



**INSTITUTO FEDERAL**  
Ceará  
Campus Fortaleza



## Comitês de Máquinas

Lucas de Oliveira Santos

[lucas.santos@lapisco.ifce.edu.br](mailto:lucas.santos@lapisco.ifce.edu.br)

## Assuntos abordados

- ⇒ Introdução
- ⇒ Comitês de Máquinas (Ensembles)
- ⇒ Comitês Estáticos
- ⇒ Comitês Dinâmicos

# Introdução

- ⇒ Normalmente tomamos decisões importantes com o auxílio de pessoas que julgamos serem capazes de nos ajudar. Isso pode ser entendido como um “conselho” de pessoas que, embora pensem diferentes uns dos outros, nos ajudam a chegar em um senso comum.
- ⇒ Embora pessoas e máquinas sejam diferentes, podemos estender a ideia de um “conselho” para as máquinas também. Dessa forma, diversos computadores poderiam solucionar um mesmo problema, apresentando resultados diferentes uns dos outros. Isso posto, damos o nome de comitê de máquinas à combinação de vários computadores, simulando resoluções distintas para uma mesma problemática.

## Comitês de Máquinas

- ⇒ Um **comitê de máquinas** baseia-se na **combinação** de diferentes **estruturas de decisão**. Existem dois tipos de comitês: **estáticos** e **dinâmicos**;
- ⇒ **Comitês estáticos**: não dependem das informações iniciais (dados de entrada) para gerar combinações de respostas;
- ⇒ **Comitês dinâmicos**: dependem das informações iniciais para integrar a resposta dos especialistas;

# Comitês de Máquinas

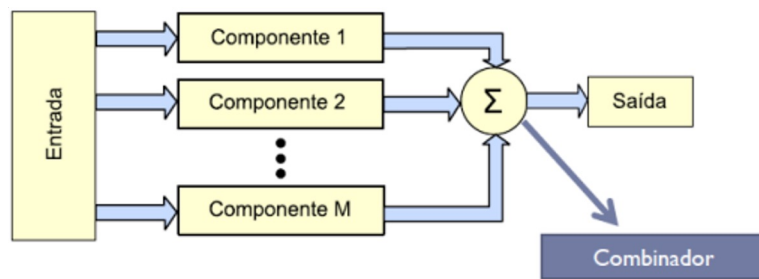


Figura 1. Comitê Estático (de [Coelho et al., 2016]).

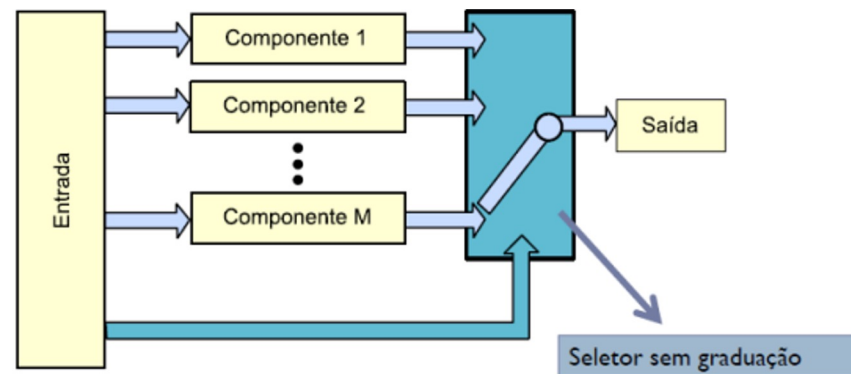


Figura 2. Comitê Dinâmico (de [Coelho et al., 2016]).

## Comitês Estáticos

⇒ Vamos considerar um problema de regressão em que se deseje aproximar uma função ideal  $f(\mathbf{x})$  a partir dos dados disponíveis. Um comitê com  $M$  máquinas possuindo modelos de regressão, nos forneceria as respostas estimadas  $y_1(\mathbf{x})$ ,  $y_2(\mathbf{x})$ ,  $y_3(\mathbf{x})$ , ...,  $y_M(\mathbf{x})$ ;

⇒ Vamos considerar que a saída final do comitê é dada pela média aritmética das estimativas de respostas obtidas. Podemos considerar a saída final como sendo:

$$y_c(\mathbf{x}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y_m(\mathbf{x})$$

