

6. FLUJO GRADUALMENTE VARIADO Y PERFILES DE FLUJO

8.1 OBJETIVOS

- Aprender a identificar los diversos perfiles de flujo gradualmente variado que se pueden presentar en canales abiertos.
- Verificar el establecimiento de dos o más perfiles de flujo gradualmente variado, en un canal rectangular de pendiente regulable.
- Establecer un perfil de flujo gradualmente variado (por ejemplo, M1, M2, M3, S1, S2, S3), y evaluarlo experimentalmente.
- Aplicar un método de cálculo de flujo gradualmente variado, al perfil del flujo establecido en el objetivo anterior, y comparar sus resultados con las mediciones que se obtengan experimentalmente.

8.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

8.2.1 Definición. El Flujo Gradualmente Variado, denotado por F.G.V., es un flujo permanente cuya profundidad varía suave o gradualmente a lo largo de la longitud del canal, para un caudal dado. Véase la Figura 8.1.

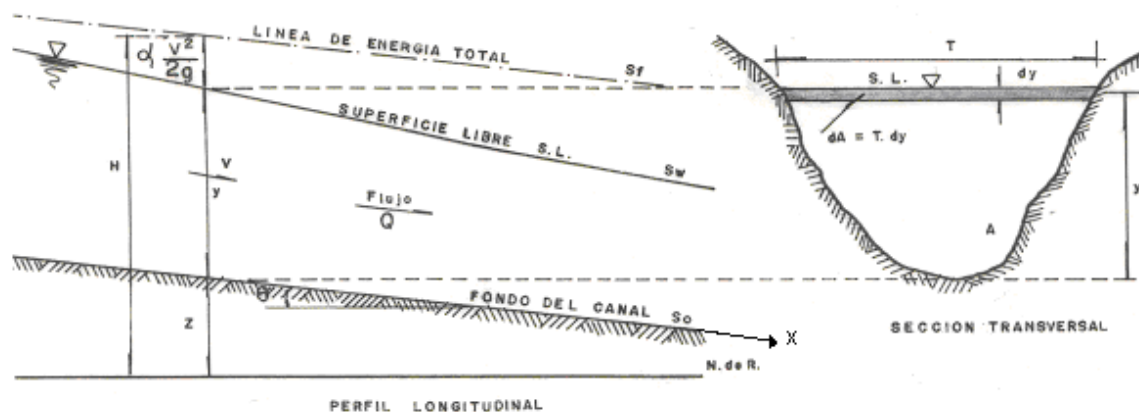


FIGURA 8.1. Variación del perfil de flujo en un canal abierto.

La variación de la profundidad, y , de un flujo gradualmente variado, en canales abiertos, respecto de un eje x coincidente con el fondo del canal, y para unas condiciones dadas de caudal, Q , tipo de sección transversal del canal, pendiente longitudinal, S_0 , y coeficiente de rugosidad, n , recibe el nombre de **perfil hidráulico** o **perfil de flujo**.

8.2.2 Hipótesis

- i) Flujo permanente.
- ii) La rugosidad del canal es constante (n , C , y k no varían).
- iii) La distribución de velocidades en cada sección no presenta ninguna variación importante con respecto a la distribución de velocidades de una sección vecina. Esta hipótesis implica que el coeficiente de Coriolis, α , es constante a lo largo del flujo.
- iv) La pendiente longitudinal del canal es constante y pequeña ($\theta < 7^\circ$).
- v) No hay entrada de aire al flujo.
- vi) La resistencia al flujo se debe principalmente a la fricción del agua con las fronteras sólidas del canal.
- vii) La distribución de presiones en la sección transversal del canal sigue la ley hidrostática de presiones.
- viii) Las líneas de corriente del flujo se consideran aproximadamente paralelas entre sí (flujo paralelo).
- ix) Las pérdidas de carga por fricción, h_f , se calcularán, sin introducir un error apreciable, con la ecuación de flujo uniforme que se emplee para tal fin (ecuación de Manning, ecuación de Chèzy o ecuación de Darcy & Weisbach), suponiendo flujo uniforme entre dos secciones consecutivas.

8.2.3 Ecuación general para el F.G.V. Sea el flujo en un canal de sección transversal definida, como se muestra en la Figura 8.1. Se pretende analizar la variación del perfil hidráulico, es decir, el cambio de la profundidad del flujo, a lo largo del eje x coincidente con el fondo del canal.

Partiendo de la ecuación de Bernoulli:

$$H = z + y \cos^2 \theta + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (8.1)$$

que, planteada en términos del caudal, expresa lo siguiente:

$$H = z + y \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (8.2)$$

y derivando la ecuación (8.2) con respecto a x , se tiene:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \right) \quad (8.3)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} + \alpha \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{A^2} \right) = \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} + \alpha \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{(0)(A^2) - (1)(2A) \frac{dA}{dx}}{A^4} \right]$$

Además, $A = f(x, y)$, por lo cual, derivando A en cadena, se tiene lo siguiente:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx}$$

y sabiendo que

$$\frac{dA}{dy} = T$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dx} &= \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} - \alpha \frac{Q^2}{gA^3} \left(\frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx} \right) = \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} - \alpha \frac{Q^2 T}{gA^3} \left(\frac{dy}{dx} \right) \\ \frac{dH}{dx} - \frac{dz}{dx} &= \frac{dy}{dx} \left(\cos^2 \theta - \alpha \frac{Q^2 T}{gA^3} \right) = \frac{dy}{dx} (\cos^2 \theta - \alpha F^2) \end{aligned}$$

De donde:

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dH}{dx} - \frac{dz}{dx}}{\cos^2 \theta - \alpha F^2}} \quad (8.4)$$

Esta es la ecuación general para la variación del perfil hidráulico a lo largo del canal.

Además, se definen los siguientes términos:

x: Eje coincidente con el fondo del canal, en el sentido del flujo.

z: Cota del fondo del canal, respecto a un plano de referencia.

θ : Ángulo de inclinación del fondo del canal, respecto de la horizontal (ver Figura 8.1).

α : Coeficiente de Coriolis, para corrección de velocidad por energía cinética.

$$\frac{dH}{dx} = -S_f$$

(slope of friction) pendiente de la línea de energía total, y es siempre negativa.

$$\frac{dz}{dx} = S_0 = \tan \theta$$

pendiente longitudinal del fondo del canal; puede ser cero, positiva o negativa.

$S_0 = 0$, en canales de fondo horizontal (Canales tipo H)

$S_0 < 0$, en canales de pendiente favorable, es decir, aquellos canales cuya elevación del fondo disminuye en el sentido del flujo. (Canales Tipo M, C y S).

$S_0 > 0$, en canales de pendiente desfavorable, es decir, aquellos canales cuyo nivel del fondo se eleva en el sentido del flujo. En este caso, se dice que el canal es de pendiente adversa o contraria. (Canales Tipo A).

Ahora, la ecuación (8.4), para canales de pendiente favorable, se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{\cos^2 \theta - \alpha F^2} \quad \text{Ecuación diferencial para perfiles de F.G.V.} \quad (8.5)$$

Donde F es el número de Froude, y se calcula así:

$$F = \frac{v}{\sqrt{gD}} \quad (8.6)$$

V: Velocidad media del flujo.

D: Profundidad hidráulica del flujo.

$$D = \frac{A}{T} \quad (8.7)$$

A: Área mojada de la sección transversal del flujo.

T: Ancho superficial del área mojada.

De otro lado, para un pequeño tramo de canal, entre dos secciones separadas una pequeña distancia Δx , se puede aplicar, sin introducir mucho error, la fórmula de Manning, válida para flujo uniforme (flujo no variado), la cual expresa:

$$Q = \frac{\phi}{n} A R_H^{2/3} S_0^{1/2} \quad (8.8)$$

Haciendo $S_0 = S_f$, como si el flujo fuese uniforme, se tiene:

$$Q = \frac{\phi}{n} A R_H^{2/3} S_f^{1/2} \quad (8.9)$$

De donde,

$$S_f = \left(\frac{n Q}{\phi A R_H^{2/3}} \right)^2 \quad (8.10)$$

Por otra parte,

$$S_f = \frac{\Delta H_{1-2}}{\Delta x} = \frac{h_f}{\Delta x} \quad (8.11)$$

Donde $\Delta H = h_f$ es la pérdida de carga por fricción ocurrida en la longitud Δx .

Reemplazando la ecuación (8.11) en la ecuación (8.10), se tiene:

$$\frac{h_f}{\Delta x} = \left(\frac{nQ}{\phi A R_H^{2/3}} \right)^2$$

De donde,

$$h_f = \left(\frac{nQ}{\phi A R_H^{2/3}} \right)^2 \Delta x \quad (8.12)$$

Donde:

R_H : Radio hidráulico

$$R_H = \frac{A}{P} \quad (8.13)$$

P : Perímetro mojado de la sección del flujo.

A : Área mojada de la sección del flujo.

ϕ : Constante empírica, cuyo valor depende del sistema de unidades empleado.

$\phi = 1.486 \text{ pie}^{1/3}/\text{s}$, en el Sistema Inglés

$\phi = 1.0 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$, en el Sistema Internacional

De otro lado,

$$\alpha F^2 = \frac{\alpha v^2}{gD} = \frac{\alpha (Q/A)^2}{gD}$$

Luego,

$$\alpha F^2 = \frac{\alpha Q^2}{gDA^2} \quad (8.14)$$

Sustituyendo las ecuaciones (8.10) y (8.14) en la ecuación (8.5), se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - \left(\frac{nQ}{\phi A R_H^{2/3}} \right)^2}{\cos^2 \theta - \frac{\alpha Q^2}{gDA^2}} \quad (8.15)$$

En esta ecuación A , D y R_H son funciones de la profundidad del flujo, exclusivamente, para un tipo dado de sección transversal del canal. Por lo tanto, el miembro derecho de la ecuación (8.15) es una función exclusiva de y , para unas condiciones geométricas e hidráulicas dadas.

Además, por tratarse de un flujo espacialmente variado, la profundidad del flujo varía con la dirección x . En consecuencia, la ecuación (8.15) es una ecuación diferencial ordinaria, de primer orden, no-lineal en y , de la forma:

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y) \quad (8.16)$$

cuya solución analítica, en general, es imposible de obtener, excepto para los casos particulares de canales rectangulares muy anchos de fondo horizontal y canales triangulares de fondo horizontal. Sólo, aplicando algún método numérico, es posible hallar la solución de la ecuación diferencial (8.15), a partir de unas condiciones iniciales dadas, $[x_0, y_0 = f(x_0)]$.

El autor ha adaptado el algoritmo de Runge-Kutta, de orden 4, a la solución numérica aproximada de la misma ecuación (8.15), a la cual se le ha llamado el Método Runge-Kutta¹.

Entre los diversos métodos numéricos de integración de la ecuación (8.15) existentes, los tres métodos de mayor aplicación son: el Método del Paso Directo, el Método del Paso Estándar y el método Runge-Kutta.

Los tres métodos arriba citados son fácilmente aplicables, con la ayuda de programas de computador o calculadora programable, al cálculo de cualquier perfil de flujo. Véanse los listados correspondientes en el Anexo A2.

En el Anexo A4 se plantean y resuelven dos problemas de cálculo de perfiles de flujo, aplicando dichos métodos.

8.2.4 Ecuaciones diferenciales particulares para el cálculo de perfiles de flujo

A continuación, se deducen las formas particulares de la ecuación general (8.15), correspondientes a los canales tipo M, C, S, A y H. Para ello, se requiere plantear las siguientes convenciones:

¹ Carl Runge (1856 – 1927) y G. Kutta (1867 – 1944), matemáticos aplicados alemanes.

