas de esta obra.

Otros autores que también han contribuido son:

- Cristian Ponce Farfán
- Luis Garrote de Marcos
- Luis Mediero Orduña
- Francisco Laguna Peñuelas
- Antonio Lastra de la Rubia
- Isabel Granados García
- Eduardo Martínez Marín
- Eduardo Martínez Olmos

El autor agradece las sugerencias, correcciones y contribuciones que puedan mejorar el siguiente contenido:

jaime.garcia.palacios@upm.es



Hidráulica e Hidrología: Canales
se encuentra bajo una licencia Creative Commons
Attribution-NonCommercial 4.0 International

Contents

7	Movimiento en lámina libre	5
7.1	Introducción	5
7.2	Variables y notación	5
7.3	Movimiento en canales	7
7.3.1	Respecto del tipo de movimiento	7
7.4	Concepto de régimen aplicado al tipo de circulación	8
7.5	Ecuaciones	10
7.5.1	Ecuación de continuidad	11
7.5.2	Ecuación de la energía	11
7.5.3	Ecuación de la dinámica en canales	12
7.6	Ecuación de la variación de la cantidad de movimiento	13
7.7	Régimen uniforme	14
7.8	Régimen crítico	15
7.9	Energía específica	16
7.10	Curvas de remanso	17
7.11	Resalto hidráulico	21
7.11.1	Pérdida de energía en el resalto	24
7.12	Transiciones locales	25
7.12.1	Curva de energía específica	27
	Sobreelevación en solera	27
	Escalón ascendente	29

Escalón descendente	33
Cambios de ancho en canal	38
7.12.2 Tomas de embalses	47
Ejemplo: Caudal de salida de una toma	47
7.13 Compuertas y vertederos	48
7.13.1 Clasificación de los vertederos	50
7.13.2 Ecuaciones de los distintos tipos de vertederos	51
7.13.3 Desagüe bajo compuerta	52

Movimiento en lámina libre

VII

7.1 Introducción

En el movimiento en lámina libre existe una condición de contorno expresada en términos de presión que establece el equilibrio entre dos fluidos en contacto, normalmente éstos serán agua y aire. Adicionalmente se tiene la condición de contorno de los posibles bordes igual que en las conducciones en presión.

Los problemas en lámina libre están gobernados por la gravedad que es la que hace posible la circulación desde un punto a otro. En las conducciones en presión el fenómeno predominante es la viscosidad.

Otra diferencia es que en las conducciones en presión la variación de ésta en una misma sección transversal entre el punto más alto y más bajo de la conducción no suele considerarse al ser la presión en el punto medio representativa del valor medio de la presión en la sección. Sin embargo, en el movimiento en lámina libre se considera la variación hidrostática de presiones entre la superficie libre y el punto de mayor profundidad.

7.2 Variables y notación

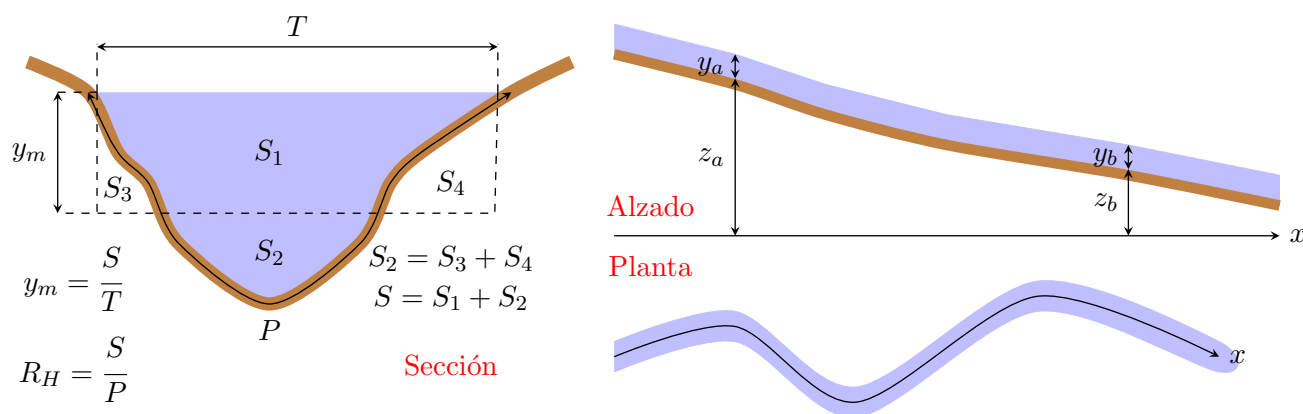


Figura 7.1: Variables y notación en canales

En la figura 7.1 puede verse la notación empleada para el estudio de conducciones en lámina libre, donde:

S	Superficie mojada	(m^2)
P	Perímetro mojado	(m)
T	Ancho de la superficie libre del canal	(m)
R_H	Radio hidráulico	(m)
y_m	Calado medio o calado equivalente a la misma superficie mojada de canal dispuesta en un rectángulo de ancho igual al de la superficie libre en la sección	(m)
y	Calado en el punto considerado	(m)
z	Cota de la solera del canal respecto de un nivel de referencia	(m)
x	Longitud a lo largo del eje del canal	(m)
I_0	Pendiente de la solera	$(-)$

La pendiente media de la solera entre dos puntos a y b se define como:

$$I_0 = \frac{z_a - z_b}{x_b - x_a} \quad (7.1)$$

Cuando la diferencia de distancia entre las sección tiende a cero, esta pendiente se puede definir como:

$$I_0 = \frac{dz}{dx} \quad (7.2)$$

En la figura 7.2 se muestran algunas de las secciones más habituales en canales y las variables asociadas a cada una de ellas que se describen a continuación:

y	Calado del canal	(m)
b	Ancho de la base del canal	(m)
T	Ancho de la superficie libre del canal	(m)
t	Talud del canal en sección trapezoidal (distancia horizontal por metro de altura de talud)	$(-)$

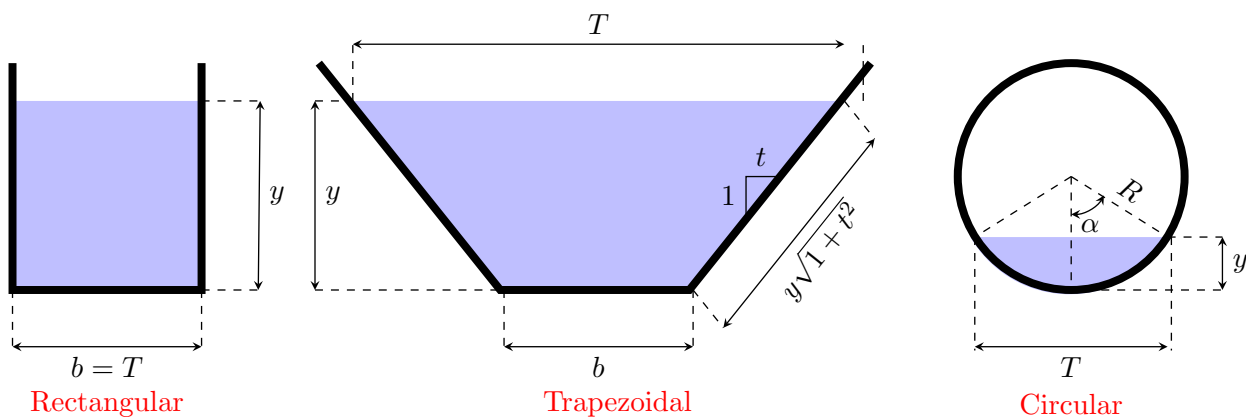


Figura 7.2: Secciones más habituales en canales

7.3 Movimiento en canales

A continuación se va a particularizar la clasificación del movimiento realizada al inicio del capítulo de hidrodinámica para el caso de canales:

7.3.1 Respecto del tipo de movimiento

- Por su variación en el tiempo (en una sección determinada):
 - Régimen permanente: La velocidad en una sección es la misma en todos los instantes. Puede variar de una sección a otra.
 - Régimen variable: La velocidad, en una sección no es constante en el tiempo. Dentro de éste podemos tener una subclasificación en:
 - * Gradualmente variable: Las variaciones son lentas en el tiempo no produciendo cambios bruscos en la circulación. Estos casos pueden estudiarse como una sucesión de regímenes permanentes en las que cambian las condiciones de caudal o velocidad.
 - * Rápidamente variable: El cambio es brusco, produciendo fenómenos transitorios en el canal que no permite su estudio como sucesión de regímenes permanentes.

- Por su variación en el espacio:
 - Régimen uniforme: No hay variación en la cota de la superficie libre (calado) ni de la velocidad cuando nos desplazamos a lo largo del eje longitudinal del canal.
 - Régimen variado: Hay variación en la cota de la superficie libre y/o en la velocidad cuando nos desplazamos a lo largo del eje longitudinal del canal.

Dentro de éste podemos tener una subclasificación en:

- * Gradualmente variado: La variación en la superficie libre debido a algún cambio en el canal se extienden a lo largo de una distancia relevante en el canal. El estudio de estos fenómenos se realiza mediante las curvas de remanso. Se producen variaciones pequeñas y graduales del calado
- * Rápidamente variado: La variación de la superficie libre se realiza en un corto espacio a lo largo del eje longitudinal del canal y es claramente apreciable. Esto pueden ser;
 - Fenómenos locales: Como son los escalones en la solera, los cambios suaves de sección tipo, los cambios en el ancho de sección etc, que se estudian mediante las curvas de energía específica.
 - Resalto hidráulico: Es el cambio que se produce de régimen rápido a régimen lento en el sentido de circulación del flujo en el canal. Se caracteriza por la existencia de un escalón en la superficie libre.
- Por el tipo de régimen:
 - * Laminar: Las partículas se mueven según trayectorias cuasiparalelas.
 - * Turbulento: El movimiento es desordenado con una dirección predominante de avance.

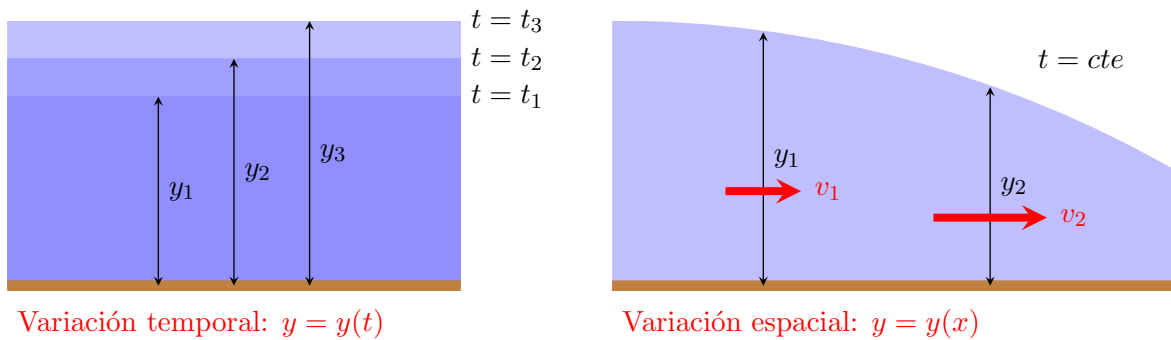


Figura 7.3: Variación en el tiempo y en el espacio

– Por el tipo de circulación:

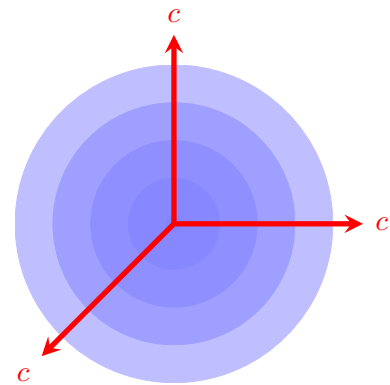
- * Régimen subcrítico (coloquialmente lento): Cuando el flujo circula con un número de Froude $F < 1$
- * Régimen crítico: Cuando el canal circula con un número de Froude $F = 1$
- * Régimen supercrítico (coloquialmente rápido): Cuando el flujo circula con un número de Froude $F > 1$

7.4 Concepto de régimen aplicado al tipo de circulación

Para comprender el concepto de régimen se va a estudiar el movimiento de una onda superficial infinitesimal que se desplaza con una celeridad c , en todas direcciones, desde el punto donde se produce la perturbación que da origen a esta onda.

Este es el caso de una onda generada por el lanzamiento de una piedra a un estanque.

En este estudio se van a considerar las siguientes hipótesis:



- Solera horizontal: $I_0 = 0$
- Movimiento permanente: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
- Cauce cilíndrico: $\frac{\partial S}{\partial x} = 0$
- No hay pérdida o aportación de caudal en el tramo estudiado: $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$
- Pérdida de carga despreciable: $I = 0$

La celeridad de la onda, en la dirección longitudinal del canal, suele considerarse con las ecuaciones correspondiente a profundidad reducida ($\frac{d}{L} < \frac{1}{2}$, siendo L la longitud de onda y d la profundidad en

la zona de estudio), expresándose como:

$$c = \sqrt{g \frac{S}{T}} \quad (7.3)$$

siendo S la superficie mojada de la sección transversal y T el ancho de lámina libre o espejo de agua del canal.

Si se define el **número de Froude (F)** como la relación entre la velocidad (v) que lleva el canal y la celeridad de la onda superficial infinitesimal (c), se tiene:

$$F = \frac{v}{c} = \frac{v}{\sqrt{g \frac{S}{T}}} \quad (7.4)$$

En el caso particular de canales rectangulares se puede fácilmente obtener:

$$c = \sqrt{g\bar{y}} \quad (7.5)$$

siendo \bar{y} el calado medio del canal.

En la figura 7.4, puede verse la velocidad con que se moverá una onda superficial cuando ésta se produce en un canal que circula con una velocidad v .

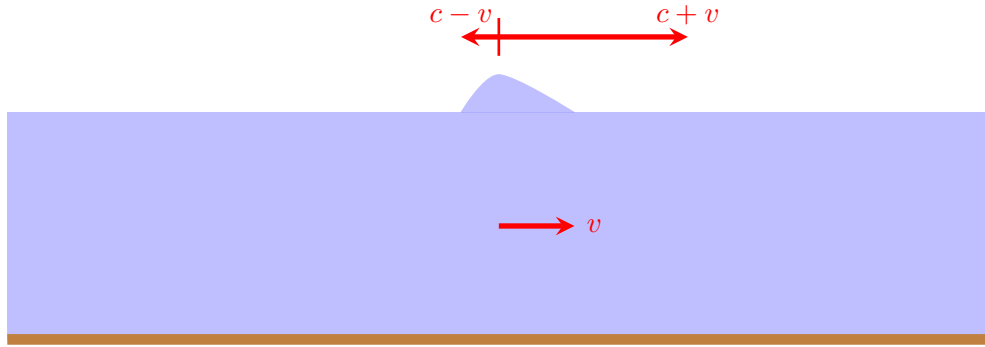


Figura 7.4: Propagación de una perturbación infinitesimal superficial en un canal

Cuando se estudia este movimiento se tienen los tres casos siguientes:

- Régimen subcrítico: $F < 1 \rightarrow c > v$. La onda se desplaza aguas arriba con una velocidad $c - v$
- Régimen crítico: $F = 1 \rightarrow c = v$. La onda se mantiene siempre en el punto donde se produjo la perturbación propagándose hacia aguas abajo.
- Régimen supercrítico: $F > 1 \rightarrow c < v$. La onda no puede desplazarse aguas arriba. El frente aguas arriba se ve arrastrado aguas abajo con una velocidad $v - c$

Este concepto es de la máxima importancia en canales, ya que significa que dada una sección transversal de estudio se verificará que:

- Si el régimen es subcrítico:

- Las perturbaciones que se produzcan en un punto aguas abajo del punto de estudio afectarán al nivel de la superficie libre en el mismo.
- Las perturbaciones que se produzcan aguas arriba no afectarán al punto de estudio mientras no se produzca un cambio de régimen que afecte a la zona de estudio.
- Si el régimen es supercrítico:
 - Las perturbaciones que se produzcan en un punto aguas arriba del punto de estudio afectarán al nivel de la superficie libre en el mismo.
 - Las perturbaciones que se produzcan aguas abajo no afectarán al punto de estudio mientras no se produzca un cambio de régimen que afecte a la zona de estudio.

7.5 Ecuaciones

Para poder abordar el movimiento en canales de forma analítica se requieren una serie de simplificaciones que permitan abordar las ecuaciones de Navier-Stokes de forma práctica. Habitualmente vienen considerándose las **Ecuaciones de Saint-Venant** que tienen en cuenta las siguientes hipótesis simplificadoras:

- El flujo se estudia de manera unidimensional: Esto implica que:
 - La velocidad se considera constante en todos los puntos de la sección, y se representa por el valor medio de la misma.
 - La lámina de agua en la dirección transversal al cauce es horizontal. Es decir la lámina de agua no se peralta en las curvas.
- El flujo varía gradualmente. Ello implica que:
 - Las aceleraciones verticales pueden considerarse despreciables.
 - La presión hidrostática prevalece en la sección.
- El eje horizontal es aproximadamente recto. Esto implica que no hay variaciones bruscas en planta que puedan generar peralte en las curvas y/o resaltos cruzados.
- La pendiente del canal es pequeña. No habrá nunca despegue de la lámina de agua.
- No hay socavación en las secciones ($\frac{\partial S}{\partial t} = 0$)
- Puede utilizarse Manning, o una fórmula equivalente, para calcular el rozamiento.
- El fluido es incompresible ($\rho = cte$), lo que hace que se verifique la expresión más sencilla de la ecuación de continuidad.

Con esta hipótesis, y dado que la curvatura del cauce y la superficie libre son moderadas, puede aplicarse la ecuación de continuidad, la de la energía (Bernoulli), y la ecuación de la dinámica deducida para el caso de conductos en presión.

El problema reside en que mientras en conductos las variables a manejar son velocidad v y sección S , ahora deben expresarse estas ecuaciones en términos de calado y y caudal Q

7.5.1 Ecuación de continuidad

La expresión obtenida en los conductos en presión, teniendo en cuenta la incompresibilidad del fluido es:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (7.6)$$

La transformación de esta ecuación para expresarla en términos de y , Q se realiza teniendo en cuenta la relación:

$$\frac{\partial S}{\partial y} = T \quad (7.7)$$

resultando:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial (vS)}{\partial x} &= T \frac{\partial y}{\partial t} + S \frac{\partial v}{\partial x} + v \left(\frac{\partial S}{\partial x} \Big|_{y=cte} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} \right) = \\ T \frac{\partial y}{\partial t} + S \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial x} \Big|_{y=cte} + vT \frac{\partial y}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (7.8)$$

7.5.2 Ecuación de la energía

La ecuación de la energía en conductos viene dada por los tres términos de la ecuación de Bernoulli correspondientes a energía potencial (Z), energía de presión $\left(\frac{P}{\gamma}\right)$ y energía cinética $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$, que se expresan como:

$$H = Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \quad (7.9)$$

En canales, esta expresión se convierte en:

$$H = Z + y + \frac{v^2}{2g} \quad (7.10)$$

siendo y el calado en la sección de estudio y v la velocidad media en la sección. Tanto y como $\frac{v^2}{2g}$ se miden en la dirección perpendicular a la superficie libre.

