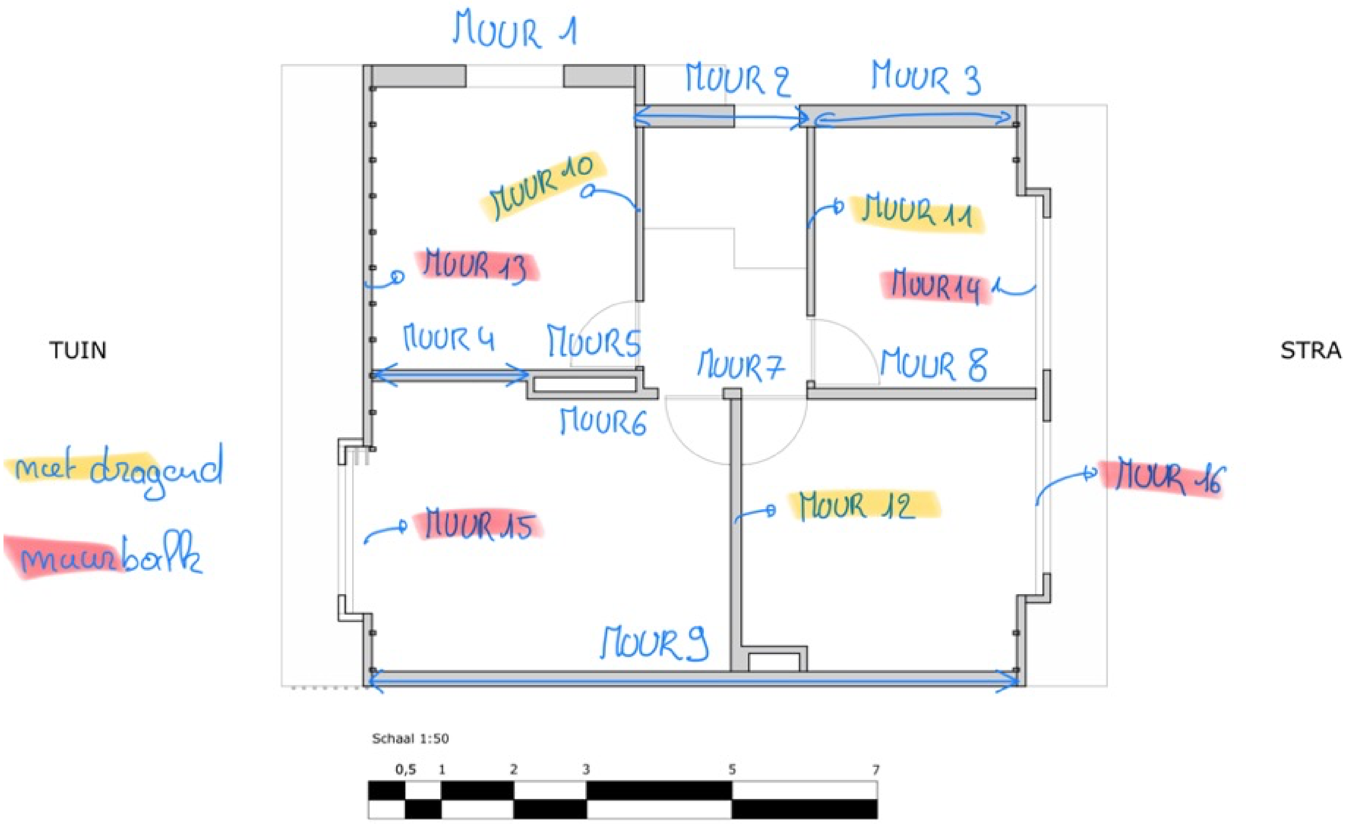
Berekening Profiel 1 - HEB200

Bereking van **Profiel 1**, een eenvoudig opgelegde ligger boven het keukeneiland. Het profiel ondersteund de vloer van de badkamer en een deel van de dragende wand. Lasten zijn afkomstig van het dak tot het eerste verdiep. Er wordt gerekened met een **nuttige belasting** van $200kN/m^2$ en een krachtsafdracht van de vloeroppervlaktes tussen de draagmuren (dus **krachtsafdracht** in **1 richting**)

Indeling

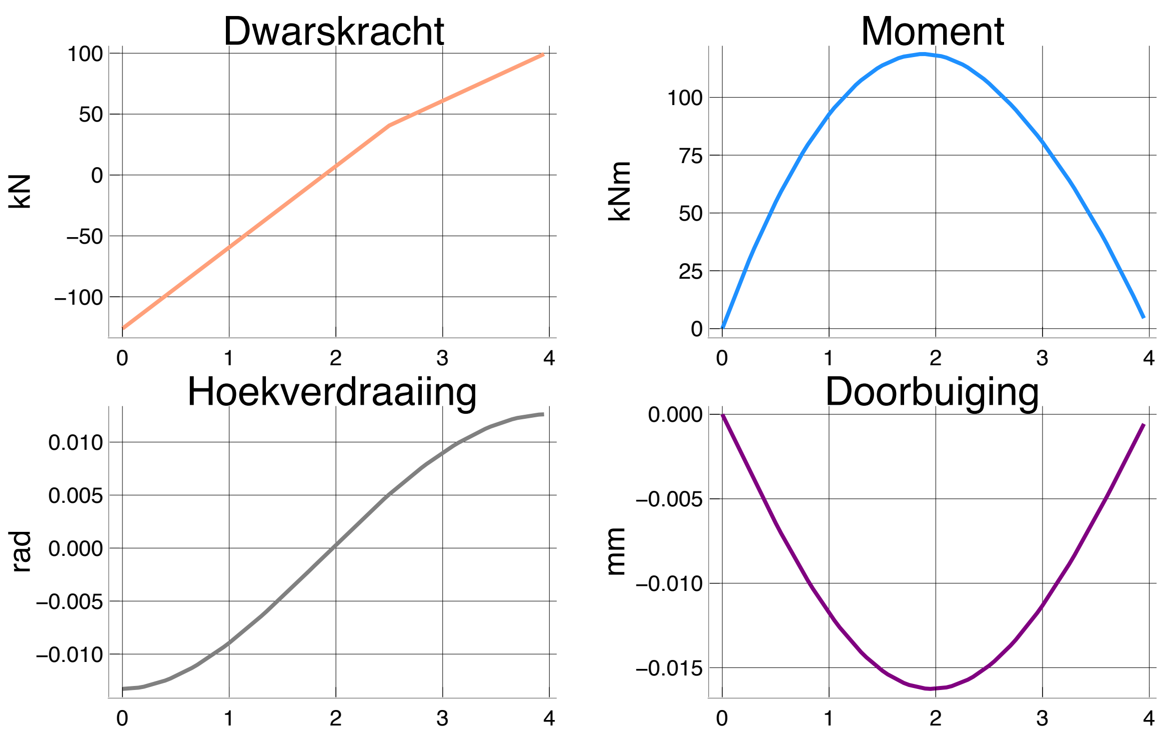
De krachtsafdracht is bepaald voor volgende indeling. In de lastendaling zijn de resulterende belasting begroot ter hoogte van de bovenzijde van de muren van het gelijkvloers. Op onderstaande figuur wordt een onderschijdt gemaakt tussen muren met een dragende functie en deze met een niet dragende functie.



