CURS 10

Expresii LAMBDA. Mecanisme definiționale evoluate. Funcții MAP

Cuprins

1. Defin	nirea funcțiilor anonime. Expresii LAMBDA	. 1
	orma LABELS	
	tilizarea expresiilor LAMBDA pentru evitarea apelurilor repetate	
	nisme definitionale evoluate	
	e funcționale. Funcțiile APPLY și FUNCALL	
	tii MAP	

1. Definirea funcțiilor anonime. Expresii LAMBDA

În situațiile în care

- funcție folosită o singură dată este mult prea simplă ca să merite a fi definită
- funcția de aplicat trebuie sintetizată dinamic (nu este, deci, posibil să fie definită static prin DEFUN)

se poate utiliza o formă funcțională particulară numită expresie lambda.

O expresie lambda este o listă de forma

$(LAMBDA l f_1 f_2 ... f_m)$

ce definește o funcție anonimă utilizabilă doar local, o funcție ce are definiția și apelul concentrate în acelasi punct al programului ce le utilizează, l fiind lista parametrilor iar $f_1...f_m$ reprezentând corpul funcției.

Argumentele unei expresii lambda sunt evaluate la apel. Dacă se dorește ca argumentele să nu fie evaluate la apel trebuie folosită forma **QLAMBDA**.

O astfel de formă LAMBDA se folosește în modul uzual:

$$((LAMBDA 1 f_1 f_2 ... f_m) par_1 par_2 ... par_n)$$

Exemple

Iată câteva exemple de utilizare a funcțiilor anonime

- ((lambda (l) (cons (car l) (cdr l))) '(1 2 3)) = (1 2 3)
- ((lambda (11 12) (append 11 12)) '(1 2) '(3 4)) = (1 2 3 4)

• Să se definească o funcție care primește ca parametru o listă neliniară și returnează NIL dacă lista are cel puțin un atom numeric la nivel superficial și T, în caz contrar.

1.1 Forma LABELS

O formă specială pentru legarea locală a funcțiilor este forma LABELS.

Exemple

```
evaluarea
Ex1.
        (labels ((fct(l)
                        (cdr l)
                 )
                )
                (fct '(1 2))
        )
        va produce (2).
Ex2.
        (labels ((temp (n)
                        (cond
                          ((= n \ 0) \ 0)
                          (t (+ 2 (temp (- n 1))))
                    )
                  )
           (temp 3)
        va produce 6
```

Ex3. Să se scrie o funcție care primește ca parametru o listă de liste formate din atomi și întoarce T dacă toate listele conțin atomi numerici și NIL în caz contrar.

```
(\text{test '}((1\ 2)\ (3\ 4))) = T

(\text{test '}((1\ 2)\ (a\ 4))) = \text{NIL}

(\text{test '}((1\ (2))\ (a\ 4))) = \text{NIL}
```

Solutie

1.2 Utilizarea expresiilor LAMBDA pentru evitarea apelurilor repetate

Ex1. Fie următoarea definiție de funcție

```
(defun g(l)

(cond

((null l) nil)

(t (cons (car (fl)) (cadr (fl))))

)
```

Soluția pentru a evita apelul <u>(f l)</u> este folosirea unei funcții anonime utilizată local, care să poată fi apelată cu parametrul actual (f l).

Varianta 1

```
(defun g(l)
(cond
((null l) nil)
(t ((lambda (v)
```

Ex2. Să considerăm definiția funcției care generează lista submulțimilor unei mulțimi reprezentate sub formă de listă (a se vedea Cursul 9, Exemplul 2.3).

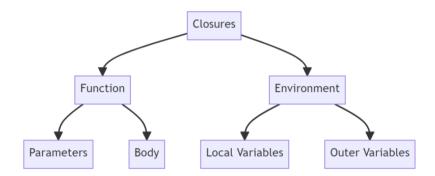
După cum se observă, apelul (subm (cdr l) este repetat. Pentru a evita apelul repetat, se va folosi o expresie LAMBDA.