TABLA 8.1 Convenciones para el análisis de perfiles de flujo gradualmente variado.

PARÁMETRO	TIPO DE FLUJO		
	F. GRADUALMENTE VARIADO	FLUJO UNIFORME	FLUJO CRÍTICO
PROFUNDIDAD	y	y_n	y_c
ÁREA MOJADA	A	A_n	A_c
PERÍMETRO MOJADO	P	P_n	P_c
RADIO HIDRÁULICO	$R_H = \frac{A}{P}$	R_{H_n}	R_{H_c}
ANCHO SUPERFICIAL	T	T_n	T_c
PROFUNDIDAD HIDRÁULICA	$D = \frac{A}{T}$	D_n	D_c
FACTOR DE SECCIÓN	$Z = A\sqrt{D} = \frac{A^{3/2}}{T^{1/2}}$	Z_n	Z_c
PENDIENTE	S_f	S_o	S_{o_c}
FACTOR DE TRANSPORTE	$K = \frac{\phi}{n} A R_H^{2/3}$	$K_n = \frac{\phi}{n} A_n R_{H_n}^{2/3}$	$K_c = \frac{\phi}{n} A_c R_{H_c}^{2/3}$
CAUDAL	$Q = \frac{\phi}{n} A R_H^{2/3} S_f^{1/2}$ $Q = K S_f^{1/2}$	$Q = \frac{\phi}{n} A_n R_{H_n}^{2/3} S_o^{1/2}$ $Q = K_n S_o^{1/2}$	$Q = \frac{\phi}{n} A_c R_{H_c}^{2/3} S_{o_c}^{1/2}$ $Q = K_c S_{o_c}^{1/2}$

8.2.4.1 Ecuación diferencial para canales con pendiente favorable ($S_0 < 0$): Canales tipos M, C y S.

$$\begin{aligned}
 \frac{dz}{dx} &= -S_0 \\
 \frac{dy}{dx} &= \frac{S_0 - S_f}{\cos^2 \theta - \alpha F^2} \\
 \frac{dy}{dx} &= \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \frac{S_f}{S_0}}{1 - \frac{\alpha F^2}{\cos^2 \theta}} \right) \quad (8.17)
 \end{aligned}$$

Por otro lado, de la ecuación de Manning y de la Tabla 8.1 se deduce lo siguiente:

$$S_f = \left(\frac{Q}{K} \right)^2 \quad \text{y} \quad S_0 = \left(\frac{Q}{K_n} \right)^2$$

Entonces,

$$\frac{S_f}{S_0} = \frac{\left(\frac{Q}{K} \right)^2}{\left(\frac{Q}{K_n} \right)^2} = \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \quad (8.18)$$

Por otra parte,

$$\frac{\alpha F^2}{\cos^2 \theta} = \frac{\alpha F^2}{\cos^2 \theta} = \frac{\alpha F^2}{\cos^2 \theta} = \left(\frac{F}{F_c} \right)^2 = \frac{Q^2 T}{g A^3} = \frac{A_c^3}{T_c^3} = \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \quad (8.19)$$

Reemplazando las ecuaciones (8.18) y (8.19) en la ecuación (8.17), se tiene:

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2} \right)} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial para el F.G.V.} \\ \text{en canales de pendiente favorable} \end{array} \quad (8.20)$$

8.2.4.2 Ecuación diferencial para canales con pendiente nula ($S_0 = 0$): Canales tipo H

Este es un caso particular de canales con pendiente favorable, en los cuales:

$$S_0 = \frac{dz}{dx} = 0$$

$$\text{y} \quad \cos^2 \theta = 1$$

Luego, sustituyendo en la ecuación (8.5), se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{\cos^2 \theta - \alpha F^2} = \frac{-S_f}{1 - \alpha F^2} = \frac{-\left(\frac{Q}{K} \right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{-\left(\frac{Q}{K}\right)^2}{1-\left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2}}$$

Ecuación diferencial para el F.G.V.
en canales de pendiente nula

(8.21)

8.2.4.3 Ecuación diferencial para canales con pendiente desfavorable ($S_0 > 0$): Canales tipo A

En este caso $\frac{dz}{dx} = + S_0$, que, reemplazado en la ecuación general (8.4), produce lo siguiente:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-S_f - (+S_0)}{\cos^2 \theta - \alpha F^2} = -\frac{S_0 + S_f}{\cos^2 \theta - \alpha F^2}$$

Como se dedujo arriba, $S_f = \left(\frac{Q}{K}\right)^2$; luego la ecuación inmediatamente anterior queda de la siguiente manera:

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = -\frac{\left[S_0 + \left(\frac{Q}{K}\right)^2\right]}{\cos^2 \theta - \alpha F^2}}$$

Ecuación diferencial I para F.G.V
en canales de pendiente adversa

(8.22)

8.2.5 Análisis de puntos singulares

El análisis de puntos singulares se hará con base en la ecuación diferencial para canales con pendiente favorable: ecuación (8.20)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2} \right)$$
(8.20)

Caso i) $y \rightarrow y_n$

$$\text{Si } y \rightarrow y_n, A \rightarrow A_n, T \rightarrow T_n, R_H \rightarrow R_{H_n}, K \rightarrow K_n \Rightarrow \left(\frac{K_n}{K}\right) \rightarrow 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2\right] \rightarrow 0$$

Luego,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{0}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2} \right) = 0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} \rightarrow 0 \quad (8.23)$$

En consecuencia, cuando $y \rightarrow y_n$, $\frac{dy}{dx} \rightarrow 0$, lo cual significa que y se vuelve constante y el flujo tiende a ser uniforme.

Conclusión: cuando, en un perfil de flujo, la profundidad tiende o se aproxima a la profundidad normal, el flujo también tiende asintóticamente al flujo uniforme.

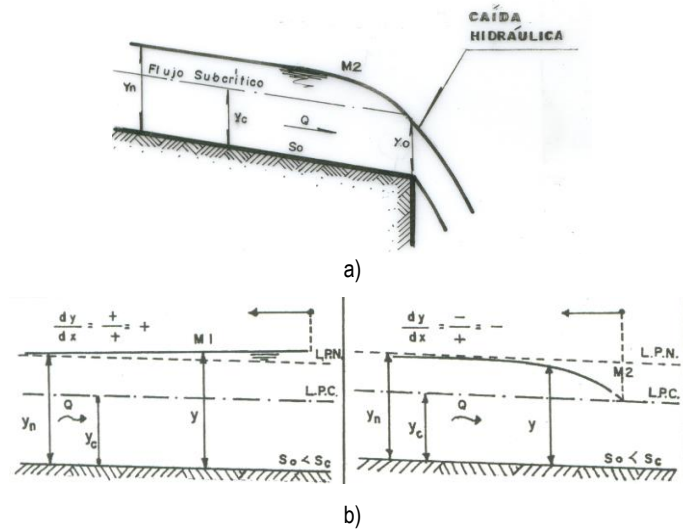


FIGURA 8.2 Singularidades debidas al caso en que $y \rightarrow y_n$

Caso ii) $y \rightarrow y_c$:

$$\text{Si } y \rightarrow y_c, A \rightarrow A_c, T \rightarrow T_c, Z \rightarrow Z_c \Rightarrow \frac{Z_c}{Z} \rightarrow 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] \rightarrow 0$$

Por lo tanto,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2}{0} \right) = \infty$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \pm \infty$$

Además, en flujo subcrítico $y > y_c$, es decir,

$$\text{si } y \rightarrow y_c^+ \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\infty \quad (8.24)$$

Lo anterior, matemáticamente, significa que el perfil tiende a cortar perpendicularmente el fondo del canal.

Realmente, lo que ocurre es una caída hidráulica, como se muestra en las Figuras 8.2a. y 8.3a.

De igual forma, en flujo supercrítico, $y < y_c$, es decir,

$$\text{si } y \rightarrow y_c^- \Rightarrow \frac{dy}{dx} = +\infty \quad (8.25)$$

Lo anterior, matemáticamente, significa que el perfil tiende a cortar perpendicularmente la línea de profundidades críticas, L.P.C.

Y lo que realmente sucede es un resalto hidráulico, como se muestra en las Figuras 8.3b y 8.6.

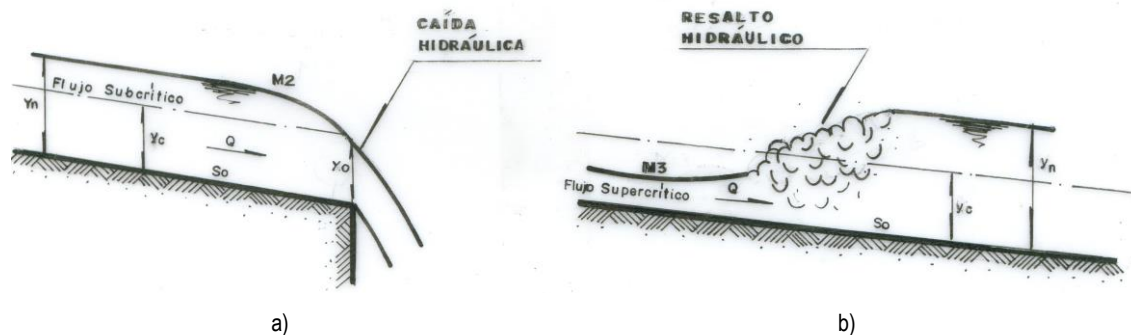
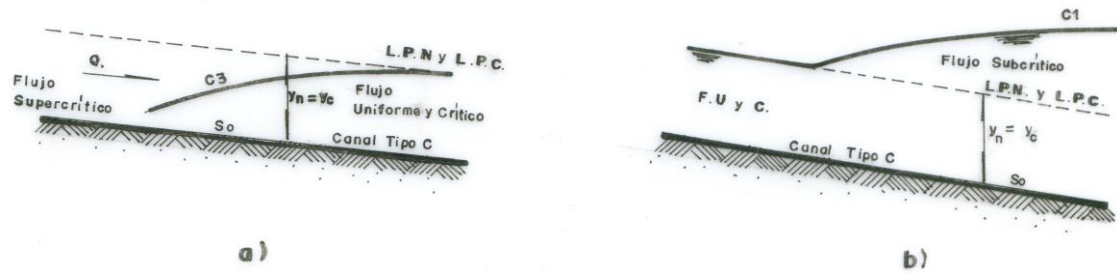


FIGURA 8.3. Singularidades debidas al caso en que $y \rightarrow y_c$

Caso iii) $y \rightarrow y_n = y_c$: Este caso es similar al caso i), y ocurre en canales tipo C ($S_0 = S_{0c}$), resultando un flujo uniforme y crítico, como se muestra en la Figura 8.4.

FIGURA 8.4. Singularidades debidas al caso en que $y \rightarrow y_n = y_c$

Caso iv) $y \rightarrow 0$: Este caso se refiere a flujos gradualmente variados con profundidades muy pequeñas, como, por ejemplo, a la salida de una compuerta.

$$\text{Si } y \rightarrow 0, A \rightarrow 0, R_H \rightarrow 0, K \rightarrow 0, \frac{K_n}{K} = \frac{K_n}{0} \rightarrow \infty \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \right] = 1 - \infty = -\infty$$

Además,

$$\text{Si } y \rightarrow 0, Z \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{Z_c}{Z} = \frac{Z_c}{0} = \infty \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] = 1 - \infty = -\infty$$

En consecuencia,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{-\infty}{-\infty} \right) = \infty$$

Físicamente el resultado de dy/dx depende de la forma geométrica y del tipo del canal. Por ejemplo, para el caso de un canal rectangular muy ancho ($B \gg y$; $R_H \cong y$), según que se emplee la ecuación de Bresse – Manning o la de Bresse – Chézy, $\frac{dy}{dx}$ tendrá un resultado diferente.