Eenvoudig opgelegde ligger

Eenvoudig opgelegde ligger met **2 verdeelde belastingen**, zijnde p_1 en p_2

Naam van het profiel; naam = Profiel 1




```
Dict("M_max" ⇒ 118.724, "α_min" ⇒ -0.0132841, "α_max" ⇒ 0.0126209, "v_max" ⇒ 0.0, "V
```

```
overzicht
```

Controle

Controle van de voorwaarden in **GGT** en **UGT**. Bepalend zijn in het desbetreffende geval de doorsnedecontroles in **GGT**. Geen stabiliteitscontrole (*Torsional Lateral Buckling*, *Web Crippling*, ...) zijn momenteel uitgevoerd.

Definitie (zie ook `NBN B03-003`):

- δ_0: tegenpijl balk in onbelaste toestand
- δ_1: ogenblikkelijke verandering t.g.v. perm. belastingen
- δ_2: toename onder invloed van variabele belsting (kar. geval)
- $\delta_{max} = \delta_1 + \delta_2 - \delta_0$

Controles in **GGT**

1. Max 80% van f_{yd} in de meest getrokken/gedrukte vezel
2. Vervormingen van de ligger beperkt tot $L/500$ voor δ_2 en $L/400$ voor δ_{max}.
   - Toegelaten vervorming 7.99 mm en optredende (**GGT** Kar) 0.0 mm

Controles in **UGT**

1. Doorsnedecontrole $UC = \dfrac{M_{Ed}}{M_{Rd}}$ met $M_{Rd} = W_{el;y}\, f_{yd}$

Randvoorwaarden of *Boundary Conditions*

Definiëer de randvoorwaarden of *Boundary Conditions* (BC). Voor een **verdeelde belasting** geef je de parameters a, b, L en p in waarbij een *positieve* waarde van p een neerwaartse belasting is. Voor een **puntbelasting** geef je de parameters a, L en p in. Ook de stijfheid EI.

Voor de vervorming en hoekverdraaiing moet de stijfheid in acht genomen worden

Keuze profiel: HEB200

Keuze staalkwaliteit: S235

Keuze grenstoestand: UGT

Haal informatie van het profiel op en bewaar het in `info`

```
Dict{String, Any}(
    "Iy" ⇒ 57000000
    "Name" ⇒ "HEB200"
)
```

```
EI_ = 11970.0
```

```
EI_ = 210000 * info["Iy"] / 10^9 # kNm2
```

deel1 = (a ⇒ 0 , b ⇒ 2.473 , L ⇒ 3.995 , p ⇒ 66.992 , EI ⇒ 11970.0)

```
deel1 = (
    a => 0,
    b => 2.473,
    L => 3.995,
    p => grenstoestand == "GGT" ? 39.350 : 66.992, # UGT = 66.992, GGT = 39.350
    EI => EI_
)
```

deel2 = (a ⇒ 2.473 , b ⇒ 3.995 , L ⇒ 3.995 , p ⇒ 40.475 , EI ⇒ 11970.0)

```
deel2 = (
    a => 2.473,
    b => 3.995,
    L => 3.995,
    p => grenstoestand == "GGT" ? 23.984 : 40.475, # UGT = 40.475, GGT = 23.984
    EI => EI_
)
```

Resultaten

Haal de resultaten op en geef ze weer op een grafiek.

> `lambdify` wordt gebruikt om de formules om te zetten van hun `SymPy` vorm naar een pure `Julia` vorm

Reactiekrachten

R1 =

$$126.128634364456$$

```
R1 = R11(deel1...) + R11(deel2...)
```

R2 =

$$101.145531635544$$

```
R2 = R12(deel1...) + R12(deel2...)
```

Dwarskracht en momenten

Oplossing neerschrijven van de dwarkracht en het buigend moment

`V = #101 (generic function with 1 method)`

```
V = lambdify(V1(deel1...) + V1(deel2...))
```

`M = #101 (generic function with 1 method)`

```
M = lambdify(M1(deel1...) + M1(deel2...))
```

Hoekverdraaiing en doorbuiging

Oplossing neerschrijven van de hoekverdraaiing en de doorbuiging

`α = #101 (generic function with 1 method)`

```
α = lambdify(α1(deel1...) + α1(deel2...))
```

`v = #101 (generic function with 1 method)`

```
v = lambdify(v1(deel1...) + v1(deel2...))
```