Teniendo en cuenta la hipótesis de Saint-Venant de pendiente pequeña, la variación de estas dos medidas entre la vertical y la perpendicular a la superficie libre es despreciable.

Si además se considera la distribución hidrostática de presiones a lo largo de la sección transversal, la energía de una partícula de agua situada a una altura $y' < y$ sobre la solera se corresponde con:

$$H' = y' + \frac{P}{\gamma} \quad (7.11)$$

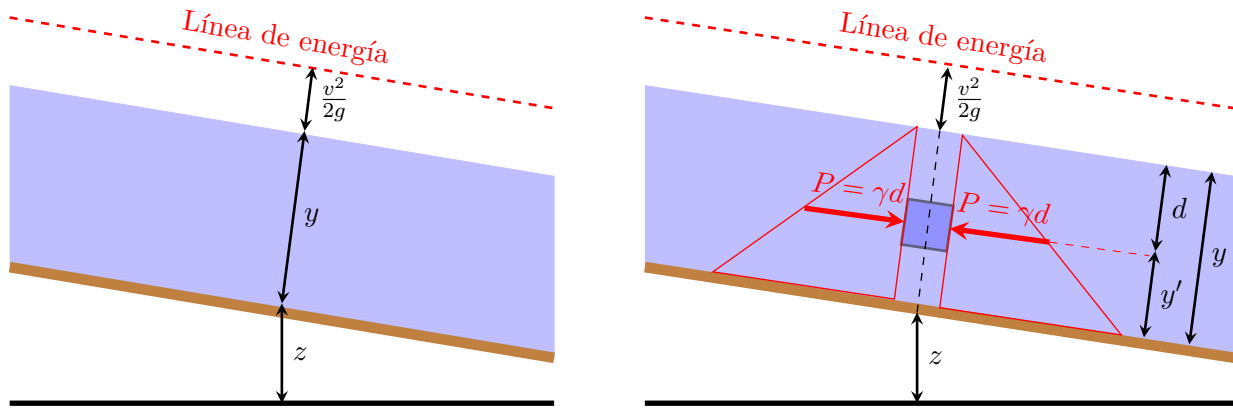


Figura 7.5: Expresión de la ecuación de Bernoulli en canales

donde $P = d\gamma$ siendo d la profundidad medida desde la superficie libre. En este caso resulta que:

$$H' = y' + \frac{P}{\gamma} = y' + d = y \quad (7.12)$$

lo que justifica la forma de la ecuación de Bernoulli adoptada para canales.

7.5.3 Ecuación de la dinámica en canales

La ecuación de la dinámica nos permite obtener la variación de la energía en el paso de una sección a otra.

En la siguiente sección se va a desarrollar la ecuación de la dinámica suponiendo las siguientes hipótesis:

- Movimiento no permanente gradualmente variable.
- Cauce cilíndrico.
- No hay pérdida o aportación de caudal en el tramo estudiado.

Partiendo de la expresión de la ecuación de la dinámica, se tiene:

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = I_0 - I \quad (7.13)$$

Operando separadamente cada uno de los términos:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \left(\frac{Q}{S} \right)}{\partial x} = \frac{1}{S} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q}{S^2} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \Big|_{y=cte} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} \right) \quad (7.14)$$

Teniendo en cuenta que:

$$T = \frac{\partial S}{\partial y} \quad (7.15)$$

e introduciendo el concepto de **cauce cilíndrico** como aquel en que la sección (S) se mantiene constante con la distancia (x) siempre que el calado (y) permanezca constante, lo que suele cumplirse en canales. En cauce cilíndrico, se cumplirá:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial x} \right|_{y=cte} = 0 \quad (7.16)$$

Introduciendo el valor del multiplicador $\frac{v}{g}$ y las simplificaciones propuestas, se llega a:

$$\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{Q}{gS^2} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q}{\frac{gS^3}{T}} \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{Q}{gS^2} \frac{\partial Q}{\partial x} - F^2 \frac{\partial y}{\partial x} \quad (7.17)$$

Operando ahora el tercer término de la ecuación (7.13):

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{g} \frac{\partial \left(\frac{Q}{S} \right)}{\partial t} = \frac{1}{gS} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{Q}{gS^2} \frac{\partial S}{\partial t} \quad (7.18)$$

Teniendo en cuenta la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial S}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (7.19)$$

El término dado en la ecuación (7.18) se transforma en:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{gS} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{Q}{gS^2} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (7.20)$$

Resultando:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{2Q}{gS^2} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{F^2}{g} \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{gS} \frac{\partial Q}{\partial t} = I_0 - I \quad (7.21)$$

Si se considera movimiento permanente ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$), el primero de los términos de la ecuación anterior se anula, quedando la ecuación de la dinámica como:

$$(1 - F^2) \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{2Q}{gS^2} \frac{\partial Q}{\partial x} = I_0 - I \quad (7.22)$$

El término $\frac{\partial Q}{\partial x}$ se anula cuando no hay aportaciones o pérdidas de caudal en el tramo estudiado, pudiendo simplificarse la ecuación de la dinámica en:

$$\boxed{\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{I_0 - I}{1 - F^2}} \quad (7.23)$$

7.6 Ecuación de la variación de la cantidad de movimiento

La expresión de la variación de la cantidad de movimiento que va a utilizarse en el cálculo en canales tiene la expresión deducida anteriormente en conducciones de presión:

$$\vec{N}_1 - \vec{N}_2 + \vec{G} + \vec{R} = 0 \quad (7.24)$$

siendo $N_i = (\rho_i Q v_i + P_i S_i) \vec{n}_i$ la impulsión de la sección.

Debe tenerse cuidado con el término $P \cdot S$, que en canales representa la fuerza equivalente a la distribución de presiones hidrostáticas en la sección transversal.

Esta ecuación se utilizará para justificar el comportamiento en el resalto hidráulico.

7.7 Régimen uniforme

El régimen uniforme es aquel en que no ha variación en el espacio ($\frac{\partial}{\partial x} = 0$). Si además se considera régimen permanente ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) y cauce cilíndrico, y se utiliza la ecuación de la dinámica dada en (7.23), se llega a:

$$\boxed{I_0 = I} \quad (7.25)$$

Es decir, la pendiente de pérdidas (I) y la pendiente geométrica del canal (I_0) coinciden. Ambas rectas son paralelas.

Si utilizamos como expresión de la pendiente de pérdidas la ecuación de Manning, se tiene:

$$I_0 = I = \frac{n^2 v^2}{R_H^{4/3}} = \frac{n^2 Q^2}{S^2 R_H^{4/3}} = \frac{n^2 Q^2 P^{4/3}}{S^{10/3}} \quad (7.26)$$

En un canal de características geométricas definidas (I_0 , n y la sección transversal) por el que pasa un caudal determinado (Q), el único valor desconocido en la ecuación anterior es el calado (y) que forma parte de las expresiones de la superficie y el perímetro mojado ($S(y)$, $P(y)$).

Particularizando para distintas secciones:

- Canal rectangular:

$$I_0 = I = \frac{n^2 Q^2 (b + 2y)^{4/3}}{(by)^{10/3}} \quad (7.27)$$

- Canal trapecial:

$$I_0 = I = \frac{n^2 Q^2 (b + 2y\sqrt{1+t^2})^{4/3}}{(by + ty^2)^{10/3}} \quad (7.28)$$

- Canal circular:

$$I_0 = I = \frac{n^2 Q^2 (2\alpha r)^{4/3}}{[r^2 (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)]^{10/3}} \quad (7.29)$$

La dificultad radica en la solución de esta ecuación no lineal en y . La solución será el **calado de régimen uniforme** (y_u)

Nota

Es importante darse cuenta que, para un caudal determinado, el calado uniforme es único, y se corresponde con aquel que hace que las pérdidas de carga continuas ($\Delta H_c = I \cdot L$), que son función de v^2 ó Q^2 , igualan a la diferencia de energía potencial resultante de haber descendido la solera del canal una altura dada por $\Delta Z = I_0 L$

7.8 Régimen crítico

Anteriormente se ha definido este régimen como el límite entre el subcrítico y el supercrítico, viniendo esta separación dada por el Número de Froude $F = 1$.

Aplicando esta limitación a un canal:

$$F = \frac{v}{c} = \frac{v}{\sqrt{g \frac{S}{T}}} = 1 \quad \longrightarrow \quad \frac{S}{T} = \frac{v^2}{g} \quad (7.30)$$

o en términos del caudal:

$$\frac{S^3}{T} = \frac{Q^2}{g} \quad (7.31)$$

Para un caudal conocido, se obtendrá un único valor del calado de régimen crítico al que se denominará **calado crítico** (y_c).

En el caso particular de canal rectangular la solución analítica puede obtenerse como:

$$\frac{b^3 y_c^3}{b} = \frac{Q^2}{g} \quad \longrightarrow \quad y_c = \sqrt[3]{\frac{(Q/b)^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (7.32)$$

donde q es el **caudal unitario** o caudal por metro de ancho de canal.

Para las secciones trapecial y circular no puede obtenerse una expresión analítica tan sencilla, aunque si se cumplirá la observación siguiente.

Nota

El valor del calado crítico es independiente de la pendiente del canal o del número de Manning, únicamente depende del caudal circulante y del ancho del canal. Ello implica que en un canal donde se mantiene la sección transversal constante el calado crítico no variará con las pendientes

Para un determinado caudal Q , cuando se relacionan los calados uniformes con el crítico se cumple que:

- Si el calado uniforme es mayor que el crítico ($y_u > y_c$) el calado uniforme circulará en régimen lento y la **pendiente es suave**.

- Si el calado uniforme es menor que el crítico ($y_u < y_c$) el calado uniforme circulará en régimen rápido y la **pendiente es fuerte**.

Puede ocurrir que en un determinado tramo de pendiente suave el canal tenga una circulación en régimen supercrítico, y viceversa, pero si el canal mantiene esa pendiente por una longitud tan larga que pueda considerarse indefinida, el régimen rápido no se mantendrá, ya que el canal acabará alcanzando el calado de régimen uniforme.

Nota

Una misma pendiente puede resultar suave con un caudal de circulación y fuerte para otro valor del caudal, lo que cambia el comportamiento del canal

Para un caudal dado, la clasificación de pendientes también puede hacerse atendiendo al valor del número de Froude de acuerdo a:

- $F < 1$ la **pendiente es suave**.
- $F = 1$ la **pendiente es crítica**.
- $F > 1$ la **pendiente es fuerte**.

7.9 Energía específica

Se define la **energía específica** (H^0) del canal como la energía del fluido en circulación. Se corresponde con los términos de presión y energía cinética del trinomio de Bernoulli.

$$H^0 = y + \frac{v^2}{2g} \quad (7.33)$$

En un régimen uniforme este valor permanece constante en el paso entre dos secciones (1 y 2) separadas una distancia L_{12} , mientras que no ocurre así con la energía total, que deberá expresarse como:

$$H_1 = H_2 + IL_{12} \quad (7.34)$$

La conservación de la energía específica se utilizará para la resolución de los problemas de variaciones locales en los que pueda asegurarse la conservación de la misma, o las pérdidas de carga localizadas sean conocidas.

A continuación se estudia la variación de la energía específica con el calado para un caudal de circulación constante:

$$\left. \frac{H^0}{dy} \right|_{Q=cte} = \frac{dy}{dy} + \frac{d\left(\frac{Q^2}{2gS^2}\right)}{dS} \frac{dS}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gS^3} T = 1 - \frac{Q^2}{S^3} \frac{1}{gT} = 1 - F^2 \quad (7.35)$$

En el caso particular de régimen crítico, donde se verifica que $F = 1$, resulta que:

$$\left. \frac{H^0}{dy} \right|_{Q=cte} = 0 \quad (7.36)$$

es decir, el valor de la energía específica tiene un mínimo para el calado correspondiente al régimen crítico.

Para un caudal dado, la curva que representa la energía específica frente al calado, presenta el mínimo citado y dos valores asintóticos, uno en $y = 0$ y otro en $H^0 = y$, lo que hace fácil su representación.

Por encima del mínimo, se tiene calados mayores que el crítico, lo que corresponde a un régimen subcrítico, mientras que por debajo del mínimo se tendrá régimen supercrítico.

7.10 Curvas de remanso

En régimen permanente gradualmente variado los cambios suaves en las condiciones geométricas del canal, o las perturbaciones que se le realicen al régimen de circulación dan lugar a variaciones graduales en la superficie libre. Estas son las denominadas curvas de remanso.

Su estudio puede llevarse a cabo mediante la ecuación de la dinámica en régimen permanente (7.23). Esta ecuación, para una sección transversal, pendiente y número de Manning constantes con la longitud del canal (x) es integrable directamente al ser únicamente dependiente del calado (y) y la longitud recorrida (x)

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{I_0 - I}{1 - F^2} = \frac{I_0 - \frac{n^2 Q^2}{S^2 R_H^{4/3}}}{1 - \frac{Q^2 T}{g S^3}} \quad \text{donde:} \quad \begin{cases} S &= S(y) \\ T &= T(y) \\ R_H &= R_H(y) \end{cases} \quad (7.37)$$

Si se sustituye la expresión obtenida en (7.35) para un caudal de circulación constante, y se trabaja con valores incrementales para realizar la integración:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{I_0 - I}{\frac{H^0}{\Delta y}} \quad (7.38)$$

se obtiene, al despejar Δx :

$$\Delta x = \frac{\frac{H_1^0 - H_2^0}{\Delta y} \Delta y}{I_0 - I} = \frac{H_1^0 - H_2^0}{I_0 - I} \quad (7.39)$$

Otra forma de llegar a esta ecuación es estudiando la variación de energía por unidad de longitud entre dos puntos muy próximos:

$$\frac{\Delta H}{\Delta x} = \frac{z_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g}}{\Delta x} - \frac{z_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + I_{12} \Delta x}{\Delta x} = \frac{z_1 - z_2}{\Delta x} + \frac{\Delta H^0}{\Delta x} - I_{12} = 0 \quad (7.40)$$

Teniendo en cuenta que: $I_0 = \frac{z_1 - z_2}{\Delta x}$ y despejando Δx , se llega a:

$$\Delta x = -\frac{H_1^0 - H_2^0}{I_0 - I_{12}} = \frac{H_1^0 - H_2^0}{I_{12} - I_0} \quad (7.41)$$

El problema reside en el valor que se le da a la pendiente de pérdidas entre ambos puntos. Puede optarse por la pendiente media de ambas expresada como: $I_{12} = \frac{I_1 + I_2}{2}$, o como $I_{12} = \sqrt{I_1 I_2}$, o por la pendiente de pérdidas del calado medio, expresado en cualquiera de las formas anteriores.

Por tanto, conocida la variación de calado en la que va a situarse nuestra curva de remanso, pueden establecerse intervalos de integración en el calado (Δy), en cada uno de los cuales se podrá obtener la longitud de la curva de remanso correspondiente a ese Δy . La suma de todos los intervalos proporcionará la longitud total de la curva de remanso. Cuanto mayor sea el número de intervalos elegidos, mejor será la precisión final obtenida.

Antes de proceder a aplicar este método de integración van a clasificarse las distintas curvas de remanso, en función del tipo de pendiente, suave (curvas **tipo S**) o fuerte (curvas **tipo F**), y la forma de la curva (1, 2 ó 3). La figura 7.6 muestra esta clasificación:

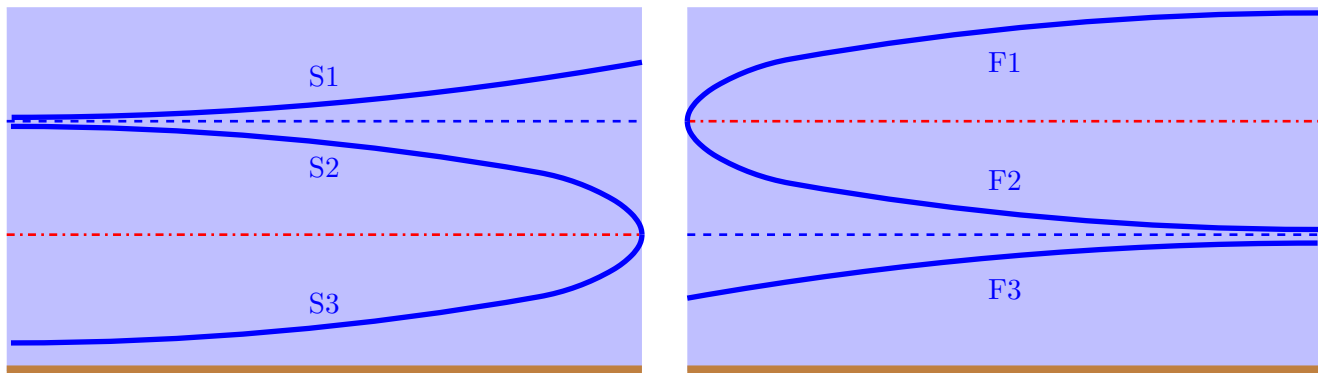


Figura 7.6: Clasificación de los tipos de curvas en pendiente suave (izquierda) y fuerte (derecha)

Es habitual en los textos utilizar la letra **H** cuando la pendiente es horizontal ($I_0 = 0$), **C** para pendiente crítica y **A** para contrapendiente o adversa. Como éstos no son casos habituales o pueden considerarse subcasos de los primeros no se estudian en detalle.

