Progetto Programmazione Multi-Obiettivo

Relazione Gruppo 3

,.

Gentilini Alessandro

Piccinini Chiara

Sergio Rebecca

Zampolini Matteo

Problema calcolo percorsi efficienti

Consideriamo un problema di TSP bi-obiettivo su una matrice 6x6 di località, in cui gli obiettivi da minimizzare sono il *tempo di percorrenza* (obiettivo **T**) e il *costo di trasporto* (obiettivo **C**).

Punto 1: Ricerca delle soluzioni efficienti estreme

Passo di inizializzazione

Per determinare il punto $\mathbf{V^{(TL)}}$, cioè la soluzione efficiente di *tempo di percorrenza minima*, si usa il gradiente ***g* = (422, 1)** (dove *422* è la somma dei valori di costo di trasporto); si ottiene il punto di coordinate **(81, 93),** corrispondente al percorso:

1	2	5	4	6	3	1

Per determinare il punto $\mathbf{V^{(BR)}}$, cioè la soluzione efficiente di *costo di trasporto minimo*, si usa il gradiente ***g* = (1, 658)** (dove *658* è la somma dei valori di tempo di percorrenza); si ottiene il punto di coordinate **(113, 51)**, corrispondente al percorso:

1	5	3	2	4	6	1

Passo iterativo

Iterazione 1

Partiamo da E={$V^{(TL)}$} e L\E={$V^{(BR)}$}; dunque L = $V^{(TL)}$ = (81, 93) ed R = $V^{(BR)}$ = (113, 51). Il gradiente risultante è ***g = (42, 32)*** , con **K = 6378**.
Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 6162, che è *minore* di K e vene quindi generato un nuovo punto denominato $V^{(1)}$ = (85, 81), corrispondente al percorso:

1	6	3	2	5	4	1

Il nuovo punto viene inserito nella parte L/E.

Iterazione 2

Abbiamo E={$V^{(TL)}$} e L\E={$V^{(BR)}$, $V^{(1)}$}; L = $V^{(TL)}$ = (81, 93) ed R = $V^{(1)}$ = (85, 81). Il gradiente risultante è
g = (12, 4) e **K = 1344**.
Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 1344, che è *uguale* a K, quindi non viene generato un nuovo punto e il punto R = $V^{(1)}$ = (85, 81) viene inserito nella lista E.

Iterazione 3

Abbiamo E={$V^{(TL)}$, $V^{(1)}$ } e L\E={$V^{(BR)}$}; L = $V^{(1)}$ = (85, 81) ed R = $V^{(BR)}$ = (113, 51). Il gradiente risultante è ***g = (30, 28)*** e **K = 4818**.
Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 4778, che è *minore* di K, quindi viene generato un nuovo punto, denominato $V^{(2)}$ = (93, 71), corrispondente al percorso:

1	6	2	5	3	4	1

Il nuovo punto viene inserito nella parte L/E.

Iterazione 4

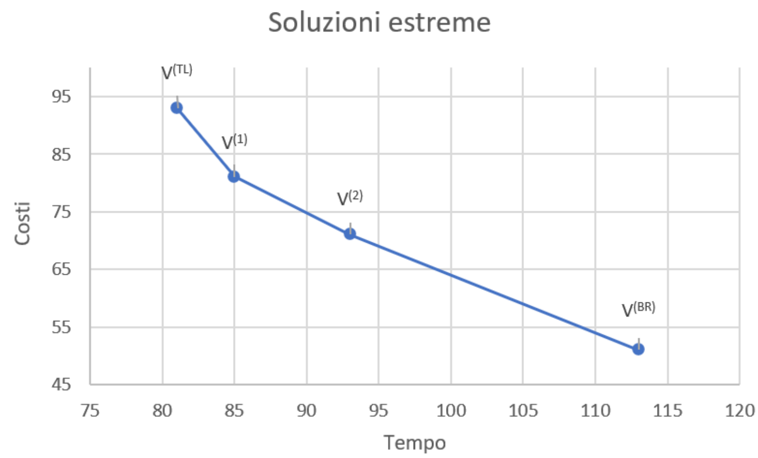
Abbiamo E={$V^{(TL)}$, $V^{(1)}$ } e L\E={$V^{(BR)}$, $V^{(2)}$ }; L = $V^{(1)}$ = (85, 81) ed R = $V^{(2)}$ = (93, 71). Il gradiente risultante è ***g* = (10, 8)** e **K = 1498**.
Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 1498, che è *uguale* a K, quindi non viene generato un nuovo punto e il punto R = $V^{(2)}$ = (93, 71) viene inserito nella lista E.

Iterazione 5

Abbiamo E={$V^{(TL)}$, $V^{(1)}$, $V^{(2)}$ } e L\E={$V^{(BR)}$}; L = $V^{(2)}$ = (93, 71) ed R = $V^{(BR)}$ = (113, 51). Il gradiente risultante è ***g* = (20, 20)** e **K = 3280**.
Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 3280, che è *uguale* a K; quindi, non viene generato un nuovo punto e il punto R = $V^{(BR)}$ = (113, 51) viene inserito nella lista E.