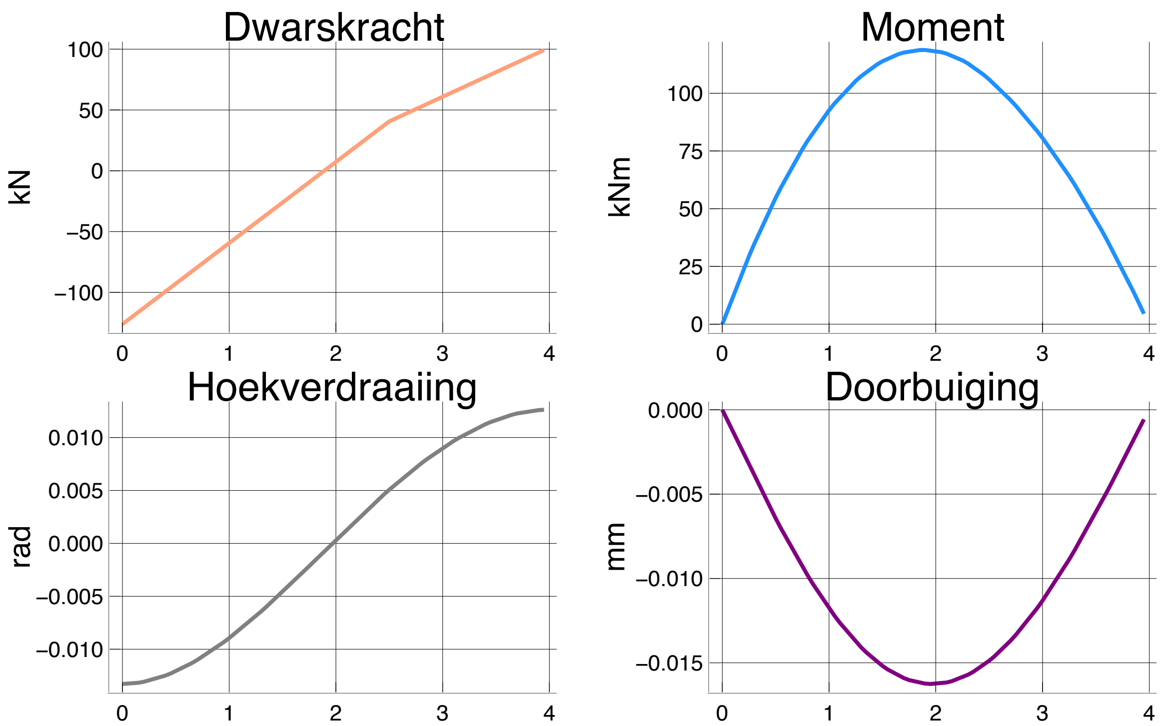
Maximale interne krachten

Maximale interne krachten en hun voorkomen (x abscis)

`tmax = 1.8827417357961487`

```
overzicht =   Dict{String, Float64}(
                  "M_max" ⇒ 118.724
                  "α_min" ⇒ -0.0132841
                  "α_max" ⇒ 0.0126209
                  "v_max" ⇒ 0.0
                  "V_max" ⇒ 99.3242
                  "M_min" ⇒ 0.0
                  "v_min" ⇒ -0.0162539
                  "V_min" ⇒ -126.129
              )
```

```
grafiek =
```



Dependencies en hulpfuncties

Hieronder worden de *dependencies* geladen en de hulpfuncties gedefinieerd

```
using PlutoUI, ImageView, Images, Conda, PyCall, SymPy, Plots, HTTP, JSON, Luxor,
Roots
```

Start de `plotly` backend

```
PlotlyBackend()
```

```
plotly()
```

Symbolische notatie wordt gehanteerd om de basis op te stellen. Het opstellen van de vergelijken doen we via `SymPy`, bekend vanuit **Python**. Het pakket kun je aanroepen via `PyCall`, wat we ook zullen doen voor enkele functies, maar kan ook via `SymPy.jl` dat wat *Julia* specifieke syntax toevoegd om gebruik te maken van het pakket. Doordat in de *backend* verbinding wordt gelegd met een *Python* omgeving, is snelheid beperkt:

`SymPy` oproepen via `PyCall` doe je als volgt:

```
import Pkg; Pkg.add("Conda")
import Pkg; Pkg.add("PyCall")
# Install SymPy using Conda
using Conda, PyCall
Conda.add("sympy")
# PyCall uses the python interpreter included in the Conda.jl package
sympy = pyimport("sympy")
```

Naast bovenstaande roepen we ook `SymPy.jl` op om gebruik te maken van `SymPy` via *Julia* specifieke syntax:

```
import Pkg; Pkg.add("SymPy")
```

```
_heaviside (generic function with 1 method)
```

```
function _heaviside(t, zero)
    # Bij t=0 is sign(t) = 0 of deze functie 0.5
    0.5 .* (sign.(t) .+ 1)
end
```

Ook `SymPy` heeft een methode Heaviside - functie te gebruiken via `PyCall`

```
heaviside = PyObject Heaviside
```

```
# Bij deze definitie is de waarde bij t=0 gelijk aan 'onbestaande'
heaviside = sympy.functions.special.delta_functions.Heaviside
```

```
interval (generic function with 1 method)
```

```
function interval(t, a, b)
    # Bij t=b wordt een waarde van 0.5 geretourneerd (limitatie)
    heaviside(t-a,0) .- heaviside(t-b,0)
end
```

Naast `Heaviside` is er ook een methode `Piecewise` via `PyCall` aan te roepen. Helaas ondersteunen deze functie wel geen Array calls, dus moet je de `map` functie in *Julia* gaan gebruiken om bijvoorbeeld te gaan plotten

```
piecewise = PyObject Piecewise
```

```
# Functie roep je aan met f(t) = piecewise((5, t < 2), (10, t <= 4))
piecewise = sympy.functions.elementary.piecewise.Piecewise
```

Interne krachtswerking

> **Superpositiebeginsel**
>
> Wanneer een lichaam onderworpen is aan verschillende krachtsverwerkingen (F, M, ΔT ...) mag men het effect (σ, ϵ, v, α...) van elk van die belastingen, waarbij ze afzonderlijk op het lichaam inwerken, optellen of superponeren indien een aantal geldigheidsvoorwaarden vervuld zijn:
>
> - De (veralgemeende) verplaatsingen zijn klein
> - De materialen zijn lineair elastisch en kunnen met andere woorden door de wetten van *Hooke* worden beschreven
> - Er is **geen** energiedissipatie in de verbindingen door wrijving

Gebruik `@syms` om *SymPy symbols* te definiëren of gebruik de functie `symbols`. De laatste optie heeft het voordeel dat je nadien je invoergegevens nog kan wijzigen. Bij het gebruik van `@syms` kan je dit niet langer. Ook heb je flexibiliteit over de naam bij het gebruik van `symbols`

Steunpunten

Bepaal de krachten in de steunpunten door het momentenevenwicht uit te schrijven in de steunpunten. Het moment ter hoogte van de steunpunten is 0, dus uit dit gegeven bereken je eenvoudig de krachten ter hoogte van de steunpunten. Bij een **statisch** bepaalde constructie bepaal je dus in 1 tijd je reactiekrachten.

