absolute Häufigkeit: h_i
relative Häufigkeit: $f_i = \frac{h_i}{n}$
kumulative Häufigkeitsverteilung: H(x) =$\sum_{i:a_i<x} h_i$
empirische Verteilfunktion: $F(x) = \frac{1}{n}H(x) = \sum_{i:a_i<x} f_i$
arithmetisches Mittel: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} h_i a_i$
geometrisches Mittel $\bar{x}_{geom} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$
$\bar{x}_{geom} \leq \bar{x}$
median: $\tilde{x} = \frac{1}{2}(\lfloor\frac{n}{2}\rfloor + \lceil\frac{n}{2}\rceil)$ // 50% größer bzw. kleiner
Modus = häufigster Wert
empirische Varianz: $s^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$
Standardabweichung: $s = \sqrt{varianz}$
Kovarianz: $s_{xy} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$
Korrelationskoeffizient: $r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}$

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

prob(A) = $\frac{|\text{günstige Fälle}|}{|\text{ alle Fälle}|}$
$prob(B|A) = \frac{prob(B\cap A)}{prob(A)}$
Unabhängig $\Leftrightarrow prob(A\cap B) = prob(A)\cdot prob(B)$
Satz von Bayes: $prob(B|A) = prob(A|B)\dfrac{prob(B)}{prob(A)}$
$$prob(B|A) = \frac{prob(A|B)\cdot prob(B)}{prob(B)\cdot prob(A|B) + prob(\overline{B})\cdot prob(A|\overline{B})}$$

Erwartungswert

diskret: $E(X) = \sum_i^n prob(x_i)\cdot x_i$
stetig: $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

E(X+Y) = E(X) + E(Y);   E(aX) = aE(X)
wenn f symmetrisch um c dann E(X) = c
wenn X,Y unabhängig: E(XY) = E(X) · E(Y)

Kovarianz

$Cov(X,Y) = E(X\cdot Y) - E(X)E(Y) = E((X-E(X))\cdot(Y-E(Y)))$

varianz

diskret: $\sigma^2 = \sum_i^n prob(x_i)\cdot(x_i - E(X))^2$
stetig: $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty}(x_i - E(X))^2 f(x)dx$
$\sigma^2 = E(X^2) - E(X)^2$
Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X,Y)
Var(aX+b) = a^2Var(X)

Standardisierung

standartisierte Zufallsvariable $Z := \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ => E(X)=0, Var(X)=1

Verteilunsfunktionen

Verteilungsfunktion F(x) $= prob(X \leq x)$
steigt monoton von 0 nach 1
Dichte: f(x);
$f(x) = F'(x)$;
$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

Gleichverteilung

$f(x) = \frac{1}{b-a} falls a < x < b, sonst 0$
$F(x) = \frac{x-a}{b-a} falls a < x < b, sonst 0 bzw. 1$
E(X) = (b+a)/2

Exponentialverteilung

$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$;
$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ für x > 0
E(X) = $1/\lambda$ = Durchschnittliche Lebensdauer
Var(X) = $1/\lambda^2$

Weibull-Verteilung

$F(x) = 1 - e^{\lambda x^{\beta}}$;
$f(x) = \lambda\beta x^{\beta-1} e^{-\lambda x^{\beta}}$ für x > 0

Hypergeometrische Verteilung

N Elemente, M Treffermöglichkeiten, Stichprobe mit n (kein Zurücklegen)

prob(X=x)=$\dfrac{\begin{pmatrix} M \\ x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N-M \\ n-x \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} N \\ n \end{pmatrix}}$

$E(X) = n\frac{M}{N} \quad Var(X) = n\frac{M}{N}\left(1-\frac{M}{N}\right)\frac{N-n}{N-1}$

Näherungbei $20n \leq N$ durch Binomialverteilung

binomialverteilung

Stichprobe mit n, wahrscheinlichkeit pro Teil: p

$prob(X=x) = \begin{pmatrix} n \\ x \end{pmatrix} p^x(1-p)^{n-x}$

E(X) = np; Var(X) = np(1-p)