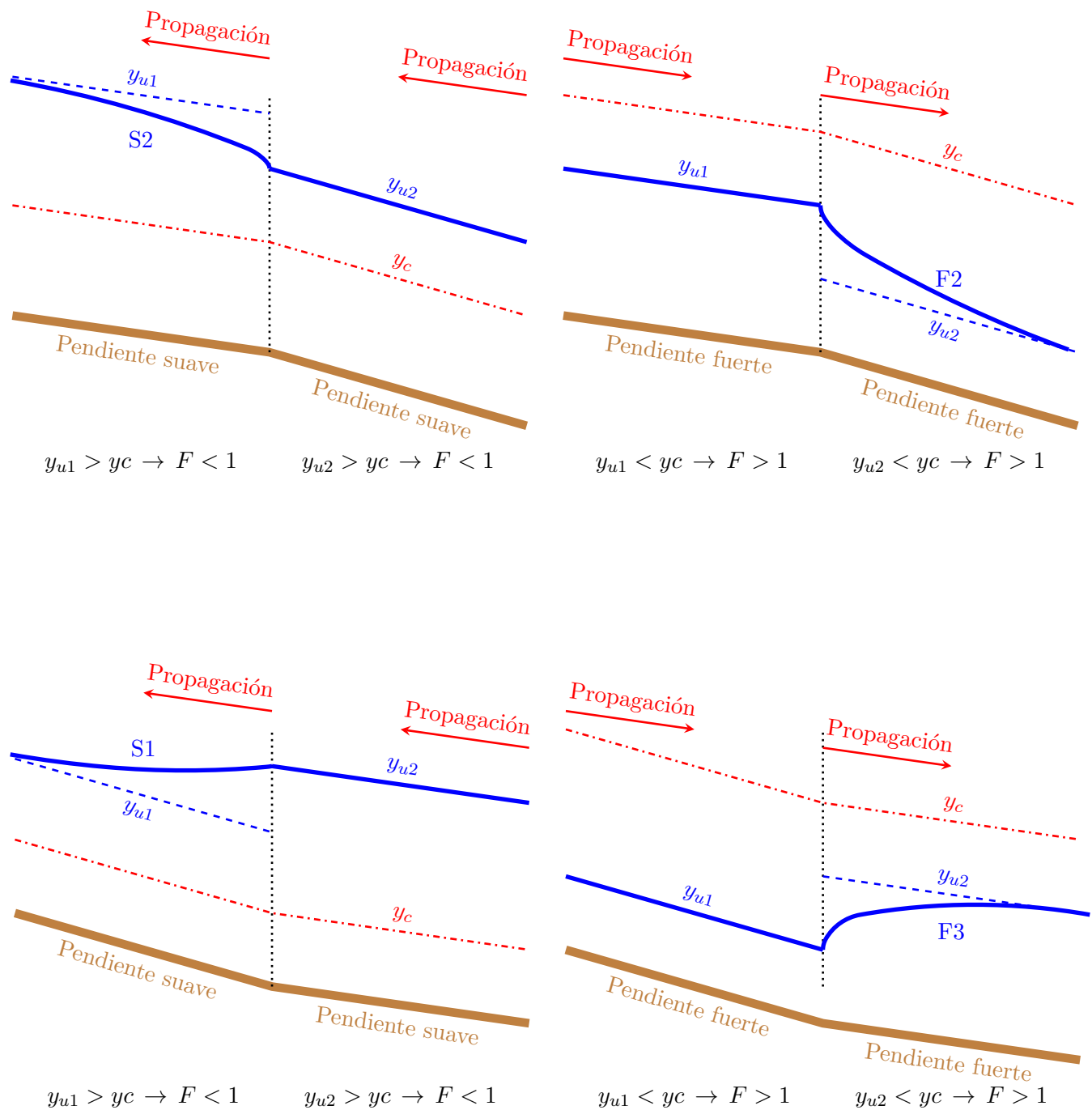
Nota

Los textos anglosajones y algunas traducciones de éstos al español mantienen la nomenclatura S para referirse a las curvas en pendiente fuerte, ellos es debido a la traducción de la palabra steep slope. En ese caso se utiliza la M (mild slope) para la pendiente suave

La importancia de la separación entre curvas en pendiente suave y pendiente fuerte radica en que las perturbaciones sean, o no, capaces de avanzar aguas arriba del canal. Esto implica que, supuesta una circulación del canal de izquierda a derecha, las curvas de remanso se propagan de derecha a izquierda en régimen lento, mientras que en régimen rápido se propagan de izquierda a derecha.

Dicho de otra forma, cuando estamos en régimen lento, el control de la superficie libre viene dado desde un punto aguas abajo de la sección de estudio, mientras que en régimen rápido el punto de control se establece aguas arriba del canal.

La figura 7.7 muestra las curvas de remanso que se forman entre todas las combinaciones posibles de cambio de pendiente con canal de longitud indefinida a ambos lados de la intersección.



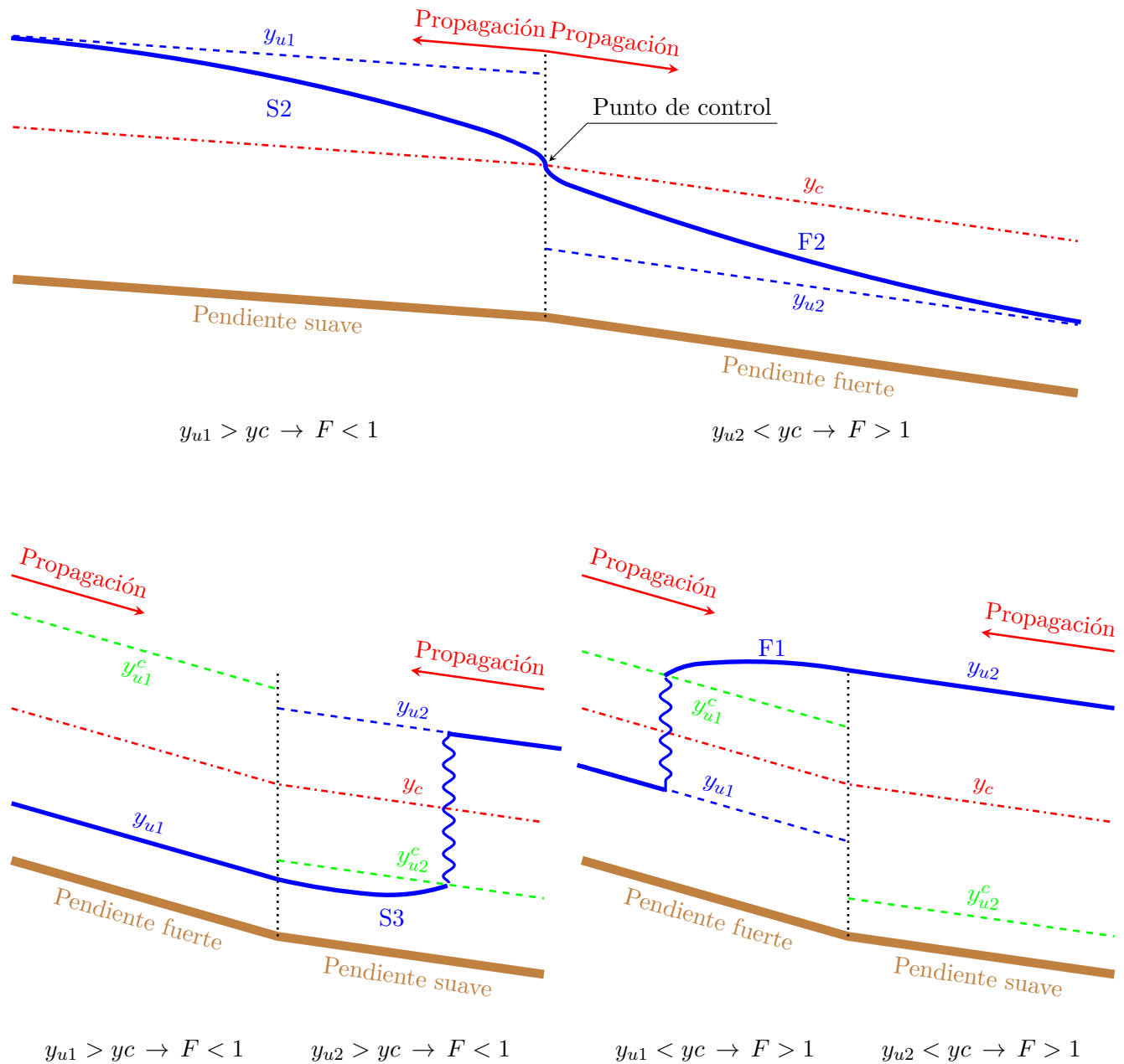


Figura 7.7: Curvas de remanso para diferentes cambios de pendiente

Los gráficos se han realizado manteniendo constante la sección transversal y el caudal. Debido a ello, el calado crítico es el mismo a ambos lados de la intersección.

Cabe destacar la sección de control que se produce cuando pasamos de pendiente suave a fuerte, y la propagación que, en uno y otro sentido se realiza desde este punto. Esto implica que las curvas de remanso S2 y F2 que se forman en este caso son independientes del valor adoptado por la pendiente a ambos lados mientras estas se conserven como suave y fuerte respectivamente.

Nota

El punto de control, en el que el calado es el crítico (y_c), se produce siempre que hay cambio de régimen lento a rápido según el sentido de circulación

El otro caso, que resulta más complejo, es el correspondiente al paso de régimen rápido a lento. En él se tiene que hay una propagación desde ambos extremos hacia la intersección, siendo la de mayor calado la correspondiente al régimen lento. Ello provoca un “choque” de dos frentes con distinta altura. Este “choque” se resuelve con un resalto, y se da en el punto en que las impulsiones de las secciones a ambos lados del resalto se igualan.

El fenómeno del resalto se estudiará más detalladamente en la sección 7.11. De momento, obsérvese que existen dos posibles soluciones para este problema, una mediante una curva de remanso del tipo *S3* en la zona de pendiente suave hasta alcanzar el resalto, y la segunda mediante una curva del tipo *F1* en la zona de pendiente fuerte hasta alcanzar el resalto.

Nota

Igual que en el caso anterior, cuando hay un cambio de régimen rápido a lento según el sentido de circulación del canal, ha de producirse una transición obligatoria que en este caso viene representada por el resalto

7.11 Resalto hidráulico

En la sección de las curva de remanso ya se ha hablado del resalto. Este fenómeno que puede parecer extraño al enfrentar dos frentes fluidos con distinta altura que permanecen fijos en una posición del espacio puede verse en el video adjunto:



[Resalto hidráulico en laboratorio](#)

Este otro vídeo muestra este mismo fenómeno en la naturaleza:



[Resalto hidráulico en la naturaleza](#)

El resalto es una forma muy buena de disipar energía, siendo habitual que se provoque en el diseño de los vertederos de las presas como forma de conseguir que el caudal restituido al río reduzca su energía lo que puede evitar la socavación de la zona de cimentación de la presa próxima a esta. Este otro vídeo muestra la formación del resalto dentro del cuenco amortiguador de la presa (último elemento del vertedero):



[Resalto hidráulico en el interior de un cuenco amortiguador](#)

En este último vídeo, puede verse muy bien cómo el resalto trata de avanzar hacia nosotros, mientras que el régimen rápido del desagüe lo empuja hacia afuera. Tras el resalto lo que se tiene es un régimen lento.

Entre las características del resalto se tienen:

- El régimen es altamente turbulento.
- Se producen pérdidas de carga importantes
- Es altamente inestable especialmente para valores del número de Froude cercanos a 1.
- Se presenta siempre que hay una transición de régimen rápido a lento en la dirección de circulación del canal.

Para el estudio del resalto únicamente se utilizan dos ecuaciones entre las secciones a ambos lados del mismo:

- Continuidad: $v_1 S_1 = v_2 S_2$
- Conservación de la cantidad de movimiento, despreciando el peso (\vec{G}), que es una fuerza cuasi perpendicular al plano de circulación del agua, y las pérdidas por fricción en la solera y cajeros (\vec{R}) al ser una distancia muy corta: $\vec{N}_1 = \vec{N}_2$

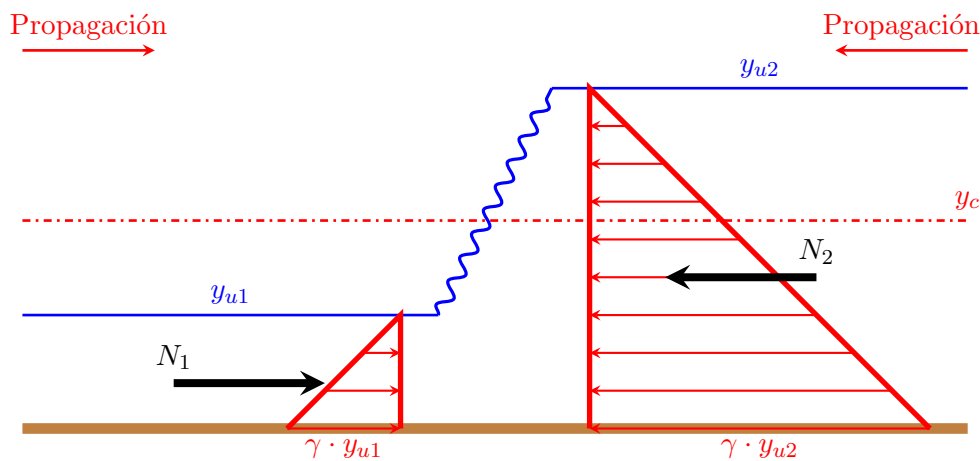


Figura 7.8: Representación de las impulsiones en un resalto

En el caso particular de canal rectangular, el estudio de estas ecuaciones permite obtener una relación de calados que debe cumplirse entre ambos extremos del resalto. La variación de la cantidad de movimiento se va a realizar por metro de anchura de canal, ya que el ancho b no influye al acabar siendo eliminado si se considera el caudal unitario $q = Q/b$

En canal rectangular, la igualdad de impulsiones a ambos lados del resalto puede expresarse como:

$$\begin{aligned}\vec{N}_1 &= \vec{N}_2 \rightarrow \rho q v_1 + \frac{1}{2} \gamma y_1^2 = \rho q v_2 + \frac{1}{2} \gamma y_2^2 \\ y_1^2 - y_2^2 &= \frac{2\rho q}{\gamma} (v_2 - v_1) = \frac{2q^2}{g} \left(\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} \right) \rightarrow (y_1 - y_2)(y_1 + y_2) = \frac{2q^2}{g y_1 y_2} (y_1 - y_2) \frac{y_1^2}{y_1^2}\end{aligned}\quad (7.42)$$

Simplificando el término $(y_1 - y_2)$ y teniendo en cuenta el valor del número de Froude $F^2 = \frac{q^2}{g y^3}$, la expresión anterior resulta:

$$\frac{y_2}{y_1^2} (y_1 + y_2) = 2 \frac{y_1^2}{y_2} F_1^2 \frac{y_2}{y_1^2} \rightarrow \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 + \frac{y_2}{y_1} - 2F_1^2 = 0 \quad (7.43)$$

Esta es una ecuación de segundo grado en $\frac{y_2}{y_1}$ cuya solución es:

$$\boxed{\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right)} \quad (7.44)$$

y que expresa la relación entre los calados conjugados a ambos lados del resalto cuando la sección es rectangular.

También se verifica la relación contraria:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_2^2} - 1 \right) \quad (7.45)$$

En el caso de secciones distinta de la rectangular, la obtención del calado conjugado del uniforme requiere la solución de una ecuación no lineal.

En la figura 7.7 el calado conjugado se ha representado en color verde, y al ser el del uniforme, se ha denominado y_u^c . Las curvas de remanso se han extendido hasta el momento en que las impulsiones se igualan, momento en que se produce el resalto.

La figura 7.9 representa un ejemplo, donde en una pendiente suave se ha provocado la existencia de una circulación en régimen rápido mediante la utilización de una compuerta.

En esta situación el calado uniforme es el lento, que se propaga desde aguas abajo hacia aguas arriba. Sin embargo, tras la compuerta se produce un régimen rápido que se propaga en sentido contrario mediante una curva de remanso del tipo *S3* buscando el caudal uniforme de régimen lento correspondiente a esta combinación de caudal, pendiente y número de Manning que hacen que la pendiente haya sido calificada como suave.

Si se estudia el valor de la impulsión (N_2) en las secciones 4 y 5 correspondientes al régimen lento esta se mantiene constante ya que no varía ni el calado ni el caudal circulante. Sin embargo en las secciones 1 a 3 la impulsión (N_1) va decreciendo a medida que se recorre la curva *S3* hasta que se iguala al valor de la impulsión N_2 , momento en que se produce el resalto. Este punto coincide en el momento en que la curva *S3* alcanza la cota del conjugado del calado uniforme de régimen lento.

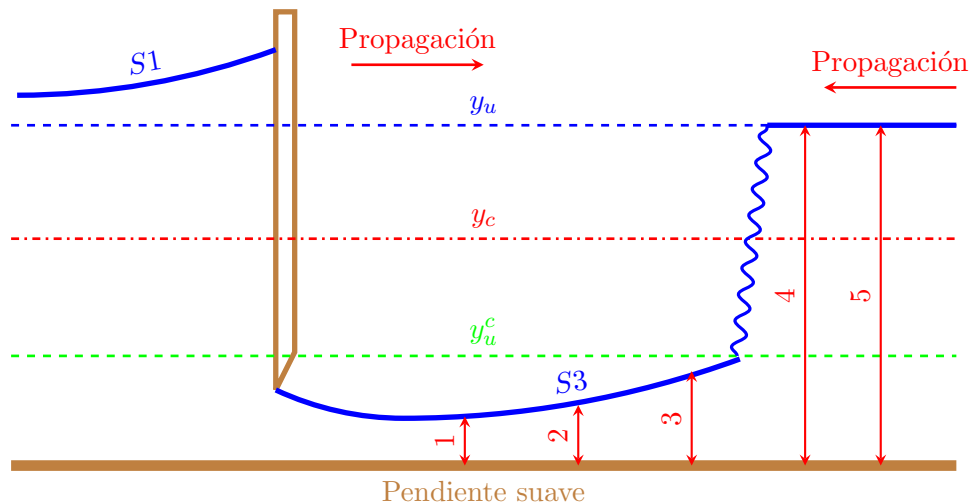


Figura 7.9: Curvas de remanso del tipo $S3$

La impulsión que se obtiene a lo largo de las curvas de remanso disminuye a medida que nos acercamos al calado crítico. Es decir en dos secciones iguales de un mismo canal por las que circula un mismo caudal, la sección que tiene un calado más cercano al crítico tiene una menor impulsión.

Esto explica las dos posibles soluciones mostradas en la figura 7.7 en las que se produce el resalto. En el caso donde aparece la curva del tipo $S3$ en la intersección de pendientes se tiene que el calado uniforme de régimen rápido es menor que el conjugado de régimen lento, por lo que la impulsión de la sección de la izquierda es mayor que la de la de la derecha, por tanto, el agua tiene fuerza suficiente para empujar el régimen lento hacia la derecha. Esta fuerza (impulsión) va disminuyendo a medida que entramos en la zona de pendiente suave hasta que se iguala con la que tiene el régimen lento propagándose hacia aguas arriba, momento en que se produce el resalto.