O posibilă soluție este următoarea:

2. Mecanisme definiționale evoluate

Closure (închidere)

- Lexical closure
- https://dept-info.labri.fr/~strandh/Teaching/MTP/Common/David-Lamkins/chapter15.html
- combinație între o funcție și mediul lexical în care aceasta e definită
 - o închidere dă acces la domeniul de vizibilitate al unei funcții exterioare dintr-o funcție interioară



- o **închidere** este o funcție care acces la variabilele care sunt în afara domeniului lor de vizibilitate lexical, chiar după ce aceasta și-a încheiat execuția
 - astfel funcția își "memorează" mediul în care a fost creată
- expresiile Lambda în Lisp reprezintă închideri
- conceptul provine din programarea functională, dar apare și în programarea imperativă
 - o C++ 11 functiile lambda construiesc o închidere
 - o Javascript, Python

Clojure

- https://clojure.org/
- dialect al limbajului Lisp pe platforme Java
- multi-paradigmă, orientat agent, concurent, funcțional, logic

Clozure Common Lisp (CCL)

- implementare Common Lisp
 - o fire de execuție, compilare rapidă, mecanism pentru apelul funcțiilor externe (mecanism de *callback* funcții Lisp apelate din cod extern)

Fie următoarele definiții și evaluări

```
> (defun f()
      10
F
> (setq f '11)
11
> (f)
10
> f
11
> (function f)
#<CLOSURE F NIL (DECLARE (SYSTEM::IN-DEFUN F)) (BLOCK F 10)>
> (setq g 7)
> (function g)
undefined function G
             //echivalent cu 'g
> (quote g)
G
> (function car)
#<SYSTEM-FUNCTION CAR>
> (function (lambda (l) (cdr l)))
#<CLOSURE:LAMBDA(L)(CDRL)>
```

De remarcat faptul că AND și OR nu sunt considerate funcții, ci operatori speciali.

```
> (function not)
#<SYSTEM-FUNCTION NOT>
> (function and)
undefined function AND
> (function or)
undefined function OR
```

!!! Din punct de vedere semantic, standardul CommonLisp impune să se indice dacă e vorba de o funcție sau un simbol.

Argument		
Funcție f	# 'f	(function f)
Simbol x	' X	(quote x)

	Funcție f
Standard	#'f
CLisp	'f
GCLisp, Emacs Lisp, alte dialecte	'f

	Expresie Lambda
Standard	#'(lambda)

CLisp	(lambda)
GCLisp, Emacs Lisp, alte dialecte	'(lambda)

Forma EVAL

Aplicarea formei EVAL este echivalentă cu apelul evaluatorului Lisp. Sintaxa funcției este

(EVAL f): e

Efectul constă în evaluarea formei și returnarea rezultatului evaluării. Forma este evaluată de fapt în două etape: mai întâi este evaluată ca argument al lui EVAL iar apoi rezultatul acestei evaluări este din nou evaluat ca efect al aplicării funcției EVAL. De exemplu:

- (SETQ X '((CAR Y) (CDR Y) (CADR Y)))
- (SETQ Y '(A B C))
- (CAR X) se evaluează la (CAR Y)
- (EVAL (CAR X)) va produce A

Mecanismul este asemănător cu ceea ce înseamnă indirectarea prin intermediul pointerilor din cadrul limbajelor imperative.

- (SETQ L '(1 2 3))
- (SETQ P '(CAR L))
- P se evalueză la (CAR L)
- (EVAL P) va produce 1
- (SETQ B 'X)
- (SETQ A 'B)
- (EVAL A) se evaluează la X
- (SETQ L '(+ 1 2 3))
- L se evaluează la (+ 1 2 3)
- (EVAL L) se evaluează la 6

Observație. Lisp nu evaluează primul element dintr-o formă, ci numai îl aplică.

Ex: Asocierea (SETQ Q 'CAR) nu permite apelul sub forma (Q '(A B C)), un astfel de apel semnalând eroare în sensul că evaluatorul LISP nu găseste nici o funcție cu numele Q. Pe de altă parte, nici numai cu ajutorul functiei EVAL nu putem rezolva problema:

- (SETQ Q 'CAR)
- (SETQ P 'Q)
- (EVAL P) va produce CAR
- ((EVAL P) '(A B C)) va produce mesaj de eroare: "Bad function when ..."