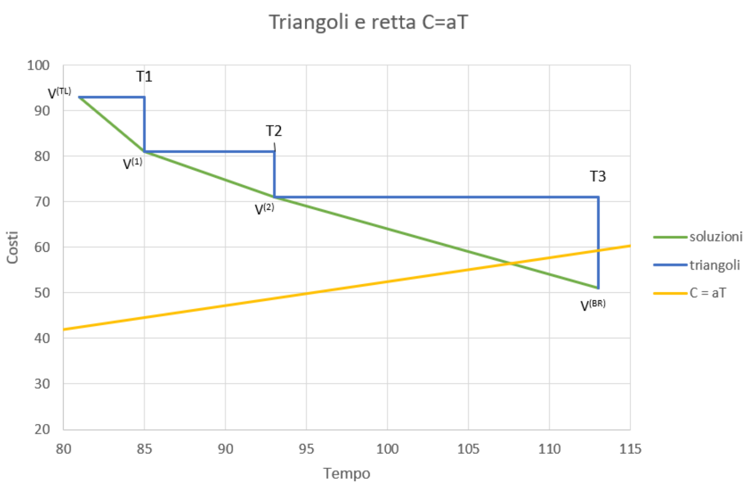
Abbiamo così terminato il processo di iterazioni e abbiamo ottenuto il seguente risultato finale:

	T	C
$V^{(TL)}$	81	93
$V^{(1)}$	85	81
$V^{(2)}$	93	71
$V^{(BR)}$	113	51



Punto 2: esplorazione di un triangolo

Assumendo che il decisore consideri ottimale un rapporto *Costo di trasporto*/*Tempo di percorrenza* ***a*** = C/T = 21/40, il triangolo da esplorare è quello delimitato dalle soluzioni estreme $V^{(2)}$ = (93, 71) (estremo in alto) e $V^{(BR)}$ = (113, 51) (estremo in basso); la retta che contiene i suddetti punti è definita dal gradiente ***g* = (20, 20)** e da un valore **K = 3280**.
Il seguente grafico mostra i triangoli definiti dalle soluzioni estreme e la retta di equazione ***C = aT***.



Punto 2.a : Goal Programming

Si determina la coppia di valori target (T_T, T_C) = (108, 57). Utilizzando tale coppia di target si applica il Goal Programming nelle quattro versioni seguenti.

MIN-SUM: si trova la soluzione **MS** = (111, 55), corrispondente al percorso:

1	5	2	3	4	6	1

MIN-MAX: si trova la soluzione **MM** = (105, 59), corrispondente al percorso:

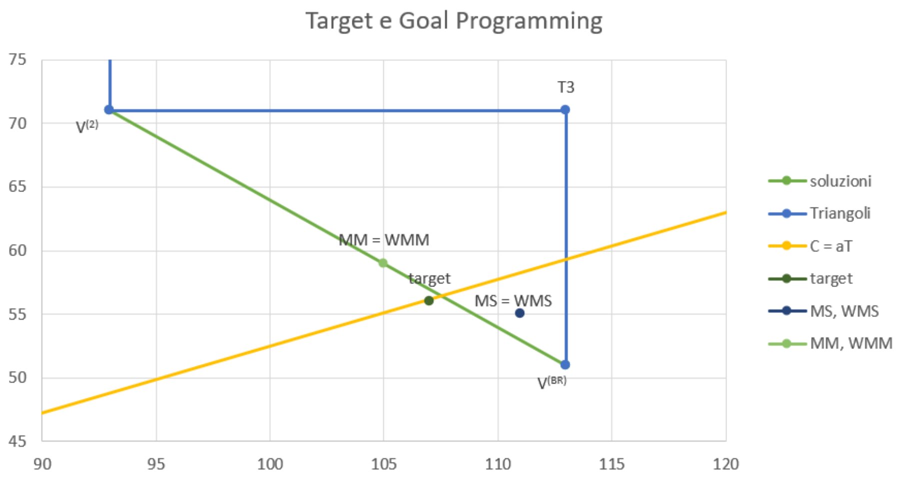
1	4	3	2	5	6	1

Weighted MIN-SUM: si trova la soluzione **WMS** = (111, 55), corrispondente al percorso:

1	5	2	3	4	6	1

Weighted MIN-MAX: si trova la soluzione **WMM** = (105, 59), corrispondente al percorso:

1	4	3	2	5	6	1



Punto 2.b: Metodo ε-constrained

Per lo svolgimento di questo metodo abbiamo deciso di mantenere come funzione obiettivo il tempo di percorrenza, cercando di minimizzarlo, e di conseguenza di inserire nel modello un limite superiore all'altra variabile, ovvero il costo di trasporto. Abbiamo quindi come soluzione iniziale l'estremo in alto a sinistra della ipotenusa, ovvero il vertice $V^{(2)}$ = (93, 71). Indichiamo con UB_S l'upper bound decrescente imposto sull'obiettivo del costo di trasporto.

Abbiamo poi terminato il processo di iterazioni quando è stata ottenuta nuovamente la soluzione corrispondente al vertice in basso a destra, $V^{(BR)}$ = (113, 51).

Iterazione 1: Partendo dal punto di coordinate $V^{(2)}$ = (93, 71), con UB_S = 70 si trova il punto $S^{(1)}$ = (99, 65) = SNE1, corrispondente al percorso:

1	2	5	3	4	6	1

Iterazione 2: $UB_S = 64$ si trova il punto $S^{(2)} = (103, 63)$, corrispondente al percorso:

1	5	6	2	3	4	1

Iterazione 3: $UB_S = 62$ si trova il punto $S^{(3)} = (105, 59)$ = MM = WMM = SNE2, corrispondente al percorso:

1	4	3	2	5	6	1

Iterazione 4: $UB_S = 58$ si trova il punto $S^{(4)} = (111, 55)$ = MS = WMS, corrispondente al percorso:

1	5	2	3	4	6	1

Iterazione 5: $UB_S = 54$ si trova il punto $S^{(5)} = (113, 51)$, cioè il punto nell'estremo in basso a destra del triangolo, corrispondente al percorso:

1	5	3	2	4	6	1

Il seguente grafico mostra tutti i punti corrispondenti alle soluzioni efficienti del triangolo esaminato. Osservando il grafico si può notare che l'unico punto trovato che non è una SNE è il punto $S^{(2)} = (103, 63)$.