En efecto, empleando la ecuación de Manning en flujo uniforme y flujo gradualmente variado, respectivamente, se tiene:

$$Q = \frac{\phi}{n} A_n R_{H_n}^{2/3} S_0^{1/2} = K_n S_0^{1/2} \quad (8.26)$$

$$Q = \frac{\phi}{n} A R_H^{2/3} S_f^{1/2} = K S_f^{1/2} \quad (8.27)$$

Reemplazando K_n y K en la ecuación (8.20):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2} \right) \quad (8.20)$$

Resulta

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{y_n}{y} \right)^{10/3}}{1 - \left(\frac{y_c}{y} \right)^3} \right) \quad \text{Ecuación Breese-Manning para F.G.V., en canales rectangulares muy anchos} \quad (8.28)$$

La ecuación anterior se puede transformar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{y_n}{y} \right)^{10/3}}{1 - \left(\frac{y_c}{y} \right)^3} \right) = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{\frac{y^{10/3} - y_n^{10/3}}{y^{10/3}}}{\frac{y^3 - y_c^3}{y^3}} \right) = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{y^3 (y^{10/3} - y_n^{10/3})}{y^{10/3} (y^3 - y_c^3)} \right) \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1}{y^{1/3}} \right) \left(\frac{y^{10/3} - y_n^{10/3}}{y^3 - y_c^3} \right) \end{aligned}$$

Ahora, continuando con el caso iv),

$$\text{si } y \rightarrow 0 \quad \frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1}{0} \right) \left(\frac{-y_n^{10/3}}{-y_c^3} \right) = \infty \quad (8.29)$$

Análogamente, empleando la ecuación de Chèzy para los flujos uniforme y gradualmente variado, respectivamente, se tiene:

$$Q = CA_n R_{H_n}^{1/2} S_0^{1/2} = K_n S_0^{1/2} \quad (8.30)$$

$$Q = CA R_H^{1/2} S_f^{1/2} = K S_f^{1/2} \quad (8.31)$$

Despejando K_n y K , y reemplazándolos en la ecuación (8.20) se llega a la siguiente ecuación

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{y_n}{y} \right)^3}{1 - \left(\frac{y_c}{y} \right)^3} \right) \quad \text{Ecuación Breese-Chèzy para F.G.V., en canales rectangulares muy anchos} \quad (8.32)$$

La ecuación (8.32) puede transformarse de la siguiente manera:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{y_n}{y}\right)^3}{1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^3} \right) = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{\frac{y^3 - y_n^3}{y^3}}{\frac{y^3 - y_c^3}{y^3}} \right) = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{y^3 - y_n^3}{y^3 - y_c^3} \right)$$

Y, continuando con el caso iv), se tiene:

$$\text{si } y \rightarrow 0, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{0 - y_n^3}{0 - y_c^3} \right) = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{y_n}{y_c} \right)^3 \quad (\text{Punto de inflexión}) \quad (8.33)$$

Evidentemente, los resultados arrojados por las ecuaciones (8.29) y (8.33) son completamente diferentes. El primero ratifica el resultado encontrado inicialmente, y el segundo coincide bastante bien con lo evidenciado experimentalmente, según lo cual ocurre un cambio de concavidad en el perfil de flujo, cuando $y \rightarrow 0$, es decir, cuando la profundidad del flujo es muy pequeña. Véase las Figuras 8.5 y 8.6.

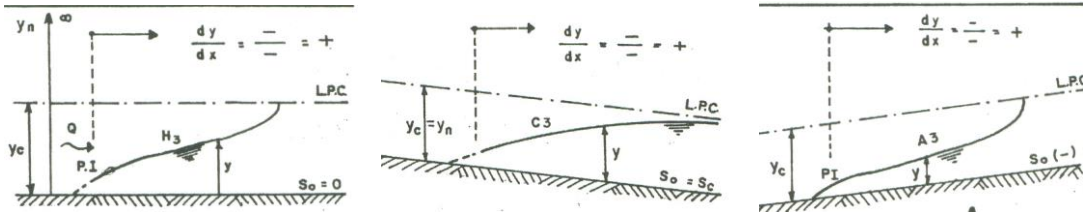


FIGURA 8.5. Singularidades debidas al caso en que $y \rightarrow 0$



FIGURA 8.6. Singularidades debidas al caso en que $y \rightarrow y_c$

Caso v). $y \rightarrow \infty$: Realmente, lo que ocurre es que y toma un valor relativamente muy grande.

$$\text{Si } y \rightarrow \infty, A \rightarrow \infty, R_H \rightarrow \infty, K \rightarrow \infty, \quad \frac{K_n}{K} = \frac{K_n}{\infty} \rightarrow 0 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \right] = 1 - 0 = 1$$

Además, si $y \rightarrow \infty$, $T \rightarrow \infty$, $D \rightarrow \infty$, $Z \rightarrow \infty$, $\frac{Z_c}{Z} = \frac{Z_c}{\infty} \rightarrow 0 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] = 1 - 0 = 1$

En consecuencia, de la ecuación (8.20), se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1}{1} \right) = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \quad (8.34)$$

Conclusión: cuando, en un perfil de F.G.V., la profundidad del flujo toma un valor supremamente grande, como a la entrada de un depósito, lago o embalse, la pendiente del perfil de flujo toma el valor:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta}$$

y, si $0^\circ \leq \theta \leq 6^\circ$, $\cos^2 \theta \cong 1$; luego:

$$\frac{dy}{dx} = S_0$$

Esto último significa que la pendiente de la superficie de agua toma el valor de la pendiente del fondo del canal, con signo contrario. Ver Figura 8.7.

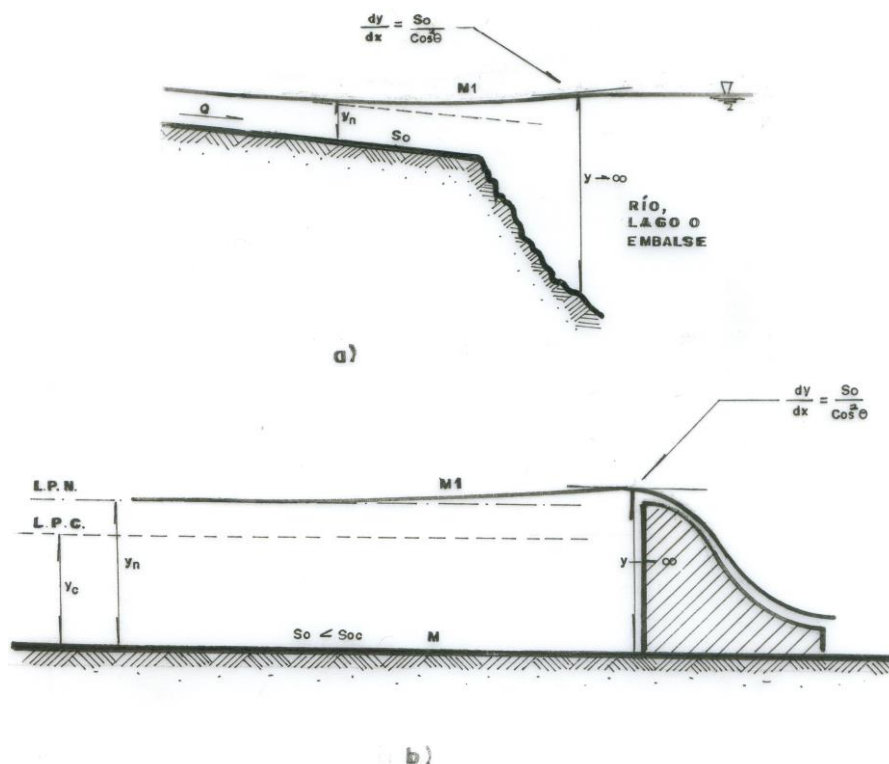


FIGURA 8.7. Singularidades debidas al caso en que $y \rightarrow \infty$

8.2.6 Clasificación de los canales, según su pendiente longitudinal. Definiendo el concepto de pendiente crítica, S_{0c} , como la pendiente longitudinal de un canal que impone el establecimiento de un flujo uniforme y crítico, simultáneamente, es posible clasificar los canales abiertos según la magnitud de su pendiente longitudinal, comparada con el valor de S_{0c} .

Se dice que un canal tiene pendiente crítica cuando su pendiente longitudinal $S_0 = S_{0c}$; a este canal se le conoce con el nombre de canal **Tipo C** (del inglés *critic*). Véase la Figura 8.8b.

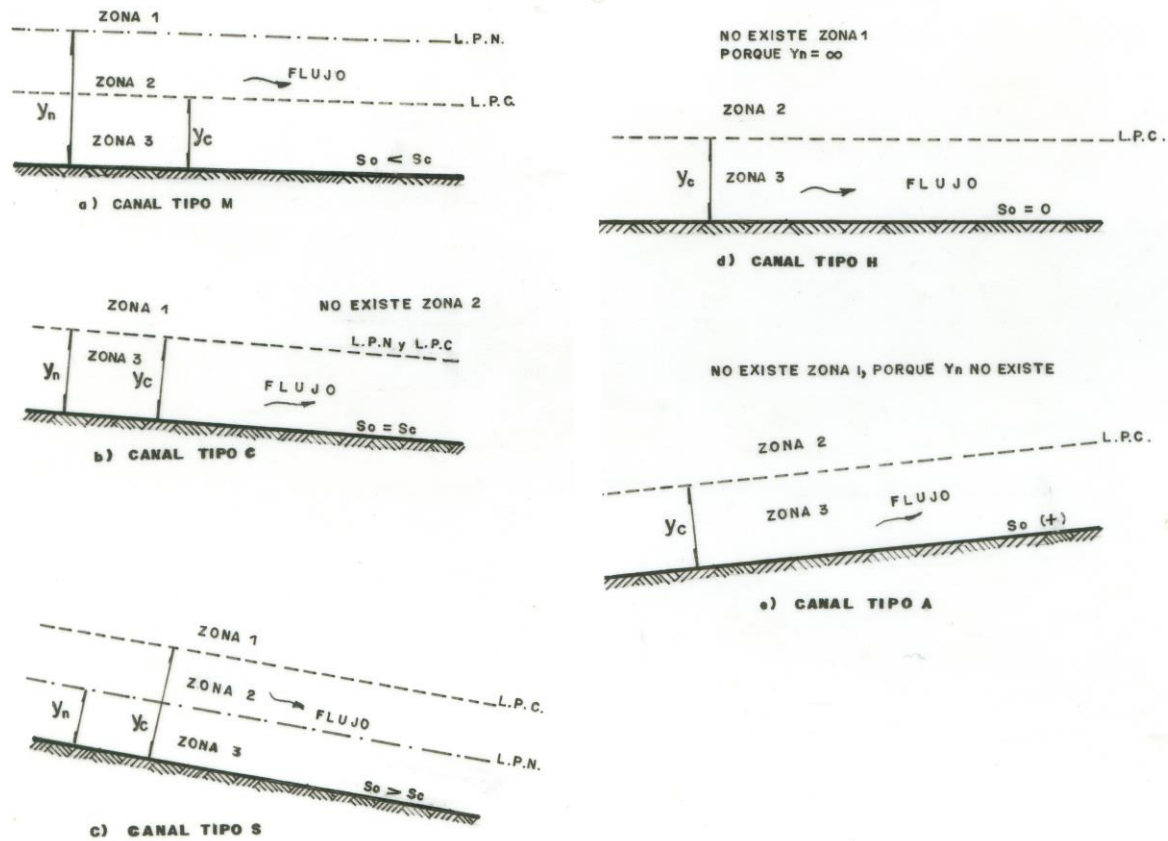


FIGURA 8.8. Tipos de canales según su pendiente longitudinal, y definición de zonas para el flujo gradualmente variado.