Mesajul de eroare de mai sus apare deoarece Lisp nu-și evaluează primul argument dintr-o formă.

!!! O listă este totdeauna evaluată dacă acest lucru nu este oprit explicit (prin QUOTE), în schimb primul argument al oricărei liste nu este niciodată evaluat!

Exemplu Fie lista L care pe prima poziție are un operator binar (+, -, *, /), iar pe următoarele 2 poziții are 2 operanzi (numerici). De exemplu, L = (*23-41...). Se cere să returneze rezultatul aplicării operatorului (1-ul element al listei) asupra celor doi operanzi care urmează în listă. În exemplu nostru, ar trebui să se returneze valoarea 6.

Soluția este simplă: (EVAL (LIST (CAR L) (CADR L) (CADDR L))) = 6

Forme funcționale. Funcțiile APPLY și FUNCALL

Există situații în care forma funcției nu se cunoaște, expresia ei trebuind să fie determinată dinamic. Ar trebui să avem ceva de genul

(EXPR_FUNC p₁ ... p_n)

Deoarece EXPR_FUNC trebuie să genereze în cele din urmă o funcție ea este o așanumită **formă funcțională**. Forma EXPR_FUNC este evaluată până ce se obține o funcție sau, în general, o expresie ce poate fi aplicată parametrilor.

Într-o astfel de situație, evaluarea parametrilor este amânată până în momentul reducerii formei funcționale EXPR_FUNC la funcția propriu-zisă F. Parametrii vor fi evaluați doar dacă F își evaluează, în prealabil. paranetrii. Deci evaluarea formei de mai sus parcurge etapele:

- (i) reducerea formei EXPR_FUNC la F (eventual o expresie LAMBDA sau macrodefiniție) și substituția lui EXPR_FUNC prin F în forma de evaluat;
- (ii) evaluarea formei (F p₁ ... p_n).

Există însă situații în care și numărul parametrilor trebuie stabilit dinamic, deci funcția determinată dinamic trebuie să accepte un număr variabil de parametri. Este nevoie deci de o modalitate de a permite aplicarea unei funcții asupra unei mulțimi de parametri sintetizată eventual dinamic. Acest lucru este oferit de funcțiile APPLY și FUNCALL.

(APPLY ff lp):e

- se evalueză argumentul și apoi se trece la evaluarea funcției
- Funcția APPLY permite aplicarea unei funcții asupra unor parametri furnizați sub formă de listă. În descrierea de mai sus, **ff** este o formă functională și **lp** este o formă reductibilă prin evaluare la o listă de parametri efectivi (p₁ p₂ ... p_n).

EXEMPLE

- (APPLY #'CONS '(AB)) va produce (A.B)
- (APPLY (FUNCTION CONS) '(A B)) va produce (A . B)
- (APPLY #'MAX '(1 2 3)) va produce 3
- (APPLY #'+ '(1 2 3)) va produce 6

- (DEFUN F(L) (CDR L))
- (APPLY #'F'((1 2 3)) va produce (2 3)
- (APPLY #'(LAMBDA (L) (CAR L)) '((A B C))) va produce A
- (SETQ P 'CAR)
- (APPLY P '((A B C))) va produce A
- (APPLY #'P'((A B C))) va produce eroare undefined function P
- (SETQ Q 'CAR)
- (SETQ P 'Q)
- (APPLY (EVAL P) '((1 2 3))) va produce 1

(FUNCALL ff l1 l2 ...ln):e

- se evalueză argumentul și apoi se trece la evaluarea funcției
- FUNCALL este o variantă a funcției APPLY care permite aplicarea unei funcții (sau expresii) rezultate prin evaluarea unei forme funcționale **ff** asupra unui număr fix de parametri.