Wenn X = Bi(n;p) und Y = Bi(m;p) unabhängig, dann X + Y = Bi(m+n;p)

NäherungBei $n \geq 50, p \leq 0.1$ durch Poisson-Verteilung mit $\lambda = np$

NäherungBei $np(1-p) \geq 9$: $F_B(x) \approx F_N(x+0.5) = \Phi\left(\frac{x+0.5-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$

Poisson-Verteilung

Auftreten von Ereignis in Zeitinterval:

$prob(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$

$E(X) = Var(X) = \lambda$

NäherungBei $\lambda \geq 9$ $F_P(x) \approx F_N(x+0.5) = \Phi\left(\frac{x+0.5-\lambda}{\sqrt{\lambda}}\right)$

Normalverteilung

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-0,5\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

$\mu = erwartungswert, \sigma^2 = Varianz$

$X = N(\mu;\sigma^2), Y = aX+b \Rightarrow Y = N(a\mu+b;a^2\sigma^2)$

Standard-Normalverteilung z_p

Dichte: $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0,5x^2}$

Verteilung: Φ $\quad \Phi(-x) = 1-\Phi(x)$

E(X) = 0; Var(X) = 1;

Ablesen an Standard-Normalverteilung: $F(X) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$, $f(x) = \frac{\phi}{\sigma}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$

Zentraler Grenzwertsatz, schwache Konvergenz

Summe über identisch Verteilte Zufallsvariablen $X_i mit E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$

$X_1 + X_2 + \cdots + X_n$

Für große n: Normalverteilt mit E = $n\mu$ Var = $n\sigma^2$

Chi-Quadrat (mit m Freiheitsgraden)

$\chi^2(m) = \Sigma_{i=0}^m X_i^2$ für X_i standardnormalverteilt, unabhängig

E(χ^2) = m, Var(χ^2) = 2m

z.B. $\frac{ms^2}{\sigma^2} = \Sigma_{i=1}^{m+1}\left(\frac{X_i-\overline{X}}{\sigma}\right)^2$ mit X_i Stichproben aus normalverteilt ist χ^2 verteilt mit m Freiheitsgraden

$f_m(x) = \frac{x^{m/2-1}}{2^{m/2}\Gamma(m/2)}$ für x>0, sonst 0

$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-1}dt \Leftrightarrow$ x! für $x \in \mathbb{N}$

Näherungdurch Normalverteilung für m>30: $\chi^2_{m;p} = \sqrt{2m}z_p + m$

t-Verteilung mit m-Freiheitsgraden

$t(m) = \frac{Z}{\sqrt{X/m}}$ ist t-Verteilt für Z standardnormalverteilt und X Chi-Quadratverteilt

E(T) = 0 für m>1, Var(T) = $\frac{m}{m-2}$ für m>2

z.B. $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$ für Stichprobe mit Größe n aus Normalverteilter Grundgesamtheit

Näherungfür m>30: $t_{m;p} =\approx \sqrt{\frac{m}{m-2}}\Phi(p)$

$f_m(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma(m/2}\left(1+\frac{x^2}{m}\right)^{-\frac{m+1}{2}}$

F-Verteilung

$F(m_1;m_2) = \frac{\sqrt{X_1/m_1}}{\sqrt{X_2/m_2}}$ für $X_1 und X_2$ Chi-Quadrat verteilt

$E(F) = \frac{m_2}{m_2-2}$ für$m_2 > 2$, $Var(X) = \frac{m_2^2(m_1+m_2-2)}{m_1(m_2-4)(m_2-2)^2}$für$m_2 > 4$

Zufallsstichproben

n gewählte Elemente, die Werte sind zufällig verteilt; wenn ausgreichend Große Grundgesamtheit: Werte unabhängig und gleich verteilt

Punktschätzer

Test einer Verteilung mit zu schätzendem Parameter θ
Eigenschaften:

