

5. FLUJO A TRAVÉS DE COMPUERTAS

5.1 OBJETIVOS

El alcance de esta práctica de laboratorio se puede resumir en los siguientes objetivos:

- Analizar el escurrimiento de los líquidos a través de compuertas.
- Determinar la descarga, Q , bajo una compuerta plana, rectangular.
- Determinar los coeficientes de contracción, C_c , de velocidad, C_v , y de descarga, C_d , propios de cualquier tipo de compuerta.
- Estudiar la distribución de presiones y la fuerza resultante, F , que los líquidos en movimiento ejercen sobre una compuerta plana, rectangular y deslizante.

5.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

5.2.1 Definición de compuerta. Una compuerta es una placa móvil, plana o curva, que, al levantarse, forma un orificio entre su borde inferior y la estructura hidráulica (presa, canal, etc.) sobre la cual se instala, y se utiliza para la regulación de caudales, en la mayoría de los casos, y como emergencia y cierre para mantenimiento de otras estructuras, en los otros. Véase la Figura 5.1.

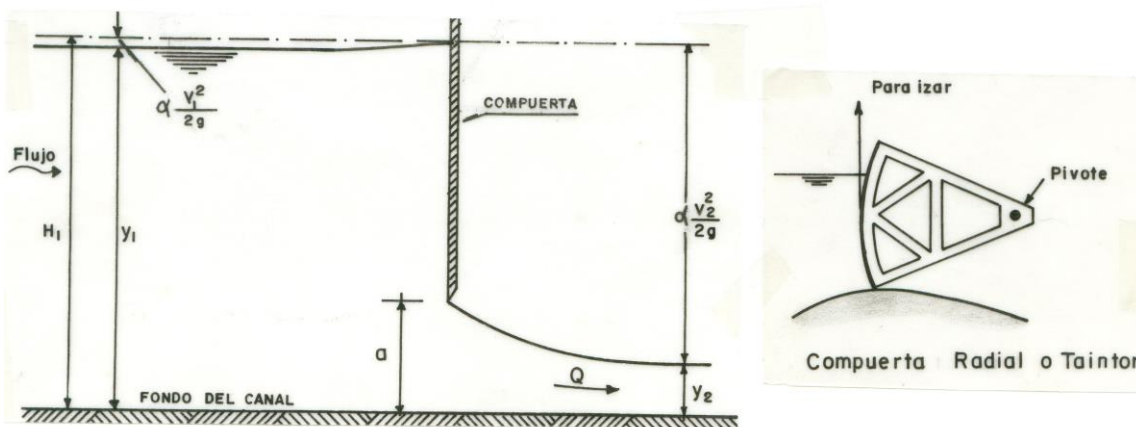


FIGURA 5.1. Flujos a través de una compuerta plana y de una compuerta radial.

Las compuertas tienen las propiedades hidráulicas de los orificios y, cuando están bien calibradas, también pueden emplearse como medidores de flujo.

5.2.2 Clasificación de las compuertas. Las condiciones físicas, hidráulicas, climáticas y de operación, evaluadas apropiadamente, imponen la selección del tipo y tamaño adecuado de las compuertas. Éstas se diseñan de diferentes tipos y con variadas características en su operación y en

su mecanismo de izado, los cuales permiten clasificarlas en grupos generales, de la siguiente manera:

5.2.2.1 Según las condiciones del flujo aguas abajo: Véase la Figura 5.2.

- Compuerta con descarga libre.
- Compuerta con descarga sumergida o ahogada.

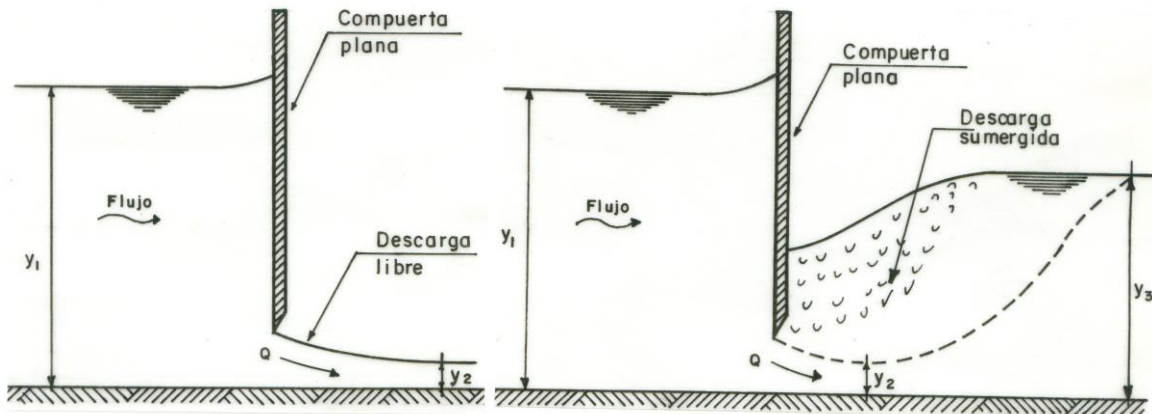


FIGURA 5.2. Tipos de descarga en compuertas.

5.2.2.2 Según el tipo de operación o funcionamiento

- Compuertas Principales:
 - de regulación
 - de guarda o de cierre
- Compuertas de Emergencia

Las compuertas principales se diseñan para operar bajo cualquier condición de flujo; se les llama de **regulación** cuando se les conciben para controlar caudales en un canal abierto o sobre una estructura de presa, con aberturas parciales, y se conocen como **compuertas de guarda o de cierre** aquellas que funcionan completamente abiertas o cerradas.

Las compuertas de emergencia se utilizan en los eventos de reparación, inspección y mantenimiento de las compuertas principales, siendo concebidas para funcionar tanto en condiciones de presión diferencial, en conductos a presión, como en condiciones de presión equilibrada.

5.2.2.3 De acuerdo a sus características geométricas:

- Compuertas planas:
 - Rectangulares
 - Cuadradas
 - Circulares
 - Triangulares, etc.

- Compuertas curvas o alabeadas:
 - Radiales
 - Tambor
 - Cilíndricas

5.2.2.4 Según el mecanismo de izado:

- Compuertas deslizantes
- Compuertas rodantes

En las compuertas **deslizantes**, el elemento de cierre u obturación se mueve sobre superficies deslizantes (guías o rieles) que sirven, a la vez, de apoyo y sello. Generalmente, se construyen de acero colado, y se emplean en estructuras de canales y en algunas obras de captación, en presas o tanques de regulación. La hoja de la compuerta o elemento de obturación se acciona con un mecanismo elevador, a través de un vástago ó flecha de acero. Véase la Figura 5.3.

En las compuertas **rodantes**, véase la Figura 5.4, el elemento de cierre u obturación se mueve sobre un tren de ruedas, rodillos o de engranajes, hasta la posición de condición estanca. Se utilizan en obras de toma profundas, para casos de emergencia y de servicio, así como para cierre en mantenimiento, en conductos a presión. Ruedan a su posición de sello debido a su propio peso y se izan con cadenas o cables por medio de grúas especiales, fuera de la superficie del agua, hasta una caseta de operación, donde se les hace mantenimiento.

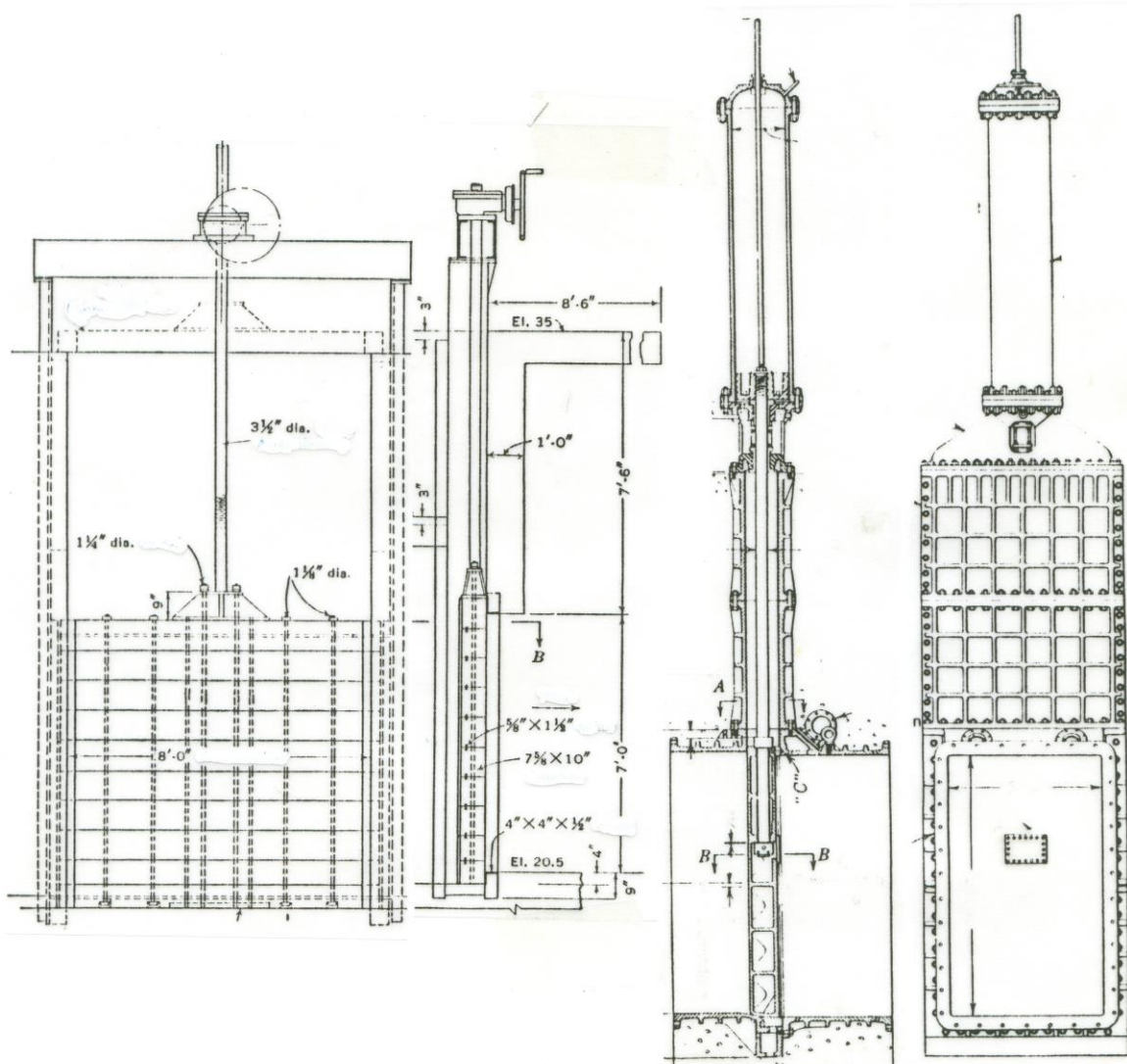


FIGURA 5.3. Tipos de compuerta deslizante. Tomado de Ref. [22]