EXEMPLE

- (FUNCALL #'CONS 'A 'B) va produce (A . B)
- (FUNCALL (FUNCTION CONS) 'A 'B) va produce (A . B)
- (FUNCALL #'MAX '1 '2 '3)) va produce 3
- (FUNCALL #'+ '1 '2 '3)) va produce 6
- (DEFUN F(L) (CDR L))
- (FUNCALL #'F '1 '2 '3) va produce (2 3)
- (FUNCALL #'(LAMBDA (L) (CAR L)) '(A B C)) va produce A
- (SETQ P 'CAR)
- (FUNCALL P '(A B C)) va produce A
- (FUNCALL # 'P '(A B C)) va produce eroare undefined function P
- (SETQ Q 'CAR)
- (SETQ P 'Q)
- (FUNCALL (EVAL P) '(1 2 3)) va produce 1

!!! Atenție la folosirea AND și OR, deoarece nu sunt funcții.

- (APPLY #'AND '((T NIL))) va produce eroare undefined function AND
- (APPLY #'OR '((T NIL))) va produce eroare undefined function OR

- (FUNCALL #'AND '(T NIL)) va produce eroare undefined function AND
- (FUNCALL #'OR '(T NIL)) va produce eroare undefined function OR

Solutia este definirea unei functii al cărei efect să fie aplicarea AND/OR pe elementele unei liste cu valori logice T, NIL.

```
\mathrm{SI}(l_1l_2\dots l_n) = \begin{cases} \mathrm{adevarat} & daca \ l = \emptyset \\ \mathrm{fals} & dac \ i_1e \ fals \\ \mathrm{SI}(l_2\dots l_n) & alt fel \end{cases}
(defun SI(1)
                 (cond
                               ((null 1) t)
                               ; (t (and (car l) (SI (cdr l))))
                               ((not (car l)) nil)
                               (t (SI (cdr l)))
               )
)
```

- (FUNCALL #'SI '(T NIL T)) va produce NIL
- (SI '(T T T)) va produce T

Exemple

Ex 1

```
(DEFUN F()
     \#'(LAMBDA(x)(CARx))
```

- $(FUNCALL (F) '(1 2 3)) \rightarrow ???$
- $(APPLY (F) '((1 2 3))) \rightarrow ????$

Ex 2

(FUNCALL (FUNCTION (LAMBDA (x) x)) 1) \rightarrow ????

Exemplificare Closure Common Lisp

Ex1

```
(defun increment (x)
      (lambda (y)
            (+ x y)
(setq inc5 (increment 5))
; returnează o nouă funcție (închidere) care adaugă 5 la argumentul său
```

```
(print (funcall inc5 3)); va afișa 8
```

Ex2

3. Funcții MAP

Rolul funcțiilor MAP este de a aplica o funcție în mod repetat asupra elementelor (sau sublistelor succesive) listelor date ca argumente.

$(MAPCAR f l_1 ... l_n) : l$

- se evalueză argumentele și apoi se trece la evaluarea funcției
- efect: funcția n-ară **f** este aplicată pe rând asupra:
 - CAR-ului listelor $=> e_1$
 - CADR-ului listelor => e₂
 -până când una din liste ajunge vidă
 - o Rezultatele sunt grupate cu LIST într-o listă ce e returnată rezultat

Iată câteva exemple de aplicare ale funcției MAPCAR:

- (MAPCAR #CAR '((ABC)(XYZ))) se evaluează la (AX)
- (MAPCAR #'EQUAL '(A (B C) D) '(Q (B C) D X)) se evaluează la (NIL T T)
- (MAPCAR #'LIST '(A B C)) se evaluează la ((A) (B) (C))
- (MAPCAR #'LIST '(A B C) '(1 2)) se evaluează la ((A 1) (B 2))
- (MAPCAR #'+ '(1 2 3) '(4 5 6)) se evaluează la (5 7 9)

Aplicarea funcției LIST este posibilă indiferent de numărul listelor argument deoarece LIST este o funcție cu număr variabil de argumente.