La segunda de las soluciones es debido a que en la intersección la impulsión correspondiente al valor de calado uniforme de régimen lento (sección de la derecha) es mayor que la del calado uniforme de régimen rápido. Ello puede comprobarse al situarse el calado conjugado del régimen rápido por debajo del uniforme del lento, o de igual manera, por que el calado uniforme de régimen rápido es mayor que el conjugado del uniforme del lento. Ambas condiciones son equivalentes. En este caso se forma una curva de remanso del tipo $F1$ que va disminuyendo su impulsión a medida que se desarrolla hacia la izquierda hasta que iguala la impulsión del régimen rápido en el valor del conjugado del uniforme, momento en que se produce el resalto.

7.11.1 Pérdida de energía en el resalto

El estudio, igual que en la determinación de los calados conjugados se realiza para:

- Canal rectangular
- Por metro de ancho de canal, ya que no influye en el resultado final.

El incremento de energía específica entre ambas secciones del resalto es:

$$\begin{aligned}\Delta H^0 &= y_1 + \frac{Q^2}{2gy_1^2} - \left(y_2 + \frac{Q^2}{2gy_2^2} \right) = y_1 - y_2 + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{y_1^2} - \frac{1}{y_2^2} \right) = \\ &= y_1 - y_2 + \frac{Q^2}{2gy_1^2 y_2^2} \frac{y_1}{y_1} (y_2^2 - y_1^2) = y_1 - y_2 + \frac{F_1^2 y_1}{2y_2^2} (y_2^2 - y_1^2)\end{aligned}\quad (7.46)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (7.43) despejada como:

$$2F_1^2 = \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 + \frac{y_2}{y_1} \quad (7.47)$$

el incremento de energía específica se transforma en:

$$\begin{aligned}\Delta H^0 &= y_1 - y_2 + \frac{1}{4} \left[\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \frac{y_1}{y_2^2} y_2^2 + \frac{y_2}{y_1} \frac{y_1}{y_2^2} y_2^2 - \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \frac{y_1}{y_2^2} y_1^2 - \frac{y_2}{y_1} \frac{y_1}{y_2^2} y_1^2 \right] = \\ &= y_1 - y_2 + \frac{1}{4} \left[\frac{y_2^2}{y_1} + y_2 - y_1 \frac{y_1^2}{y_2} \right] = y_1 - y_2 + \frac{1}{4y_1 y_2} [y_2^3 + y_2^2 y_1 - y_1^2 y_2 - y_1^3] = \\ &= \frac{y_2^3 - 3y_2^2 y_1 + 3y_1^2 y_2 - y_1^3}{4y_1 y_2}\end{aligned}\quad (7.48)$$

Finalmente se llega a:

$$\boxed{\Delta H^0 = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2}} \quad (7.49)$$

Es decir, la pérdida de energía producida en el resalto aumenta con la diferencia entre los calados conjugados.

7.12 Transiciones locales

Las transiciones locales son variaciones en la superficie debido a cambios suaves en el contorno producidos a lo largo de un corto espacio de desarrollo longitudinal del canal.

El estudio de estos fenómenos se lleva a cabo mediante el estudio de las **superficies de energía específica**.

En general, en este tipo de transiciones se supone que la variación en el contorno es tan suave que las pérdidas de carga localizadas asociadas pueden despreciarse. De no ser así, el cálculo analítico es muy complicado y hay que recurrir a la experimentación.

Las superficies de energía representan las tres variables (H^0 , Q , y) que se tienen en la ecuación de la energía específica de un canal de sección transversal conocida, dada por:

$$H^0 = y + \frac{Q^2}{2gS^2} \quad (7.50)$$

De nuevo, y por facilidad en la resolución de las ecuaciones va a plantearse el caso particular del canal rectangular, donde la expresión anterior se transforma en:

$$H^0 = y + \frac{q^2}{2gy^2} \quad (7.51)$$

La representación de esta curva en forma tridimensional es complicada. Sin embargo, las curvas que resultan de tomar $H^0 = cte$ y $q = cte$ se aplican para distintos tipos de problema. La figura 7.10 muestra estas dos funciones.

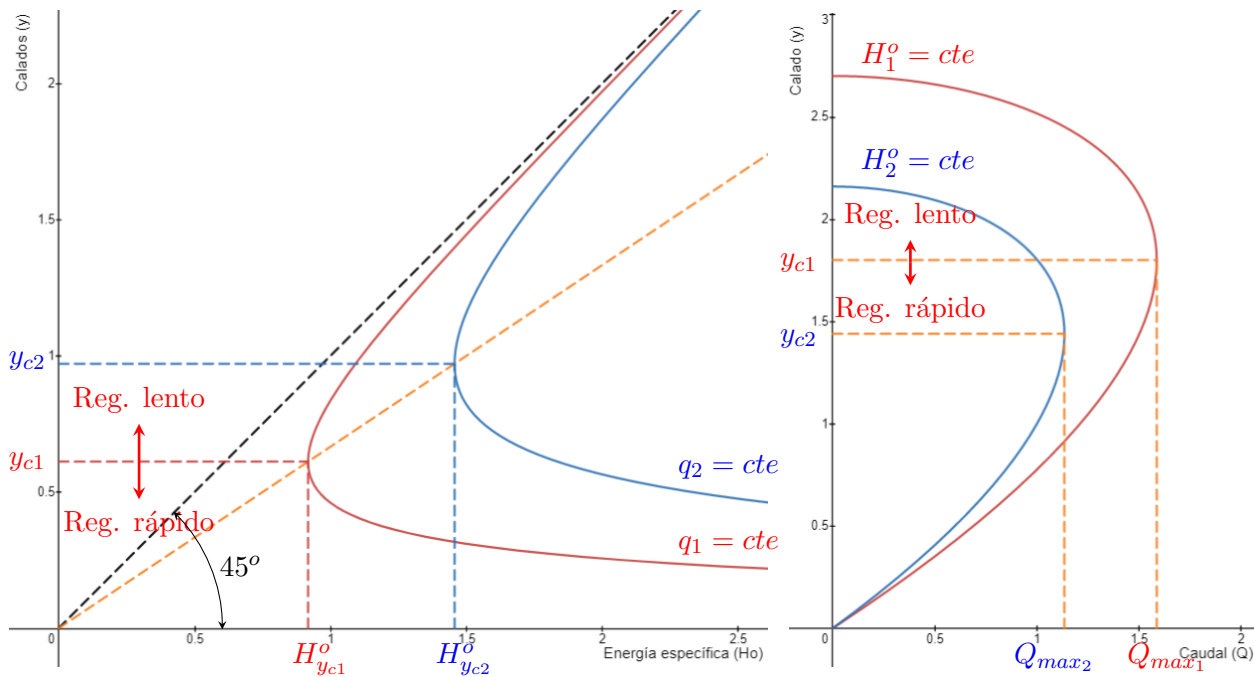


Figura 7.10: Secciones en direcciones perpendiculares de la superficie de energía específica

Ambas pueden descargarse y manipularse mediante DESMOS en los siguientes enlaces:



Curva de energía específica



Curva de Köch

La curva de la izquierda se denomina **curva de energía específica** y representa una curva de caudal constante. Con ella se estudia el comportamiento en régimen permanente de un canal cuando se produce un estrechamiento o ensanchamiento de la sección y un escalón ascendente o descendente de la solera.

La curva de la derecha es la denominada **curva de Köch** y permite estudiar el comportamiento de las obras de toma con superficie libre, es decir el caudal que circulará por un canal conectado a un

depósito que tiene un determinado nivel de agua. Con este tipo de curvas se tiene en consideración, no solo la altura del depósito, sino también las características del canal.

7.12.1 Curva de energía específica

Esta curva se obtiene para un caudal de circulación constante, como ocurre en un canal en régimen uniforme en el que no hay pérdidas o aportaciones de caudal.

En la sección 7.9 se comprobó que la energía específica mínima correspondía al punto de calado crítico. Calados por encima de este representan un régimen lento, mientras que valores inferiores al crítico son calados de régimen rápido.

La forma de utilización de estas curvas difiere si lo que se está estudiando es una sobreelevación en solera, un escalón o un cambio en el ancho de sección, además de en el tipo de régimen de circulación asociado. A continuación pasan a estudiarse todos estos casos.

Sobreelevación en solera

La sobreelevación representa un escalón ascendente seguido de otro descendente en la solera en un corto recorrido de canal. Ello produce una perturbación en la superficie libre que difiere dependiendo del tipo de régimen en circulación. El caso más curioso es el mostrado en la figura 7.11 donde la lámina de agua, cuando la circulación en el canal es de régimen lento desciende en el momento en que pasa por el escalón. Este fenómeno se explica claramente cuando estudiamos la curva de energía específica asociada.

La primera idea es que, si estamos en régimen lento, la propagación se realiza desde aguas abajo del canal hacia aguas arriba. La energía específica del fluido disponible para ascender el escalón es:

$$H_3^0 = y_3 + \frac{Q^2}{2gS^2} = y_3 + \frac{q^2}{2gy_3^2} \quad (7.52)$$

que coincidirá con la de la sección 1 si suponemos que no hay pérdidas de carga localizadas.

La figura ?? representa la curva de energía específica para un caudal unitario constante ($q = cte$)

$$H^0 = y + \frac{q^2}{2gy^2} \quad (7.53)$$

En la sección 2, la energía específica será:

$$H_2^0 = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} \quad (7.54)$$

En segundo lugar, el agua en el sentido de la propagación debe ser capaz de ascender el escalón sin cambiar de régimen. La relación entre las energías específicas en las secciones 3 y 2 es:

$$H_3^0 = H_2^0 + \Delta Z \quad (7.55)$$

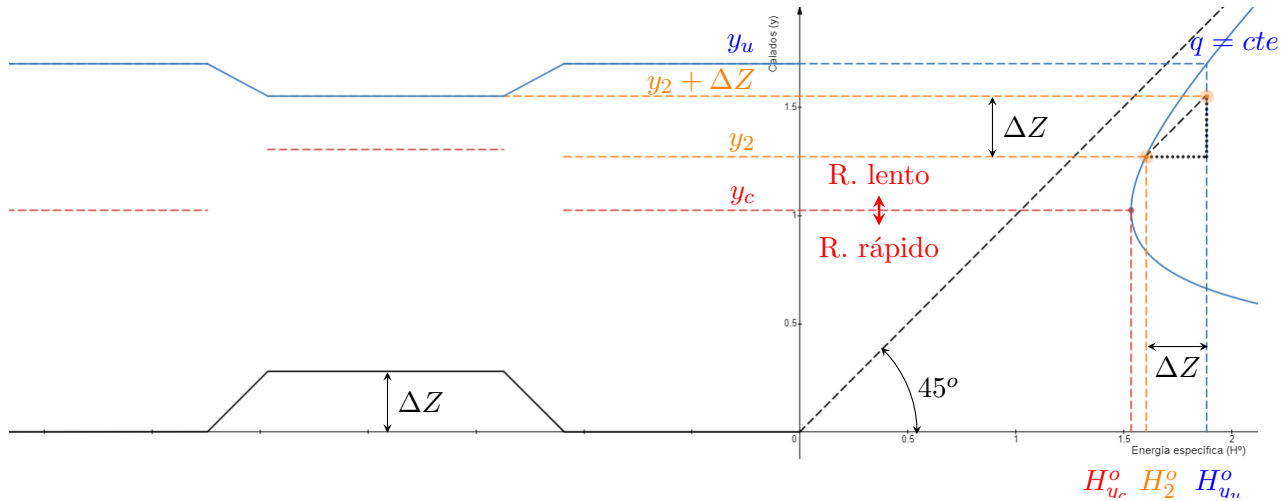


Figura 7.11: Curva de energía específica para sobreelevación en régimen lento

siendo ΔZ el valor del escalón ascendente en el canal.

Por tanto, conocida la energía específica en 3, calculamos la energía específica en 2. Para que no haya cambio de régimen si se representa este valor de H_2^0 sobre la gráfica de energía específica, debemos encontrar que corta a la curva. En caso contrario significa que $H_2^0 < H_{min}^0 = y_c + \frac{q^2}{2gy_c^2}$ (en canales rectangulares se verifica que $H_{min}^0 = \frac{3}{2}y_c$) lo que obliga a un cambio de régimen. Este caso se estudia más adelante.

Suponiendo que no hay cambio de régimen, se obtienen dos calados sobre la curva, el inferior que corresponde a régimen rápido, y el superior que corresponde a régimen lento. Todos los puntos de la curva que están por encima del valor del calado crítico son de régimen lento y los inferiores de régimen rápido.

Si se traza una paralela a la asíntota $H^0 = y$ en el punto donde se obtiene el calado y_2 , esta cortará a la vertical de la energía específica en 1 (H_1^0) en un calado $y_2 + \Delta Z$ al ser la asíntota de 45° . Como la curva tiende a la asíntota, el valor del calado en 3 y 1 ($y_1 = y_3$) será mayor que la distancia $y_2 + \Delta Z$ que representa el calado en 2 mas el escalón. Esto explica que la lámina de agua sea más baja en este punto.

No ocurre lo mismo cuando estamos en régimen rápido. La primera diferencia es que la propagación se realiza desde aguas arriba. La segunda es que los valores de calado que se toman en este caso son los correspondientes a régimen rápido, tal y como puede verse en la figura 7.12

En este caso el valor del calado sobre el escalón (y_2) ya es directamente mayor que en la zona sin sobreelevación ($y_1 = y_3$), teniendo además que sumarse el valor del propio escalón (ΔZ) a la altura

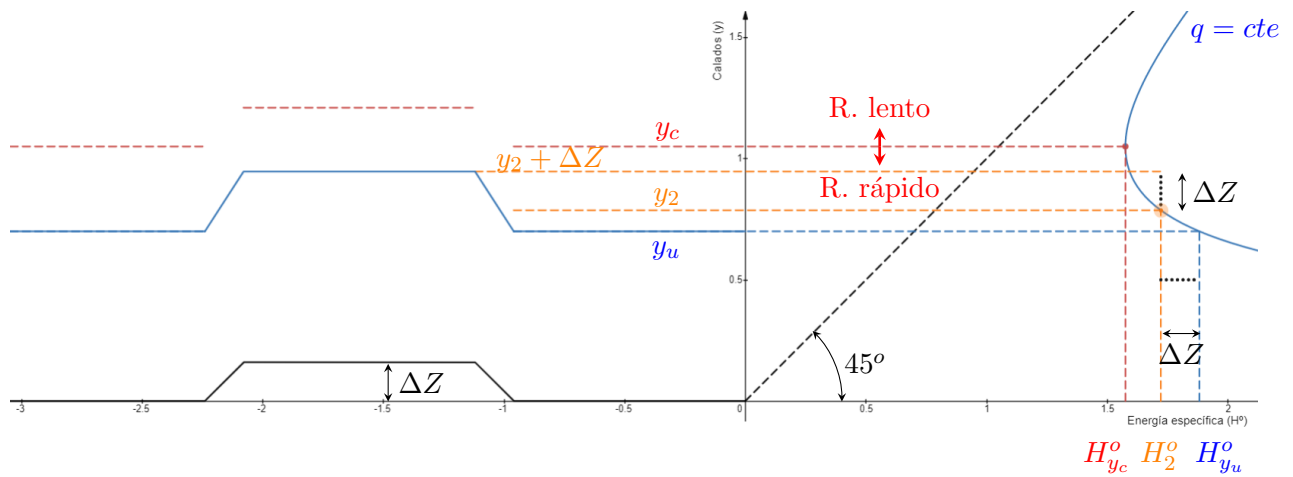


Figura 7.12: Curva de energía específica para sobreelevación en régimen rápido

total.

Escalón ascendente

Las figuras 7.13 a 7.15 muestran para régimen rápido y lento el esquema de escalón ascendente. Se tratan todas las posibles soluciones suponiendo que el canal mantiene las características de pendiente y número de Manning a ambos lados del escalón.

En cada uno de los gráficos se relacionan las cotas en el canal con las obtenidas en la curva característica. También se indican los sentidos de propagación que condicionan la forma de la superficie libre.