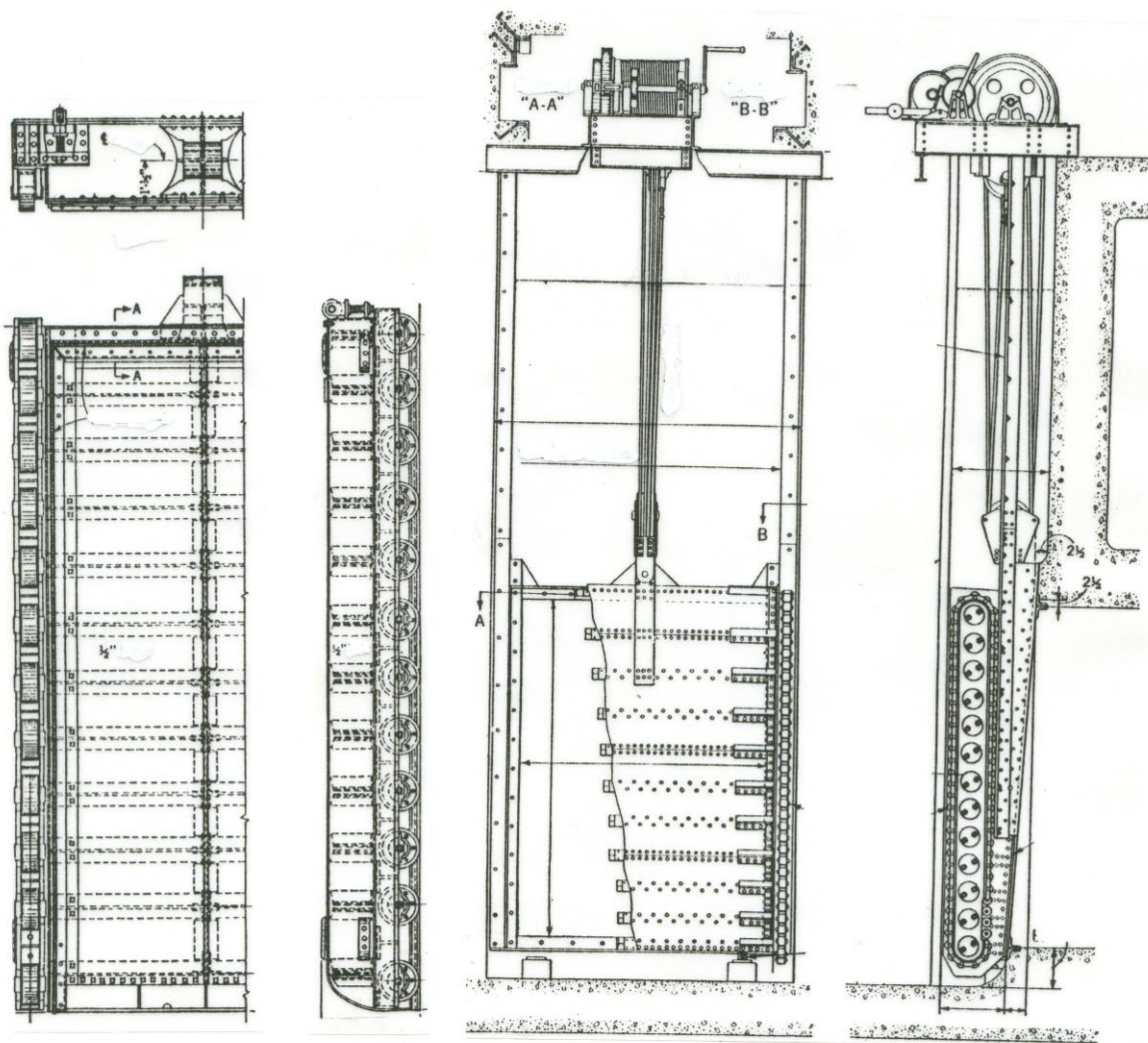


FIGURA 5.4a. Tipos de compuerta rodante. Tomado de Ref. [22]

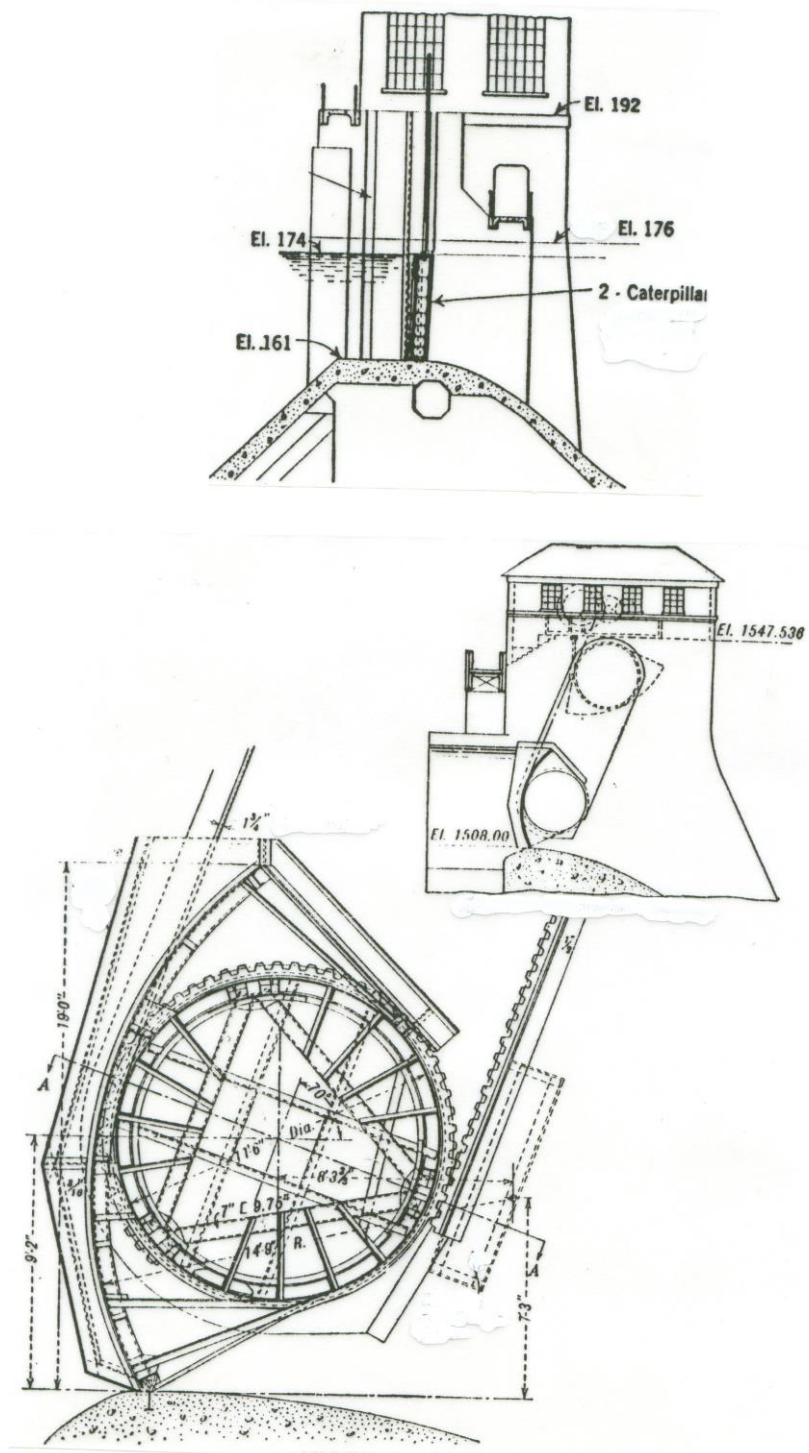


FIGURA 5.4b. Otros tipos de compuerta rodante. Tomado de Ref. [22]

Las compuertas **radiales**, también llamadas compuertas **Tainter**, en honor a un capitán de navío, quien fue su ideador, tienen la forma de una porción de cilindro, y giran alrededor de un pivote o eje horizontal situado en el eje longitudinal de la superficie cilíndrica. Por su forma, algunas veces se las llama compuerta **sector**. Véase la Figura 5.5.