La pendiente crítica, S_{0c} , se puede calcular fácilmente a partir de la ecuación de Manning, (7.27), así:

$$S_{0c} = \left(\frac{nQ}{\phi A_c R_{Hc}^{2/3}} \right)^2 \quad (8.35)$$

donde A_c y R_{Hc} son, respectivamente, el área mojada crítica y el radio hidráulico crítico, calculados en función de la profundidad crítica, y_c , para un caudal dado, Q .

Un canal **Tipo H** (horizontal) es aquel cuyo fondo es horizontal, es decir, su pendiente longitudinal es igual a cero ($S_0 = 0$). Ver la Figura 8.8d.

Se dice que un canal es **Tipo M** (del inglés *mild* = suave o moderada) si su pendiente longitudinal es menor que la pendiente crítica ($S_0 < S_{0c}$). Véase la Figura 8.8a.

Si la pendiente longitudinal del canal es mayor que la pendiente crítica, ($S_0 > S_{0c}$), el canal es llamado **Tipo S** (del inglés *steep* = empinada, pronunciada o fuerte). Véase la Figura 8.5c.

Por último, a los canales con pendiente longitudinal positiva, esto es, cuyo fondo se eleva en el sentido de la corriente, se les llama **Tipo A** (del inglés *adverse* = adversa). Ver la Figura 8.8e.

8.2.7 Zonas para el establecimiento del flujo gradualmente variado en un canal. Para un caudal dado y unas características geométricas del canal establecidas, siempre es posible calcular la profundidad crítica, y_c , y, exceptuando los canales tipos H y A, en los cuales el flujo uniforme no puede establecerse, también es posible el cálculo de la profundidad normal, y_n . Véanse los numerales 3.2.4 y 7.3.4, y los programas correspondientes, en el Anexo A2.

Dibujadas las líneas de profundidad crítica, L.P.C., y de profundidad normal, L.P.N., paralelas al fondo del canal, y separadas de éste las distancias y_c y y_n , respectivamente, se definen las tres zonas siguientes: (Véase la Figura 8.8).

Zona 1 : es el espacio que está por encima de la línea superior

Zona 2 : es el espacio comprendido entre las líneas L.P.C. y L.P.N.

Zona 3 : es el espacio comprendido entre la línea inferior y el fondo del canal.

8.2.8 Tipos de perfiles hidráulicos en F.G.V. Los perfiles de flujo gradualmente variado se identifican con una letra, seguida de un número. La primera responde al tipo de canal, y el número indica la zona del canal (zona 1, 2 ó 3) en que se desarrolla el perfil. Véanse las Figuras 8.9.y 8.10

Por ejemplo, M3 es el nombre que identifica al perfil de F.G.V. desarrollado en la zona 3 de un canal Tipo M, o de pendiente moderada, y H2 es la etiqueta correspondiente a un perfil hidráulico desarrollado en la zona 2, de un canal horizontal o Tipo H.

Una mejor y más completa ilustración de los posibles perfiles hidráulicos se presenta en las Figuras 8.9 y 8.10.

Obsérvese en la Figura 8.9 que, en un canal horizontal, la profundidad normal tiende a infinito, es decir, es indeterminada. También, se indica en la misma figura, con una flecha dirigida hacia aguas arriba o hacia aguas abajo, la manera de realizar el cálculo de un perfil de flujo determinado.

En la misma figura, y para cada perfil de flujo, se plantea el álgebra de signos correspondiente a la variación dy/dx .

En la Figura 8.10 se presentan ejemplos correspondientes a cada uno de los posibles perfiles de flujo gradualmente variado, que comúnmente ocurren en los canales abiertos. También, en esta figura se plantean las desigualdades entre y , y_c y y_n , los signos (+) o (-) de la variación dy/dx , la variación de la profundidad en el sentido de la corriente, el nombre simbólico de los perfiles de flujo, el tipo de flujo y la representación gráfica del correspondiente caso ejemplar.

8.2.9 Análisis de los perfiles de F.G.V.

8.2.9.1 Perfiles tipo M

Los perfiles de F.G.V. en canales tipo M se analizarán con la ecuación diferencial de F.G.V., para canales de pendiente favorable, la cual es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2} \right) \quad (8.20)$$

8.2.9.1.1 Perfil M1

El flujo es subcrítico; además $y_c < y_n < y$

$$\text{Por ser } y_c < y, \quad A_c < A, \quad D_c < D, \quad T_c < T, \quad Z_c < Z, \Rightarrow \frac{Z_c}{Z} < 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] > 0$$

$$\text{Por ser } y_n < y, \quad A_n < A, \quad P_n < P, \quad R_{Hn} < R_H, \quad K_n < K, \Rightarrow \frac{K_n}{K} < 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \right] > 0$$

El álgebra de signos aplicado a la ecuación (8.20) produce:

$$\therefore \frac{dy}{dx} = (+) \frac{(+)}{(+)} = (+)$$

O, lo que es lo mismo, $\frac{dy}{dx} > 0$

Luego, el perfil de flujo se eleva en el sentido de la corriente, es decir, y crece.

Para conocer la forma y concavidad del perfil de flujo, se deben responder a las dos preguntas siguientes:

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y, aguas arriba?

$$\text{Respuesta: } y \rightarrow y_n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

Luego, hacia aguas arriba, la pendiente del perfil de flujo tiende a cero, y el flujo tiende asintóticamente al flujo uniforme.

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta}$

Luego, hacia aguas abajo, la pendiente del perfil hidráulico toma un valor finito y positivo.

Las dos respuestas anteriores demuestran que el perfil de flujo no puede tener concavidad hacia abajo, ni ser una línea recta, sino de concavidad hacia arriba. Véanse las Figuras 8.7 y 8.9. A este perfil, por su forma y por su suave variación de la profundidad, se le conoce con el nombre de Curva de Remanso, y, en inglés, *backwater*.

8.2.9.1.2 Perfil M2

El flujo es subcrítico. Además, $y_c < y < y_n$

$$\text{Por ser } y_c < y, \quad A_c < A, \quad T_c < T, \quad D_c < D, \quad Z_c < Z, \Rightarrow \frac{Z_c}{Z} < 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] > 0$$

$$\text{Por otra parte } y_n > y, \quad A_n > A, \quad P_n > P, \quad R_{Hn} > R_H, \quad K_n > K, \Rightarrow \frac{K_n}{K} > 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \right] < 0$$

$$\text{En consecuencia, } \frac{dy}{dx} = (+) \frac{(-)}{(+)} = (-)$$

$$\text{O, lo que es lo mismo, } \frac{dy}{dx} < 0$$

El perfil de flujo se abate, es decir, la profundidad, y , disminuye en el sentido de la corriente.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

Respuesta: $y \rightarrow y_n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$ El flujo tiende a ser uniforme

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\infty$

Se produce una caída hidráulica. Véanse las Figuras 8.3.a y 8.9.

8.2.9.1.3 Perfil M3

El flujo es supercrítico. Además, $y < y_c < y_n$

Por ser $y_c > y$, $A_c > A$, $T_c > T$, $D_c > D$, $Z_c > Z$, $\Rightarrow \frac{Z_c}{Z} > 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] < 0$

Por otra parte, $y_n > y$, $A_n > A$, $P_n > P$, $R_{Hn} > R_H$, $K_n > K$, $\Rightarrow \frac{K_n}{K} > 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \right] < 0$

Luego, $\frac{dy}{dx} = (+) \frac{(-)}{(-)} = (+)$

O, lo que es igual, $\frac{dy}{dx} > 0$

El perfil del flujo se eleva en el sentido de la corriente, es decir, la profundidad aumenta corriente abajo.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

Respuesta: $y \rightarrow 0$, según la ecuación Bresse - Chèzy, $\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{y_n}{y_c} \right)^3$

Es decir, se presenta un punto de inflexión, P. de I.

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = +\infty$. Entonces, realmente ocurre un Resalto Hidráulico como el que se muestra en las Figuras 8.3b y 8.9.

8.2.9.2 Perfiles tipo C

Los perfiles de F.G.V. en canales tipo C, al igual que los del canal tipo M, se analizarán con la ecuación diferencial de F.G.V. en canales de pendiente favorable, la cual es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2} \right) \quad (8.20)$$

8.2.9.2.1 Perfil C1

El flujo es crítico. Además, $y > y_c = y_n$

$$\text{Por ser } y_c < y, \quad A_c < A, \quad T_c < T, \quad D_c < D, \quad Z_c < Z, \Rightarrow \frac{Z_c}{Z} < 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] > 0$$

$$\text{Además, } y_n < y, \quad A_n < A, \quad P_n < P, \quad R_{Hn} < R_H, \quad K_n < K, \Rightarrow \frac{K_n}{K} < 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \right] > 0$$

$$\text{Luego,} \quad \frac{dy}{dx} = (+) \frac{(+) }{(+)} = (+)$$

$$\text{Es decir, } \frac{dy}{dx} > 0$$

El perfil del flujo se eleva corriente abajo, es decir, la profundidad crece en el sentido de la corriente.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad y , aguas arriba?

$$\text{Respuesta: } y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\infty$$

Realmente, debido a esta singularidad, el perfil C1 sigue al flujo uniforme de aguas arriba. Véanse las Figuras 8.4b y 8.9.

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad y , aguas abajo?

$$\text{Respuesta: Este caso es similar a lo que ocurre con el perfil M1: } y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta}$$

Ver Figura 8.9.

8.2.9.2.2 Perfil C2

Este perfil estaría ubicado en la zona 2, pero esta zona es, más bien, una línea recta que coincide con las líneas L.P.C. y L.P.N. Por lo tanto, el perfil de flujo C2 no es gradualmente variado, sino, un flujo uniforme y crítico, a la vez. Véase la Figura 8.9.

8.2.9.2.3 Perfil C3

El flujo es supercrítico. Además, $y < y_c = y_n$

$$\text{Por ser } y_c > y, \quad A_c > A, \quad T_c > T, \quad D_c > D, \quad Z_c > Z, \Rightarrow \frac{Z_c}{Z} > 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] < 0$$

Por otra parte, $y_n > y$, $A_n > A$, $P_n > P$, $R_{Hn} > R_H$, $K_n > K$, $\Rightarrow \frac{K_n}{K} > 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2\right] < 0$

Luego, $\frac{dy}{dx} = (+) \frac{(-)}{(-)} = (+)$

O, lo que es lo mismo, $\frac{dy}{dx} > 0$

En efecto, el perfil de flujo se eleva, es decir, la profundidad del flujo aumenta hacia aguas abajo.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

Respuesta: $y \rightarrow 0$, y , según la ecuación Bresse - Chézy, $\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{y_n}{y_c}\right)^3$

O sea que se presenta un punto de inflexión, P. de I. y un cambio de concavidad asociado.