Escalón ascendente: Régimen rápido sin cambio de régimen

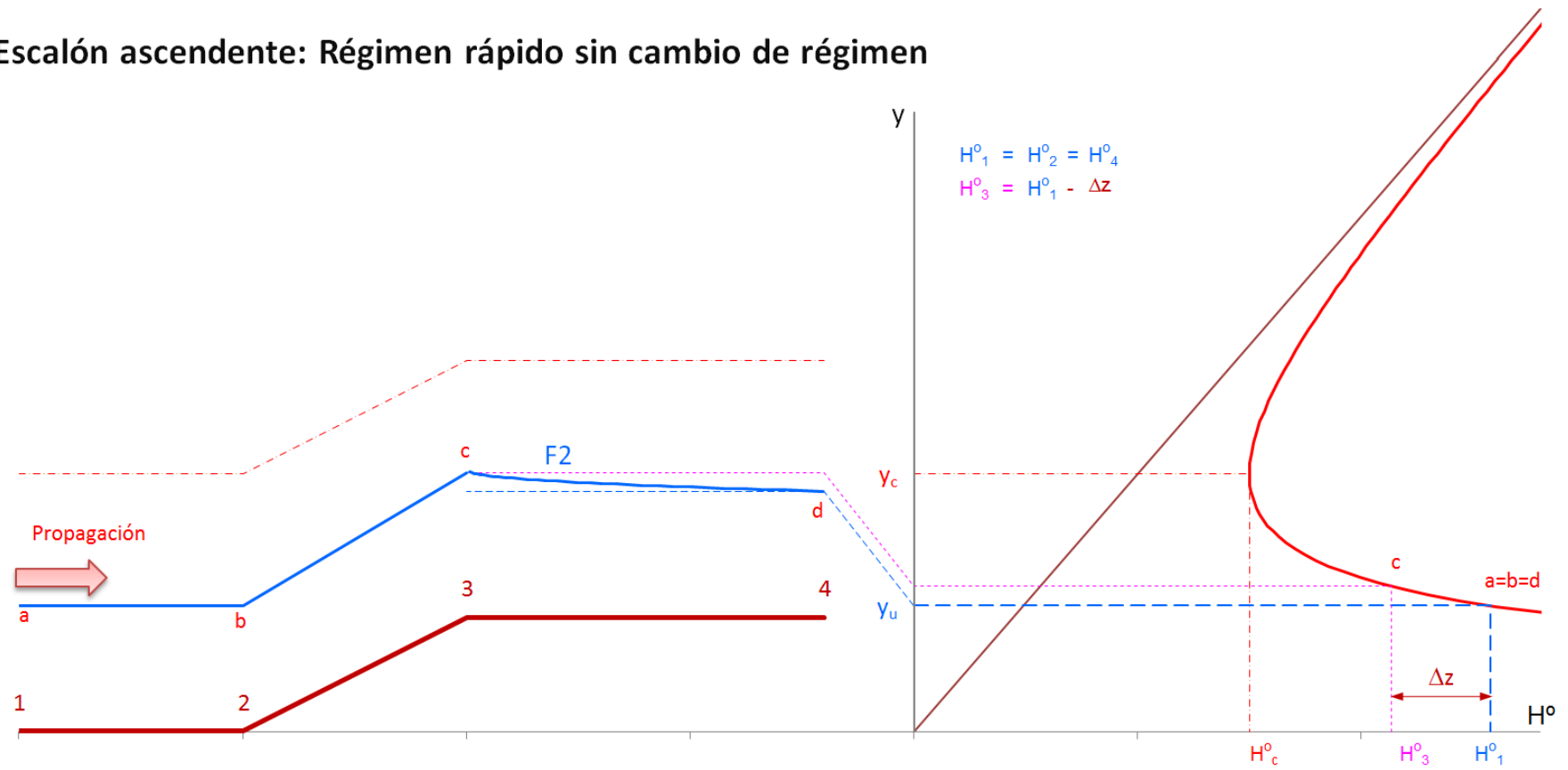


Figura 7.13: Escalón ascendente en régimen rápido sin cambio de régimen

Escalón ascendente: Régimen rápido con cambio de régimen

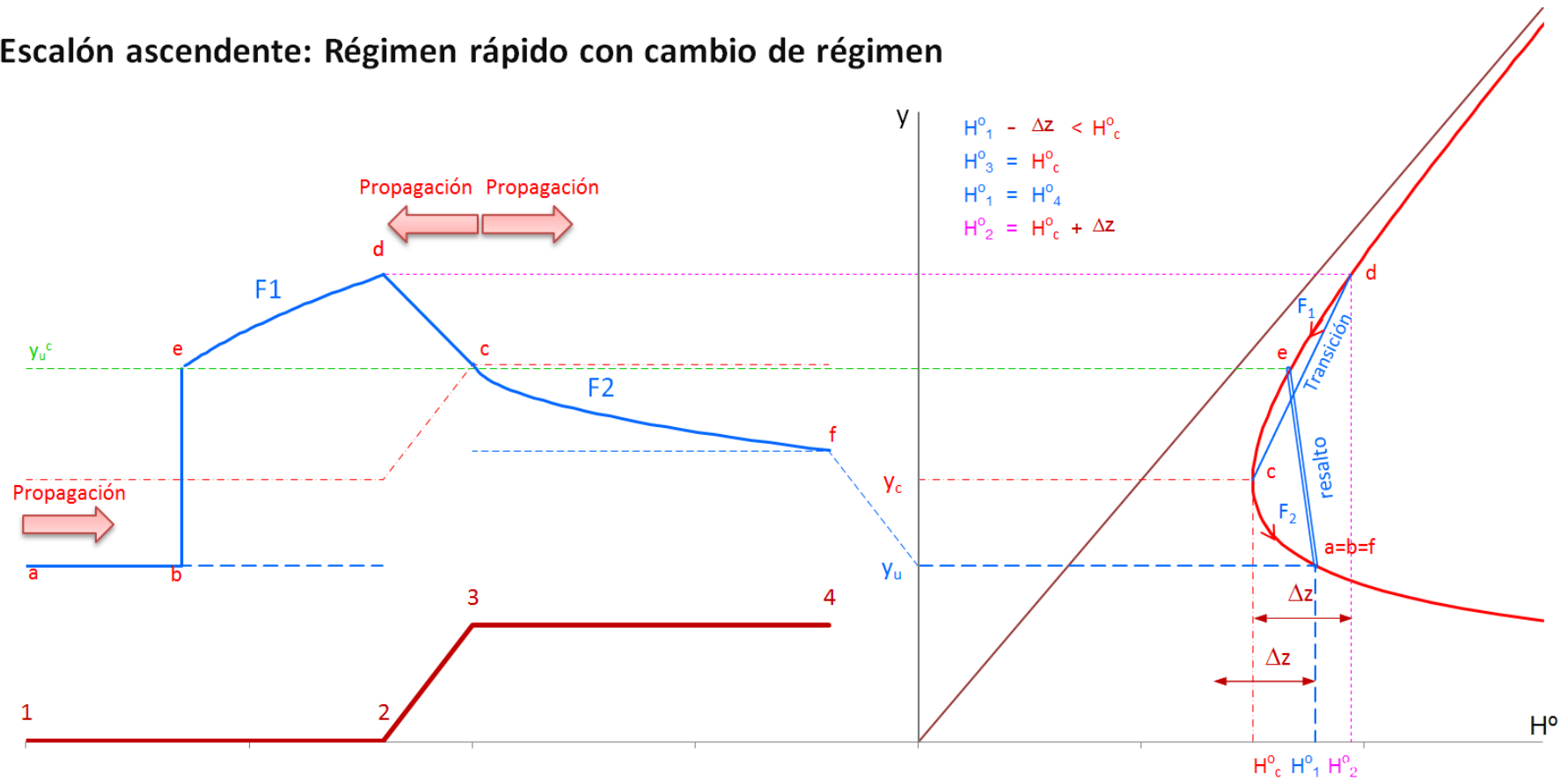


Figura 7.14: Escalón ascendente en régimen rápido con cambio de régimen

El calado que se obtiene en el punto 2 es siempre mayor que el correspondiente al conjugado del calado uniforme de la pendiente 1 a 2, lo que hace que se forme la curva F_1 , y no un resalto en el escalón.

Escalón ascendente: Régimen lento sin cambio de régimen

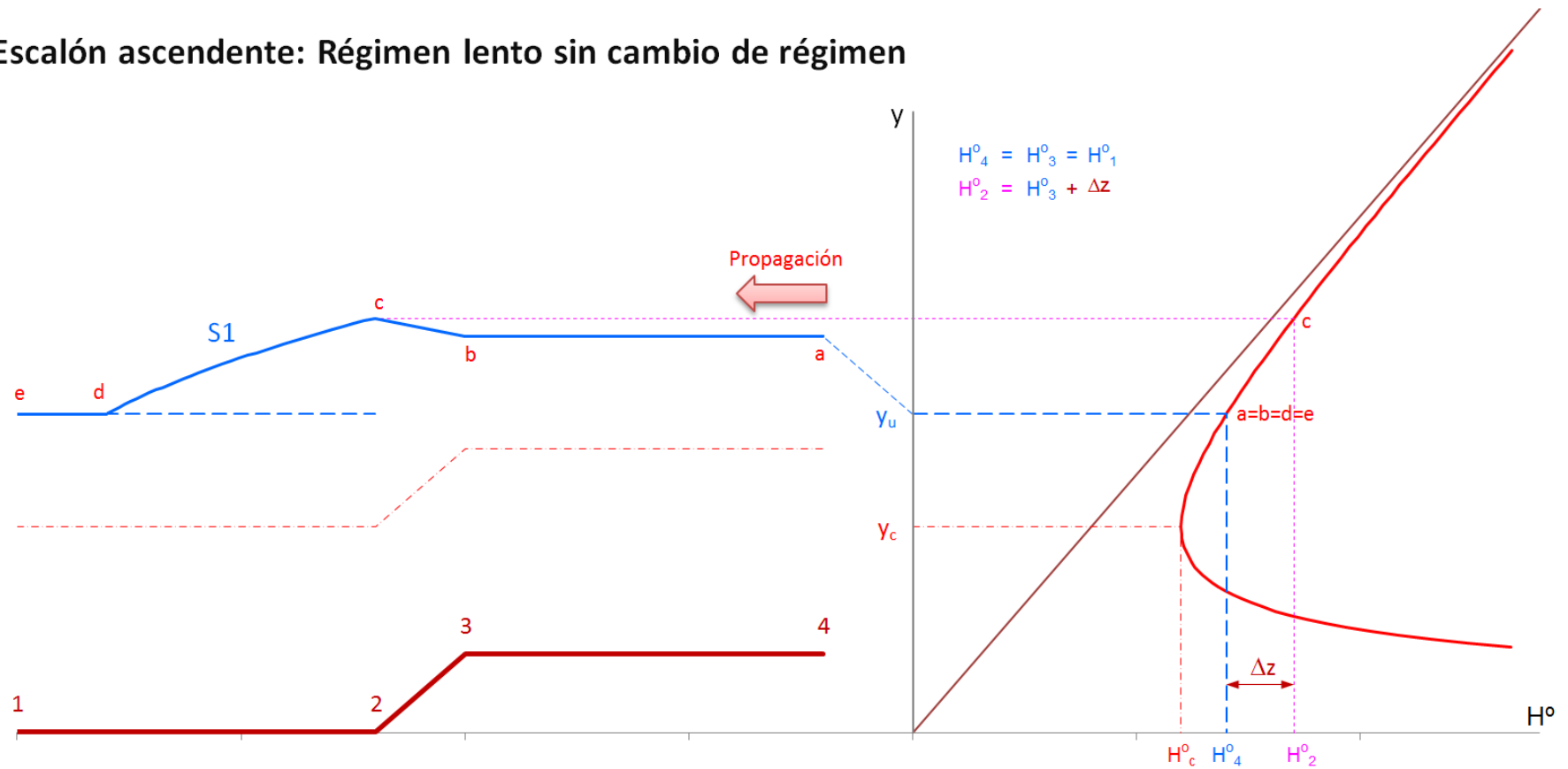


Figura 7.15: Escalón ascendente en régimen lento sin cambio de régimen

El caso de escalón ascendente en régimen lento con cambio de régimen no puede darse ya que al descender el escalón en el sentido de propagación (desde aguas abajo), la energía específica en la parte baja del escalón es mayor que en la parte alta lo que hace que aumente el calado en el lado de la izquierda.

Escalón descendente

Las figuras 7.16 a 7.19 muestran para régimen rápido y lento el esquema de escalón descendente. Se tratan todas las posibles soluciones suponiendo que el canal mantiene las características de pendiente y número de Manning a ambos lados del escalón.

En cada uno de los gráficos se relacionan las cotas en el canal con las obtenidas en la curva característica. También se indican los sentidos de propagación que condicionan la forma de la superficie libre.

Escalón descendente: Régimen lento sin cambio de régimen

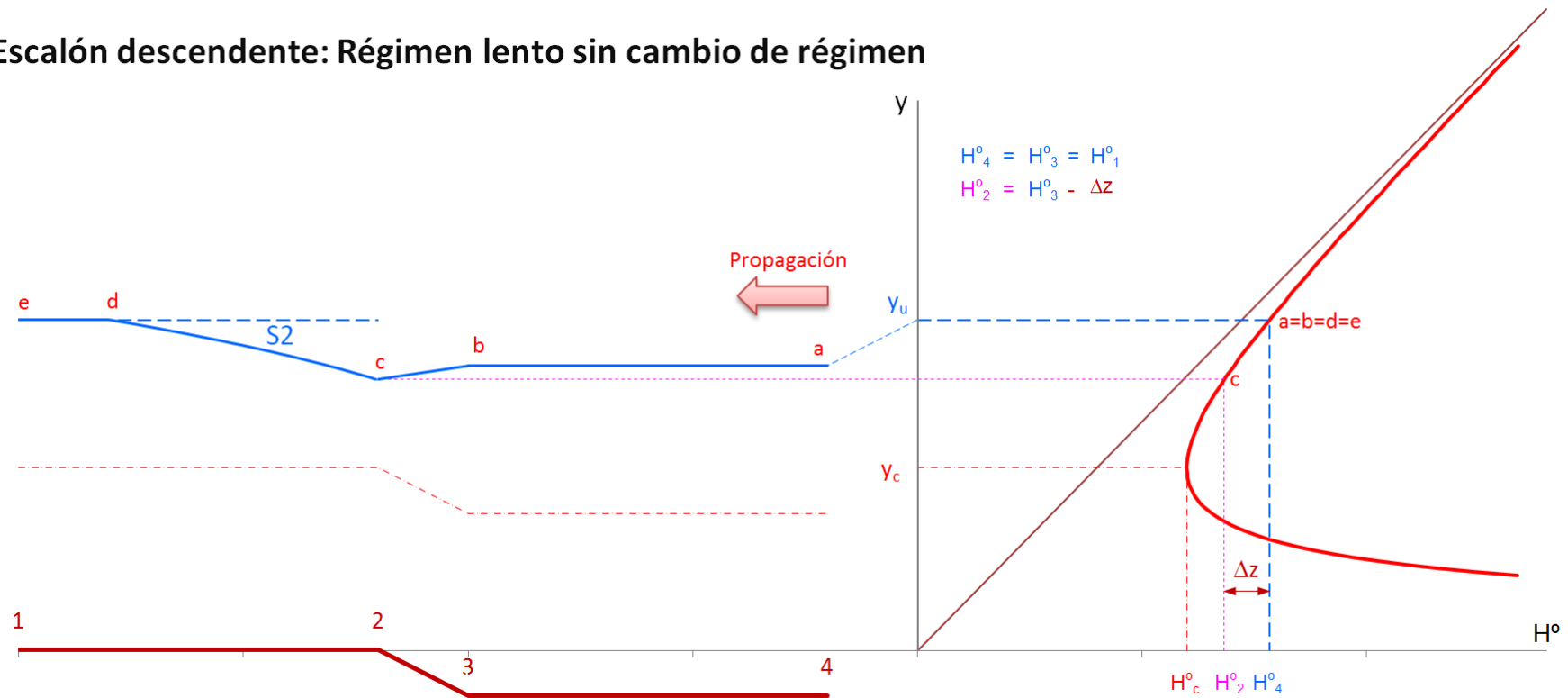


Figura 7.17: Escalón descendente en régimen lento sin cambio de régimen

El caso de escalón descendente en régimen rápido con cambio de régimen no puede darse ya que al descender el escalón en el sentido de propagación la energía específica en la parte baja del escalón es mayor que en la parte alta lo que hace que disminuya el calado en el lado de la izquierda.

Escalón descendente: Régimen lento con cambio de régimen: Caso 1

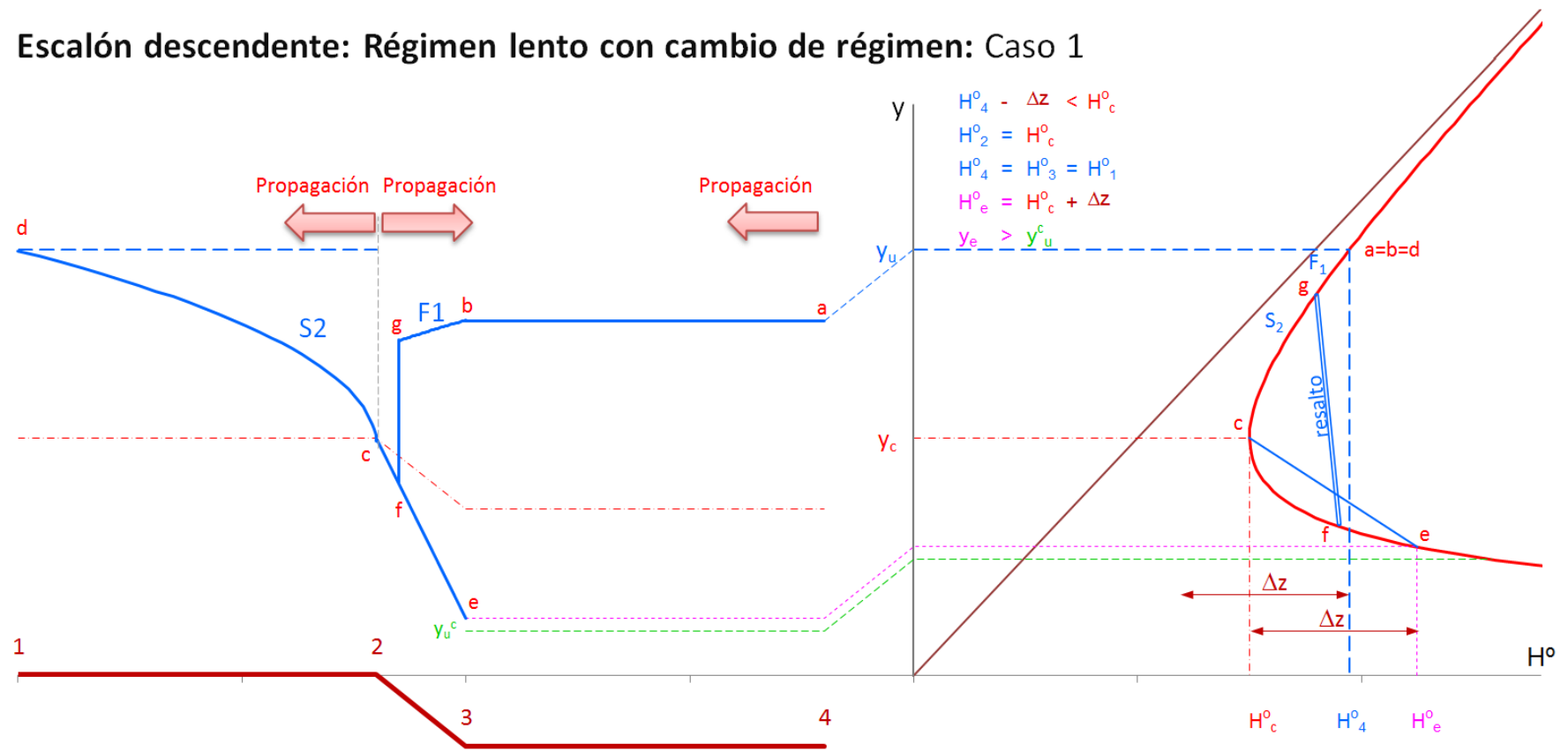


Figura 7.18: Escalón descendente en régimen lento con cambio de régimen. Caso 1

De los dos posibles casos, éste es el correspondiente a la formación del resalto en el escalón. Se identifica claramente porque el calado que se obtiene en el punto 3 al descender el escalón desde el crítico, es mayor que el correspondiente al conjugado del calado uniforme de la pendiente 3 a 4. Se formaría una curva de remanso de tipo $F1$ en el escalón pero no se puede determinar claramente la posición del resalto ya que se supone un escalón pequeño sin pérdidas de carga.