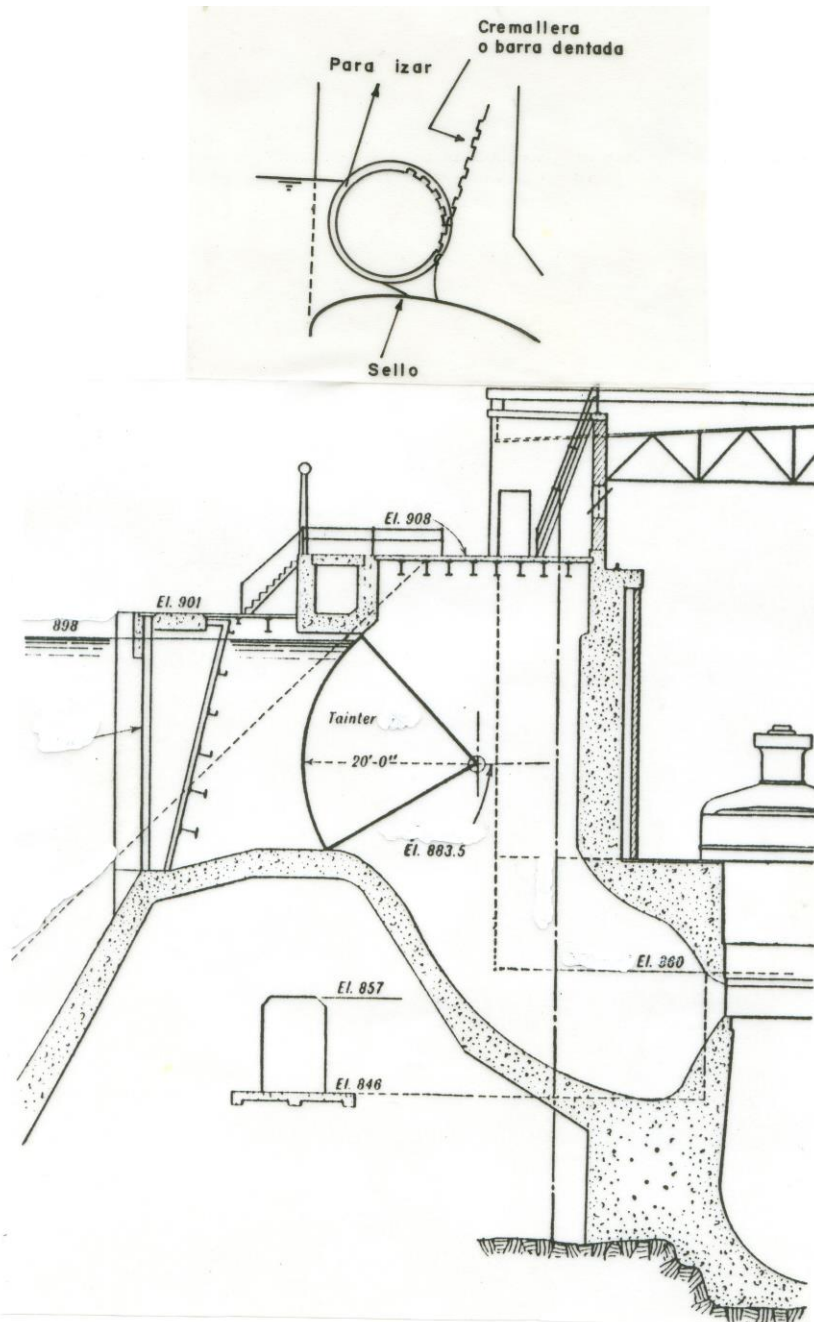


FIGURA 5.5. Tipos de compuerta radial. Tomado de Ref. [22]

Generalmente, en las compuertas **radiales** el agua actúa en el lado convexo y, debido a las propiedades hidrostáticas de una superficie cilíndrica, la línea de acción del empuje hidrostático resultante pasa a través del pivote o centro de giro. En consecuencia, la fuerza requerida para levantar la compuerta es la requerida para vencer el peso propio de la misma y la fricción en los apoyos.

Este tipo de compuerta se usa en vertederos de presa, en obras de captación y en canales de riego.

Las compuertas tipo **tambor** (véase la Figura 5.6) consisten en una estructura hermética de acero, a pivotada en la cresta de rebose de un vertedero de presa, y con una forma tal que, cuando está en su posición más baja, ocupa un recinto dentro de la estructura de la presa, sin interrumpir el perfil de dicha cresta.

Si el líquido penetra a dicho recinto, la compuerta se levanta por encima de la cresta, debido al empuje de flotación, evitando el paso de la corriente.

Este mecanismo de operación constituye cierta ventaja sobre los otros tipos de compuerta, puesto que no requiere de superestructuras que incluyan grúas, cables, ni volantes, para su manejo.

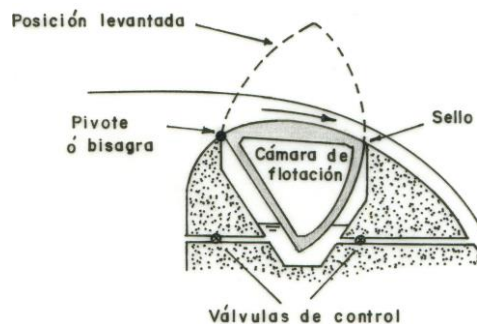


FIGURA 5.6. Compuerta tipo tambor Tomado de Ref. [17]

Las compuertas **cilíndricas** consisten en un cilindro de acero que se extiende entre los estribos de un vertedero de presa, en los cuales está adosada una cremallera dentada e inclinada, como se muestra en la Figura 5.7a, o de una torre cilíndrica de captación de un embalse, como se muestra en las Figuras 5.7b, 5.7c y 5.7d.

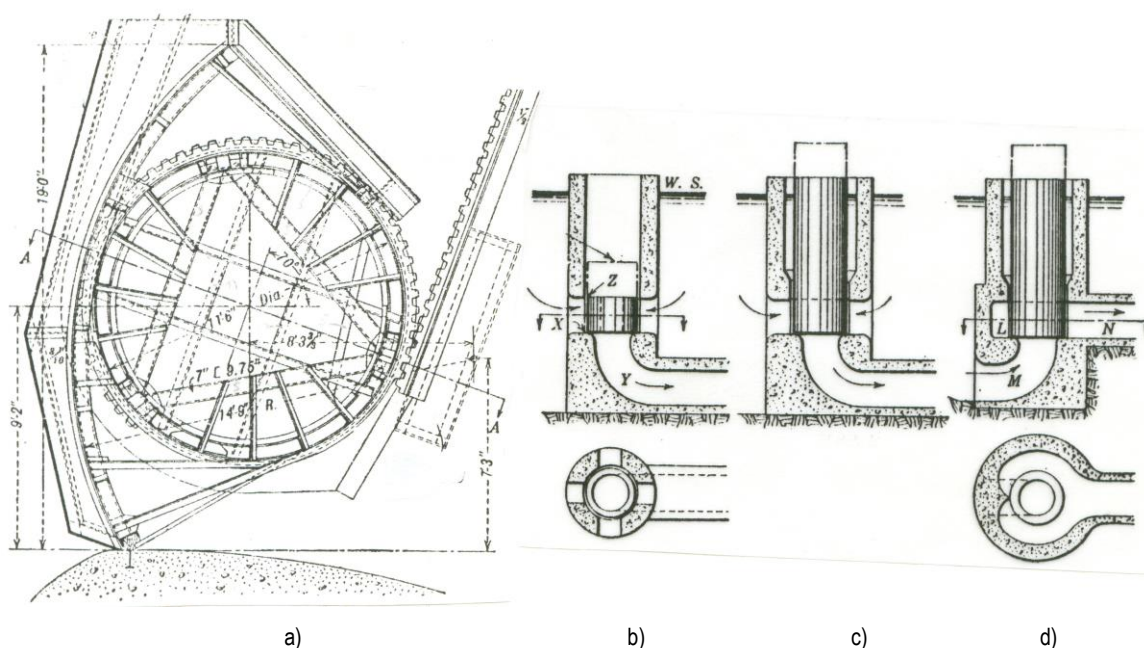


FIGURA 5.7 Tipos de compuerta cilíndrica. Tomado de Ref. [22]

La compuerta cilíndrica 5.7a se iza rodando hacia arriba, permitiendo el engranaje entre los dientes y las cremalleras en los extremos de la misma. En virtud de la gran resistencia de una estructura cilíndrica (con apropiados refuerzos interiores), este tipo de compuerta se usa económicamente sobre grandes luces en proyectos especiales. Generalmente, se le coloca un borde longitudinal de acero en un punto apropiado de su periferia, para que forme un sello con la cresta del vertedero, cuando la compuerta esté en la posición más baja.

Las compuertas cilíndricas b, c y d son abiertas en los dos extremos. La compuerta del esquema 5.7b opera con presión externa equilibrada, por lo que, para levantarla, sólo se requiere vencer la fuerza debida a su propio peso. El fondo de la compuerta descansa sobre un asiento en X, provisto de un sello, impidiendo la captación de agua, y, cuando se levanta, deja pasar el líquido a través del conducto Y.

Difícilmente se logra un adecuado ajuste del extremo superior de la compuerta en la sección Z, razón por la cual el cilindro se extiende, en algunos diseños, hasta la superficie de agua, como se indica en el esquema c.

En el esquema d de la misma figura, la presión del agua actúa en el interior del cilindro, por lo cual se evitan los refuerzos interiores. El agua pasa a través de los conductos M y N por vía de la cámara L.

5.2.3 Ecuaciones para el caudal de flujo a través de compuertas

5.2.3.1 Ecuación para el flujo a través de compuertas planas. Para deducir una expresión que permita determinar el caudal del flujo a través de una compuerta plana, considérese el caso más general de una compuerta plana, inclinada un ángulo θ respecto de la horizontal, y ancho B igual al ancho del canal. Véase la Figura 5.8.