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = +\infty$

El perfil de flujo C3 podría ir seguido de un Resalto Hidráulico, si las condiciones de aguas abajo son de flujo subcrítico. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

8.2.9.3 Perfiles tipo S

Los perfiles de F.G.V. en canales tipo S, al igual que los perfiles M y C, se analizarán con la ecuación diferencial de F.G.V., en canales de pendiente favorable, la cual expresa lo siguiente:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2} \right) \quad (8.20)$$

8.2.9.3.1 Perfil S1

El flujo es subcrítico. Además, $y_n < y_c < y$

Por ser $y_c < y$, $D_c < D$, $A_c < A$, $T_c < T$, $Z_c < Z$, $\Rightarrow \frac{Z_c}{Z} < 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2\right] > 0$

De otro lado, $y_n < y$, $A_n < A$, $P_n < P$, $R_{Hn} < R_H$, $K_n < K$, $\Rightarrow \frac{K_n}{K} < 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \right] > 0$

En consecuencia, $\frac{dy}{dx} = (+) \frac{(+)}{(+)} = (+)$

O, lo que es lo mismo, $\frac{dy}{dx} > 0$

Por lo anterior, se concluye que el perfil de flujo se eleva y la profundidad aumenta en el sentido de la corriente. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

Respuesta: $y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\infty$

En realidad, el perfil S1 es la continuación de un Resalto Hidráulico que ocurre aguas arriba.

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta}$

El perfil finaliza con una profundidad grande y con una pendiente finita, tal como lo es la descarga de un canal a un embalse o el rebose de un vertedero. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

8.2.9.3.2 Perfil S2

El flujo es supercrítico. Además, $y_n < y < y_c$

Por ser $y_c > y$, $A_c > A$, $T_c > T$, $D_c > D$, $Z_c > Z$, $\Rightarrow \frac{Z_c}{Z} > 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] < 0$

De otro lado, $y_n < y$, $A_n < A$, $P_n < P$, $R_{Hn} < R_H$, $K_n < K$, $\Rightarrow \frac{K_n}{K} < 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \right] > 0$

Luego, $\frac{dy}{dx} = (+) \frac{(+)}{(-)} = (-)$

O, lo que es lo mismo, $\frac{dy}{dx} < 0$

En consecuencia, el perfil de flujo se abate en el sentido de la corriente, es decir, la profundidad disminuye corriente abajo.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

Respuesta: $y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = +\infty$.

Teóricamente, lo anterior significa que, aguas arriba, el perfil corta perpendicularmente a la línea de profundidades críticas, L.P.C. Realmente, esta singularidad representa el cambio de concavidad debido al paso de un perfil de flujo subcrítico a un perfil supercrítico S2, ocasionado por un cambio de pendiente suave a pendiente fuerte. Ver Figura 8.10.

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow y_n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

El flujo se uniformiza en la sección en la cual $y = y_n$.

La concavidad del perfil de flujo S2 es hacia arriba. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

8.2.9.3.3 Perfil S3

Este flujo se presenta en régimen supercrítico. Además, $y < y_n < y_c$

Por ser $y_c > y$, $A_c > A$, $T_c > T$, $D_c > D$, $Z_c > Z$, $\Rightarrow \frac{Z_c}{Z} > 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2\right] < 0$

Por otra parte, $y_n > y$, $A_n > A$, $P_n > P$, $R_{Hn} > R_H$, $K_n > K$, $\Rightarrow \frac{K_n}{K} > 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2\right] < 0$

Luego, $\frac{dy}{dx} = (+) \frac{(-)}{(-)} = (+)$

Es decir, $\frac{dy}{dx} > 0$. El perfil de flujo se eleva, es decir, la profundidad aumenta en el sentido de la corriente.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

Respuesta: $y \rightarrow 0$, y , según la ecuación Bresse-Chèzy, $\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{y_n}{y_c}\right)^3$

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow y_n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$. El perfil de flujo se uniformiza.

En consecuencia, el perfil de flujo presenta concavidad hacia abajo, y se uniformiza a partir de la sección en la cual $y = y_n$. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

8.2.9.4 Perfiles tipo H

Los perfiles de F.G.V. en canales tipo H se analizarán con la ecuación diferencial de F.G.V. para canales de fondo horizontal, la cual es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\left(\frac{Q}{K}\right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2} \quad (8.21)$$

8.2.9.4.1 Perfil H1

Este perfil estaría ubicado en la zona 1, pero ésta no existe, dado que, $y_n \rightarrow \infty$, o sea, es indeterminada y, por lo tanto, no existe. Véase la Figura 8.9.

8.2.9.4.2 Perfil H2

El flujo es subcrítico y, además, $y_c < y$

Por ser $y_c < y$, $A_c < A$, $T_c < T$, $D_c < D$, $Z_c < Z$, $\Rightarrow \frac{Z_c}{Z} < 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2\right] > 0$

Además, $\left(\frac{Q}{K}\right)^2 > 0$, para cualquier valor de y .

Resultando: $\frac{dy}{dx} = \frac{- (+)}{(+)} = (-)$

O, lo que es lo mismo, $\frac{dy}{dx} < 0$

En consecuencia, el perfil de flujo se abate en el sentido de la corriente, es decir, la profundidad del flujo decrece.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

$$\text{Respuesta: } y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} = \frac{0}{1} = 0$$

Dado que los canales H son horizontales,

$$\theta = 0, \cos^2 \theta = 1 \text{ y } S_0 = 0; \text{ entonces, } \frac{dy}{dx} = 0$$

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

$$\text{Respuesta: } y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\infty.$$

Se presenta una caída hidráulica. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

Además, la concavidad del perfil H2 es hacia abajo, similar a la de los perfiles M2 y S2. Ver Figura 8.9.

8.2.9.4.3 Perfil H3

Este perfil se da en régimen supercrítico. Además, $y < y_c$

$$\text{Por ser } y_c > y, \quad A_c > A, \quad T_c > T, \quad D_c > D, \quad Z_c > Z, \Rightarrow \frac{Z_c}{Z} > 1 \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] < 0$$

$$\text{Además, } \left(\frac{Q}{K} \right)^2 > 0$$

$$\text{Luego, } \frac{dy}{dx} = \frac{-(+)}{(-)} = (+) \quad \text{o, lo que es lo mismo, } \frac{dy}{dx} > 0$$

En consecuencia, el perfil de flujo H3 se eleva conforme avanza la corriente, y la profundidad crece en ese sentido.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

Respuesta:

$$y \rightarrow 0, y, \text{ según la ecuación Bresse - Chézy, } \frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{\cos^2 \theta} \left(\frac{y_n}{y_c} \right)^3 = \frac{0}{1} \left(\frac{\infty}{y_c} \right)^3 = 0$$

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = +\infty$.

El perfil de flujo es sucedido por un Resalto Hidráulico, aguas abajo. Su concavidad es hacia arriba, como se puede ver en las Figuras 8.9 y 8.10.

8.2.9.5 Perfiles tipo A

Los perfiles de F.G.V. en canales tipo A se analizarán con la ecuación diferencial de F.G.V. para canales de pendiente desfavorable o adversa, la cual es:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{\left[S_0 + \left(\frac{Q}{K} \right)^2 \right]}{\cos^2 \theta - \alpha F^2} \quad (8.22)$$

8.2.9.5.1 Perfil A1

Este perfil tampoco existe. La razón es que, por ser indeterminada la profundidad normal, y_n , la zona 1 no puede existir. Véase la Figura 8.9.

8.2.9.5.2 Perfil A2

Este perfil se encuentra en la zona 2, en donde $y > y_c$, por lo cual el régimen es subcrítico.

En la ecuación (8.22), $S_0 > 0$, $\left(\frac{Q}{K} \right)^2 > 0$; luego, $\left[S_0 + \left(\frac{Q}{K} \right)^2 \right] > 0$

Por otra parte, por tratarse de un flujo subcrítico, $(\cos^2 \theta - \alpha F^2) > 0$.

Luego, el álgebra de signos conduce a lo siguiente:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{+}{+} = (-)$$

O, lo que es lo mismo, $\frac{dy}{dx} < 0$. En consecuencia, el perfil de flujo A2 se deprime o abate. En otras palabras, la profundidad del flujo disminuye en el sentido de la corriente. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

Respuesta: $y \rightarrow \infty, K \rightarrow \infty, \left(\frac{Q}{K}\right)^2 \rightarrow 0$; luego, $\left[S_0 + \left(\frac{Q}{K}\right)^2\right] \rightarrow S_0 > 0$

Así mismo, si $y \rightarrow \infty, A \rightarrow \infty, T \rightarrow \infty, A^3 T \rightarrow \infty$ y $\alpha F^2 = \frac{\alpha Q^2}{g A^3 T} \rightarrow 0$

Finalmente, de acuerdo con la ecuación (8.22), resulta:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{S_0}{\cos^2 \theta}$$

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\infty$.

El perfil de flujo A2 finaliza con una caída hidráulica. La concavidad del perfil es hacia abajo. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

8.2.9.5.3 Perfil A3

Este perfil está ubicado en la zona 3, en donde $y < y_c$ y el flujo es supercrítico. Ver Figura 8.9.

Análogamente, en la ecuación (8.22), $S_0 > 0, \left(\frac{Q}{K}\right)^2 > 0$; luego, $\left[S_0 + \left(\frac{Q}{K}\right)^2\right] > 0$

Además, por tratarse de un flujo supercrítico, $(\cos^2 \theta - \alpha F^2) < 0$.

El álgebra de signos, aplicado a la ecuación (8.22), produce lo siguiente:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{+}{-} = (+)$$

O, lo que es lo mismo, $\frac{dy}{dx} > 0$

Luego, el perfil de flujo A3 se eleva en el sentido de la corriente; por lo tanto, la profundidad crece hacia aguas abajo.

i) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas arriba?

Respuesta: $y \rightarrow 0, K \rightarrow 0, \left(\frac{Q}{K}\right)^2 \rightarrow \infty$; luego, $\left[S_0 + \left(\frac{Q}{K}\right)^2\right] \rightarrow \infty$

Así mismo, si $y \rightarrow 0, A \rightarrow 0, T \rightarrow 0, A^3 T \rightarrow 0, \alpha F^2 = \frac{\alpha Q^2}{g A^3 T} \rightarrow \infty$ y $(\cos^2 \theta - \alpha F^2) \rightarrow -\infty$

Finalmente, de acuerdo con la ecuación (8.22), resulta:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\infty}{-\infty} = \frac{\infty}{\infty} = \infty$$

En realidad, $\frac{dy}{dx}$ toma un valor relativamente grande (del orden de $n \times 10^2$; donde $0.1 < n < 1$, en canales de sección rectangular).

Lo anterior significa que se presenta un punto de inflexión, cerca del fondo del canal, asociado a un cambio de concavidad del perfil de flujo. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

ii) ¿Hacia qué valor tiende la profundidad, y , aguas abajo?

Respuesta: $y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = +\infty$.

Por lo anterior, el perfil A3 presenta una concavidad hacia arriba y es seguido de un Resalto Hidráulico. Véanse las Figuras 8.9 y 8.10.