Escalón descendente: Régimen lento con cambio de régimen: Caso 2

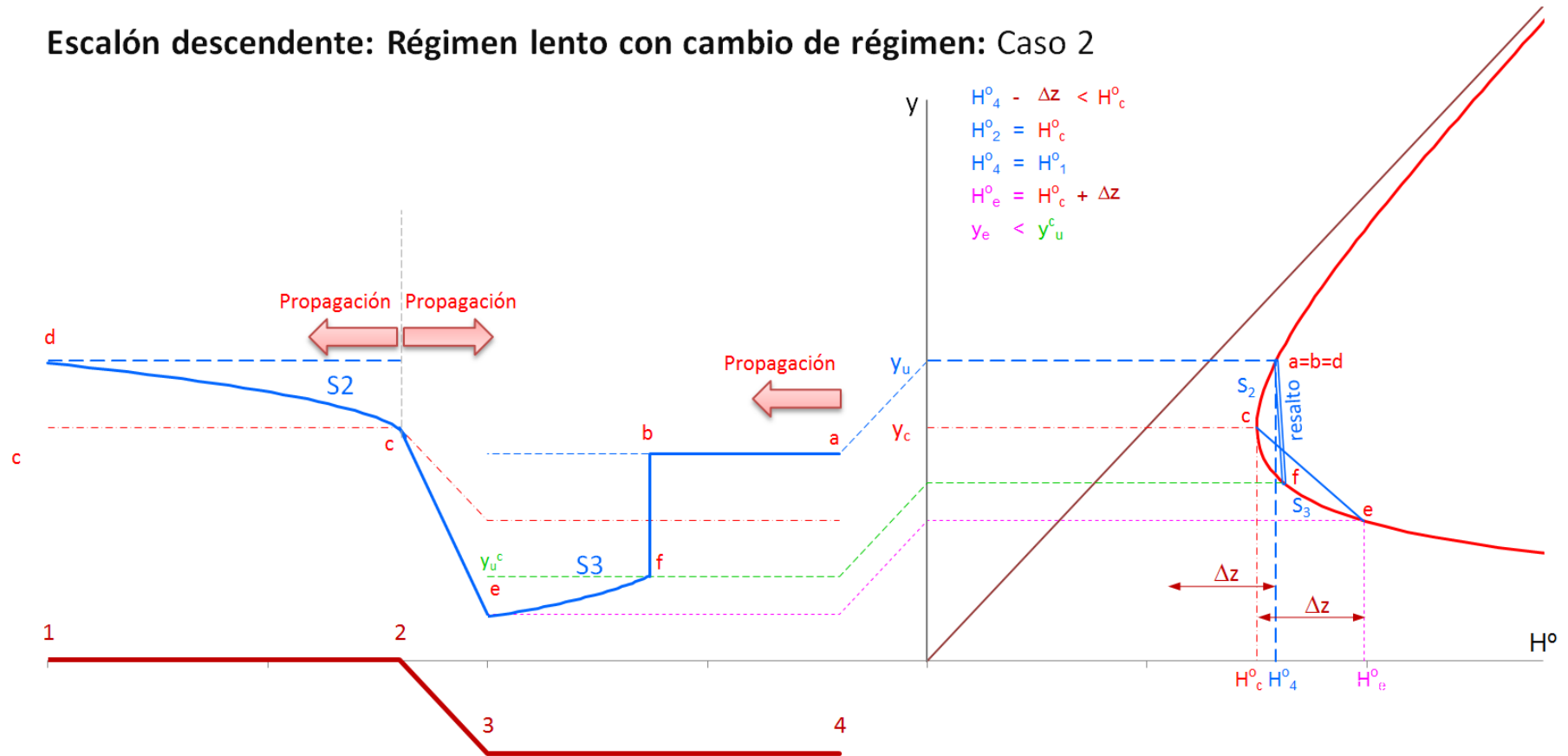


Figura 7.19: Escalón descendente en régimen lento con cambio de régimen. Caso 2

El segundo de los casos es el correspondiente a la formación del resalto fuera del escalón. Se identifica claramente porque el calado que se obtiene en el punto 3 al descender el escalón desde el crítico, es menor que el correspondiente al conjugado del calado uniforme de la pendiente 3 a 4. Se formaría una curva de remanso de tipo S3 hasta alcanzar el conjugado del uniforme momento en que se produce el resalto.

Cambios de ancho en canal

Las figuras 7.20 a 7.27 muestran para régimen rápido y lento el esquema de estrechamiento y ensanchamiento de un canal. Se tratan todas las posibles soluciones que se pueden estudiar analíticamente suponiendo que el canal mantiene las características de pendiente y número de Manning a ambos lados del escalón. La transición debe ser lo suficiente suave y corta para que no se produzcan pérdidas de carga localizadas y que las continuas sean despreciables.

Para poder manejar este tipo de problemas se representan las curvas de caudal unitario q_1 y q_2 constantes. Los cambios se producen entre ambas curvas.

Obsérvese que la curva correspondiente a la parte estrecha es la que se sitúa en el interior. También puede verse que el calado de régimen crítico es mayor en la curva interior. Ello es lógico teniendo en cuenta la relación que existe en canal rectangular entre el calado crítico y la energía correspondiente a este calado $H_c^0 = \frac{3}{2}y_c$ que hace que los puntos de energía específica mínima para distintos caudales unitarios se encuentren sobre una recta.

En cada uno de los gráficos se relacionan las cotas en el canal con las obtenidas en la curva característica. También se indican los sentidos de propagación que condicionan la forma de la superficie libre.

Los datos utilizados para generar cada uno de los gráficos se adjuntan en cada una de las figuras. Asimismo los valores de las energías específicas correspondientes a calado uniforme y crítico, y todos los calados involucrados en el problema se facilitan en el gráfico.

Transiciones locales: Cambio de anchura en canal rectangular

Caso: Estrechamiento con régimen rápido y rápido sin cambio de régimen en la transición

Autor: Jaime G. Palacios

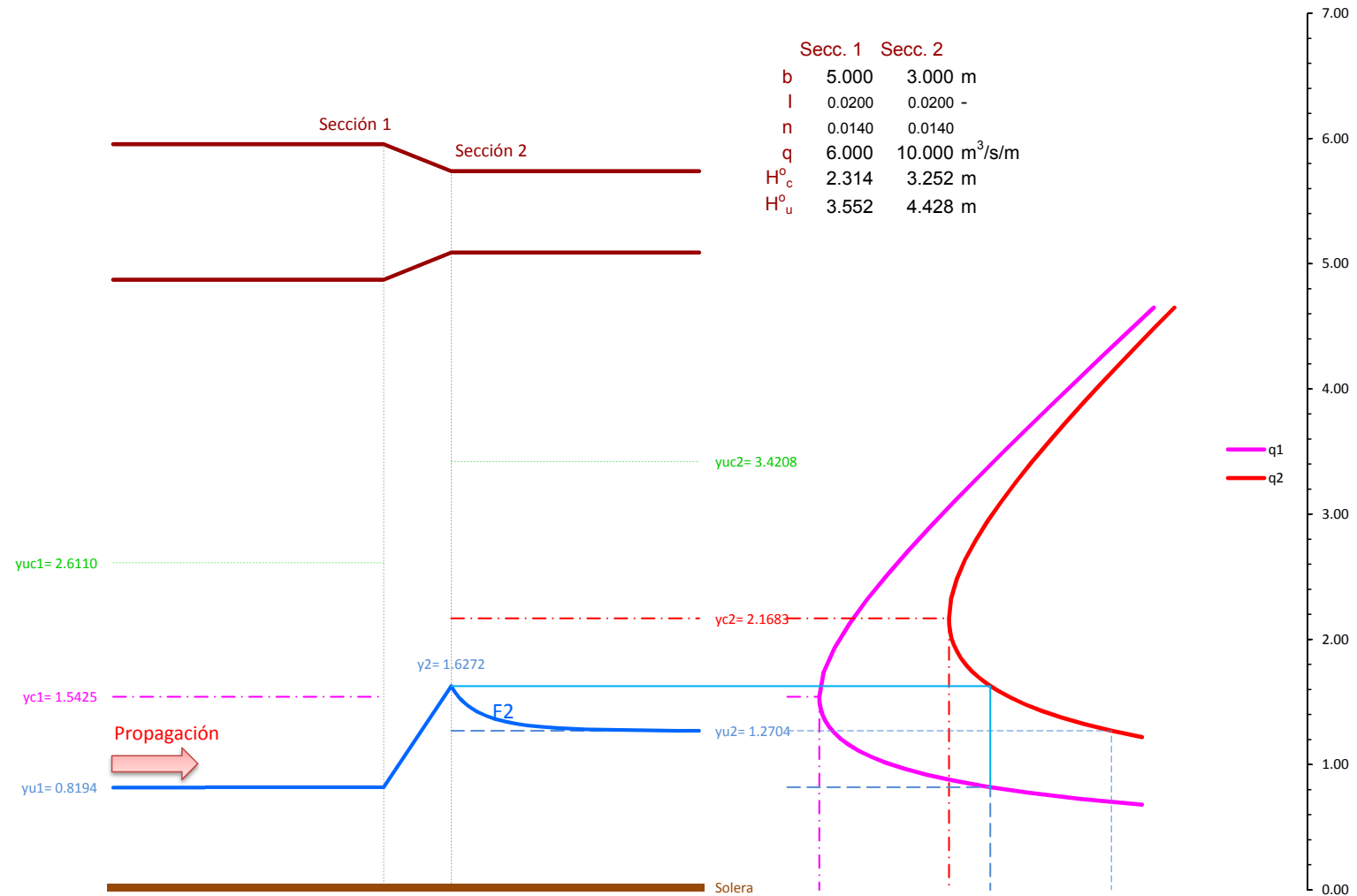


Figura 7.20: Estrechamiento en régimen rápido sin cambio de régimen

Transiciones locales: Cambio de anchura en canal rectangular

Caso: Estrechamiento con régimen rápido y rápido y cambio de régimen en la transición

Autor: Jaime G. Palacios

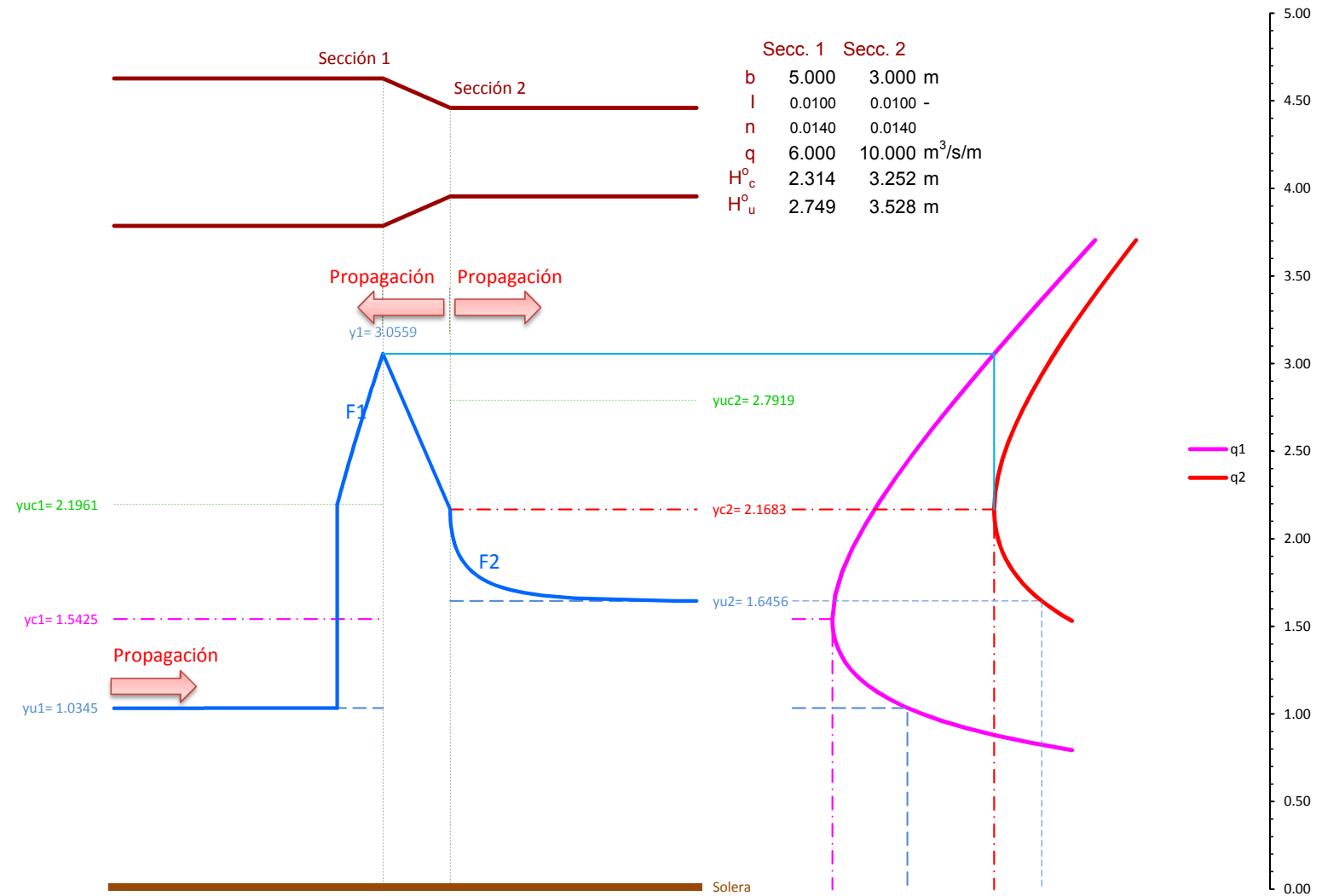


Figura 7.21: Estrechamiento en régimen rápido con cambio de régimen

Transiciones locales: Cambio de anchura en canal rectangular

Caso: Estrechamiento con régimen lento y lento sin cambio de régimen en la transición **Autor:** Jaime G. Palacios

Autor: Jaime G. Palacios

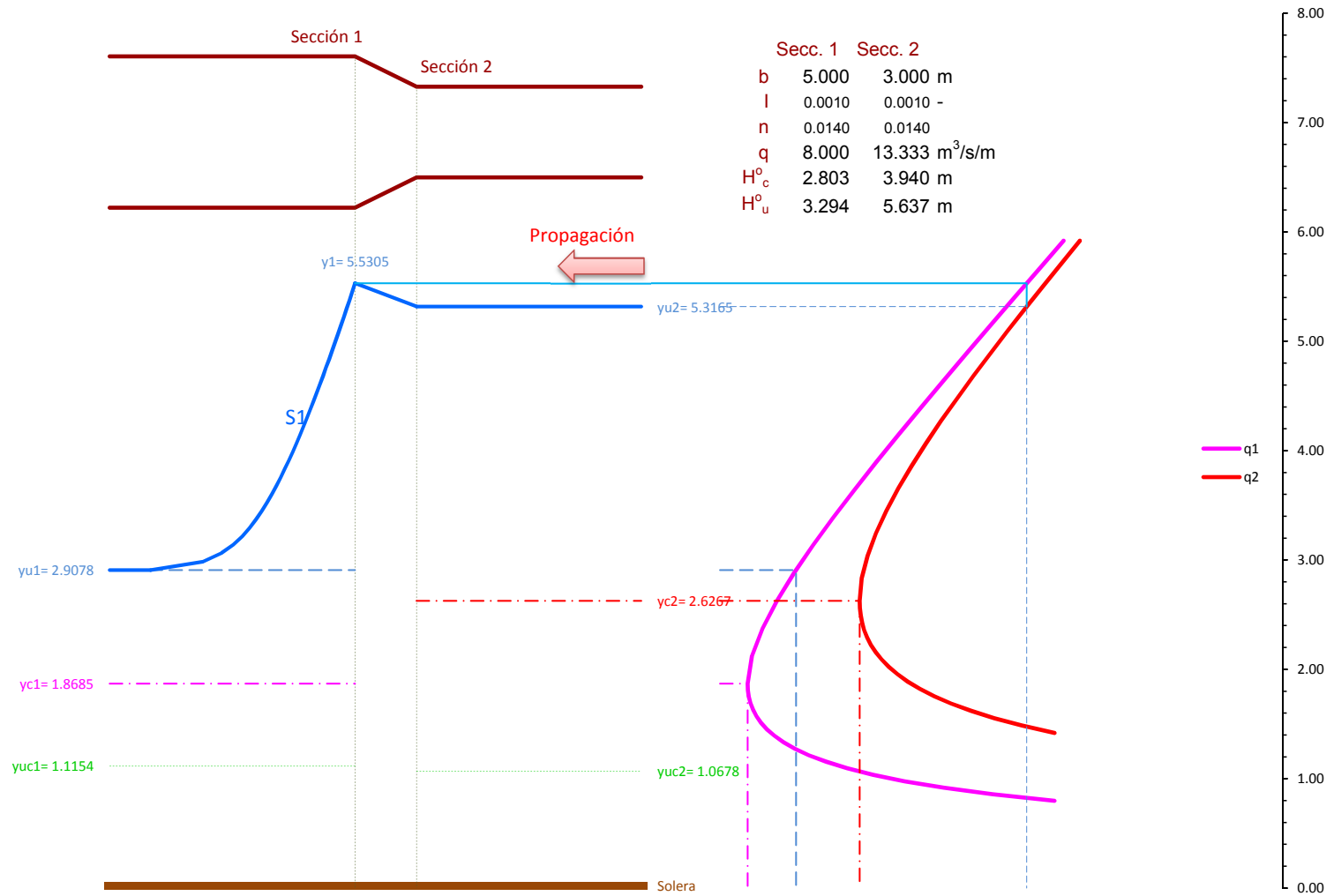


Figura 7.22: Estrechamiento en régimen lento sin cambio de régimen

Transiciones locales: Cambio de anchura en canal rectangular

Caso: Ensanchamiento con régimen rápido y rápido sin cambio de régimen en la transición