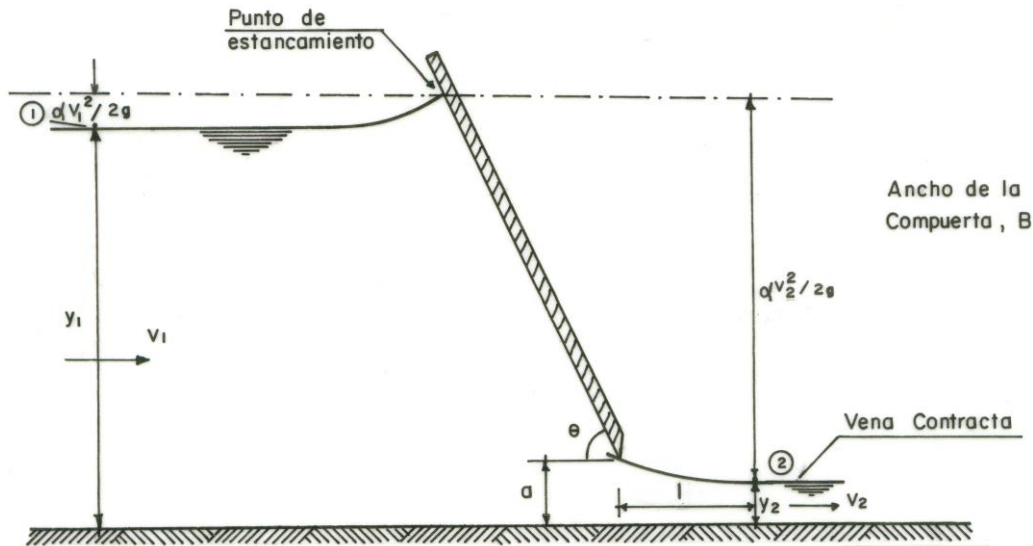


FIGURA 5.8. Flujo a través de una compuerta plana inclinada.

El flujo a través del orificio formado entre el labio inferior de la compuerta y el fondo del canal puede considerarse bidimensional. Nótese que la descarga supercrítica bajo la compuerta reduce progresivamente su profundidad a lo largo de una corta distancia, l , aguas abajo, hasta una sección en donde la contracción del chorro es completa, llamada **vena contracta**.

La profundidad del flujo en la vena contracta, y_2 , se relaciona con la abertura, a , por medio del coeficiente de contracción, C_c , así:

$$C_c = \frac{y_2}{a} \quad (5.1)$$

De donde:

$$y_2 = a C_c \quad (5.2)$$

Además, para compuertas planas verticales, se ha comprobado que, :

$$l = \frac{a}{C_c} \quad \text{Tomada de la Ref. [20]} \quad (5.3)$$

Reemplazando la ecuación (5.1) en la anterior, se tiene:

$$l = \frac{a}{\frac{y_2}{a}} = \frac{a^2}{y_2} \quad (5.4)$$

Aceptando las hipótesis de fluido incompresible, flujo permanente y uniforme, distribución hidrostática de presiones lejos de la compuerta, y tensiones cortantes nulas en paredes y fondo del canal, la ecuación de Bernoulli, planteada entre los puntos (1) y (2), expresa lo siguiente:

$$y_1 + \frac{p_{atm}}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{p_{atm}}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \quad (5.5)$$

$$y_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \quad (5.6)$$

Por conservación de masa,

$$\begin{aligned} Q &= A_1 v_1 = A_2 v_2 \\ Q &= B y_1 v_1 = B y_2 v_2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

De donde:

$$v_1 = \frac{y_2}{y_1} v_2 \quad (5.8)$$

Sustituyendo la ecuación (5.8) en la (5.6), y haciendo $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 1$, se tiene:

$$\begin{aligned} y_1 + \frac{\left[\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 v_2^2 \right]}{2g} &= y_2 + \frac{v_2^2}{2g} \\ y_1 - y_2 &= \frac{v_2^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right] \\ y_1 - y_2 &= \frac{v_2^2}{2g} \left[\frac{(y_1^2 - y_2^2)}{y_1^2} \right] \\ (y_1 - y_2) y_1^2 &= \left(\frac{v_2^2}{2g} \right) (y_1 + y_2) (y_1 - y_2) \end{aligned}$$

$$v_2^2 = \frac{2gy_1^2}{(y_1 + y_2)} = \frac{y_1}{(y_1 + y_2)} 2gy_1$$

Sacando raíz cuadrada,

$$v_2 = \sqrt{\frac{1}{\frac{(y_1 + y_2)}{y_1}}} \sqrt{2gy_1}$$
$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{y_2}{y_1}\right)}} \sqrt{2gy_1} \quad (5.9)$$

Reemplazando la ecuación (5.2) en la anterior, se tiene :

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{aC_c}{y_1}}} \sqrt{2gy_1} \quad (5.10)$$

Introduciendo el coeficiente de velocidad, C_v , resulta:

$$v_{2real} = C_v v_2 \quad (5.11)$$

$$v_{2real} = C_v \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{aC_c}{y_1}}} \sqrt{2gy_1} \quad (5.12)$$

Ahora, reemplazando las ecuaciones (5.12) y (5.2) en la (5.7), se tiene:

$$Q = v_{2real} A_2 = v_{2real} B y_2$$

$$Q = \frac{C_v}{\sqrt{1 + \frac{aC_c}{y_1}}} \sqrt{2gy_1} B y_2 \quad (5.13)$$

$$Q = \frac{C_v}{\sqrt{1 + \frac{aC_c}{y_1}}} \sqrt{2gy_1} B a C_c \quad (5.14)$$

$$Q = \frac{C_v C_c}{\sqrt{1 + \frac{aC_c}{y_1}}} a B \sqrt{2gy_1} \quad (5.15)$$

Introduciendo el coeficiente de descarga, C_d , como:

$$C_d = \frac{C_v C_c}{\sqrt{1 + \frac{a C_c}{y_1}}} \quad (5.16)$$

resulta:

$$Q = C_d a B \sqrt{2 g y_1} \quad (5.17)$$

De otro lado, a partir de la ecuación (5.16), para C_v , se tiene:

$$C_v = \frac{C_d}{C_c} \sqrt{1 + \frac{a C_c}{y_1}} \quad (5.18)$$

$$C_v C_c = C_d \sqrt{1 + \frac{a C_c}{y_1}}$$

Elevando al cuadrado, se tiene:

$$C_v^2 C_c^2 = C_d^2 \left(1 + \frac{a C_c}{y_1} \right)$$

$$C_c^2 = \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2 \left(1 + \frac{a C_c}{y_1} \right)$$

$$C_c^2 = \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2 + C_c \frac{a}{y_1} \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2$$

$$C_c^2 - \frac{a}{y_1} \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2 C_c - \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2 = 0$$

$$C_c = \frac{\frac{a}{y_1} \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2 \pm \sqrt{\left(\frac{a}{y_1} \right)^2 \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^4 - 4(1) \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2}}{2}$$

$$C_c = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{y_1} \right) \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2 \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{a}{y_1} \right)^2 \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^4 - \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2} \quad (5.19)$$

Ahora, haciendo:

$$k = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{y_1} \right) \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2 \quad (5.20)$$

resulta:

$$C_c = k \pm \sqrt{k^2 + \left(\frac{C_d}{C_v}\right)^2} \quad (5.21)$$

Los coeficientes C_c , C_v y C_d dependen del número de Reynolds y de las características geométricas del escurrimiento. Ref. [20]

H. Rouse afirma que los valores de C_d , para compuertas planas verticales ($\theta = 90^\circ$), son esencialmente constantes y con ligeras variaciones alrededor de 0.61. La Figura 5.9 confirma dicha observación.

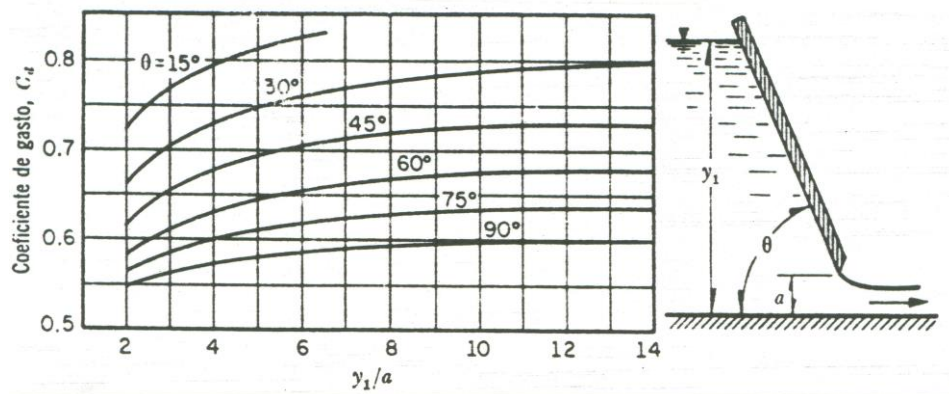


FIGURA 5.9. Coeficientes de descarga para compuertas planas inclinadas, con descarga libre. (Tomada de la Ref. [17])

Investigaciones de Gentilini sobre compuertas planas e inclinadas, con descarga libre, arrojaron la variación de C_d vs. y_1/a en función de θ , mostrada en la Figura 5.9.

Partiendo de las expresiones de Gentilini, F. H. Knapp propuso la siguiente ecuación para calcular el coeficiente de velocidad:

$$C_v = 0.96 + 0.0979 \left(\frac{a}{y_1} \right) \quad (5.22)$$

con límite superior $C_v = 1.0$, correspondiente a la relación $a/y_1 = 0.408$.

En compuertas planas verticales, para $y_1/a < 1.35$ se inicia el desprendimiento del chorro desde el labio inferior de la compuerta, con arrastre de aire al interior de la misma, con lo cual se limita la validez de la ecuación (5.17) al rango anterior.