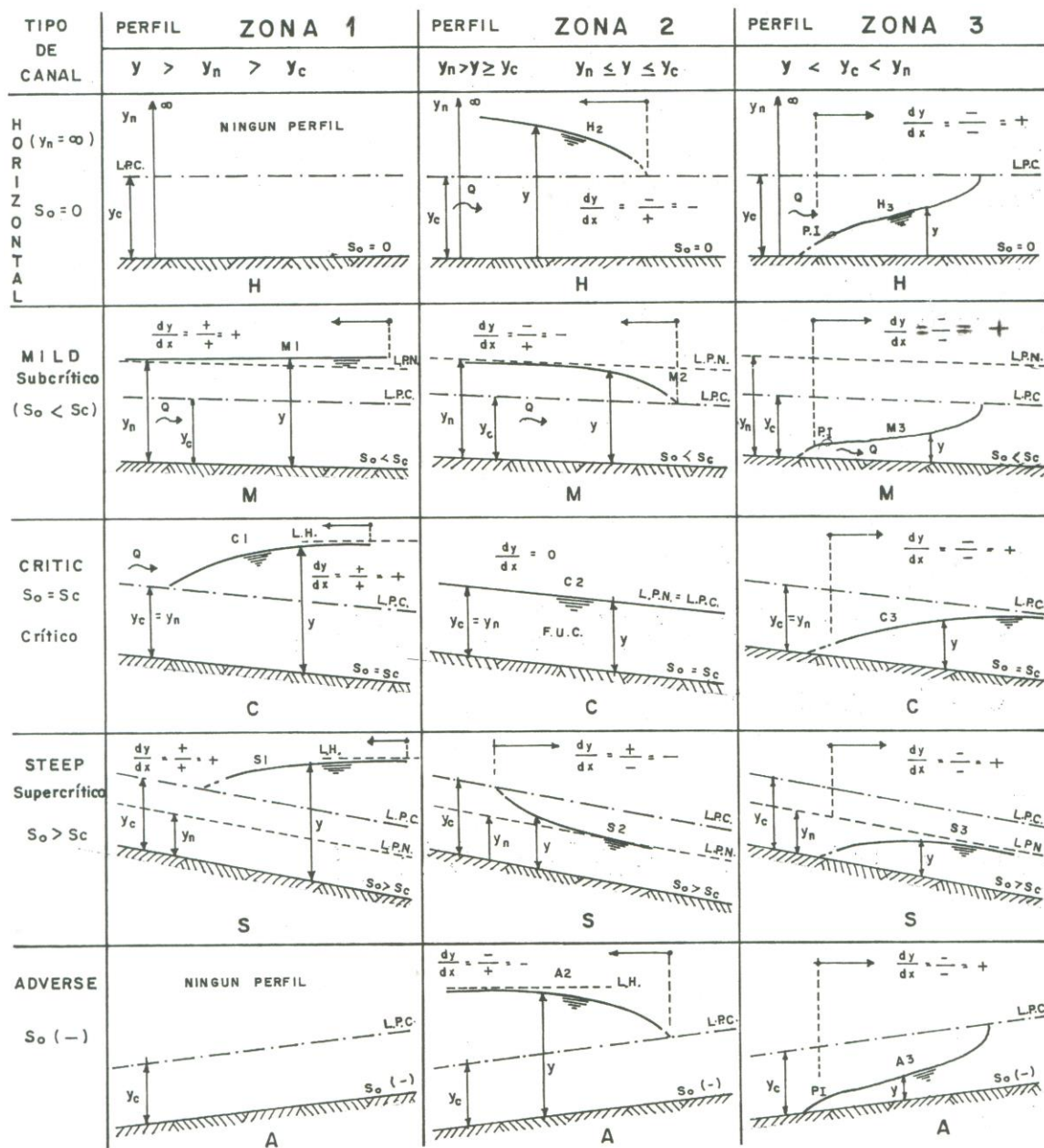


FIGURA 8.9. Perfiles de flujo gradualmente variado en canales prismáticos. Tomado de Ref. [8]

FLUJO EN CANALES ABIERTOS

Pendiente del canal	Relaciones de profundidad	$(\frac{dy}{dx})$	Profundidad en el sentido de la corriente	Símbolo	Tipo de flujo	Forma del perfil
Suave $0 < S_0 < S_c$	$y > y_n > y_c$	+	Aumenta	M ₁	Subcrítico	
	$y_n > y > y_c$	-	Disminuye	M ₂	Subcrítico	
	$y_n > y_c > y$	+	Aumenta	M ₃	Supercrítico	
Horizontal $S_0 = 0$ $y_n = \infty$	$y > y_c$	-	Disminuye	H ₂	Subcrítico	
	$y_c > y$	+	Aumenta	H ₃	Supercrítico	
Crítica $S_0 = S_c$ $y_n = y_c$	$y > y_c = y_n$	+	Aumenta	C ₁	Subcrítico	
	$y = y_c = y_n$	0	Constante	C ₂	Uniforme, crítico	
	$y_c = y_n > y$	+	Aumenta	C ₃	Supercrítico	
Pronunciada $S_0 > S_c < 0$	$y > y_c > y_n$	+	Aumenta	S ₁	Subcrítico	
	$y_c > y > y_n$	-	Disminuye	S ₂	Supercrítico	
	$y_c > y_n > y$	+	Aumenta	S ₃	Supercrítico	
Adversa $S_0 > 0$ $y_n = \infty$	$y > y_c$	-	Disminuye	A ₂	Subcrítico	
	$y_c > y$	+	Aumenta	A ₃	Supercrítico	

FIGURA 8.10. Cuadro resumen y ejemplos gráficos de los posibles perfiles de flujo gradualmente variado en canales prismáticos. Tomado de Ref. [8]

8.2.10 Métodos de cálculo de perfiles de flujo gradualmente variado.

En los métodos de cálculo que se describen a continuación, se precisa conocer las características geométricas del canal, el caudal, y la profundidad del flujo y la abscisa de la sección de partida (1), para calcular, de acuerdo a la técnica del método, la profundidad o la abscisa correspondientes a la sección siguiente (2).

8.2.10.1 El Método del Paso Directo. Este método es aplicable a canales prismáticos.

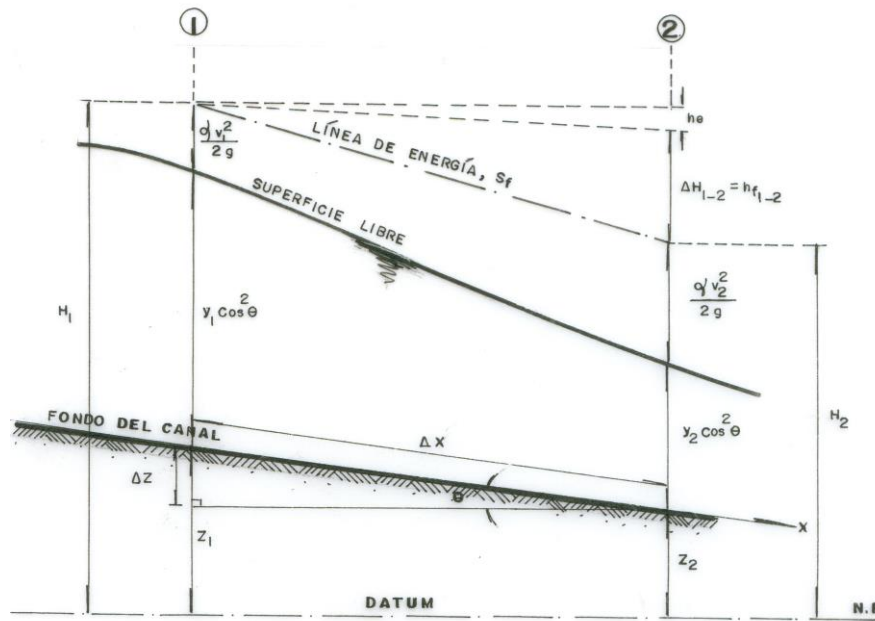


FIGURA 8.11. Esquema ilustrativo del Método del Paso Directo.

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre (1) y (2), se tiene:

$$H_1 - \Delta H_{1-2} = H_2 \quad (8.36)$$

Donde $\Delta H_{1-2} = h_{f1-2}$ representa la pérdida de carga por fricción en el tramo comprendido entre las secciones (1) y (2).

$$z_1 + y_1 \cos^2 \theta + \frac{\alpha v_1^2}{2g} - h_{f1-2} = z_2 + y_2 \cos^2 \theta + \frac{\alpha v_2^2}{2g}$$

$$z_1 - z_2 + y_1 \cos^2 \theta + \frac{\alpha v_1^2}{2g} - h_{f1-2} = y_2 \cos^2 \theta + \frac{\alpha v_2^2}{2g}$$

Haciendo $\Delta z = z_1 - z_2$, y sabiendo que

$$E_1 = y_1 \cos^2 \theta + \frac{\alpha v_1^2}{2g}$$

se tiene:

$$\Delta z + E_1 - h_{f_{1-2}} = E_2$$

$$E_1 - E_2 = h_{f_{1-2}} - \Delta z$$

Además,

$$h_{f_{1-2}} = S_f \Delta x$$

Luego,

$$E_1 - E_2 = S_f \Delta x - \Delta z$$

Por otra parte, de la figura 8.11, es claro que:

$$\text{sen} \theta = \frac{\Delta z}{\Delta x}$$

de donde, $\Delta z = \Delta x \text{ sen} \theta$

Luego, $E_1 - E_2 = S_f \Delta x - \Delta x \text{ sen} \theta$

$$E_1 - E_2 = \Delta x (S_f - \text{sen} \theta)$$

$$\therefore \Delta x = \frac{E_1 - E_2}{S_f - \text{sen} \theta} \quad (8.37)$$

El tramo Δx es la diferencia entre la abscisa de la sección (2) y la correspondiente a la sección (1).

Entonces,

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{E_1 - E_2}{S_f - \text{sen} \theta}$$

$$\text{De donde, } x_2 = x_1 + \frac{E_1 - E_2}{S_f - \text{sen} \theta} \quad (8.38)$$

En las ecuaciones (8.37) y (8.38), S_f quedaría mejor estimada si se calcula como \bar{S}_f , por medio de una de las dos formas siguientes:

1ª Forma:

Calculada \bar{S}_f como un promedio aritmético de las pendientes de la línea de energía, S_{f_1} y S_{f_2} , evaluadas en las secciones (1) y (2), respectivamente:

$$\bar{S}_{f_{1-2}} = \frac{1}{2} (S_{f_1} + S_{f_2}) \quad (8.39)$$

A su vez, S_{f1} y S_{f2} se calculan con la siguiente ecuación ya deducida:

$$S_f = \left(\frac{n Q}{\phi A R_H^{2/3}} \right)^2 \quad (8.10)$$

2ª Forma:

Calculando una profundidad media, \bar{y} , como el promedio aritmético de las profundidades correspondientes a las secciones (1) y (2), así:

$$\bar{y} = \frac{1}{2} (y_1 + y_2) \quad (8.40)$$

y con ésta se calculan los siguientes elementos geométricos: \bar{A} , \bar{P} , $\bar{R}_H = \frac{\bar{A}}{\bar{P}}$

Luego, se calcula \bar{S}_f con la misma ecuación (8.10), así:

$$\bar{S}_f = \left(\frac{nQ}{\phi \bar{A} \bar{R}_H^{2/3}} \right)^2 \quad (8.41)$$

Finalmente, las ecuaciones (8.37) y (8.38) quedan transformadas de la siguiente manera:

$$\Delta x = \frac{E_1 - E_2}{\bar{S}_f - \sin \theta} \quad (8.42)$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x \quad (8.43)$$

$$x_2 = x_1 + \frac{E_1 - E_2}{S_f - \sin \theta} \quad (8.44)$$

Para mayor ilustración del presente método, en el Anexo A4 se pueden ver dos ejemplos de aplicación del mismo.