Autor: Jaime G. Palacios

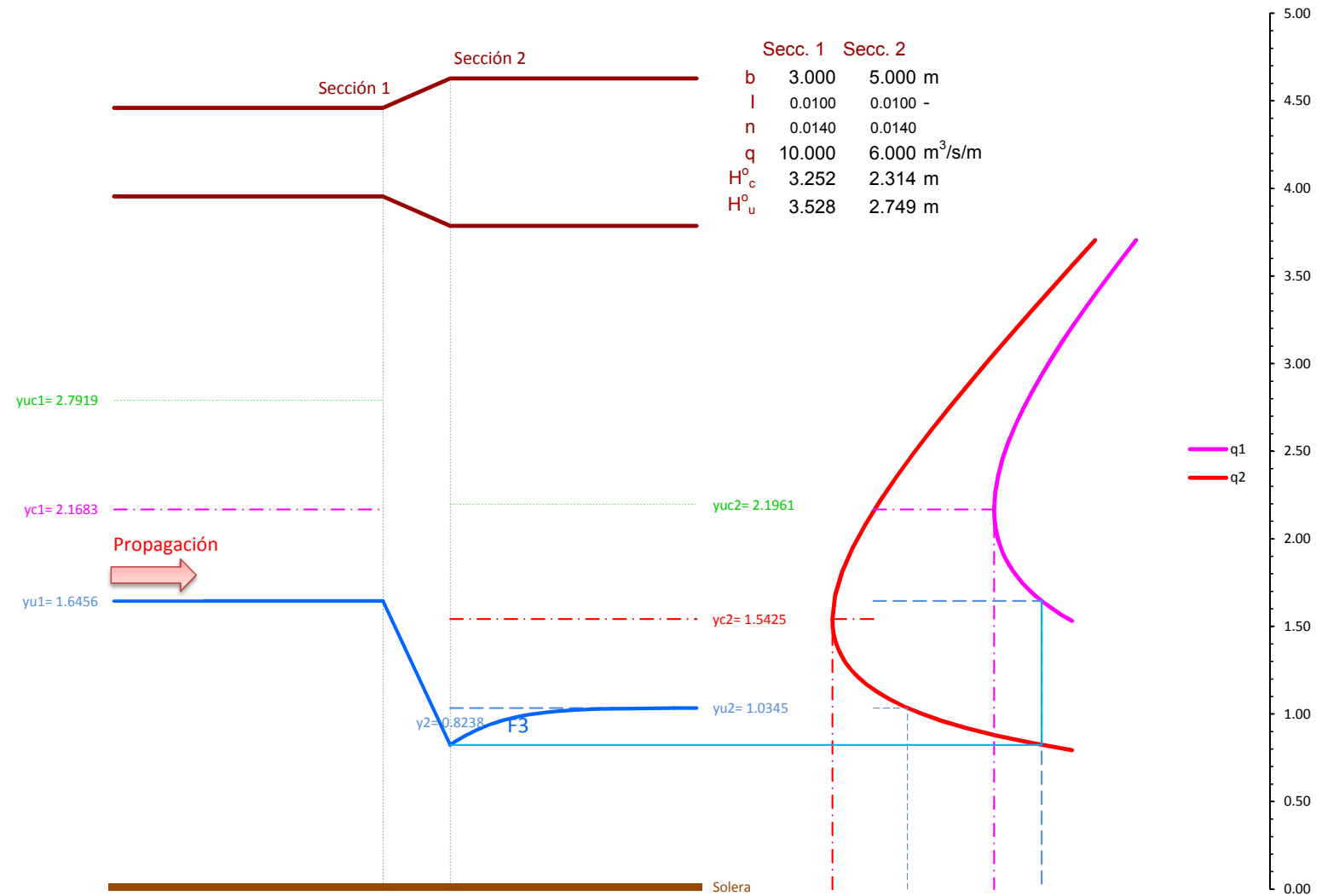


Figura 7.23: Ensanchamiento en régimen rápido sin cambio de régimen y curva $F3$

Transiciones locales: Cambio de anchura en canal rectangular

Caso: Ensanchamiento con régimen rápido y rápido sin cambio de régimen en la transición

Autor: Jaime G. Palacios

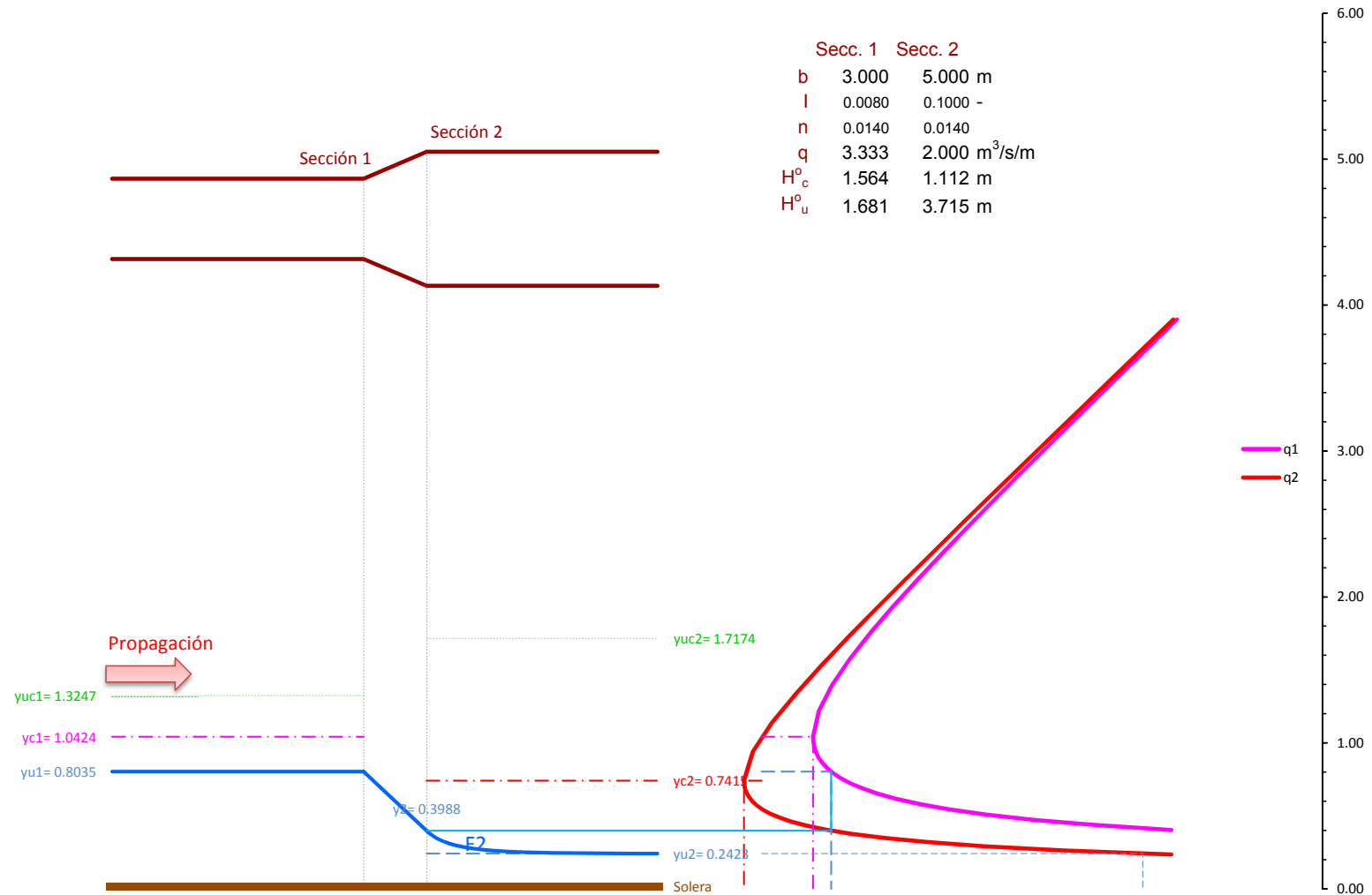


Figura 7.24: Ensanchamiento en régimen rápido sin cambio de régimen y curva F^2

Transiciones locales: Cambio de anchura en canal rectangular

Caso: Ensanchamiento con régimen lento y lento sin cambio de régimen en la transición

Autor: Jaime G. Palacios

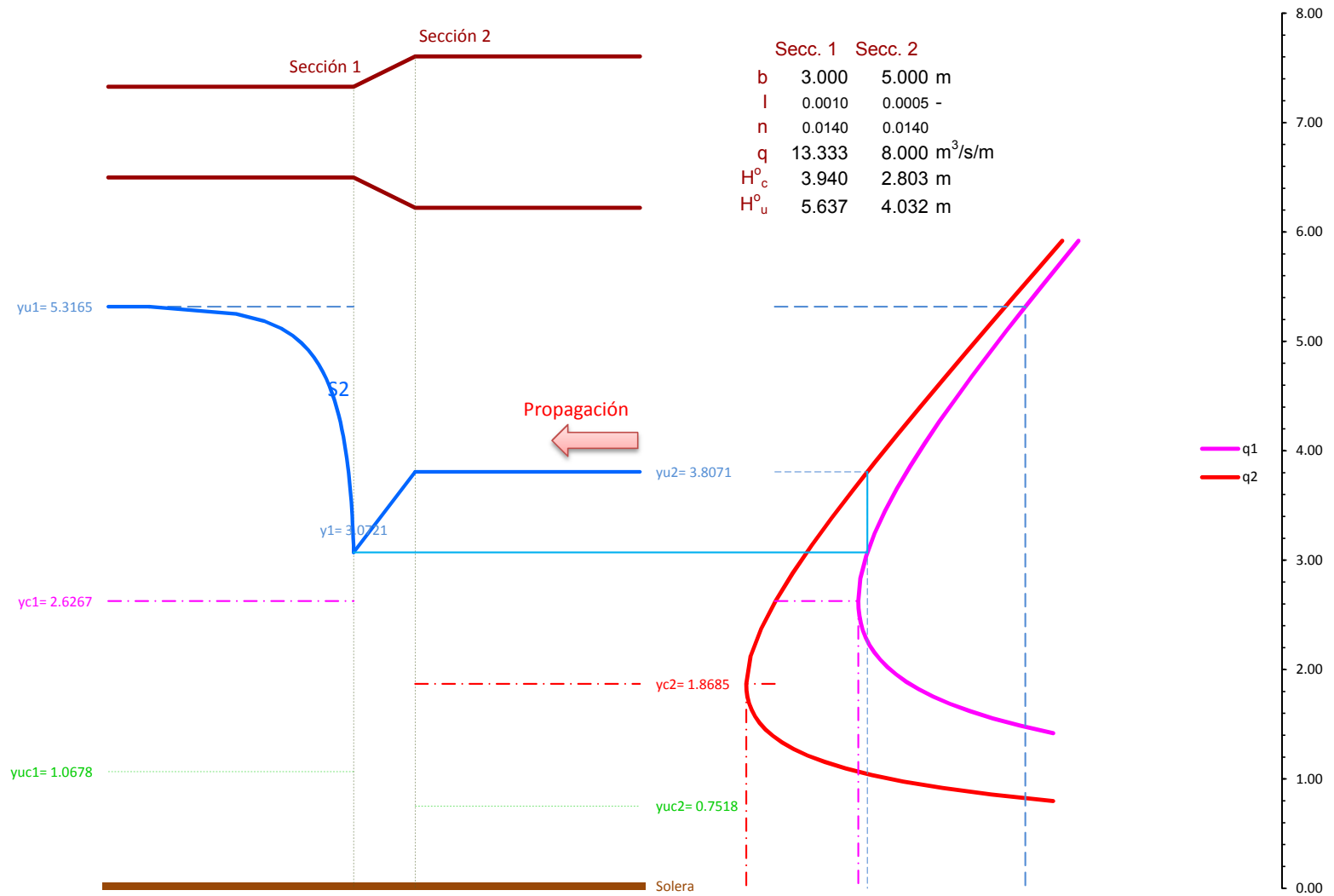


Figura 7.25: Ensanchamiento en régimen lento sin cambio de régimen

Transiciones locales: Cambio de anchura en canal rectangular

Caso: Ensanchamiento con régimen lento y lento y cambio de régimen en la transición

Autor: Jaime G. Palacios

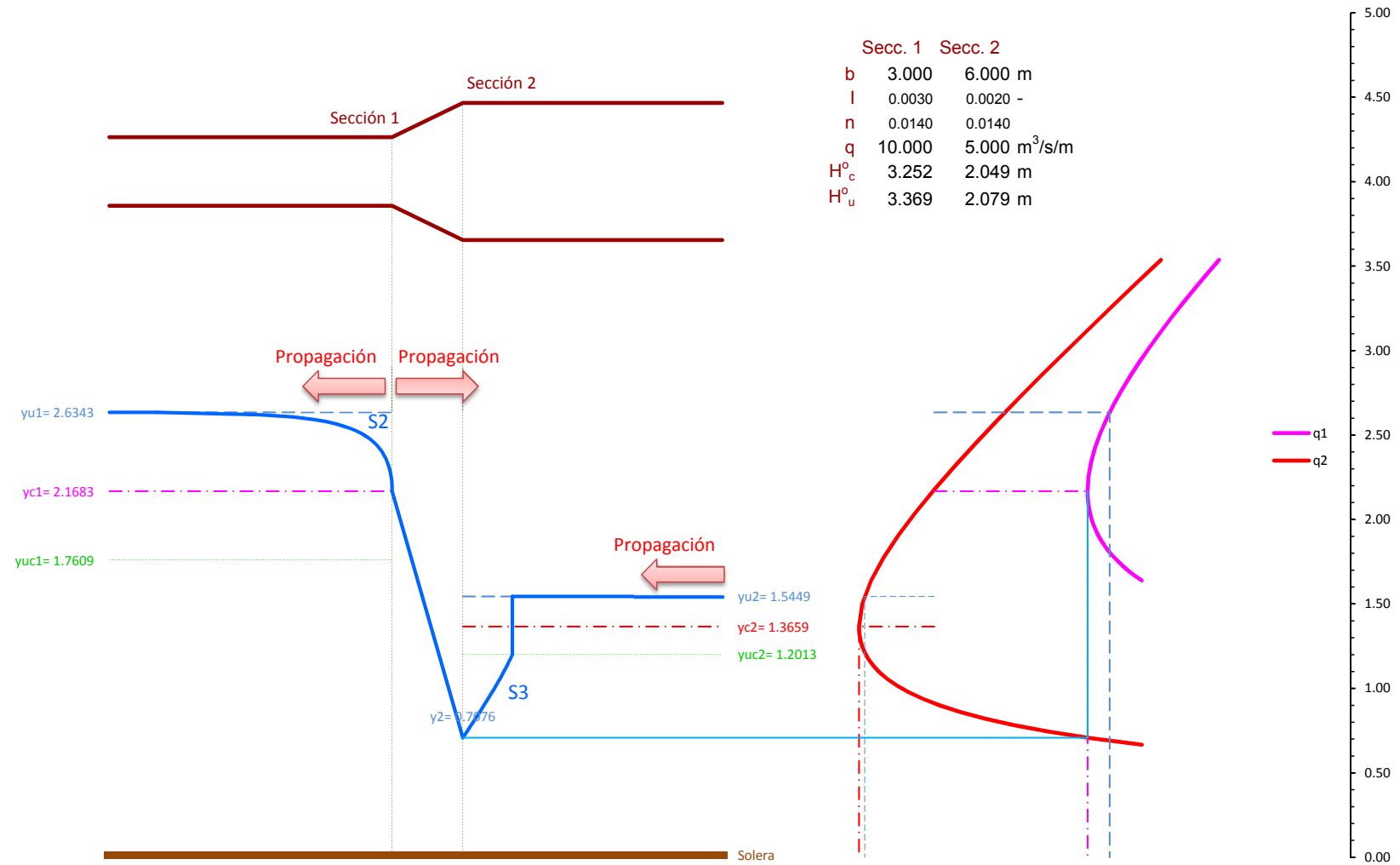


Figura 7.26: Ensanchamiento en régimen lento con cambio de régimen fuera de la transición

Transiciones locales: Cambio de anchura en canal rectangular

Caso: Ensanchamiento con régimen lento y lento y cambio de régimen en la transición

Autor: Jaime G. Palacios

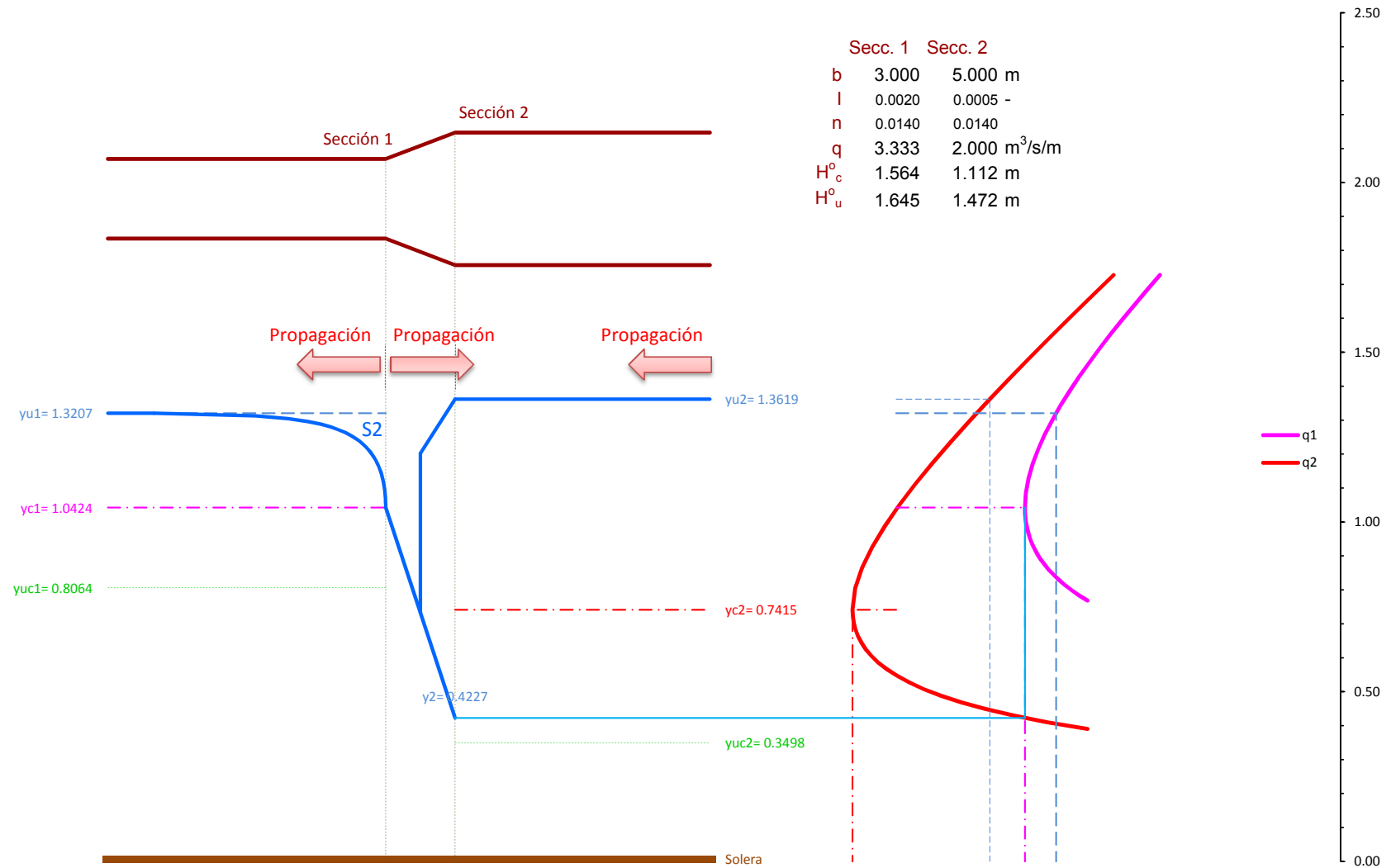


Figura 7.27: Ensanchamiento en régimen lento con cambio de régimen en la transición

7.12.2 Tomas de embalses

Las tomas de embalses se estudian mediante las curvas de Köch. Éstas se obtienen del corte de la superficie de energía específica para valores constantes de la energía específica. Las curvas obtenidas son en calado (y) frente al caudal circulante (Q).