1. erwartungstreu falls E(T) = θ; bias=$E(T)-\theta$
2. asymptotisch erwartungstreu: $\lim_{n\to\infty} E(T_n) = \theta$
3. konsistent: konvergiert stochastisch gegen θ
   ($\lim_{n\to\infty} prob(|T_n-\theta| < \varepsilon) = 1$ für alle $\varepsilon > 0$
4. konsistent im quadratischen Mittel: $\lim_{n\to\infty} E((T_n-\theta)^2) = 0$
   bzw. wenn asymptotisch erwartungstreu und Var(X)$\to$ 0
   => ist auch konsistent; Bsp: arithmetisches Mittel, empirische Verteilung

Maximum-Likelihood

asymptotisch erwartungstreu, asymptotisch normalverteilt mit $\mu = \theta$, Varianz minimal

1. Berechne f(x) wenn nicht gegeben
   (Ableiten von F(x) nach x)
2. $L = \prod_{i=1}^n f(x_i,\theta)$
3. berechne log(L)
4. berechne maximum von L
   (ABLEITEN, = 0

1. Bsp: f(x) = $\lambda e^{-\lambda x_i}$
2. $L = \prod_{i=1}^n \lambda e^{-\lambda x_i}$
3. $z.B.log(L) = nln(\lambda) - \lambda \sum_{i=1}^n x_i$
4. $n/\lambda - \sum_{i=1}^n x_i \ldots$ **=0**
   auflösen $\lambda = n/\sum_{i=1}^n x_i$

Logarithmen:

- $log(xy) = log(x) + log(y)$
- $log(x^c) = clog(x)$
- $e^{log(x)} = x$

Least Squares/Regressionsrechnung (Gauß):

Zu nähernde Funktion f(x) in Parameterform, z.B. Gerade: y= mx+t
Stichprobe mit Wertepaaren: $(x_1,y_1)\ldots(x_n,y_n)$

1. Bilde s$\Delta := \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2$
2. Leite nach jedem Parameter ab, setze gleich Null, bestimme Parameter

Alternative für Geraden: $m = r_xy\frac{x_y}{s_x}, d = \overline{y} - k\overline{x}$

Intervallschätzung

Irrtumswahrscheinlichkeit: α Konfidenzniveau: $1-\alpha$

zweiseitiges Konfidenzintervall: Intervall zwischen $\overline{x} \pm Abweichung$ //siehe Folgende
einseitiges Konfidenzintervall: $[-\infty; \overline{x} + Abweichung]$
wenn σ nicht gegeben
Abweichung(zweiseitig): $\frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;\ 1-\alpha/2}$
Abweichung(einseitig): $\frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;\ 1-\alpha}$
wenn σ gegeben
Abweichung(zweiseitig): $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\alpha/2}$
Abweichung(einseitig): $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\alpha}$

t-Test

Stichprobe mit Mittelwert $\overline{x}$; Hypothese $H_0 : \mu = \mu_0$
Prüfwert: $z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

zweiseitig

Ablehnungsbereich: $|z| > t_{n-1;1-\alpha/2}$ => H_0muss verworfen werden

einseitig

Ablehnungsbereich: $|z| > t_{n-1;1-\alpha}$ => H_0muss verworfen werden

Chi-Quadrat-Anpassungstest

Test auf Verteilung = vermutete Verteilung
Vorraussetzung: große Stichprobe: ($np_i \geq 5$) für alle i

1. Teile Werte in Intervalle I_i auf; // Aus angabe entnehmen
2. h_i : Anzahl der Werte in I_i // Aus angabe entnehmen
3. p_i : Wahrscheinlichkeit von I_i laut vermuteter Verteilung
   // Berechne aus Verteilungsfunktion obere Grenze -untere Grenze
4. $y = \sum_{i=1}^{k} \frac{(h_i - np_i)^2}{np_i} = 1/n \left(\sum_{i_1}^{k} \frac{h_i^2}{p_i} \right) - n$ ist asymptotisch $\chi^2(k-1)$ verteilt
5. 0 geschätzte Parameter: Ablehnungsbereich: y > $\chi^2_{k-1;1-\alpha}$
   g geschätzte Parameter: Ablehnungsbereich: y > $\chi^2_{k-1-g;1-\alpha}$