⇒ Dessa forma, a saída do ***m-ésimo*** modelo é dada por:  $y_m(\mathbf{x}) = h(\mathbf{x}) + e_m(\mathbf{x})$  ;  
onde  $e_m(\mathbf{x})$  é o erro associado pelo ao ***m-ésimo*** modelo. Esse erro quadrático pode ser expresso por:

$$EQM_m = E[e_m^2(\mathbf{x})] = E[(y_m(\mathbf{x}) - h(\mathbf{x}))^2]$$

## Comitês Estáticos

- ⇒ O erro médio quadrático individual é dado por:  $EQM_{\text{médio}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M E[e_m^2(\mathbf{x})] = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M EQM_m$  ;
- ⇒ O erro médio associado ao comitê é dado por:  $EQM_C = E \left[ \left( \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y_m(\mathbf{x}) - h(\mathbf{x}) \right)^2 \right] = E \left[ \left( \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M e_m(\mathbf{x}) \right)^2 \right]$
- ⇒ **Vamos supor** que os erros  $e_m(\mathbf{x})$  possuem  $EQM_C = \frac{1}{M} EQM_{\text{médio}}$  que eles não possuem correlação. Dessa forma, podemos inferir que: ;
- ⇒ Podemos inferir que o **comitê** possui um **erro quadrático médio** menor do que a **média dos erros individuais** ( $EQM_{\text{médio}}$ ), ou seja, a combinação de máquinas é proveitosa;
- ⇒ Note que, supomos uma descorrelação entre os erros médios de cada componente do comitê. Isso é necessário para inserir diversidade nos dados para que cada modelo não seja aplicado sempre aos mesmos dados.

## Comitês Estáticos

- ⇒ Uma alternativa viável para possibilitar a desconexão entre os erros é a utilização de um procedimento chamado ***bootstrap aggregation*** ou ***bagging***;
- ⇒ Grosso modo, a técnica de ***bagging*** consiste em, dado um conjunto de dados com  $N$  amostras, gerar  $M$  (***número de comitês***) novos dados com a possibilidade de ***reposição de*** (dados repetidos). Levando-se em consideração dados repetidos, cada modelo treina com informações iniciais diferentes uns dos outros;
- ⇒ Outra alternativa é a utilização do método ***boosting***. Essa técnica adota um esquema de ***treinamento sequencial***, ou seja, as máquinas realizam um treinamento uma após a outra. A etapa de treinamento se baseia em um ***dataset*** em que os dados são ponderados de acordo com o desempenho das máquinas anteriores;



# Comitês Estáticos

- ⇒ Vamos exemplificar o método **boosting** utilizando um classificador qualquer. Nesse sentido, os dados classificados erroneamente pelos classificadores anteriores tem um peso maior no treinamento do modelo seguinte;
- ⇒ Imagine um conjunto com  **$N$**  dados. Associamos a esses dados pesos da forma  **$W_n$** ,  **$n = 1, 2, \dots, N$** . Considerando que cada peso corresponde à tarefa de projetar a  **$m$ -ésima** máquina, chegamos a seguinte notação:  $w_n^{(m)}$ ,  $n = 1, \dots, N$ , com  **$m = 1, 2, \dots, M$** ;

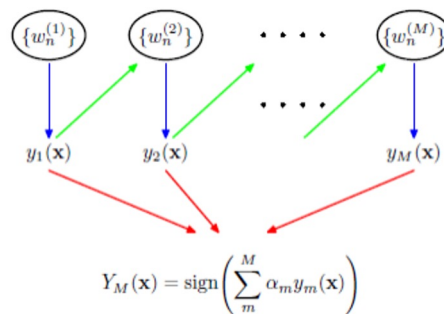


Figura 3. Estratégia de *Boosting* (de [Bishop, 2006]).