Cuando el labio inferior de la compuerta es redondeado, los coeficientes C_c y C_d se obtienen multiplicando los correspondientes a la arista afilada por un factor ε , el cual se obtiene a partir de la relación r/a , de acuerdo con la Figura 5.10.

r/a	0.1	0.2	0.3	0.4
ξ	1.03	1.13	1.25	1.25

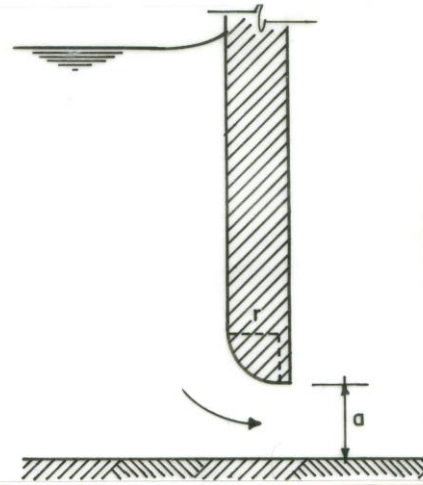


FIGURA 5.10. Factor de corrección para los coeficientes C_c y C_v en compuertas planas, verticales y de labio inferior redondeado. (Tomada de la Ref. [17])

H. R. Henry (1950) estudió ampliamente el coeficiente de descarga en compuertas planas verticales, con descargas libres y sumergidas, cuyos resultados fueron corroborados por A. Cofré y Buchheister, y mostrados en las curvas C_d vs. y_1/a , en función de y_3/a , de la Figura 5.11. y_3 es la profundidad de aguas abajo de la compuerta, operando con descarga sumergida.

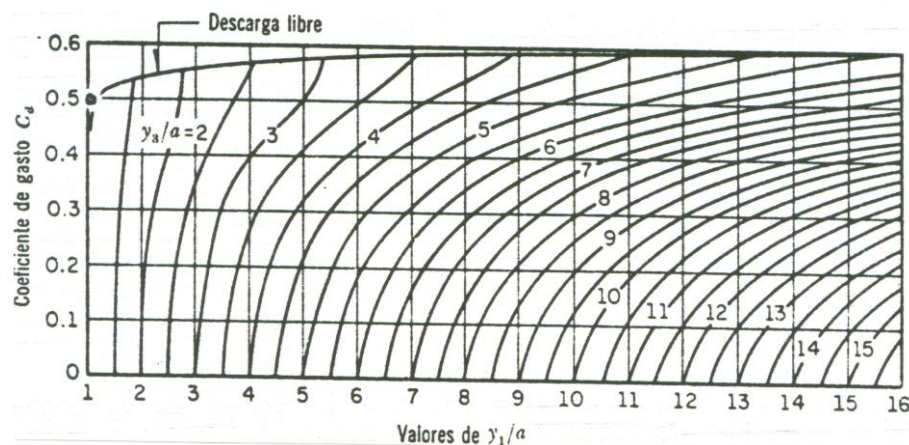


FIGURA 5.11. Coeficientes de descarga en compuertas planas verticales con descarga libre o sumergida. (Tomada de la Ref. [17])

5.2.3.2 Ecuación para el flujo a través de compuertas radiales. La ecuación para determinar el gasto a través de compuertas radiales será la misma ecuación (5.17), deducida para compuertas planas, con adecuados valores de C_d . Para las compuertas radiales con descarga libre, Gentilini presentó la variación del coeficiente de gasto, en función del ángulo θ y de la relación y_1/a . Ref. [17]. Véase la Figura 5.12.

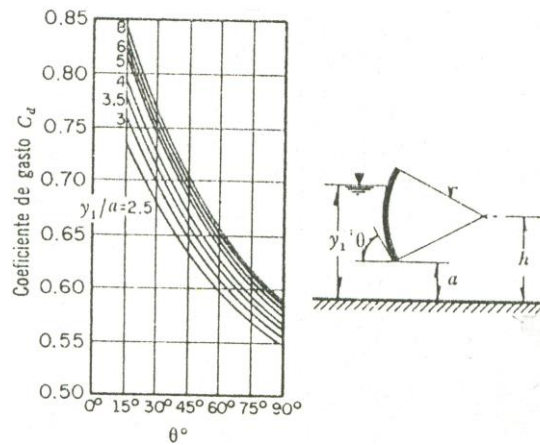


FIGURA 5.12. Coeficientes de descarga en compuertas radiales con descarga libre, según Gentilini. Tomada de la Ref. [20]

Por su parte, A. Toch experimentó con compuertas radiales, operándolas tanto con descarga libre como con descarga sumergida, y obtuvo los resultados mostrados en la Figura 5.13.

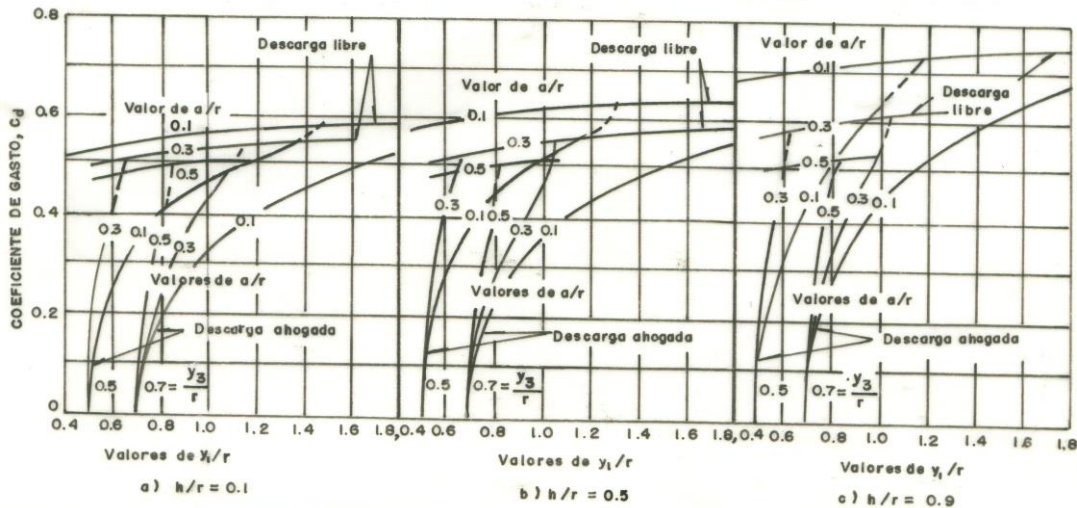


FIGURA 5.13. Coeficientes de descarga en compuertas radiales, según A. Toch. Tomada de la Ref. [20]

Conociendo C_d de estas figuras, el gasto correspondiente a la compuerta radial se determinará, se reitera, empleando la siguiente ecuación ya deducida:

$$Q = C_d a B \sqrt{2gy_1} \quad (5.17)$$

5.2.4 Empuje debido a la presión sobre una compuerta plana. Los líquidos, al fluir a través de una compuerta, ejercen presión a lo largo del fondo del canal y sobre la pared aguas arriba de aquella, cuya distribución y magnitud de la fuerza resultante sobre la compuerta es de interés

estructural conocer. Para ello, considérese el flujo bidimensional y permanente a través de la compuerta plana vertical de la Figura 5.14.

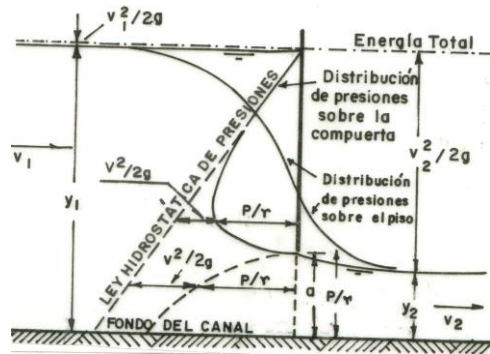


FIGURA 5.14. Distribuciones de presiones en un flujo bidimensional a través de una compuerta plana vertical.

Se aísla un volumen de control de fluido, V. de C. (Figura 5.15), limitado por las secciones transversales (1) y (2), las paredes y el fondo del canal, la pared de la compuerta y la superficie libre del líquido, y se consideran las fuerzas externas que actúan sobre él.

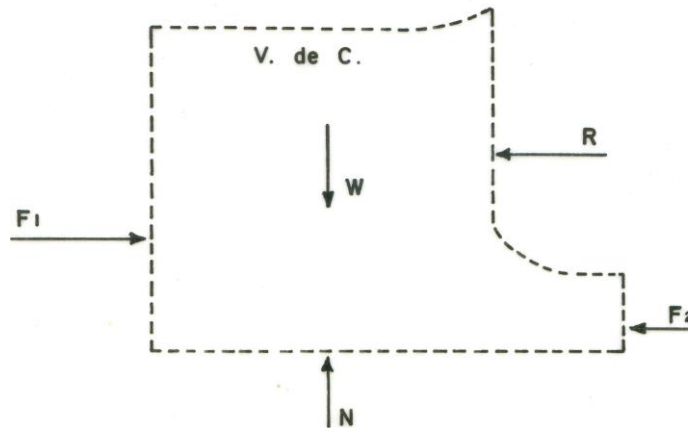


FIGURA 5.15. Diagrama de fuerzas que actúan sobre el volumen de control

donde:

F_1, F_2 : Fuerzas debidas a la distribución de presiones hidrostáticas, en las secciones 1 y 2, respectivamente.

W : Peso del volumen del fluido encerrado en el V. de C.

N : Reacción normal del fondo del canal.

R : Reacción del empuje, F , que el líquido ejerce sobre la compuerta. Es la fuerza de reacción de la compuerta sobre el V. de C.