Observație. Dacă F este o funcție unară, care se aplică unei liste $L=(l_1l_2...l_n)$, atunci (MAPCAR #'F L) va produce lista $(F(l_1), F(l_2), ..., F(l_n))$

Exemple

1. Să se definească o funcție MODIF care să modifice o listă dată ca parametru astfel: atomii nenumerici rămân nemodificați iar cei numerici își dublează valoarea; modificarea trebuie făcută la toate nivelurile.

```
(MODIF '(1 (b (4) c) (d (3 (5 f))))) va produce (2 (b (8) c) (d (6 (10 f))))
```

Model recursiv

$$\text{MODIF}(l) = \begin{cases} 2l & dacă \ l \ numar \\ l & dacă \ l \ atom \\ \\ \bigcup_{i=1}^{n} \text{MODIF}\left(l_{i}\right) & altfel, l = \left(l_{1}l_{2} \dots l_{n}\right) e \ lista \end{cases}$$

```
(DEFUN MODIF (L)
(COND
((NUMBERP L) (* 2 L)); determină operația asupra atomilor numerici
((ATOM L) L); determină operația asupra atomilor nenumerici
(T (MAPCAR #'MODIF L)); reprezintă strategia de parcurgere
)
```

2. Să se construiască o funcție LGM ce determină lungimea celei mai lungi subliste dintr-o listă dată L (dacă lista este formată numai din atomi atunci lungimea cerută este chiar cea a listei L).

```
(LGM '(1 (2 (3 4) (5 (6)) (7)))) va produce 4
```

Descrierea algoritmului se poate exprima astfel:

- a). valoarea LGM este maximul dintre lungimea listei L și maximul valorilor de aceeași natură calculate prin aplicarea lui LGM pentru fiecare element al listei L în parte;
- b). LGM(atom) = 0.

Model recursiv

$$\operatorname{LGM}(l) = \begin{cases} 0 & \operatorname{dacă}\ l \ e \ \operatorname{atom} \\ \\ \max\left(n, \max(\operatorname{LGM}(l_1), \operatorname{LGM}(l_2), \dots, \operatorname{LGM}(l_n)\right) & \operatorname{altfel}, l = (l_1 l_2 \dots l_n) \ e \ lista \end{cases}$$

```
(DEFUN LGM(L)
(COND
((ATOM L) 0)
(T (MAX (LENGTH L) (APPLY #'MAX (MAPCAR #'LGM L)) ))
)
```

Aplicarea funcțiilor ATOM și LENGTH calculează de fapt lungimile, (MAPCAR #LGM L) realizând de fapt parcurgerea integrală a listei. Apelul (MAPCAR 'LGM L) furnizează o listă de lungimi. Deoarece trebuie să obținem maximul acestora, va trebui să aplicăm funcția MAX pe elementele acestei liste. Pentru aceasta folosim APPLY.

$(MAPCAN f l_1 ... l_n) : l$

- se evalueză argumentele și apoi se trece la evaluarea funcției
- efect: funcția n-ară **f** este aplicată pe rând asupra:
 - CAR-ului listelor \Rightarrow e₁
 - CADR-ului listelor => e₂
 - CADDR-ului listelor => e₃
 -până când una din liste ajunge vidă
 - o Rezultatele sunt grupate cu NCONC într-o listă ce e returnată rezultat

(NCONC 11 12 ... ln):1

Relativ la modificarea sau nu a structurii listelor implicate, concatenarea de liste se poate efectua în două maniere: cu modificarea listelor (folosind funcția NCONC) și fară (folosind funcția APPEND)

- se evalueză argumentele și apoi se trece la evaluarea funcției
- efect: NCONC realizează concatenarea efectivă (fizică) prin modificarea ultimului pointer (cu valoarea NIL) al primelor n-1 argumente și întoarce primul argument, care le va îngloba la ieșire pe toate celelalte.
- (SETQ L1 '(A B C) L2 '(D E)) se evaluează la (D E)
- (APPEND L1 L2) se evaluează la (A B C D E)
- L1 se evaluează la (A B C)
- L2 se evaluează la (D E)
- (SETQ L3 (NCONC L1 L2)) se evaluează la (A B C D E)
- L1 se evaluează la (A B C D E)
- (SETQ L1 '(A) L2 '(B) L3 '(C)) se evaluează la (C)
- L1 se evaluează la (A)
- L2 se evaluează la (B)
- L3 se evaluează la (C)
- (NCONC L1 L2 L3) se evaluează la (A B C)
- L1 se evaluează la (A B C)

- L2 se evaluează la (B C)
- L3 se evaluează la (C)