# Comitês Estáticos - Exemplos

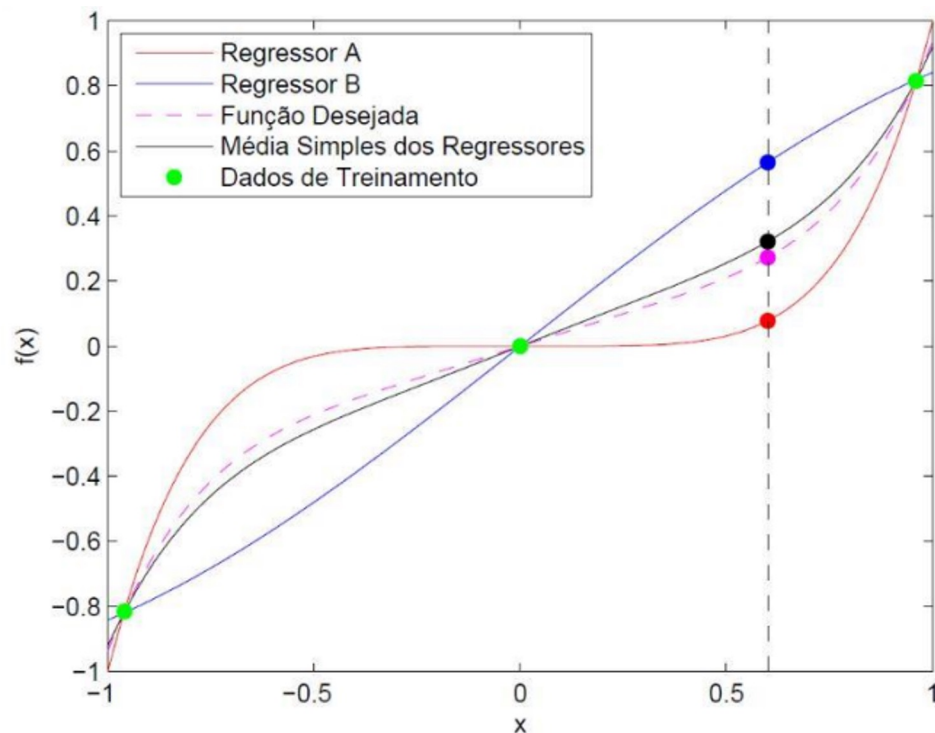


Figura. Aproximação de funções através da combinação de modelos por média simples.

## Comitês Estáticos - Exemplos

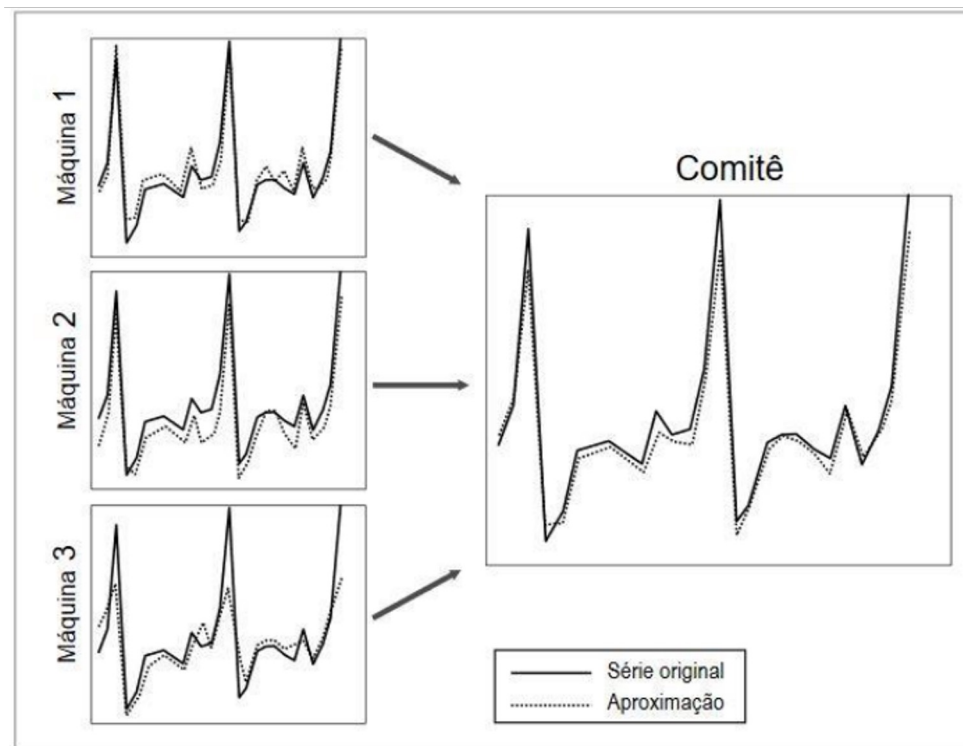


Figura. Combinação por média simples de modelos de previsão de séries temporais.