De forma similar a las curvas de energía específica, se obtiene un punto de caudal máximo que se corresponde con el calado crítico. Calados superiores a éste se corresponden con régimen lento e inferiores con régimen rápido.

En una salida de embalse sin pérdida de carga, el valor de la energía específica en el embalse es la diferencia entre el nivel del embalse y la cota del labio del vertedero (el término de velocidad es nulo en el embalse).

El caudal desaguado se corresponderá con la capacidad del canal que conecta con la toma. La energía específica en la toma tiene los dos términos de energía, el correspondiente al calado, y el debido a la energía cinética. Asumiendo la conservación de energía específica entre el embalse y la toma, se tiene:

$$H^0 = z_{embalse} - z_{vertedero} = y + \frac{Q^2}{2gS^2} \quad (7.56)$$

con lo que conocida la sección transversal del canal, y las cotas del vertedero y el embalse, puede obtenerse el caudal.

El problema reside en establecer la relación entre el calado y el caudal en la zona del canal que conecta con la toma. Si el canal es indefinido puede suponerse que el calado es el correspondiente a régimen uniforme. Esta afirmación solo es válida en el caso que el canal pueda considerarse de pendiente suave. Si el régimen de salida es rápido, el cambio de régimen se produce en la toma donde el calado coincidirá con el crítico. En este caso el caudal de salida es el máximo que se obtiene en la curva de Köch.

Con régimen lento, además de la curva de Köch se puede dibujar, sobre la misma gráfica, la relación de caudal y calado correspondiente al régimen uniforme. Si se utiliza Manning, se tiene:

$$Q = \frac{\sqrt{I_0}}{n} \frac{S^{5/3}}{P^{2/3}} \quad (7.57)$$

El corte con la curva de Köch se corresponde con el caudal y calado compatible para ambas ecuaciones, y por tanto, solución del problema mientras este corte se realice en régimen lento.

Ejemplo

Caudal de salida de una toma

Un canal rectangular indefinido, de $b = 7 \text{ m}$ de ancho con pendiente $I_0 = 0.001$ conecta con un depósito con un vertedero a la cota $z_{vertedero} = 0 \text{ m}$ cuyo nivel de agua se sitúa a la cota $z_{embalse} = 5 \text{ m}$. Suponiendo un número de Manning $n = 0.011$. Calcular:

- Energía específica.

- Calado crítico correspondiente a esa curva de energía específica.
- Curva de los calados uniformes asociados a los distintos caudales de salida.
- Caudal de salida y calado uniforme asociado en el canal.

La energía específica constante para dibujar la curva de Köch se obtiene de:

$$H^0 = z_{embalse} - z_{vertedero} = 5 - 0 = 5 \text{ m} \quad (7.58)$$

Al ser canal rectangular, el calado crítico puede obtenerse como:

$$y_c = \frac{2}{3} H^0 = \frac{2}{3} 5 = 3.333 \text{ m} \quad (7.59)$$

El caudal máximo será:

$$Q = \sqrt{g} \cdot b \cdot y_c^{3/2} = \sqrt{9.81} \cdot 7 \cdot 3.333^{3/2} = 133.43 \frac{m^3}{s} \quad (7.60)$$

La curva que relaciona los calados de régimen uniforme con los caudales de régimen uniforme se obtiene de la relación:

$$Q = \frac{\sqrt{I_0}}{n} \frac{S^{5/3}}{P^{2/3}} = \frac{\sqrt{0.001}}{0.011} \frac{(7y_u)^{5/3}}{(7 + 2y_u)^{2/3}} \quad (7.61)$$

La representación de esta curva junto con la curva de Köch se puede ver en la figura 7.28. La solución del problema se corresponde con el corte de ambas curvas en el punto $y_u = 4.03 \text{ m}$ y $Q = 123.14 \text{ m}^3/\text{s}$. Los valores se han obtenido de la resolución numérica de la ecuación:

$$\frac{\sqrt{0.001}}{0.011} \frac{(7y_u)^{5/3}}{(7 + 2y_u)^{2/3}} = \sqrt{2g(5 - y_u)} \cdot 7 \cdot y_u \quad (7.62)$$

Cuya solución puede obtenerse en el siguiente vínculo:

Solución en Wolfram alpha



7.13 Compuertas y vertederos

Las compuertas y vertederos son elementos para el control y gestión de los calados y caudales en canales. Con ellos puede medirse el caudal circulante o establecer los calados que se desea obtener en las distintas zonas del canal. En la zona de aguas arriba del vertedero el nivel de agua se mantiene bastante estable, lo que permite crear calado mínimos en determinadas zonas del canal. El vertedero también constituye un elemento de aireación de las aguas de un cauce con circulaciones lentas, lo que facilita la vida de las especies en el mismo.

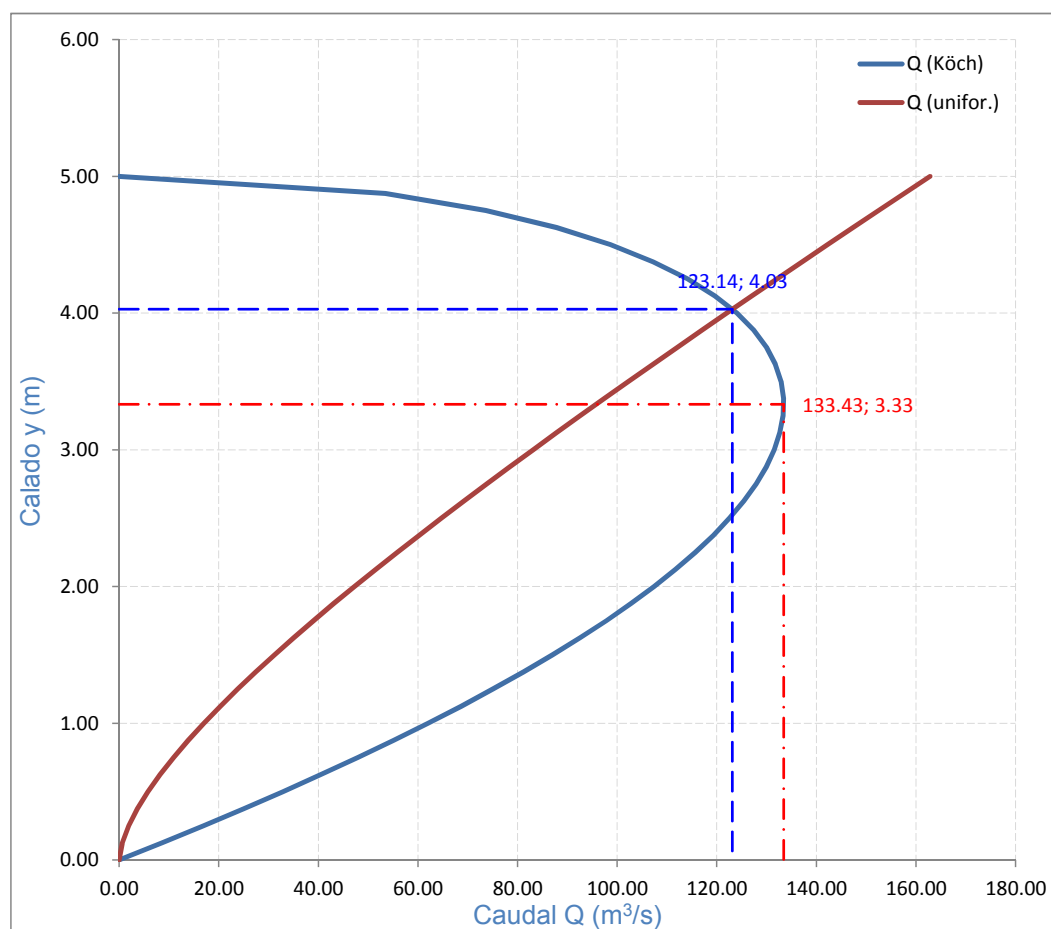


Figura 7.28: Curva de Köch y curva de regímenes uniformes

El caudal puede medirse conociendo el calado aguas arriba del vertedero medido desde la cota de vertido.

Existe una muy amplia variedad de estos elementos, pero este capítulo se centrará únicamente en la formulación general de algunos de ellos.

7.13.1 Clasificación de los vertederos

Los vertederos que se van a considerar pueden clasificarse en:

- Según la sección transversal:
 - Vertederos de pared delgada: Presentan una pared lateral delgada, generalmente achaflanada en su parte alta para provocar la separación de la lámina de agua. En su construcción debe cuidarse que la zona de aire que queda bajo el vertido tenga conexión directa con la atmósfera o se creará un vacío que atrae a la lámina de agua provocando una mayor descarga de la calculada. Pueden utilizarse para caudales pequeños ya que la presión actuando sobre de una de sus caras puede deformar la estructura, invalidando su funcionamiento. Son habituales en laboratorios
 - * Vertederos rectangulares: Están formados por una línea recta horizontal perpendicular al flujo de circulación. En construcción es preciso realizarlos perfectamente nivelados. También es conveniente que la zona de aguas arriba se encuentre calmada si se quiere utilizar como elemento de medida del caudal. Mantienen el mismo error absoluto de medida para los distintos niveles. Pueden ocupar todo o parte del ancho del canal, y tiene limitaciones en su colocación y geometría si quieren utilizarse como elemento de medida.
 - * Vertederos triangulares: Mantienen el error relativo. Son más precisos que los rectangulares para caudales pequeños pero ofrecen una menor capacidad de desagüe a igual ancho de canal.
 - * Vertedero trapezoidales: Son combinación de los anteriores, aunque no son muy habituales.
 - Vertederos de pared gruesa: Son habituales en las obras. Como ejemplo las presas de gravedad suelen presentar esta tipología. Un vertedero de este tipo puede ser una pieza vertical ancha, sin embargo la más habitual es que la geometría sea tal que la lámina de agua no se separa de la superficie del vertedero. En caso contrario se crearían depresiones que pueden deteriorar la superficie. Los perfiles tipo Creager o Bradley son habituales en esta tipología
- Según la dirección de vertido respecto de la dirección del flujo
 - Frontales: Cumplen la ecuación de continuidad. Se utilizan para medir caudales o regular en nivel del agua aguas arriba del mismo.

- Laterales: Se utilizan normalmente para desviar los caudales excedentes que no se quiere que circulen por el canal principal.
 - Combinaciones de ambos: Como son los vertederos en pico de pato o los vertederos en laberinto, que buscan ampliar la longitud de vertido para tener una menor variación de calados aguas arriba del mismo cuando circulan distintos caudales. El vertedero en laberinto es una posible solución para mejorar la capacidad de vertido de un vertedero frontal previamente existente.
 - Otros: Existen otras geometrías, como los Morning Glory, para ser aplicados en casos especiales. Normalmente su diseño requiere de un estudio detallado que incluye ensayos de laboratorio.
- Según la capacidad de ser controlados
 - Vertido libre. Son vertederos con la cota del labio fijo
 - Con compuertas. Se utilizan compuertas para variar la cota del labio o controlar la altura máxima del vertido sobre el labio, como en las presas.

7.13.2 Ecuaciones de los distintos tipos de vertederos

- Vertedero de pared gruesa:

$$q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} h^{3/2} \quad (7.63)$$

siendo:

q	Caudal unitario por metro de ancho de vertedero	$(m^3/s/m)$
$C_d = \frac{1}{\sqrt{3}}$	Coeficiente de desagüe	$(-)$
h	Altura de vertido sobre la cota del vertedero	(m)

- Vertedero rectangular de pared delgada:

$$q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} h^{3/2} \quad (7.64)$$

siendo:

q	Caudal unitario por metro de ancho de vertedero	$(m^3/s/m)$
C_d	Coeficiente de desagüe dependiente de las condiciones del vertedero	$(-)$
h	Altura de vertido sobre la cota del vertedero	(m)

El coeficiente de desagüe puede obtenerse mediante:

$$C_d = 0.611 + 0.075 \frac{h}{a} \quad (7.65)$$

siendo a la profundidad antes del vertedero. Cuando $a \gg h$ este valor tiende a $C_d = 0.611$

- Vertedero triangular de pared delgada:

$$Q = \frac{8}{15} C_d \tan \frac{\beta}{2} \sqrt{2g} h^{5/2} \quad (7.66)$$

siendo:

β Angulo del vértice del triángulo

C_d Coeficiente de desagüe facilitado por el fabricante (—)

El valor de C_d esta en torno a 0.58

7.13.3 Desagüe bajo compuerta

Cuando en un canal por el que circula libremente un caudal con calado y , colocamos una compuerta que interrumpe parcialmente el flujo permitiendo el paso por una apertura $a < y$ conocida en la parte inferior ocurre lo siguiente:

- Inicialmente, el caudal aguas abajo de la compuerta es menor y se produce una acumulación de agua retenida por la compuerta
- El nivel aguas arriba de la compuerta crece, haciendo que la energía en esa sección aumente.
- El aumento de energía hace que cada vez el caudal que sale por la apertura a aumente al incrementarse la velocidad de salida
- Habrá un momento en que el caudal se iguale con el que estaba circulando por el canal alcanzando de nuevo el equilibrio de régimen permanente.

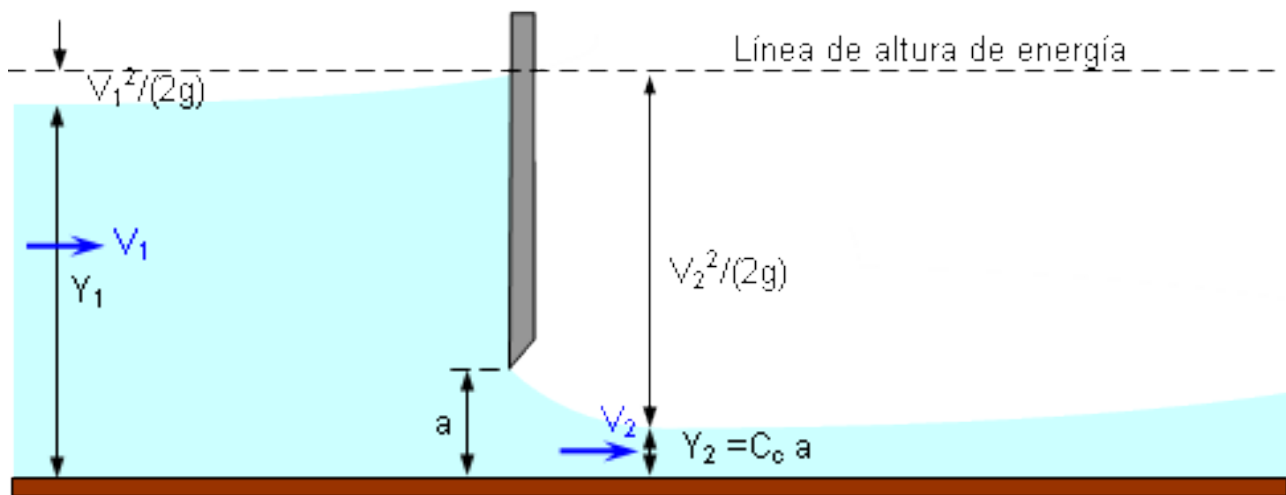


Figura 7.29: Esquema del desagüe bajo compuerta cuando no está anegada

El desagüe bajo compuerta se puede estudiar utilizando Bernoulli entre una sección aguas arriba de la compuerta y la sección de menor calado que queda tras la compuerta en el punto de máxima contracción. La sección aguas arriba no puede estar muy encima de la compuerta o las líneas de flujo no serán paralelas entre sí (hipótesis necesaria para aplicar Bernoulli), y el calado se verá afectado por la velocidad nula junto a la compuerta. Sin embargo deberá ser una sección cercana para no

verse afectada significativamente por la curva de remanso que se forma aguas arriba de la compuerta. La sección aguas abajo se corresponderá con la máxima contracción donde las líneas de flujo son claramente paralelas.

Las ecuaciones que gobiernan el desagüe libre bajo compuerta, necesarias para formar el régimen rápido, se obtienen aplicando la conservación del trinomio de Bernoulli (ecuación 7.67) y la ecuación de continuidad.

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = C_c a + \frac{q^2}{2g(C_c a)^2} \rightarrow q^2 = 2g \frac{(C_c a y_1)^2}{C_c a + y_1} \quad (7.67)$$

siendo:

q	Caudal desaguado por ancho unitario de canal	(m^2/s)
y_1	Altura de la lámina de aguas arriba de la compuerta, pero no en el punto de parada donde se produce un ligero aumento del nivel	$(-)$
a	Apertura de la compuerta	(m)
C_c	Coeficiente de contracción (calado de salida de la compuerta / apertura). Este coeficiente es función de la geometría de la misma y en particular del ángulo de salida de la misma	$(-)$

Esta relación se suele expresar en la literatura en función del coeficiente de desagüe C_d como:

$$q = C_d a \sqrt{2gy_1} \quad (7.68)$$

Por lo que la relación entre el coeficiente de desagüe y el de contracción resulta:

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 + C_c \frac{a}{y_1}}} \quad (7.69)$$

También puede comprobarse que se cumple la relación de calados aguas arriba y aguas abajo de la compuerta dada por:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{F_1^2}} - 1 \right) \quad (7.70)$$

Puede ocurrir que el calado en la contracción (y_2) sea menor que el conjugado del régimen uniforme que se propaga en régimen lento hacia la compuerta desde aguas abajo. En ese caso se obtiene una compuerta anegada, donde el resalto se produce en la propia salida.