> Hyperstatische constructie?

Een **hyperstatische** constructie kun je oplossen door het *snijden* in de krachten en het te vervangen door onbekende krachten. Je gaat door met *snijden* tot je een statisch bepaalde constructie bekomt. Bij de oplossing leg je nadien bijkomende beperkingen op. Ter hoogte van het steunpunt zal bijvoorbeeld de vervorming er gelijk moeten zijn aan 0 of de rotatie 0 indien je *gesneden* hebt in een momentvaste verbinding

Kinematische randvoorwaarden

Leg de kinematische randvoorwaarden op om de constantes te gaan bepalen. Deze voorwaarden bestaan onderander uit $v(t => 0) = 0$ en $v(t => L) = 0$. De ligger heeft een continue vervorming en ook de hoekverdraaiing verloopt continu.

Hyperstatische constructie?

Bij een **hyperstatische** constructie worden extra randvoorwaarden opgelegd. Zo zal bijvoorbeeld naar de verticale kracht van een steunpunt *gesneden* zijn en dien nu opgelegd te worden dat de vervorming er gelijk is aan 0.

Berekening

Bepaal de dwarskrachten $V(t)$ en momenten $M(t)$ voor een eenvoudig opgelegde ligger met twee verdeelde belastingen. Nadien bepalen we ook de hoekverdraaiing $\alpha(t)$ en de doorbuiging $v(t)$.

Dwarskracht V en buigend moment M

Berekening van de interne krachten. BIj een **statisch** bepaalde constructie zijn deze niet afhankelijk van de *stijfheid*, bij een **hyperstatische** constructie wel en volgt het dwarskrachtverloop pas uit het oplossen van een stelsel

Hoekverdraaiing α en doorbuiging v

Deze worden berekend uit de kromming χ.

We wensen de **vervormingen** $v(t)$ te kennen van de ligger, hiervoor grijpen we terug naar de volgende theorie. De kromming χ is gelijk aan de verhouding tussen het moment en de buigstijfheid, dit bij kleine vervormingen.

$$\chi = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{EI}} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{d^2v}{dt^2}$$

Merk op dat we hier t hanteren als indicatie voor de positie op de ligger.

De ligger wordt opgeknipt in een aantal delen, een *piecewise* functie. Elk deel wordt geintegreerd. Constantes komen op de proppen die nadien via een stelsel bepaald dienen te worden. Voor elk deel wordt een **unieke** constante gedefinieerd.

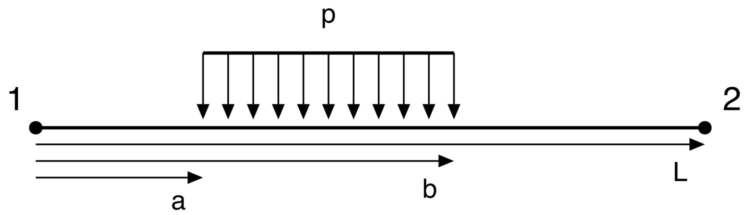
```
t =
```

$$t$$

$(a,\ b,\ p,\ F,\ L,\ EI)$

1. Verdeelde belasting van a tot b

Eenvoudig opgelegde ligger, opwaartse kracht = positief (steunpunten). Aangrijpende kracht p is neerwaarts gericht.



Moment in de steunpunten = $0 \longrightarrow$ evenwicht er rond uitschrijven ter bepalen van de steunpuntsreacties

`R11 =`

$$\frac{p(-a+b)(2L-a-b)}{2L}$$

`R12 =`

$$\frac{p(-a+b)(a+b)}{2L}$$

1.1 Bepalen dwarskracht $V(t)$

$$\left(p(-a+t) - \frac{p(-a+b)(2L-a-b)}{2L}\right)(\theta(-a+t) - \theta(-b+t)) - \frac{p(1-\theta(-a+t))(-a+}{2L}$$

```
begin
    V11 = - R11                          # Van t: 0 -> a
    V12 = - R11 .+ p .* (t .- a)         # Van t: a -> b
    V13 = + R12                          # Van t: b -> L
    V1 = V11 .* interval(t, -1e-10, a) .+ V12 .* interval(t, a, b) .+ V13 .*
interval(t, b, L)
end
```

1.2 Bepalen moment $M(t)$

$$\left(-p(-a+t)\left(-\frac{a}{2}+\frac{t}{2}\right) + \frac{pt(-a+b)(2L-a-b)}{2L}\right)(\theta(-a+t) - \theta(-b+t)) + \frac{pt(1-\theta}{}$$

1.3 Bepalen hoekverdraaiing $\alpha(t)$

(C_1, C_2, C_3)

$$(1-\theta(-a+t))\left(C_1+\frac{t^2\left(-2Lap+2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{4L}\right)+(-\theta(-L+t)+\theta(-b+t))\Bigg(C_3$$

```
EIα1 =
```

$$(1-\theta(-a+t))\left(\frac{t^2\left(-2Lap+2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{4L}+\frac{4L^2a^2p-4L^2b^2p-4La^3p+4Lb^3p+}{24L}\right.$$

```
α1 =
```

$$\frac{(1-\theta(-a+t))\left(\frac{t^2\left(-2Lap+2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{4L}+\frac{4L^2a^2p-4L^2b^2p-4La^3p+4Lb^3p+a^4p-b^4p}{24L}\right)+(-\theta(-L+t)-}{}$$