# Comitês Estáticos - Exemplos

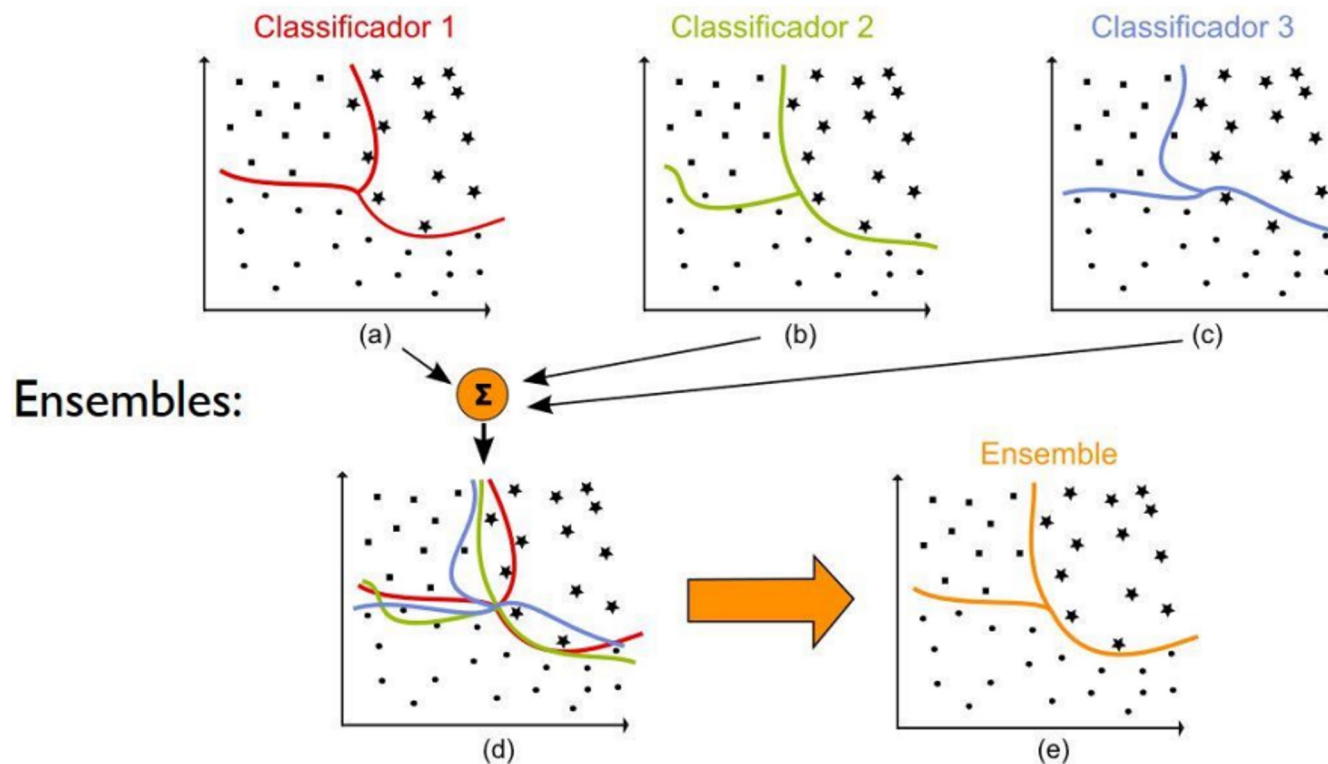


Figura. *Ensemble* de classificadores através de voto majoritário.

## Comitês Estáticos

- ⇒ As abordagens **bagging** e **boosting** geram diversidade levando em consideração os dados disponíveis. Existem outras formas de gerar diversidade no contexto de **comitês de máquinas**.
- ⇒ Levando-se em consideração o treinamento de **redes neurais** através da abordagem **backpropagation**, valores diferentes podem ser utilizados para inicializar os **pesos** da rede. Dessa forma, obtêm-se modelos diferentes uns dos outros. Em suma, cada modelo pode apresentar **condições iniciais diferentes** no processo iterativo de treinamento.
- ⇒ Pode-se variar o **conjunto de arquiteturas** usadas. Isso é possível pois os comitês podem ser **homogêneos** ou **heterogêneos**.
- ⇒ Do ponto de vista da **homogeneidade**, pode-se usar estruturas idênticas mas com números distintos de unidades de processamento (MLP com diferentes quantidades de neurônios nas camadas intermediárias).
- ⇒ Do ponto de vista da **heterogeneidade**, diferentes modelos podem ser usados, como redes MLP e RBF por exemplo.