El empuje a determinar, F , es, por acción y reacción, de igual magnitud y sentido contrario a la reacción, R , con la cual la compuerta responde sobre el líquido.

Luego, al aplicar la ecuación de la cantidad de movimiento al V. de C., se tiene:

$$\sum F_{x \text{ ext}} = \iint_{sc} \rho \beta v (v dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} \rho \beta v dvol \quad (5.23)$$

Por tratarse de un flujo en régimen permanente, el segundo término del miembro de la derecha se hace igual a cero.

Reemplazando términos correspondientes, se tiene:

$$F_1 - F_2 - R = \iint_{sc_1} \rho \beta_1 v_1 (v_1 dA_1) + \iint_{sc_2} \rho \beta_2 v_2 (v_2 dA_2)$$

Donde β es el coeficiente de Boussinesq, de corrección por momento lineal.

$$\frac{1}{2} \gamma y_1^2 B - \frac{1}{2} \gamma y_2^2 B - R = -\rho \beta_1 v_1 v_1 A_1 + \rho \beta_2 v_2 v_2 A_2 \quad (5.24)$$

De donde:

$$R = \frac{1}{2} \gamma y_1^2 B - \frac{1}{2} \gamma y_2^2 B + \rho \beta_1 v_1 v_1 A_1 - \rho \beta_2 v_2 v_2 A_2 \quad (5.25)$$

$$R = \frac{1}{2} \gamma (y_1^2 - y_2^2) B + \rho \beta_1 v_1 Q - \rho \beta_2 v_2 Q$$

$$R = \frac{1}{2} \gamma B (y_1^2 - y_2^2) + \rho Q (\beta_1 v_1 - \beta_2 v_2) \quad (5.26)$$

Haciendo $\beta_1 = \beta_2 = \beta$, se tiene:

$$R = \frac{1}{2} \gamma B (y_1^2 - y_2^2) + \rho \beta Q (v_1 - v_2)$$

$$R = \frac{1}{2} \gamma B (y_1^2 - y_2^2) - \rho \beta Q (v_2 - v_1) \quad (5.27)$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre (1) y (2), despreciando "pérdidas de energía", se tiene:

$$z_1 + y_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \quad (5.28)$$

$$\alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} - \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = y_1 - y_2$$

Suponiendo $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, y factorizando, se tiene:

$$\frac{\alpha}{2g} [v_2^2 - v_1^2] = y_1 - y_2 \quad (5.29)$$

Por conservación de masa,

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (5.30)$$

De donde:

$$B y_1 v_1 = B y_2 v_2$$

Luego,

$$v_1 = \frac{y_2}{y_1} v_2 \quad (5.31)$$

$$v_2 = \frac{y_1}{y_2} v_1 \quad (5.32)$$

Reemplazando la ecuación (5.31) en la (5.29), se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2g} \left[v_2^2 - \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 v_2^2 \right] &= y_1 - y_2 \\ \frac{\alpha v_2^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right] &= y_1 - y_2 \\ \frac{\alpha v_2^2}{2g} \left(\frac{y_1^2 - y_2^2}{y_1^2} \right) &= y_1 - y_2 \\ \frac{\alpha v_2^2}{2g} \frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{y_1^2} &= (y_1 - y_2) \\ v_2^2 &= \frac{2g y_1^2}{\alpha (y_1 + y_2)} \end{aligned} \quad (5.33)$$

De donde:

$$v_2 = y_1 \sqrt{\frac{2g}{\alpha (y_1 + y_2)}} \quad (5.34)$$

Análogamente, reemplazando v_2 de la ecuación (5.32) en la ecuación (5.29), se tendrá:

$$\frac{\alpha v_1^2}{2g} \left(\frac{y_1^2 - y_2^2}{y_2^2} \right) = y_1 - y_2$$

$$\frac{\alpha v_1^2}{2g} \frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{y_2^2} = y_1 - y_2$$

$$\frac{\alpha v_1^2}{2g} = \frac{y_2^2}{y_1 + y_2}$$

$$v_1^2 = \frac{2gy_2^2}{\alpha(y_1 + y_2)}$$

De donde:

$$v_1 = y_2 \sqrt{\frac{2g}{\alpha(y_1 + y_2)}} \quad (5.35)$$

De otro lado, volviendo a la ecuación (5.30), se tiene:

$$Q = v_1 A_1 = y_2 \sqrt{\frac{2g}{\alpha(y_1 + y_2)}} B y_1$$

$$Q = B y_1 y_2 \sqrt{\frac{2g}{\alpha(y_1 + y_2)}} \quad (5.36)$$

Ahora, reemplazando las ecuaciones (5.36), (5.34) y (5.35) en la (5.27), se tiene:

$$R = \frac{1}{2} \gamma B (y_1^2 - y_2^2) - \rho \beta B y_1 y_2 \sqrt{\frac{2g}{\alpha(y_1 + y_2)}} \left(y_1 \sqrt{\frac{2g}{\alpha(y_1 + y_2)}} - y_2 \sqrt{\frac{2g}{\alpha(y_1 + y_2)}} \right)$$

$$R = \frac{1}{2} \gamma B (y_1^2 - y_2^2) - \rho \beta B y_1 y_2 \sqrt{\frac{2g}{\alpha(y_1 + y_2)}} \sqrt{\frac{2g}{\alpha(y_1 + y_2)}} (y_1 - y_2)$$

$$R = \frac{1}{2} \gamma B (y_1^2 - y_2^2) - \rho \beta B y_1 y_2 \frac{2g}{\alpha(y_1 + y_2)} (y_1 - y_2)$$

$$R = \frac{1}{2} \gamma B (y_1^2 - y_2^2) - \rho g B \frac{\beta 2 y_1 y_2 (y_1 - y_2)}{\alpha (y_1 + y_2)}$$

$$R = \frac{1}{2} \gamma B (y_1^2 - y_2^2) - \gamma B \frac{\beta 2 y_1 y_2 (y_1 - y_2)}{\alpha (y_1 + y_2)} \quad (5.37)$$

En flujos turbulentos, como ocurre en este caso, $\alpha \approx \beta \approx 1$, luego:

$$R = \frac{1}{2} \gamma B (y_1^2 - y_2^2) - \gamma B \frac{2 y_1 y_2 (y_1 - y_2)}{(y_1 + y_2)} \quad (5.38)$$

Factorizando, se tiene:

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{1}{2} \gamma B \left[(y_1^2 - y_2^2) - \frac{4y_1 y_2 (y_1 - y_2)}{(y_1 + y_2)} \right] \\
 R &= \frac{1}{2} \gamma B \left[\frac{(y_1^2 - y_2^2)(y_1 + y_2) - 4y_1 y_2 (y_1 - y_2)}{(y_1 + y_2)} \right] \\
 R &= \frac{1}{2} \frac{\gamma B}{(y_1 + y_2)} (y_1^3 + y_1^2 y_2 - y_1 y_2^2 - y_2^3 - 4y_1^2 y_2 + 4y_1 y_2^2) \\
 R &= \frac{1}{2} \frac{\gamma B}{(y_1 + y_2)} (y_1^3 - 3y_1^2 y_2 + 3y_1 y_2^2 - y_2^3) \\
 R &= \frac{1}{2} \frac{\gamma B}{(y_1 + y_2)} (y_1 - y_2)^3 \quad (5.39)
 \end{aligned}$$

Además, por acción y reacción, $F = R$; luego, la fuerza teórica que el flujo ejerce sobre la compuerta se expresa así:

$$\boxed{F = \frac{1}{2} \frac{\gamma B}{(y_1 + y_2)} (y_1 - y_2)^3} \quad \text{Fuerza teórica sobre la compuerta} \quad (5.40)$$

La ecuación (5.40) permite calcular la fuerza o empuje teóricos que un líquido en movimiento ejerce sobre una compuerta plana vertical, con descarga libre. Esta misma fuerza se puede obtener experimentalmente, procediendo de la manera como se explica en el numeral 5.4.

5.3 PROFUNDIDADES ALTERNAS DEL FLUJO A TRAVÉS DE UNA COMPUERTA EN UN CANAL RECTANGULAR DE ANCHO CONSTANTE

Sea el flujo a través de una compuerta, en un canal rectangular de ancho constante, como se muestra en la Figura 5.16.

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones (1) y (2), despreciando “pérdidas de energía”, se tiene:

$$H_1 = H_2 \quad (5.41)$$

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} \quad (5.42)$$

$$y_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = y_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} \quad (5.43)$$

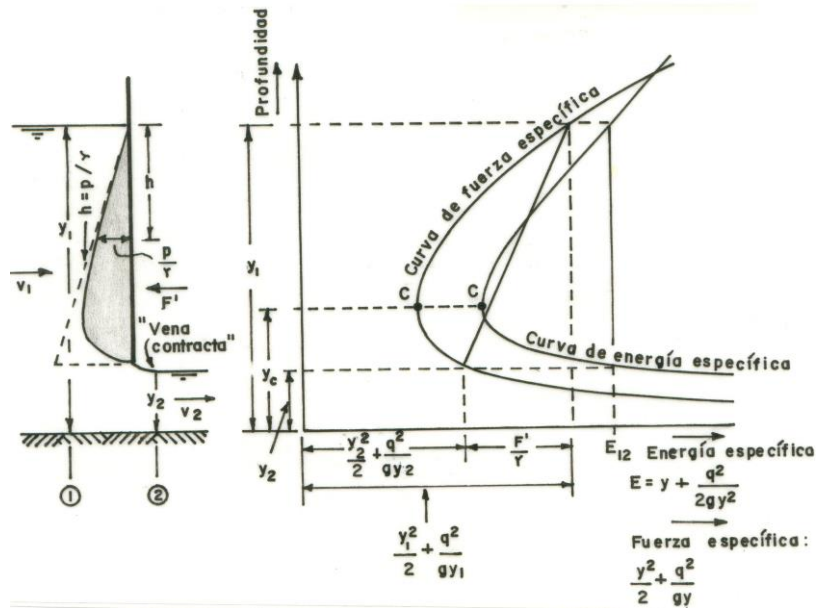


FIGURA 5.16. Profundidades alternas del flujo a través de una compuerta. Tomada de la Ref. [19]

Obsérvese que los miembros izquierdo y derecho de la ecuación anterior representan la energía específica del flujo en las secciones (1) y (2), respectivamente; esto es:

$$E_1 = E_2$$

Lo cual significa que la energía específica del flujo se conserva a través del paso de la corriente bajo la compuerta, y que, para un valor constante $E_0 = E_1 = E_2$, existen dos posibles profundidades del flujo, y_1 y y_2 , las cuales son las profundidades alternas del flujo a través de la compuerta. Véase el diagrama E vs. y de la Figura 5.16.