1.4 Bepalen doorbuiging $v(t)$

$(D_1,\ D_2,\ D_3)$

$$(1-\theta(-a+t))\left(C_1t+D_1+\frac{t^3\left(-2Lap+2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{12L}\right)+(-\theta(-L+t)+\theta(-b+$$

```
EIv1 =
```

$$(1-\theta(-a+t))\left(\frac{t^3\left(-2Lap+2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{12L}+\frac{t\left(4L^2a^2p-4L^2b^2p-4La^3p+4Lb^3p\right.}{24L}\right.$$

```
v1 =
```

$$\frac{(1-\theta(-a+t))\left(\frac{t^3\left(-2Lap+2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{12L}+\frac{t\left(4L^2a^2p-4L^2b^2p-4La^3p+4Lb^3p+a^4p-b^4p\right)}{24L}\right)+(-\theta(-L+t}{}$$

1.5 Kinematische randvoorwaarden

De ligger heeft een continue vervorming en ook de hoekverdraaiing verloopt continu.

```
rvw1 =
```

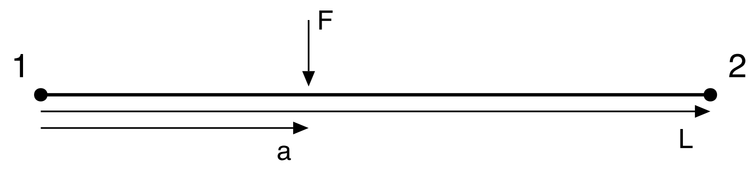
$$\left[D_1,\ C_1a-C_2a+D_1-D_2+\frac{7a^4p}{24}-\frac{a^3\left(2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{12L}+\frac{a^3\left(-2Lap+2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{12L},\ C_2b-C_3b+D_2-D_3-\frac{a^2b^2p}{4}-\frac{b^4p}{24}-b^2\left(-\frac{a^2p}{4}+\frac{b^2p}{4}\right)-\frac{b^3\left(a^2p-b^2p\right)}{12L}+\frac{b^3\left(2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{12L},\ C_3L+D_3+L^2\left(-\frac{a^2p}{4}+\frac{b^2p}{4}\right)+\frac{L^2\left(a^2p-b^2p\right)}{12},\ C_1-C_2+\frac{2a^3p}{3}-\frac{a^2\left(2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{4L}+\frac{a^2\left(-2Lap+2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{4L},\ C_2-C_3-\frac{a^2bp}{2}-\frac{b^3p}{6}-b\left(-\frac{a^2p}{2}+\frac{b^2p}{2}\right)-\frac{b^2\left(a^2p-b^2p\right)}{4L}+\frac{b^2\left(2Lbp+a^2p-b^2p\right)}{4L}\right]$$

```
opl1 =
```

$$\text{Dict}(\; D_1 \Rightarrow 0,\; D_3 \Rightarrow -\frac{a^4p}{24} + \frac{b^4p}{24},\; C_2 \Rightarrow \frac{4L^2a^2p - 4L^2b^2p + 4Lb^3p + a^4p - b^4p}{24L},\; C_1 \Rightarrow \frac{4L^2a^2p - 4L^2b^2p - 4La^3p + 4Lb^3p + a^4p - b^4p}{24L},\; D_2 \Rightarrow -\frac{a^4p}{24},\; C_3 \Rightarrow \frac{4L^2a^2p - 4L^2b^2p + a^4p - b^4p}{24L}\;)$$

2. Puntlast F ter hoogte van abscis a

Eenvoudig opgelegde ligger, reactiekracht opwaarts = positief, aangrijpende kracht neerwaarts = positief



Moment in de steunpunten = $0 \rightarrow$ evenwicht er rond uitschrijven ter bepalen van de steunpuntsreacties

```
R21 =
```

$$\frac{F(L-a)}{L}$$

```
R22 =
```

$$\frac{Fa}{L}$$

2.1 Bepalen dwarskracht $V(t)$

$$-\frac{F(1-\theta(-a+t))(L-a)}{L} + \left(F - \frac{F(L-a)}{L}\right)(-\theta(-L+t)+\theta(-a+t))$$

2.2 Bepalen moment $M(t)$

$$-\frac{Ft(1-\theta(-a+t))(L-a)}{L} + \left(F(-a+t) - \frac{Ft(L-a)}{L}\right)(-\theta(-L+t)+\theta(-a+t))$$

2.3 Bepalen hoekverdraaiing $\alpha(t)$

$$(C_1,\ C_2)$$

$$(1-\theta(-a+t))\left(C_1-\frac{t^2(-FL+Fa)}{2L}\right)+(-\theta(-L+t)+\theta(-a+t))\left(C_2+Fat-\frac{Fat^2}{2L}\right.$$

`EIα2 =`

$$(1-\theta(-a+t))\left(-\frac{t^2(-FL+Fa)}{2L}+\frac{-2FL^2a+3FLa^2-Fa^3}{6L}\right)+(-\theta(-L+t)+\theta(-a$$

`α2 =`

$$\frac{(1-\theta(-a+t))\left(-\frac{t^2(-FL+Fa)}{2L}+\frac{-2FL^2a+3FLa^2-Fa^3}{6L}\right)+(-\theta(-L+t)+\theta(-a+t))\left(Fat-\right.}{EI}$$

2.4 Bepalen doorbuiging $v(t)$

$$(D_1,\ D_2)$$

$$(1-\theta(-a+t))\left(C_1t+D_1+\frac{t^3(FL-Fa)}{6L}\right)+(-\theta(-L+t)+\theta(-a+t))\left(C_2t+D_2+\right.$$

`EIv2 =`

$$(1-\theta(-a+t))\left(\frac{t^3(FL-Fa)}{6L}+\frac{t\left(-2FL^2a+3FLa^2-Fa^3\right)}{6L}\right)+(-\theta(-L+t)+\theta(-a$$

`v2 =`

$$\frac{(1-\theta(-a+t))\left(\frac{t^3(FL-Fa)}{6L}+\frac{t\left(-2FL^2a+3FLa^2-Fa^3\right)}{6L}\right)+(-\theta(-L+t)+\theta(-a+t))\left(\frac{Fa^3}{6}+\right.}{EI}$$

2.5 Kinematische randvoorwaarden

De ligger heeft een continue vervorming en ook de hoekverdraaiing verloopt continu.