## Comitês Dinâmicos

- ⇒ No caso de comitês dinâmicos, conhecido como **mistura de especialistas**, tem-se uma abordagem diferente. Dessa forma, o problema é **resolvido por partes** por cada um dos componentes;
- ⇒ Cada modelo não resolve o problema como um todo, mas sim o **conjunto de componentes** é responsável por fazer isso;
- ⇒ É necessário projetar cada um dos componentes e também o estágio de controle conhecido como **rede gating**. Essa rede indica, a cada entrada, o papel que os componentes do comitê devem desempenhar;
- ⇒ A **rede gating** pode ser implementada por uma arquitetura neural (linear ou não-linear) com uma camada de saída que utiliza a função de ativação softmax. Esse processo retorna os pesos  $g_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  que serão tratados como os parâmetros de uma combinação linear das saídas dos especialistas ( $y_1, y_2, \dots, y_m$ ). A expressão final é dada

por:

$$y_c = \sum_{m=1}^M g_m y_m$$

# Comitês Dinâmicos

## Mistura de Especialistas

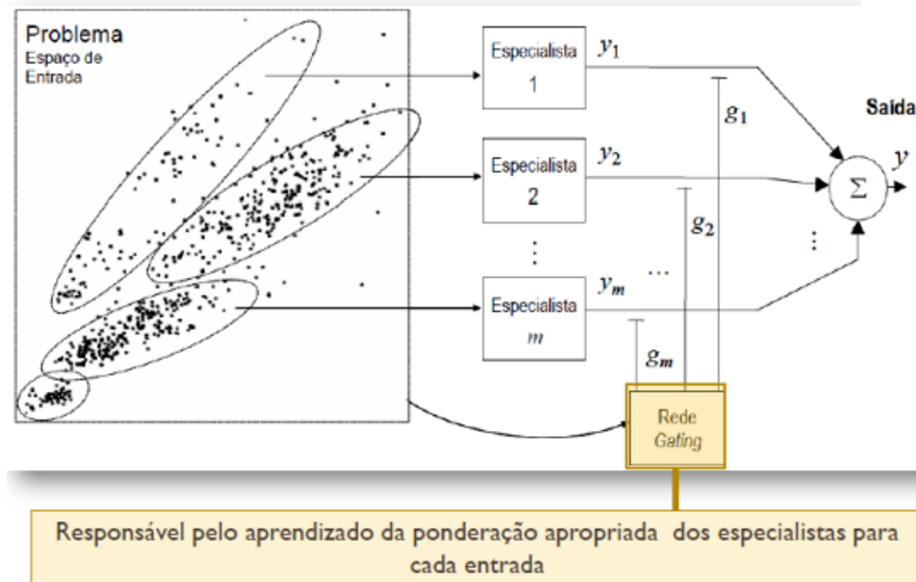


Figura 4. Esquema de Mistura de Especialistas (de [Coelho et al., 2016]).

## Referências

- ⇒ [1] A. Rocha Neto, “Sinpatco ii: Novas estratégias de aprendizado de máquinas para classificação de patologias da coluna vertebral,” Ph.D. dissertation, Tese (Doutorado)– Departamento de Engenharia de Teleinformática, Universidade . . . , 2011.
- ⇒ [2] F. Rosenblatt, “The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain.” Psychological review, vol. 65, no. 6, p. 386, 1958.
- ⇒ [3] W. S. McCulloch and W. Pitts, “A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity,” The bulletin of mathematical biophysics, vol. 5, pp. 115–133, 1943.
- ⇒ [4] M. Minsky and S. A. Papert, Perceptrons, reissue of the 1988 expanded edition with a new foreword by Leon Bottou: an introduction to computational geometry. MIT press, 2017.
- ⇒ [5] I. Goodfellow, Y. Bengio, and A. Courville, Deep learning. MIT press, 2016.



# Obrigado pela atenção!

## Dúvidas?

Lucas de Oliveira Santos

[lucas.santos@lapisco.ifce.edu.br](mailto:lucas.santos@lapisco.ifce.edu.br)