De la ecuación (5.43), se tiene:

$$y_1 - y_2 = \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} - \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} \quad (5.44)$$

Por conservación de masa:

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$Q = B y_1 v_1 = B y_2 v_2$$

$$\therefore v_2 = \frac{y_1}{y_2} v_1 \quad (5.45)$$

Reemplazando (5.45) en (5.44), se tiene:

$$y_1 - y_2 = \alpha_2 \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 \frac{v_1^2}{2g} - \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g}$$

Suponiendo $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, y sacando factor común, se tiene:

$$y_1 - y_2 = \alpha \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.46)$$

Multiplicando y dividiendo por y_1 , se tiene:

$$y_1 - y_2 = \alpha \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 - 1 \right] \left(\frac{y_1}{y_1} \right) \quad (5.47)$$

$$y_1 - y_2 = \frac{\alpha v_1^2}{2g y_1} \left(\frac{y_1^2}{y_2^2} - 1 \right) y_1 \quad (5.48)$$

$$y_1 - y_2 = \frac{\alpha F_1^2}{2} \left(\frac{y_1^2 - y_2^2}{y_2^2} \right) y_1 \quad (5.49)$$

$$\frac{2}{\alpha} (y_1 - y_2) = F_1^2 \frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{y_2^2} y_1$$

$$\frac{2 y_2^2}{\alpha y_1} = F_1^2 (y_1 + y_2)$$

Ahora, dividiendo ambos miembros de la ecuación anterior por y_1 , se tiene:

$$\frac{2 y_2^2}{\alpha y_1 y_1} = F_1^2 \frac{(y_1 + y_2)}{y_1}$$

$$\frac{2 \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2}{\alpha} = F_1^2 \left(1 + \frac{y_2}{y_1} \right) = F_1^2 + F_1^2 \left(\frac{y_2}{y_1} \right)$$

$$\frac{2 \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2}{\alpha} - F_1^2 \left(\frac{y_2}{y_1} \right) - F_1^2 = 0 \quad (5.50)$$

La ecuación (5.50) es cuadrática en (y_2/y_1) , cuya solución es:

$$\left(\frac{y_2}{y_1} \right)_{1,2} = \frac{-(-F_1^2) \pm \sqrt{(-F_1^2)^2 - 4(2/\alpha)(-F_1^2)}}{2(2/\alpha)}$$

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)_{1,2} = \frac{F_1^2 \pm \sqrt{F_1^4 + (8/\alpha)F_1^2}}{4/\alpha}$$

Luego,

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{F_1^2 \pm \sqrt{F_1^4 + \frac{\alpha}{8} \frac{1}{F_1^2}}}{4/\alpha}$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{F_1^2 + F_1^2 \sqrt{1 + \frac{8}{\alpha F_1^2}}}{4/\alpha}$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{F_1^2 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{\alpha F_1^2}}\right)}{4/\alpha}$$

Finalmente,

$$\boxed{\frac{y_2}{y_1} = \frac{\alpha F_1^2}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{\alpha F_1^2}}\right)} \quad (5.51)$$

Suponiendo $\alpha = 1$, resulta:

$$\boxed{\frac{y_2}{y_1} = \frac{F_1^2}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{F_1^2}}\right)} \quad (5.52)$$

Análogamente, expresando v_1 en función de v_2 y sustituyéndola en la ecuación (5.44) y procediendo de la misma manera a como se hizo arriba, se llegaría al siguiente resultado:

$$\boxed{\frac{y_1}{y_2} = \frac{\alpha F_2^2}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{\alpha F_2^2}}\right)} \quad (5.53)$$

Las ecuaciones (5.51), (5.52) y (5.53) permiten calcular la profundidad de aguas arriba o de aguas abajo de la compuerta, cuando se conocen la profundidad alterna y el número de Froude correspondiente.

5.4 MÉTODO EXPERIMENTAL PARA DETERMINAR EL EMPUJE SOBRE LA COMPUERTA

Para conocer la distribución de presiones ejercidas por el líquido sobre la compuerta, se practican orificios piezométricos a lo largo de ésta, a los cuales se conectan piezómetros abiertos a la

atmósfera y adosados a un tablero reticulado, el cual permite hacer lecturas de presiones con precisión milimétrica. Véase la Figura 5.17.

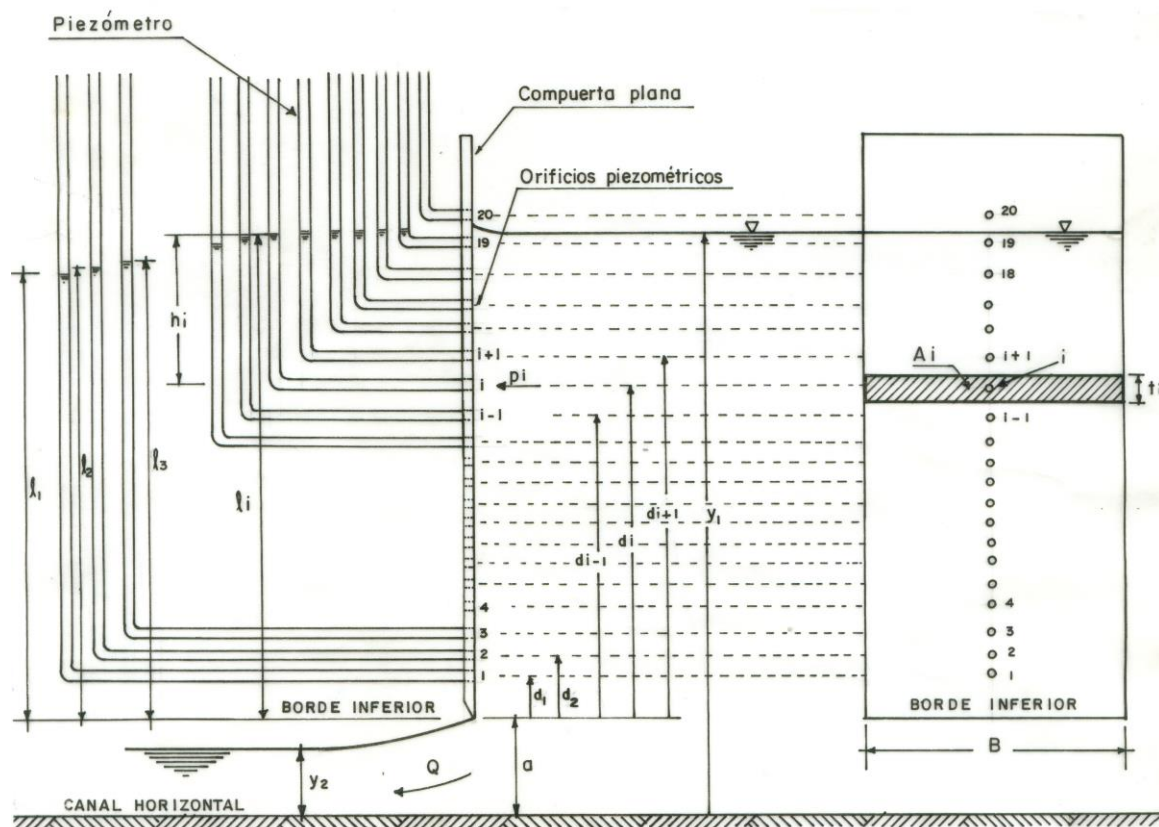


FIGURA 5.17. Compuerta plana instrumentada con tablero de piezómetros.

Donde,

d_i : distancia al orificio piezométrico i , referida al borde inferior de la compuerta, (m).

l_i : lectura del nivel de agua en el piezómetro i , referida al borde inferior de la compuerta, (m).

h_i : carga o cabeza de presión correspondiente al orificio i , (m).

La presión, a la altura de cualquier orificio piezométrico i , se puede calcular por ley hidrostática, así:

$$p_i = \gamma h_i \quad (5.54)$$

Además,

$$h_i = l_i - d_i \quad (5.55)$$

La contribución de fuerza, F_i , debida a la presión p_i , se puede calcular multiplicando ésta por el área de influencia A_i , sobre la cual actúa dicha presión, así:

$$F_i = p_i A_i \quad (5.56)$$

De la Figura 5.17, se observa que el área de influencia A_i se puede calcular como:

$$A_i = B t_i \quad (5.57)$$

siendo t_i la altura del rectángulo representativo de dicha área de influencia, la cual se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$t_i = \frac{d_{i+1} - d_i}{2} + \frac{d_i - d_{i-1}}{2} \quad (5.58)$$

De donde:

$$t_i = \frac{d_{i+1} - d_{i-1}}{2} \quad (5.59)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.54), (5.55) y (5.57) en (5.56), resulta:

$$F_i = \gamma (l_i - d_i) B t_i \quad (5.60)$$

Reemplazando (5.59) en (5.60), resulta:

$$F_i = \gamma (l_i - d_i) B \frac{d_{i+1} - d_{i-1}}{2} \quad (5.61)$$

Se recomienda hacer un ajuste más fino en el cálculo de los t_i correspondientes al primero y al enésimo orificios piezométricos.