`rvw2 =` $\left[D_1,\ C_1a-C_2a+D_1-D_2-\frac{Fa^3}{2}+\frac{Fa^4}{6L}+\frac{a^3(FL-Fa)}{6L},\ C_2L+D_2+\frac{FL^2a}{3},\ C_1-C_2-Fa^2+\frac{Fa^3}{2L}-\frac{a^2(-FL+Fa)}{2L}\right]$

opl2 = Dict($D_1 \Rightarrow 0$, $C_2 \Rightarrow \frac{-2FL^2a - Fa^3}{6L}$, $C_1 \Rightarrow \frac{-2FL^2a + 3FLa^2 - Fa^3}{6L}$, $D_2 \Rightarrow \frac{Fa^3}{6}$)

3. Voorbeelden

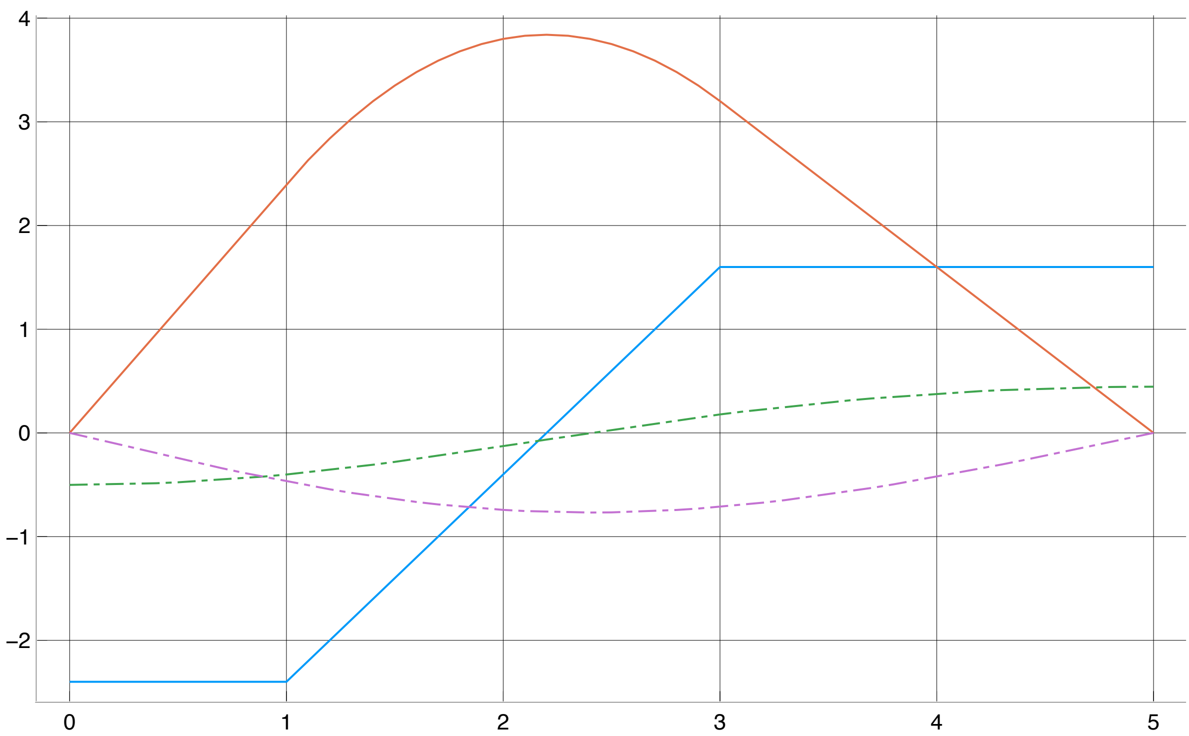
3.1 Verdeelde belasting p

Verdeelde belasting volgens (a => 1, b => 3, L => 5, p => 2, EI => 11970.0)

Waarde voor p: 2 kN/m

BC1 = ($a \Rightarrow 1$, $b \Rightarrow 3$, $L \Rightarrow 5$, $p \Rightarrow 2$, $EI \Rightarrow 11970.0$)

```
BC1 = a => 1, b => 3, L => 5, p => _p, EI => EI_
```




```
begin
    plot(0:0.1:5, V1(BC1...), label="Dwarskracht [kN]", legend=false)
    plot!(0:0.1:5, M1(BC1...), label="Moment [kNm]")
    plot!(0:0.1:5, α1(BC1...) .* 1000, line = (1, :dashdot), label="Hoekverdraaiing [mrad]")
    plot!(0:0.1:5, v1(BC1...) .* 1000, line = (1, :dashdot), label="Doorbuiging [mm]")
end
```