8.2.10.2 Método del Paso Estándar. Este método se aplica a canales prismáticos y no-prismáticos.

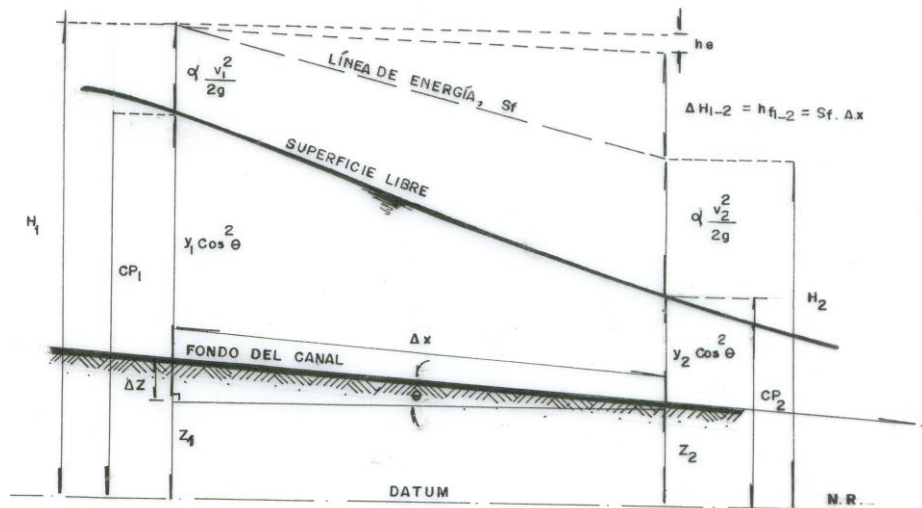


FIGURA 8.12. Esquema ilustrativo del Método del Paso Estándar.

A igual que con el método anterior, se parte de la ecuación de Bernoulli, aplicada entre las secciones (1) y (2):

$$H_1 = H_2 + h_{f1-2} + h_e \quad (8.45)$$

$$z_1 + y_1 \cos^2 \theta + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + y_2 \cos^2 \theta + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_{f1-2} + h_e \quad (8.46)$$

Donde h_e representa las pérdidas de carga localizadas, y se calculan por medio de la siguiente ecuación:

$$h_e = \alpha K \left[\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right] \quad (8.47)$$

Para canales convergentes: $0 \leq K \leq 0.1$

Para canales divergentes: $0 \leq K \leq 0.2$

Para contracciones y expansiones bruscas: $K \cong 0.5$

Para canales prismáticos y regulares: $K \cong 0$

Definiendo la cota o altura piezométrica del flujo como

$$C_p = z + y \cos^2 \theta \quad (8.48)$$

la ecuación (8.46) queda así:

$$C_{p_1} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = C_{p_2} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + h_{f_{1-2}} + h_e \quad (8.49)$$

Además,

$$h_{f_{1-2}} = \bar{S}_{f_{1-2}} \Delta x \quad (8.50)$$

Donde $\bar{S}_{f_{1-2}}$ se calcula por medio de una de las dos formas descritas en el método anterior, y la longitud Δx del tramo se fija previamente.

Conocidas las características del flujo en la sección (1), se puede calcular la energía total en (1), H_1 . Luego, en la sección (2) se supone una profundidad y_2 , y se calculan las demás características del flujo, a fin de obtener los correspondientes valores de H_2 , $h_{f_{1-2}}$ y h_e .

Finalmente, se debe comprobar que, para el valor supuesto de y_2 , se satisface la siguiente igualdad.

$$H_2 + h_{f_{1-2}} + h_e = H_1 \quad (8.51)$$

En caso contrario, se ensayará con un nuevo valor supuesto de y_2 , hasta que se satisfaga la ecuación (8.51).

Para ver el procedimiento de este método, el lector debe remitirse al Anexo A4.

Como se pudo observar, los métodos del Paso Directo y del Paso Estándar sirven para calcular perfiles de F.G.V., sin intervenir directamente sobre la Ecuación Diferencial (8.5) u (8.15). No pasa lo mismo con los métodos numéricos aplicados a la integración de dicha ecuación diferencial, como se puede ver a continuación.

8.2.10.3 Métodos numéricos aplicados a la integración de la ecuación diferencial de F.G.V.

Estos métodos, a diferencia de los dos anteriores, sí se aplican directamente a la solución de la ecuación diferencial (8.5) u (8.15).

$$\text{Dado el P.V.I.: } \frac{dy}{dx} = f(t, y); a \leq t \leq b; \text{ C.I.: } y(t = a) = y(a) = \alpha \quad (8.52)$$

Donde:

P.V.I.: problema del valor inicial.

C.I.: condición inicial

El objetivo es encontrar la función desconocida $y(t)$ que satisface la ecuación diferencial (8.52).

Este problema es similar al de la ecuación diferencial ordinaria, no – lineal y de primer orden que resulta de predecir la variación de la profundidad, y , del flujo gradualmente variado, en la dirección del flujo, es decir, la dirección x , en un canal abierto.

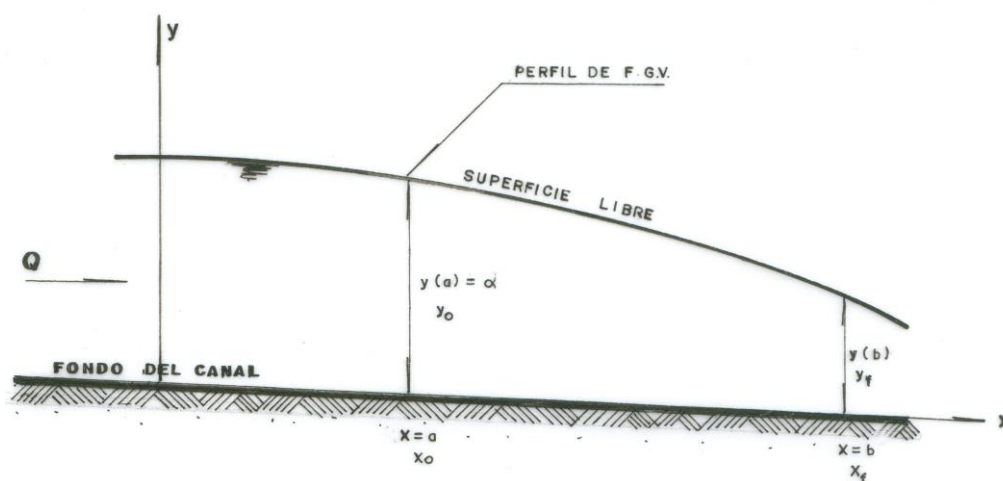


FIGURA 8.13. Esquema ilustrativo de la aplicación de Métodos Numéricos al cálculo de perfiles de F.G.V.

En este problema hidráulico, la ecuación diferencial a resolver es la siguiente:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{nQ}{\phi A R_H^{2/3}} \right)^2 + S_0}{\frac{\alpha Q^2 T}{g A^3} - \cos^2 \theta} \quad (8.53)$$

En donde S_0 , n , Q , ϕ , α , θ y g son constantes conocidas y positivas, excepto S_0 cuyo signo depende del tipo del canal, así:

$S_0 (-)$: Para canales tipo M, C y S

$S_0 (+)$: Para canales tipo A

$S_0 = 0$: Para canales tipo H

Los demás parámetros hidráulicos: A , R_H y T , dependen de la profundidad, y , y ésta, a su vez, depende de la posición x . Por lo tanto, la ecuación (8.53) se puede esquematizar análogamente a la ecuación (8.52), de la siguiente manera:

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y); \quad x_0 \leq x \leq x_f; \quad \text{C.I.: } y(x=x_0)=y(x_0)=y_0 \quad (8.54)$$

$$\text{Siendo } f(x,y) = \frac{\left(\frac{nQ}{\phi A R_H^{2/3}} \right)^2 + S_0}{\frac{\alpha Q^2 T}{g A^3} - \cos^2 \theta} \quad (8.55)$$

Aquí, el problema hidráulico es encontrar la solución de la ecuación diferencial (8.53), es decir, hallar la función desconocida $y(x)$. Dicha función no será una expresión algebraica, sino una discretización numérica, de buena aproximación.

Como quiera que la función desconocida (la solución al problema de la ecuación diferencial (8.53)), $y(x)$, no puede obtenerse analítica o algebraicamente, se recurre a un método numérico de solución. Éste puede ser el método de Euler, el método de Heun, o el método de Runge-Kutta llamados métodos de un paso o de paso simple. También, puede recurrirse a métodos de pasos múltiples, o multipasos, tales como el método de Adams – Bashforth (de 2, 3, 4 ó 5 pasos) y el método de Adams – Moulton (de 2, 3 ó 4 pasos), o algún método predictor – corrector, como el método de Adams de 4º orden o el de Milne – Simpson.

Cualquiera sea el método designado, se trata de hallar una solución aproximada de $y(x)$, para valores específicos de x , así:

$$y(x_0), y(x_1), y(x_2), \dots, y(x_i), \dots, y(x_n); \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Siendo n el número de puntos o segmentos Δx en los cuales se divide igualmente el intervalo $a \leq x \leq b$, así:

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} \quad \text{ó} \quad \Delta x = \frac{x_f - x_0}{n} \quad (8.56)$$

Donde:

Δx : es el tamaño del paso.

n : número entero de segmentos iguales en que se divide el intervalo $x_0 \leq x \leq x_f$

8.2.10.3.1 Método Runge – Kutta de orden 4 (MRK4) aplicado al cálculo de perfiles de F.G.V.

Como cualquier otro método de aproximación, el método MRK4 permite encontrar una aproximación w_i de la función desconocida $y(t_i)$, es decir:

$$w_i \approx y(t_i) = y_i, \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (8.57)$$

Si w_i es una buena aproximación de $y(t_i) = y_i$, la suposición de que el problema está bien planteado implica que:

$$f(t_i, w_i) \approx y(t_i) = f(t_i, y(t_i)) \quad (8.58)$$

Partiendo de la condición inicial conocida,

$$\text{C.I. : } w_0 = \alpha; \text{ analogía con el F.G.V. : } y(x_0) = y_0$$

$$\text{en } t_0 = a; \text{ analogía con el F.G.V.: } X_0 = a$$

el MRK4 calcula la solución específica en cada paso o punto $i = 1, 2, 3, \dots, n$, a partir de la solución específica anterior, así:

$$w_{i+1} = w_i + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4); \text{ analogía: } y_{i+1} = y_0 + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (8.59)$$

Donde:

$$K_1 = h \cdot f(t_i, w_i); \text{ analogía: } K_1 = \Delta x \cdot f(x_i, y_i) \quad (8.60)$$

$$K_2 = h \cdot f\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{K_1}{2}\right); \text{ analogía: } K_2 = \Delta x \cdot f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_i + \frac{K_1}{2}\right) \quad (8.61)$$

$$K_3 = h \cdot f\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{K_2}{2}\right); \text{ analogía: } K_3 = \Delta x \cdot f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_i + \frac{K_2}{2}\right) \quad (8.62)$$

$$K_4 = h \cdot f(t_{i+1}, w_i + K_3); \text{ analogía: } K_4 = \Delta x \cdot f(x_{i+1}, y_i + K_3) \quad (8.63)$$

El procedimiento de cálculo de un perfil de F.G.V., empleando el Método Runge – Kutta de orden 4, se puede ilustrar mejor por medio de un diagrama de flujo, tal como el de la Figura 8.14.