Finalmente, el empuje total sobre la compuerta, debida a la presión del líquido, será la suma de todas las contribuciones de fuerza, F_i ; es decir, la Fuerza o el Empuje experimental será:

$$F_{\text{exp}} = \sum_{i=1}^n F_i \quad (5.62)$$

$$F_{\text{exp}} = \sum_{i=1}^n p_i A_i = \frac{1}{2} \gamma B \sum_{i=1}^n [(l_i - d_i) (d_{i+1} - d_{i-1})] \quad (5.63)$$

Donde n es el número de orificios piezométricos sumergidos bajo la lámina de agua de espesor y_1 , aguas arriba de la compuerta.

5.5 DESCRIPCIÓN DE LA INSTALACIÓN

Además del sistema de bombeo, del tanque elevado de cabeza constante y de la tubería de suministro, comunes a todas las prácticas de laboratorio, la presente experiencia incluye los siguiente elementos (véase la Figura 5.18):

- Válvula reguladora de caudales
- Tanque de aquietamiento
- Canal horizontal de sección rectangular
- Compuerta plana, vertical y deslizante
- Tablero de piezómetros adosados a la compuerta
- Dos limnímetros de aguja
- Vertedero de Bazin, calibrado, para determinar caudales

5.6 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se abre la válvula de regulación de caudales, permitiendo el flujo de agua hacia el canal horizontal, en el cual se ha instalado la compuerta.

La experimentación se divide en dos etapas. La primera corresponderá a la distribución de presiones sobre la compuerta, con la cual se determinará el empuje sobre ésta. La segunda parte conducirá a la determinación del caudal y de los coeficientes de contracción, de velocidad y de descarga.

5.6.1 Distribución de presiones y empuje sobre la compuerta. Se fija una abertura de compuerta, a , y se miden la temperatura del agua, el ancho de la compuerta, las profundidades del flujo en las secciones (1) y (2), la posición de cada uno de los orificios piezométricos y las lecturas piezométricas correspondientes, para un caudal relativamente grande, en descarga libre. Tales medidas se consignarán en la siguiente tabla:

TABLA 5.1. Datos experimentales para determinar el empuje sobre la compuerta.

$T = \text{---}^{\circ}\text{C}$; $\gamma_{\text{agua}} = \text{--- kg}_f/\text{m}^3$; $B = \text{--- m}$; $a = \text{--- m}$; $y_1 = \text{--- m}$; $y_2 = \text{--- m}$								
Piezómetro No.	d_i (m)	l_i (m)	h_i (m)	t_i (m)	p_i (kg_f/m^2)	A_i (m^2)	F_i (kg_f)	$F_{\text{teórica}}$ (kg_f)
1								
2								
3								
·								
·								
·								
n								
							$F_{\text{exp}} = \sum F_i$	

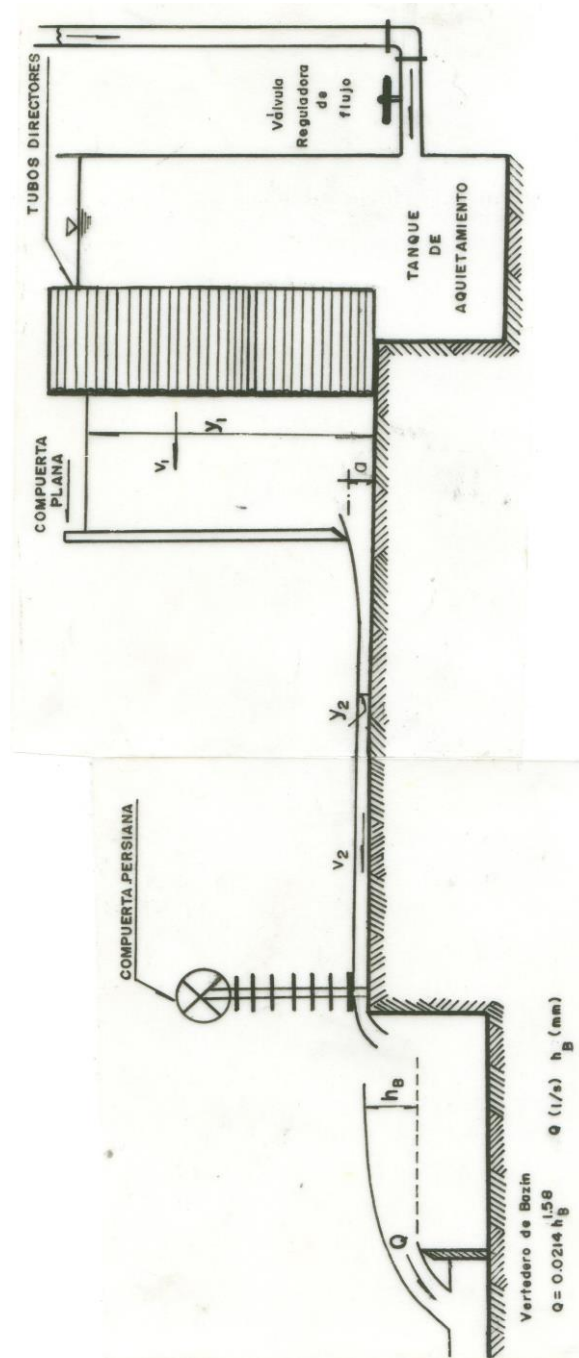


FIGURA 5.18. Esquema de la instalación de la práctica de flujo a través de compuertas.

5.6.2 Determinación de la descarga, Q, y de los coeficientes C_c , C_v y C_d . Partiendo de caudales altos, y disminuyendo sucesivamente la descarga, regulando la abertura de la compuerta, se medirán y calcularán las magnitudes de las variables que encabezan la siguiente tabla:

TABLA 5.2. Datos experimentales para la determinación de los coeficientes de la compuerta.

LECTURA No.	a (m)	h_B (mm)	y_1 (m)	y_2 (m)	Q (m ³ /s)	F_1 (adim.)	F_2 (adim.)	$y_{1teór.}$ (m)	$y_{2teór.}$ (m)	C_c (adim.)	C_v (adim.)	C_d (adim.)
1										Ec. (5.1)	Ec. (5.18)	Ec. (5.17)
2												
3												
·												
·												
·												
N												

5.7 CÁLCULO DE PROPAGACIÓN DE ERRORES

Por brevedad. El análisis de propagación de errores en esta práctica de laboratorio se aplicará a la estimación del coeficiente de descarga, C_d , de la ecuación para el flujo a través de la compuerta:

$$Q = C_d \sqrt{2g} a B y_1^{1/2} \quad (5.17)$$

donde todas las variables ya fueron definidas en este capítulo:

Haciendo:

$$m_c = C_d \sqrt{2g} a B \quad (5.64)$$

la ecuación (5.17) se transforma a la siguiente expresión:

$$Q = m_c y_1^{1/2} \quad (5.65)$$

de donde:

$$m_c = \frac{Q}{y_1^{1/2}} = Q y_1^{-1/2} \quad (5.66)$$

Luego, el error físico relativo en la estimación de m_c se calcula con ayuda de la siguiente ecuación:

$$(\varepsilon_{m_c})_{\text{físico}} = \sqrt{\varepsilon_Q^2 + \frac{1}{4} \varepsilon_{y_1}^2} \quad (5.67)$$

en donde el error relativo en la medición del caudal, ε_Q , se calcula con la siguiente ecuación ya definida:

$$\varepsilon_Q = \varepsilon_{Q_B} = 1.58 \varepsilon_{h_B} \quad (2.101)$$

Por otra parte, de la ecuación (5.64), se tiene:

$$C_d = \frac{m_c}{\sqrt{2} a B g^{1/2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} m_c a^{-1} B^{-1} g^{-1/2} = K_c m_c a^{-1} B^{-1} g^{-1/2} \quad (5.68)$$

$$\text{Con } K_c = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Por lo anterior, el error relativo en la estimación del coeficiente de descarga de la compuerta, con base en la ecuación (A5.17), se calculará con la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{C_d} = \sqrt{\varepsilon_{m_c}^2 + \varepsilon_a^2 + \varepsilon_B^2 + \frac{1}{4} \varepsilon_g^2} \quad (5.69)$$

5.8 CUESTIONARIO

5.8.1 Con la ayuda de la ecuación de Bernoulli, comprobar que la pérdida de energía, a través de la compuerta, es despreciable.

5.8.2 Comparar los valores de C_c , C_v y C_d con los presentados en los libros clásicos de Hidráulica.

5.8.3 Comparar las magnitudes de las fuerzas teórica y experimental sobre la compuerta.

5.8.4 Representar gráficamente las variaciones p_i vs. d_i , C_d vs. Q , y C_v vs. Q .

5.8.5 ¿Para qué valor de y_1/a se inicia el desprendimiento de la vena líquida del labio inferior de la compuerta?

5.8.6 Empleando la ecuación de las profundidades alternas del flujo a través de una compuerta, en un canal rectangular, compárense los valores de y_1 y y_2 teóricos y experimentales.

5.8.7 Una compuerta podría implementarse para aforar caudales en canales abiertos; explique la manera de lograr este objetivo.

5.8.8 Calcúlese el empuje sobre la compuerta, suponiendo una distribución hidrostática de presiones aguas arriba de la misma. Compárese el resultado con los empujes teórico y experimental citados en el numeral 5.7.3.

5.8.9 Calcúlese el error relativo total en la medición del empuje experimental sobre la compuerta.

5.8.10 Calcúlese el error relativo total en la estimación del coeficiente C_d en la compuerta.