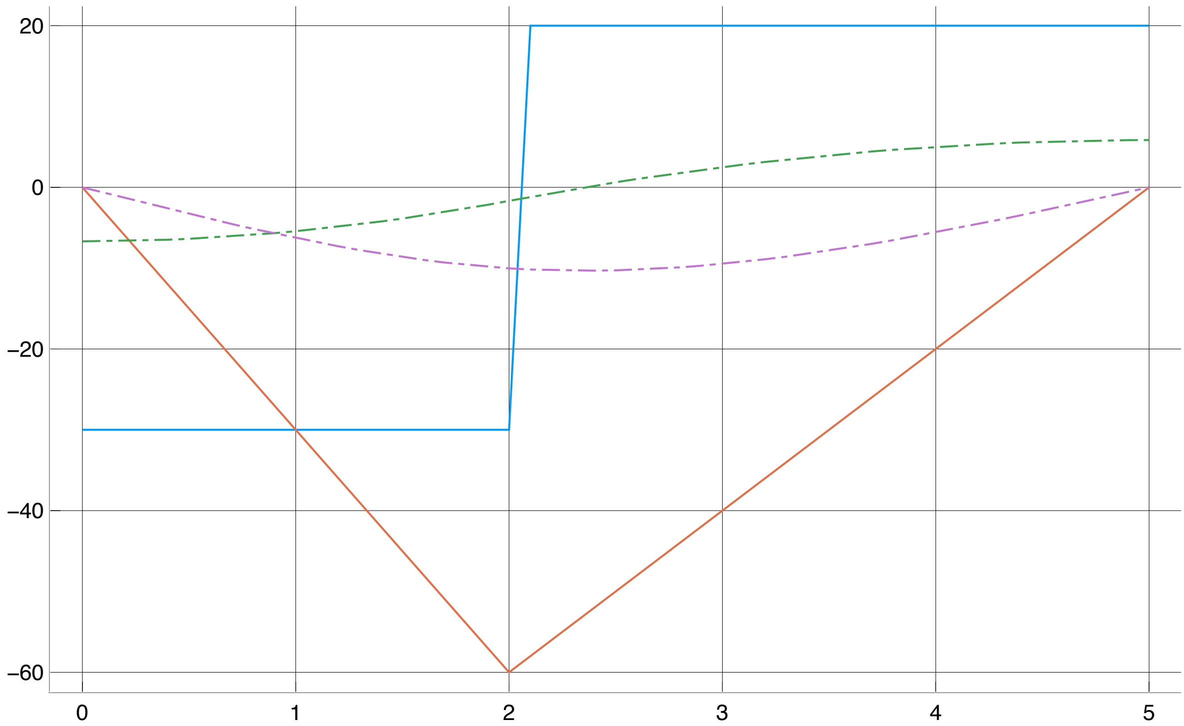
3.2 Puntbelasting F

Puntbelasting volgens (a => 2, L => 5, F => 50, EI => 11970.0)

Waarde voor a: 2 m

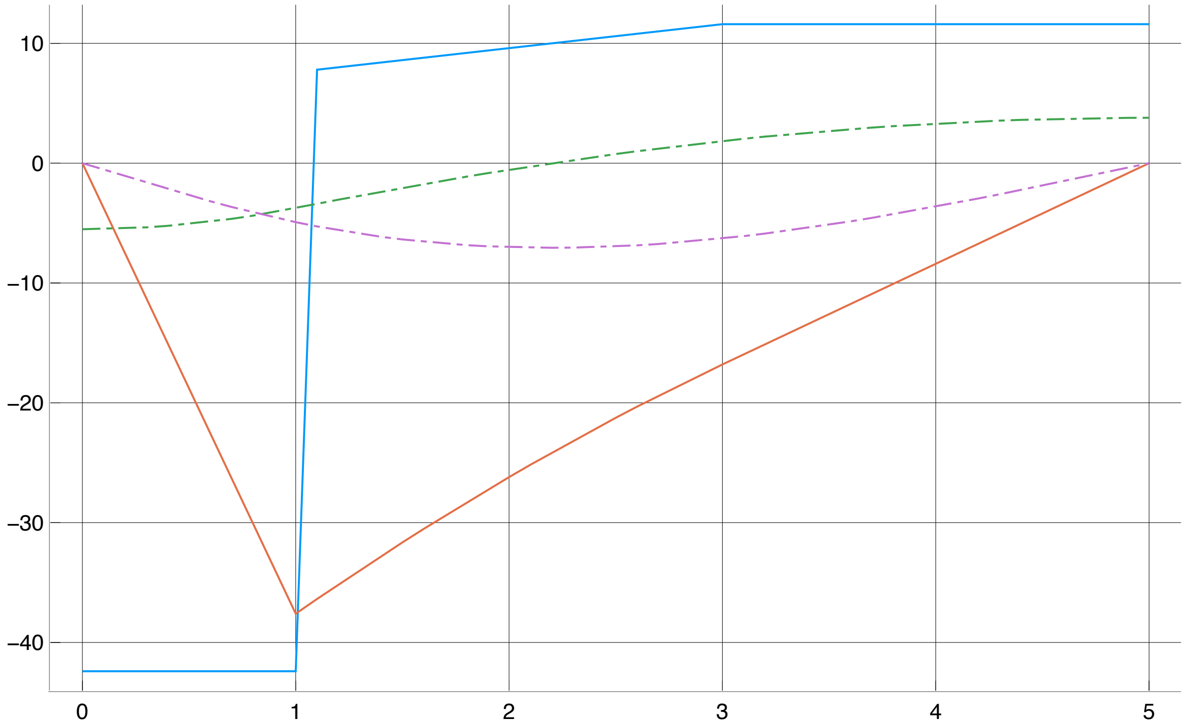
Waarde voor F: 50 kN

(a ,	L ,	F ,	EI)
⇛ 2	⇛ 5	⇛ 50	⇛ 11970.0



3.3 Samenstel krachten

Samenstel van krachten uit **3.1** en **3.2**



Theorie

Virtuele arbeid

Virturele **rek**

Op een infinitesimaal deeltje van een staaf dx worden uitwendige normaalkrachten n opgelegd. Indien er geen samengang in het materiaal zou bestaan, dan wordt het mootje uiteengereten. Een virtuele, axiale verplaatsing δu wordt opgelegd, en een vervorming $(\delta x)'$ of $d\delta x/dx$ wat ook wel gelijk is aan $\delta\varepsilon$ (virtuele **rek**) wordt aan de rechterzijde opgeteld bij de translatie.

$$-n\;\delta u + n\;(\delta u + \delta\varepsilon\;dx) + \sum_i \overrightarrow{R_i}\;\delta\overrightarrow{u_i} = 0$$

Virturele **kromming**

Op een infinitesimaal deeltje van een staaf dx worden uitwendige krachtenkoppel m opgelegd. Indien er geen samengang in het materiaal zou bestaan, dan wordt het mootje uiteengereten. Een virtuele, axiale rotatie $\delta\alpha$ wordt opgelegd, en een vervorming $(\delta\alpha)'$ of $d\delta\alpha/dx$ wat ook wel gelijk is aan $\delta\chi$ (virtuele **kromming**) wordt aan de rechterzijde van de moot opgeteld bij de rotatie.