Exemple MAPCAN

- (MAPCAN #'CAR '((A B C) (X Y Z))) se evaluează la NIL, deoarece NCONC cere liste, și ca atare (NCONC 'A 'X) este NIL
- (MAPCAN #'LIST '(A B C) '(1 2)) se evaluează la (A 1 B 2)
- (MAPCAN #'LIST '(A B C)) se evaluează la (A B C)
- (MAPCAN #'EQUAL '(A (B C) D) '(Q (B C) D X)) se evaluează la NIL
- (MAPCAN #'+ '(1 2 3) '(4 5 6)) se evaluează la NIL

Observație (MAPCAN vs. MAPCAR)

```
Fie următoarele definiții (defun F(L) (cdr L) ) (setq L '((1 2 3) (4 5 6) (7 8))) \rightarrow ((1 2 3) (4 5 6) (7 8)) (mapcar #'F L) \rightarrow ((2 3) (5 6) (8 9)) (mapcan #'F L) \rightarrow (2 3 5 6 8 9) \Rightarrow (apply #'append (mapcar #'F L)) \equiv (mapcan #'F L)
```

(MAPLIST $f l_1 ... l_n$): l

- se evalueză argumentele și apoi se trece la evaluarea funcției
- efect: funcția n-ară **f** este aplicată pe rând asupra:
 - listelor \Rightarrow e₁
 - CDR-ului listelor => e₂
 - CDDR-ului listelor => e₃
 -până când una din liste ajunge vidă
 - o Rezultatele sunt grupate cu LIST într-o listă ce e returnată rezultat

Exemple MAPLIST

- (MAPLIST #'APPEND '(A B C) '(1 2 3)) furnizează ((A B C 1 2 3) (B C 2 3) (C 3))
- (MAPLIST #'(LAMBDA (X) X) '(A B C)) furnizează ((A B C) (B C) (C))
- (SETF TEMP '(1 2 7 4 6 5)) urmat de (MAPLIST #'(LAMBDA (XL YL) (< (CAR XL)(CAR YL))) TEMP (CDR TEMP)) va furniza lista (T T NIL T NIL)

Comparativ cu exemplele date la MAPCAR, aici vom obține:

- (MAPLIST #'CAR '((A B C) (X Y Z))) se evaluează la ((A B C) (X Y Z))
- (MAPLIST #LIST '(A B C) '(1 2)) se evaluează la (((A B C) (1 2)) ((B C) (2)))
- (MAPLIST #LIST '(A B C)) se evaluează la (((A B C)) ((B C)) ((C)))
- (MAPLIST #'EQUAL '(A (B C) D) '(Q (B C) D X)) se evaluează la (NIL NIL NIL)
- (MAPLIST #'+ '(1 2 3) '(4 5 6)) va produce mesajul de eroare: "argument to + should be a number: (1 2 3)".

$(MAPCON f l_1 ... l_n) : l$

- se evalueză argumentele și apoi se trece la evaluarea funcției
- efect: funcția n-ară **f** este aplicată pe rând asupra:
 - listelor \Rightarrow e₁
 - CDR-ului listelor $=> e_2$
 - CDDR-ului listelor => e₃
 -până când una din liste ajunge vidă
 - o Rezultatele sunt grupate cu NCONC într-o listă ce e returnată rezultat

Exemple MAPCON

- (MAPCON #'CAR '((A B C) (X Y Z))) furnizează (A B C X Y Z)
- (MAPCON #'LIST '(A B C) '(1 2)) furnizează ((A B C) (1 2) (B C) (2))
- (MAPCON #'LIST '(A B C)) furnizează ((A B C) (B C) (C))
- (MAPCON #'EQUAL '(A (B C) D) '(Q (B C) D X)) furnizează NIL
- (MAPCON #'+ '(1 2 3) '(4 5 6)) furnizează mesaj de eroare: : "argument to + should be a number: (1 2 3)"

```
• (DEFUN G(L)

(MAPCON #'LIST L)

)

(G '(1 2 3)) = ((1 2 3) (2 3) (3))
```

• (MAPCON #'(LAMBDA (L) (MAPCON #'LIST L)) '(1 2 3)) furnizează ((1 2 3) (2 3) (3) (2 3) (3))