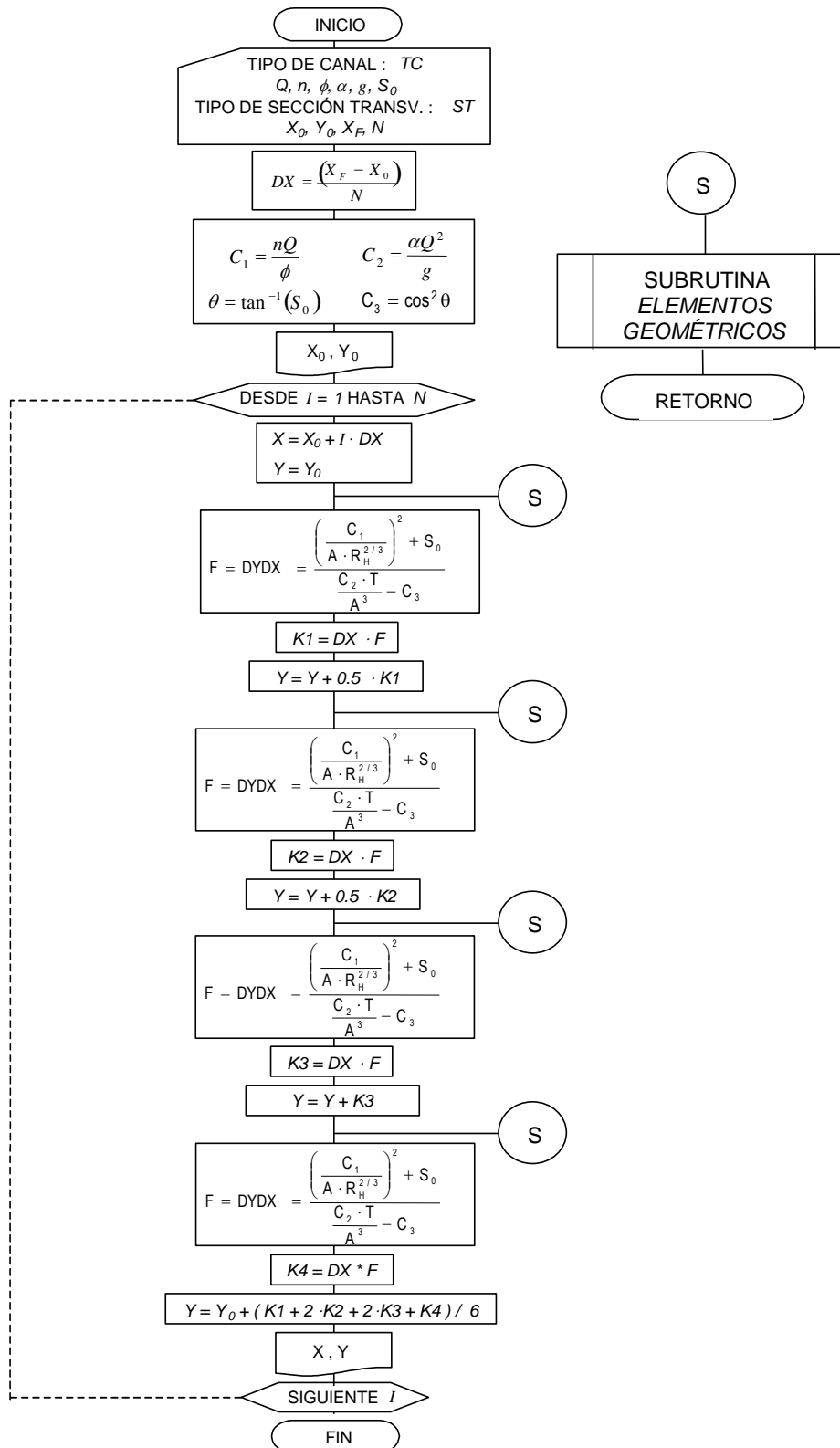


FIGURA 8.14. Diagrama de flujo para el algoritmo del Método Runge - Kutta

La codificación del MRK4, en Lenguaje de Programación BASIC, puede verse en el Anexo A2, (PROGRAMA P8).

Dos aplicaciones concretas del Método MRK4 pueden verse en el Anexo A4.

8.3 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

8.3.1 Descripción de la instalación. Previo al establecimiento de un F.G.V., en el canal rectangular de pendiente regulable, se instala una placa vertedora en su extremo de aguas abajo. Véase la Figura 8.15. Con dicha placa se induce la formación de los perfiles M1 o S1. Cuando se desee formar un perfil de flujo Tipo M2, la placa deberá removerse, con el objeto de provocar una caída hidráulica en el extremo de aguas abajo del canal.

Luego, se fijará una inclinación del fondo del canal, cuya pendiente debe medirse empleando un flexómetro y un nivel de manguera. Recuerdese que $S_0 = \tan\theta = \Delta z/L$. Véase la Figura 8.15.

También, se instalarán dos limnímetros, uno sobre el canal de pendiente regulable, y otro aguas arriba del vertedero patrón de medida. Este último permitirá determinar el caudal de flujo, a partir de su ecuación de calibración. Alternativamente, el caudal se puede determinar con el medidor magnético de flujo.

Dispuesto lo anterior, se procede a la alimentación del canal con un flujo permanente, abriendo la válvula destinada para tal fin. Una vez establecido un flujo gradualmente variado en el canal, se harán los ajustes necesarios y se procederá a medir profundidades del flujo a lo largo del canal. Para ello, es necesario hacer corresponder una abscisa a cada sección, en donde se mida la profundidad del flujo. Dichas mediciones podrán hacerse, indistintamente, en el sentido de la corriente o en sentido contrario, partiendo del nivel de agua sobre el vertedero, a cuya sección se le asignará la abscisa $x_0 = 0.00$ m.

Como se ha hecho en las prácticas precedentes, cualquier profundidad del flujo, y_i , se obtendrá restando la lectura correspondiente al fondo del canal, de la lectura sobre el nivel superficial del agua. Esto es:

$$y_i = L_{SL_i} - L_{f_i} \quad (8.64)$$

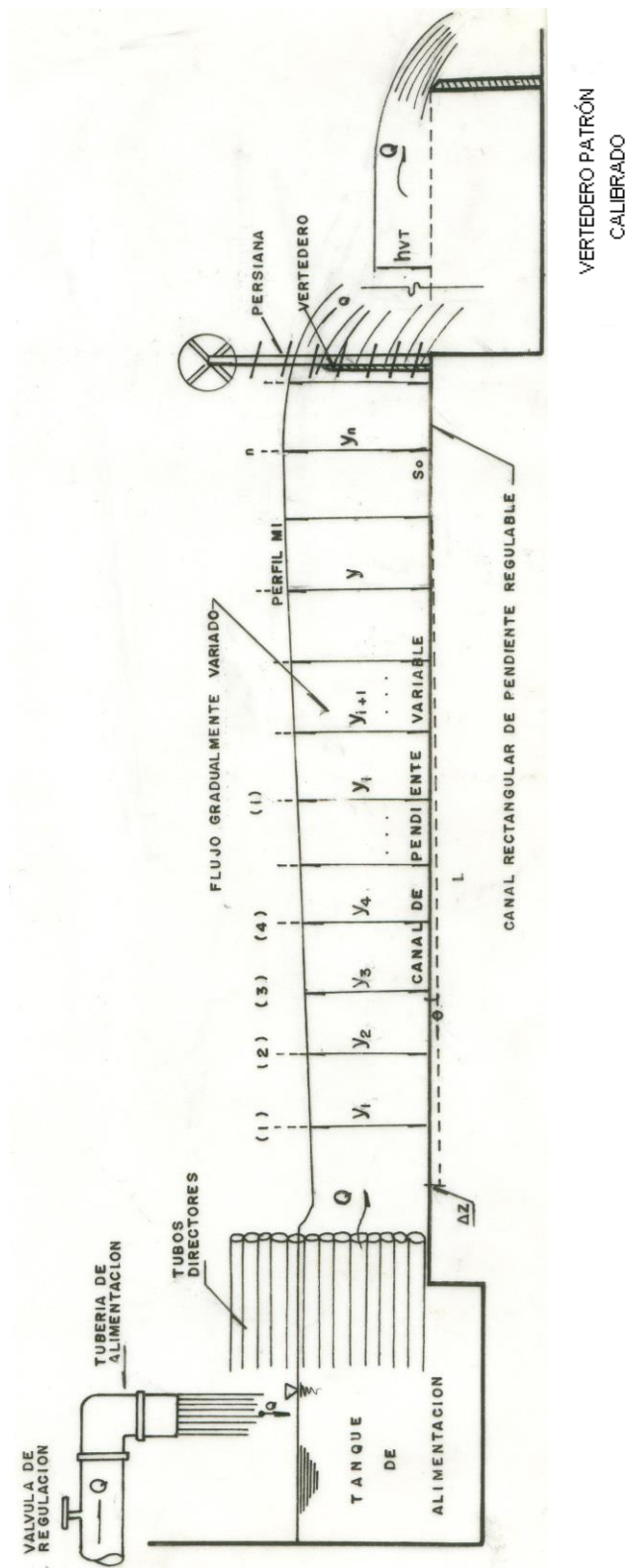


FIGURA 8.15. Esquema del montaje para la práctica de flujo gradualmente variado.

8.3.2 Registro de datos experimentales. Los datos obtenidos de las mediciones realizadas en esta práctica se consignarán en una tabla como la siguiente:

TABLA 8.2 Datos iniciales para los perfiles de flujo experimentados

Ensayo No.	Δz (m)	L (m)	S_0 (adim.)	H_v (cm)	Q (m^3/s)	y_c (m)	y_n (m)	S_{oc} (adim.)	Tipo de Perfil	Observaciones
1										
2										
3										

TABLA 8.3 Tabla de cálculo del perfil hidráulico

Tipo de perfil:	A B S C I S A	X (m)									
Método de cálculo:											
Q = B = n = S_0 = y_n = y_c = S_c =	P R O F U N D I D A D	y_{exp} (m)									
		y_{calc} (m)									

8.3.3 Cálculos y resultados. El caudal, Q, se calculará empleando la ecuación de calibración del vertedero patrón, sustituyendo el correspondiente valor de la carga del vertedero, h_v . Alternativamente, el caudal podría determinarse leyendo su valor en el Medidor Electromagnético de Flujo instalado en el Laboratorio de Hidráulica.

Las profundidades crítica y normal se calcularán con ayuda de los programas correspondientes, listados en el Anexo A2. De la misma manera, se calculará la pendiente crítica, o empleando la ecuación (8.35).

8.4 CUESTIONARIO

- 8.4.1 ¿Por qué se dice que la profundidad normal del flujo, en un canal Tipo H, es indeterminada?
- 8.4.2 ¿Por qué no existe la profundidad normal del flujo en un canal Tipo A?
- 8.4.3 ¿Qué puede decirse acerca de la zona 2 del flujo en un canal Tipo C?
- 8.4.4 Para el perfil M1, ¿desde dónde y hasta dónde debe calcularse la línea superficial de agua?
- 8.4.5 Para el perfil M2, ¿desde dónde y hasta dónde se calcula la línea superficial de agua?
- 8.4.6 Para el perfil M3, ¿a partir de qué sección y hasta dónde debe calcularse el perfil superficial del flujo?
- 8.4.7 ¿Qué valor de rugosidad debe emplearse en el cálculo de cualquier perfil de flujo en el canal rectangular de pendiente regulable del Laboratorio?
- 8.4.8 Dé su opinión acerca de la comparación entre el perfil de flujo medido y el perfil hidráulico calculado.
- 8.4.9 ¿Existe gran similitud entre los perfiles de flujo experimentales y los dibujados en los textos clásicos de Hidráulica?
- 8.4.10 ¿Por qué tiene que ser variado el flujo de un fluido real en un canal de fondo horizontal?
- 8.5.11 Calcule el error relativo total en la estimación de la pendiente crítica del canal, S_{oc} .