

Sprawozdanie na temat lawin

Rafał Wiensko
Wojciech Zygmuntowicz

15 września 2015

1 Wstęp

1.1 Cel projektu

Celem projektu było zbadanie praw zachodzących przy rozchodzeniu się lawin śnieżnych, jednak prawdą jest, że te same zasady obowiązują także przy rozchodzeniu się piasku na kopczykach, pożarów w lasach, epidemii chorób w miastach, a także wielu innych niezwiązanych z samymi lawinami przypadkach. W tym sprawozdaniu opisano w jaki sposób zbadano zachowanie się lawin oraz przedstawiono wyniki i porównano je z oczekiwanym rezultatem.

1.2 Model teoretyczny

W celu symulacji spadania lawiny skorzystano z tzw. automatu komórkowego, tj. podzielono powierzchnię góry na n^2 powierzchni P_{ij} . Każda powierzchnia posiada pewną średnią wysokość h_{ij} . Następnym krokiem jest obliczenie lokalnego spadku S_{ij} , wg następującej zasady:

$$S_{ij} = h_1 + h_2 - h_3 - h_4$$

Dla każdej automaty definiujemy lokalny spadek progowy, powyżej którego pozwalamy, aby przemieścił się śnieg. Jeżeli zostanie on przekroczony następuje lokalne zsuniecie się śniegu, czyli:

$$h_1 \rightarrow h_1 - 1$$

$$h_2 \rightarrow h_2 - 1$$

$$h_3 \rightarrow h_3 + 1$$

$$h_4 \rightarrow h_4 + 1$$

Dodatkowo potrzebujemy mechanizmu, który sprawi że będzie się pojawiał nowy śnieg, definiujemy dwa mechanizmy sypania śniegu: zachowawczy i niezachowawczy. Sypanie zachowawcze polega na zwiększaniu wysokości losowo wybranej powierzchni h_{ij} o jednostkę. Z drugiej strony mechanizm niezachowawczy polega na zwiększaniu losowo wybranego lokalnego spadku S_{ij} , czyli na zwiększeniu wysokości całego rzędu, lub kolumny od losowo wybranej współrzędnej do górnego krańca powierzchni o jednostkę.

Potrzeba także zdefiniować zachowanie się automaty na jej krawędziach, z tego też powodu wprowadza się tzw. otwarte i zamknięte warunki brzegowe. Otwarte warunki brzegowe pozwalają na wysypywanie się śniegu poza obszar automaty, zamknięte sprawiają, że śnieg nie może się z niego wydostać.

1.3 Samoorganizujące się systemy krytyczne

W przypadku ciągłego dosypywania śniegu będą powstawać coraz to nowe lawiny. Na początku tylko lokalne, jednak z czasem będą zajmować coraz to większy obszar automaty. Warto w tym momencie wprowadzić kolejną wielkość, jaką jest średni spadek automaty:

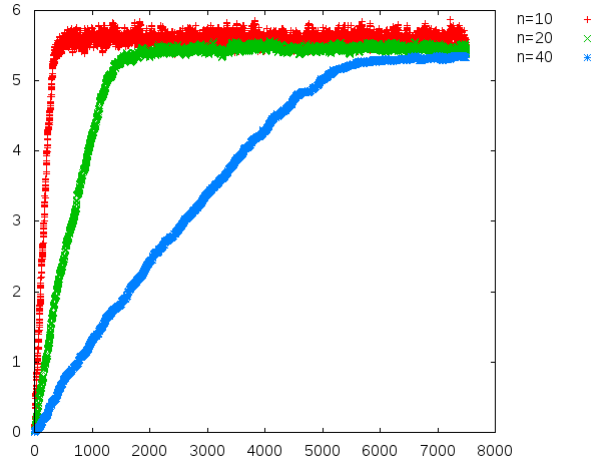
$$\langle S \rangle = \frac{\sum_{i,j} S_{ij}}{n^2}$$

W sytuacji krytycznej jedno sypnięcie (mowa tu o mechanizmie sypania śniegu) spowoduje globalną lawinę. Okazuje się jednak, że gdyby śnieg sypać dostatecznie długo, to $\langle S \rangle$ nigdy nie przekroczy pewnej granicznej wartości, co więcej $\langle S \rangle$ nigdy też nie spadnie poniżej pewnej wartości, będzie do niej dążył. Jest to pewnego rodzaju równowaga w jakiej utrzymuje się układ. Stan ten nazywany jest atraktorem. Wartość graniczna jest niezależna od sposobu, w jaki sypimy śnieg. Zależy zaś w pewnym stopniu od rozmiaru automaty, a także od tego, czy użyto otwartych, czy zamkniętych warunków brzegowych. Ponieważ zamknięte warunki brzegowe wymuszają zerowanie się lokalnego spadku na granicy automaty (aby śnieg nie mógł się przemieścić poza automatę), średni spadek $\langle S \rangle$ będzie w tym przypadku mniejszy.

1.4 Prawo potęgowe

2 Wyniki

Automatę zaimplementowano w języku skryptowym ruby, wyniki zaś zostały narysowane w formie wykresów w programie gnuplot. Na początku porównano zależności średniego nachylenia w zależności od liczby sypan śniegu $\langle S \rangle(t)$ dla różnych rozmiarów automaty, symulację odbyto przy spadku progowym równym 7, niezachowawczym sypaniu śniegu oraz przy otwartych warunkach brzegowych, odpowiednio dla: $n = 10$, $n = 20$ i $n = 40$. Wykres zamieszczono poniżej:



Jak widać średnie nachylenie $\langle S \rangle$ niezależnie od rozmiaru automaty zmierzają do jednej wartości, którą jest $S_{gr} = 5.4$. Okazuje się także, że wartość ta nie zmienia się też dla lawin o większej liczbie swobody, niż 1. Choć wydawać się może, że analizowanie czegoś takiego, jak lawiny w liczbie wymiarów większej niż 3 jest bezcelowe, to należy pamiętać, że wyniki symulacji są dużo bardziej ogólne niż tylko dla lawin i obejmują także rozchodzenie się np. chorób w społeczeństwie, gdzie liczba stopni swobody może być większa niż 2.

Kolejna symulacja została przeprowadzona w celu

3 Podsumowanie

Samoorganizujące się systemy krytyczne są to układy, w których atraktorem jest punkt krytyczny. Za pomocą implementacji automaty komórkowej pokazano, że przy odpowiednich zasadach lawiny śnieżne są właśnie samoorganizującymi się systemami krytycznymi i będą dążyć do stanu krytycznego. Zaskakujące jest, że podobne własności przejawiają także pożary lasów, epidemie oraz trzęsienia ziemi. Jest to kolejny przypadek w fizyce, kiedy rozwiązując specyficzny problem otrzymano odpowiedź na zachowanie się całej klasy układów.

4 Bibliografia

Daniel Shmeier, Oliver Freyermuth - Sandpiles - Self Organized Critical Systems