$$-m\;\delta\alpha + m\;(\delta\alpha + \delta\chi\;dx) + \sum_i \overrightarrow{R_i}\;\delta\overrightarrow{u_i} = 0$$

Wens je bijvoorbeeld het moment te kennen ten gevolge van een last F, dan pas je het principe van virtuele arbeid toe waarbij je snijdt ter hoogte van het aangrijpingspunt van F en dit vervangt door een koppel met waarde M en een scharnier. De vervormingen zijn klein. De virtuele verplaatsing in C is gelijk aan x. Volgend evenwicht schrijven we uit.

$$F \cdot x = M\ \delta\theta_{AC} + M\ \delta\theta_{CB}$$

Omdat de vervormingen klein zijn, kunnen we volgende hanteren:

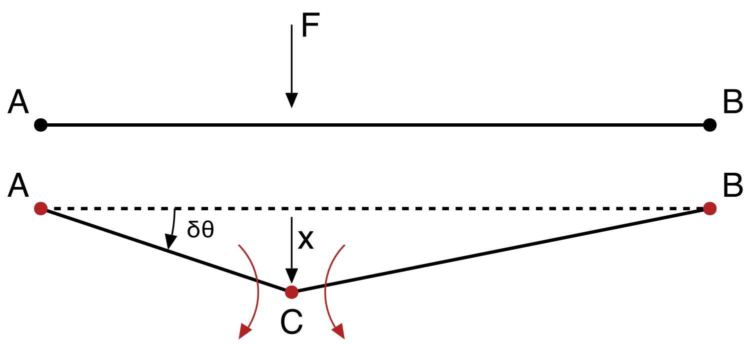
$$\delta\theta_{AC} = \arctan\left(\frac{x}{|AC|}\right) \overset{\text{kleine vervormingen}}{\approx} \frac{x}{|AC|}$$

Dus vergelijking kan omgevormd tot volgende oplossing:

$$F \cdot x = M\ \frac{x}{|AC|} + M\ \frac{x}{|CB|} = M \cdot x \left(\frac{1}{|AC|} + \frac{1}{|CB|}\right)$$

Vervang $|AC|$ door a en $|CB|$ door b en los op naar M:

$$M = F \cdot \frac{a\,b}{a+b}$$



Afhankelijk van het gegeven die je zoekt, ga je anders gaan snijden in je constructie

Integralen en analogieën van Mohr

Berekenen **doorbuiging** ten opzichte van een koorde

1. Gereduceerd momentenvlak of kromming: $\chi = \dfrac{M}{\mathrm{EI}}$
2. Doorbuiging a in punt P t.o.v. koorde AB
3. Stel **hulplichaam** op met lengte = koorde AB, eenvoudig opgelegd
4. Belast hulplichaam met kracht $q = \dfrac{M}{\mathrm{EI}}$
5. Bereken **moment** hulplichaam in P

Definitie: *De verticale verplaatsing van een punt P, gelegen tussen de punten A en B van een al dan niet doorgaande, al dan niet prismatische balk, en gemeten ten opzichte van de koorde AB in de belaste en dientengevolge vervormde stand, is gelijk aan het buigend moment in het punt P van een eenvoudig opgelegde hulpligger AB, die een fictieve, gespreide belasting draagt, waarvan de amplitude in ieder punt gelijk is aan het plaatselijke, gereduceerde moment in het oospronkelijk gestel.*

Berekenen **hoekverdraaiing** ten opzichte van een koorde

1. Gereduceerd momentenvlak of kromming: $\chi = \dfrac{M}{\mathrm{EI}}$
2. Hoekverdraaiing a in punt P t.o.v. koorde AB
3. Stel **hulplichaam** op met lengte = koorde AB, eenvoudig opgelegd
4. Belast hulplichaam met kracht $q = \dfrac{M}{\mathrm{EI}}$
5. Bereken **dwarskracht** hulplichaam in P

Definitie: *De wenteling van de raaklijn in een punt P, gelegen tussen de punten A en B van een al dan niet doorgaande, al dan niet prismatische balk, en gemeten ten opzichte van de koorde AB in de belaste en dientengevolge vervormde stand, is op het teken na gelijk aan de dwarskracht in het punt P van een eenvoudig opgelegde hulpligger AB, die een fictieve, gespreide belasting draagt, waarvan de amplitude in ieder punt gelijk is aan het plaatselijke, gereduceerde moment in het oorspronkelijke gestel.*

Stelling van Green

Elastische **verticale verplaatsing** van een doorsnede ten opzichte van de raaklijn aan de elastica in een andere doorsnede

1. Gereduceerd momentenvlak of kromming: $\chi = \dfrac{M}{\mathrm{EI}}$
2. Verplaatsing a in punt P t.o.v. doorsnede A
3. Stel **hulplichaam** op met lengte = koorde AP, ingeklemd in A
4. Belast hulplichaam met kracht $q = \dfrac{M}{\mathrm{EI}}$
5. Bereken het **moment** in A van het hulplichaam

Definitie: *Om de elastische doorbuiging van een doorsnede P ten opzichte van de raaklijn aan de elastica in een andere doorsnede A te bepalen, neemt men het statisch moment van het gereduceerde momentenvlak tussen A en P om het punt waar men de verplaatsing wenst te kennen.*

Elastische **draaiing** van een doorsnede ten opzichte van de raaklijn aan de elastica in een andere doorsnede

1. Gereduceerd momentenvlak of kromming: $\chi = \dfrac{M}{\mathrm{EI}}$
2. Draaiing θ in punt P t.o.v. doorsnede A
3. Stel **hulplichaam** op met lengte = koorde AP, ingeklemd in A
4. Belast hulplichaam met kracht $q = \dfrac{M}{\mathrm{EI}}$
5. Bereken het **dwarskracht** in A van het hulplichaam / oppervlakte onder het gereduceerde momentenvlak

Definitie: *De elastische draaiing van een doorsnede van een balk ten opzichte van een andere doorsnede wordt gegeven door de oppervlakte van het gereduceerde momentenvlak begrepen tussen beide doorsneden.*