Ableitungen

Kettenregel: $f(g)' = f'(g) \cdot g'$ // Nachleiten
Bsp: $(e^{-5x^2})' = e^{-5x^2} \cdot (-10x)$
Bsp: $((x-4)^2 + (4x+5)^2)' = 2(x-4) + 2(4x+5) \cdot 4$

A.2 Standardnormalverteilung $\Phi(z)$

Standardnormalverteilung $\Phi(z)$ ($\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$):

z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Ablesebeispiel: Der Funktionswert für $z = 0.23$ steht in der Zeile 0.2 und der Spalte 0.03. Also $\Phi(0.23) = 0.591$.

p-Quantile z_p ($z_{1-p} = -z_p$):

p	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995
z_p	0.2533	0.5244	0.8416	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905

A.3 Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung

p-Quantile $\chi^2_{m;p}$:

$m \setminus p$	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.844	7.633	8.907	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.434	8.260	9.591	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.034	8.897	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.643	9.542	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.260	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.886	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
31	14.46	15.66	17.54	19.28	21.43	41.42	44.99	48.23	52.19	55.00
32	15.13	16.36	18.29	20.07	22.27	42.58	46.19	49.48	53.49	56.33
33	15.82	17.07	19.05	20.87	23.11	43.75	47.40	50.73	54.78	57.65
34	16.50	17.79	19.81	21.66	23.95	44.90	48.60	51.97	56.06	58.96
35	17.19	18.51	20.57	22.47	24.80	46.06	49.80	53.20	57.34	60.27
36	17.89	19.23	21.34	23.27	25.64	47.21	51.00	54.44	58.62	61.58
37	18.59	19.96	22.11	24.07	26.49	48.36	52.19	55.67	59.89	62.88
38	19.29	20.69	22.88	24.88	27.34	49.51	53.38	56.90	61.16	64.18
39	20.00	21.43	23.65	25.70	28.20	50.66	54.57	58.12	62.43	65.48

Ablesebeispiel: $\chi^2_{12;0.9} = 18.55$

Für $m > 39$ kann folgende Approximation verwendet werden:

$$\chi^2_{m;p} \approx m\left(1 - \frac{2}{9m} + z_p\sqrt{\frac{2}{9m}}\right)^3,$$

wobei z_p das p-Quantil der Standardnormalverteilung ist.

A.4 Quantile der t-Verteilung

p-Quantile $t_{m;p}$ ($t_{m;1-p} = -t_{m;p}$):

$m \setminus p$	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.3
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.33
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.21
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
31	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.375
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365
33	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.356
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.340
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333
37	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715	3.326
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319
39	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708	3.313

Ablesebeispiel: $t_{12;0.9} = 1.356$

Für $m > 39$ kann folgende Approximation verwendet werden:

$$t_{m;p} \approx z_p\left(1 + \frac{1 + z_p^2}{4m}\right),$$

wobei z_p das Quantil der Standardnormalverteilung ist.

A.5 Quantile der F-Verteilung

p-Quantile $F_{m_1;m_2;p=0.95}$:

$m_1 \backslash m_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
1	161	18.5	10.1	7.71	6.61	5.99	5.59	5.32	5.12	4.96	4.75	4.60	4.49	4.41	4.35	4.30	4.26	4.23	4.20	4.17
2	199	19.0	9.55	6.94	5.79	5.14	4.74	4.46	4.26	4.10	3.89	3.74	3.63	3.55	3.49	3.44	3.40	3.37	3.34	3.32
3	216	19.2	9.28	6.59	5.41	4.76	4.35	4.07	3.86	3.71	3.49	3.34	3.24	3.16	3.10	3.05	3.01	2.98	2.95	2.92
4	225	19.2	9.12	6.39	5.19	4.53	4.12	3.84	3.63	3.48	3.26	3.11	3.01	2.93	2.87	2.82	2.78	2.74	2.71	2.69
5	230	19.3	9.01	6.26	5.05	4.39	3.97	3.69	3.48	3.33	3.11	2.96	2.85	2.77	2.71	2.66	2.62	2.59	2.56	2.53
6	234	19.3	8.94	6.16	4.95	4.28	3.87	3.58	3.37	3.22	3.00	2.85	2.74	2.66	2.60	2.55	2.51	2.47	2.45	2.42
7	237	19.4	8.89	6.09	4.88	4.21	3.79	3.50	3.29	3.14	2.91	2.76	2.66	2.58	2.51	2.46	2.42	2.39	2.36	2.33
8	239	19.4	8.85	6.04	4.82	4.15	3.73	3.44	3.23	3.07	2.85	2.70	2.59	2.51	2.45	2.40	2.36	2.32	2.29	2.27
9	241	19.4	8.81	6.00	4.77	4.10	3.68	3.39	3.18	3.02	2.80	2.65	2.54	2.46	2.39	2.34	2.30	2.27	2.24	2.21
10	242	19.4	8.79	5.96	4.74	4.06	3.64	3.35	3.14	2.98	2.75	2.60	2.49	2.41	2.35	2.30	2.25	2.22	2.19	2.16
12	244	19.4	8.74	5.91	4.68	4.00	3.57	3.28	3.07	2.91	2.69	2.53	2.42	2.34	2.28	2.23	2.18	2.15	2.12	2.09
14	245	19.4	8.71	5.87	4.64	3.96	3.53	3.24	3.03	2.86	2.64	2.48	2.37	2.29	2.22	2.17	2.13	2.09	2.06	2.04
16	246	19.4	8.69	5.84	4.60	3.92	3.49	3.20	2.99	2.83	2.60	2.44	2.33	2.25	2.18	2.13	2.09	2.05	2.02	1.99
18	247	19.4	8.67	5.82	4.58	3.90	3.47	3.17	2.96	2.80	2.57	2.41	2.30	2.22	2.15	2.10	2.05	2.02	1.99	1.96
20	248	19.4	8.66	5.80	4.56	3.87	3.44	3.15	2.94	2.77	2.54	2.39	2.28	2.19	2.12	2.07	2.03	1.99	1.96	1.93
22	249	19.5	8.65	5.79	4.54	3.86	3.43	3.13	2.92	2.75	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.05	2.00	1.97	1.93	1.91
24	249	19.5	8.64	5.77	4.53	3.84	3.41	3.12	2.90	2.74	2.51	2.35	2.24	2.15	2.08	2.03	1.98	1.95	1.91	1.89
26	249	19.5	8.63	5.76	4.52	3.83	3.40	3.10	2.89	2.72	2.49	2.33	2.22	2.13	2.07	2.01	1.97	1.93	1.90	1.87
28	250	19.5	8.62	5.75	4.50	3.82	3.39	3.09	2.87	2.71	2.48	2.32	2.21	2.12	2.05	2.00	1.95	1.91	1.88	1.85
30	250	19.5	8.62	5.75	4.50	3.81	3.38	3.08	2.86	2.70	2.47	2.31	2.19	2.11	2.04	1.98	1.94	1.90	1.87	1.84

Ablesebeispiel: $F_{2;12;0.95} = 3.89$

Approximation für $m > 30$: $F_{m_1;m_2;0.95} = \exp(\frac{3.2897}{\sqrt{h-0.95}} - 1.568g)$ mit $g = \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2}$ und $h = \frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}$

Es gilt $F_{m_1;m_2;1-p} = \frac{1}{F_{m_2;m_1;p}}$.

p-Quantile $F_{m_1;m_2;p=0.975}$:

$m_1 \backslash m_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
1	648	38.5	17.4	12.2	10.0	8.81	8.07	7.57	7.21	6.94	6.55	6.30	6.12	5.98	5.87	5.79	5.72	5.66	5.61	5.57
2	799	39.0	16.0	10.6	8.43	7.26	6.54	6.06	5.71	5.46	5.10	4.86	4.69	4.56	4.46	4.38	4.32	4.27	4.22	4.18
3	864	39.2	15.4	9.98	7.76	6.60	5.89	5.42	5.08	4.83	4.47	4.24	4.08	3.95	3.86	3.78	3.72	3.67	3.63	3.59
4	900	39.2	15.1	9.60	7.39	6.23	5.52	5.05	4.72	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.38	3.33	3.29	3.25
5	922	39.3	14.9	9.36	7.15	5.99	5.29	4.82	4.48	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.22	3.15	3.10	3.06	3.03
6	937	39.3	14.7	9.20	6.98	5.82	5.12	4.65	4.32	4.07	3.73	3.50	3.34	3.22	3.13	3.05	2.99	2.94	2.90	2.87
7	948	39.4	14.6	9.07	6.85	5.70	4.99	4.53	4.20	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.82	2.78	2.75
8	957	39.4	14.5	8.98	6.76	5.60	4.90	4.43	4.10	3.85	3.51	3.29	3.12	3.01	2.91	2.84	2.78	2.73	2.69	2.65
9	963	39.4	14.5	8.90	6.68	5.52	4.82	4.36	4.03	3.78	3.44	3.21	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.65	2.61	2.57
10	969	39.4	14.4	8.84	6.62	5.46	4.76	4.30	3.96	3.72	3.37	3.15	2.99	2.87	2.77	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51
12	977	39.4	14.3	8.75	6.52	5.37	4.67	4.20	3.87	3.62	3.28	3.05	2.89	2.77	2.68	2.60	2.54	2.49	2.45	2.41
14	983	39.4	14.3	8.68	6.46	5.30	4.60	4.13	3.80	3.55	3.21	2.98	2.82	2.70	2.60	2.53	2.47	2.42	2.37	2.34
16	987	39.4	14.2	8.63	6.40	5.24	4.54	4.08	3.74	3.50	3.15	2.92	2.76	2.64	2.55	2.47	2.41	2.36	2.32	2.28
18	990	39.4	14.2	8.59	6.36	5.20	4.50	4.03	3.70	3.45	3.11	2.88	2.72	2.60	2.50	2.43	2.36	2.31	2.27	2.23
20	993	39.4	14.2	8.56	6.33	5.17	4.47	4.00	3.67	3.42	3.07	2.84	2.68	2.56	2.46	2.39	2.33	2.28	2.23	2.20
22	995	39.5	14.1	8.53	6.30	5.14	4.44	3.97	3.64	3.39	3.04	2.81	2.65	2.53	2.43	2.36	2.30	2.24	2.20	2.16
24	997	39.5	14.1	8.51	6.28	5.12	4.41	3.95	3.61	3.37	3.02	2.79	2.63	2.50	2.41	2.33	2.27	2.22	2.17	2.14
26	999	39.5	14.1	8.49	6.26	5.10	4.39	3.93	3.59	3.34	3.00	2.77	2.60	2.48	2.39	2.31	2.25	2.19	2.15	2.11
28	1000	39.5	14.1	8.48	6.24	5.08	4.38	3.91	3.58	3.33	2.98	2.75	2.58	2.46	2.37	2.29	2.23	2.17	2.13	2.09
30	1000	39.5	14.1	8.46	6.23	5.07	4.36	3.89	3.56	3.31	2.96	2.73	2.57	2.44	2.35	2.27	2.21	2.16	2.11	2.07

Ablesebeispiel: $F_{2;12;0.975} = 5.10$

Approximation für $m > 30$: $F_{m_1;m_2;0.95} = \exp(\frac{3.9197}{\sqrt{h-1.14}} - 1.948g)$ mit $g = \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2}$ und $h = \frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}$

Es gilt $F_{m_1;m_2;1-p} = \frac{1}{F_{m_2;m_1;p}}$.