Функции:
1. Тупиковая ДНФ
2. Минимальная ДНФ
3. Сокращённая ДНФ
4. СКНФ
5. Булевая алгебра
6. Булевая функция
7. Система булевых функция называется полной, если:
8. Полиномиальный коэффициент
9. Перестановка
10. Базис
11. Биноминальный коэффициент
12. Равносильность формул
13. Самодвойственная функция
14. Монотонная функция, примеры
15. Сочетание
16. Штрих шеффера
17. Правило суммы
18. Матрица инцедентности
19. Эйлеров цикл, пример

Графы:
1. Планарный граф, пример
2. Связный граф, примеры
3. Остов, примеры
4. Двудольный граф
5. Симметричный граф (Симметризация орграфа)
6. Разбиение ребра
7. Раскраска графов (Раскраска ребер)
8. Ветвь вершины
9. Маршрут
10. Эйлеров граф/Гамильтонов граф, нарисовать пример
11. Степень вершины ∨ графа
12. Композиция графов G и H
13. Центроид/Центр графа и нарисовать пример
14. Произведение графов и нарисовать
15. Хроматическое число графа/Хроматический индекс, процесс нахождения
16. Псевдограф, нарисовать пример
17. Неориентированное дерево

Функции:
1. Тупиковая ДНФ – это тупиковая ДНФ булевой функции – равносильная ей дизъюнкция простых импликат ни одну из которых нельзя отбросить. В общем случае функция имеет несколько тупиковых ДНФ
2. Минимальная ДНФ булевой функции – равносильная ей ДНФ, имеющая наименьшее возможное число вхождений переменных с отрицанием или без; является тупиковой ДНФ

3. Сокращённая ДНФ булевой функции – дизъюнкция всех её простых импликант. Для каждой ф-ии её сокр ДНФ единственна и равносильна исходной
4. СКНФ для булевой функции f($x_1, \dots, x_n$) – это КНФ, удовлетворяющая след условиям:

1) В каждом множителе содержится каждая из переменных только один раз – с отрицанием или без
2) Нет одинаковых множителей

5. Булевая алгебра – непустое множество A с двумя бинарными операциями – «∧» («&») и «∨» – одной унарной операцией «¬» (отрицание) – и двумя выделенными элементами: 0 и 1.

6. Булевая функция – ф-ия от булевых переменных, принимающая одно из двух возможных значений, т.е. обычно это ф-ия f:$\{0,1\}^n$ →$\{0,1\}$ (f($x_1, x_2, \dots x_n$)∈$\{0,1\}$, где $x_i \in \{0,1\}, i = \overline{1,n}$). Они как и любые ф-ии могут быть простыми либо сложными.
7. Система булевых функция называется полной, если любую булевую ф-ию можно выразить через них, т.е. любая булевая ф-ия будет представлена суперпозицией ф-ий данного семейства.

Пример полных систем: {¬, &, ∨}, {¬, &}, {¬, ∨}
8. Числа $c_n(r_1, r_2, \dots, r_n)$ называются полиномиальными коэффициентами и расчитываются по формуле: $c_n(r_1, \dots, r_n)$=$\frac{n!}{r_1! * r_2! * \dots * r_n!}$
9. Перестановка – упорядоченная выборка, где существенен порядок следования элементов – $(v_{i_1}, \dots, v_{i_r})$
10. Базис – система булевых ф-ий, которая полна, но при этом никакая её собственная часть уже не является полной.

Пример: системы {¬, &}и {¬, ∨} являются базисами, но поэтому система {¬, &, ∨} базисом уже не является
11. Биноминальный коэффициент – число вида C_n^k, k=$\overline{0,n}$. Его свойства при подставлении в бином Ньютона значений x и y:

1) x=1, y=1, получим $\sum_{k=0}^{n} C_n^k$=2^n

2)x=-1, y=1 → $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k$=0

3)свойство симметрии: C_n^k=C_n^{n-k}

12. Равносильность формул

1) Закон двойного отрицания:
$\neg(\neg x) \sim x$.
Законы коммутативности:
2) $x \,\&\, y \sim y \,\&\, x$;
3) $x \vee y \sim y \vee x$.
Законы ассоциативности:
4) $(x \,\&\, y) \,\&\, z \sim x \,\&\, (y \,\&\, z) \sim x \,\&\, y \,\&\, z$;
5) $(x \vee y) \vee z \sim x \vee (y \vee z) \sim x \vee y \vee z$.
Законы дистрибутивности:
6) $x \,\&\, (y \vee z) \sim x \,\&\, y \vee x \,\&\, z$;
7) $x \vee y \,\&\, z \sim (x \vee y) \,\&\, (x \vee z)$.
Законы де Моргана:
8) $\neg(x \,\&\, y) \sim \neg x \vee \neg y$;
9) $\neg(x \vee y) \sim \neg x \,\&\, \neg y$.
Законы идемпотентности:
10) $x \,\&\, x \sim x$;
11) $x \vee x \sim x$.
Закон противоречия:
12) $x \,\&\, \neg x \sim \mathbf{0}$.
Закон исключённого третьего:
13) $x \vee \neg x \sim \mathbf{1}$.
14) $x \,\&\, \mathbf{0} \sim \mathbf{0}$;
15) $x \vee \mathbf{0} \sim x$;
16) $x \,\&\, \mathbf{1} \sim x$;
17) $x \vee \mathbf{1} \sim \mathbf{1}$.
Законы поглощения:
18) $x \,\&\, (x \vee y) \sim x$;
19) $x \vee x \,\&\, y \sim x$.
Закон контрапозиции:
20) $\neg x \Rightarrow \neg y \sim y \Rightarrow x$.
Закон исключения импликации:
21) $x \Rightarrow y \sim \neg x \vee y$.
Закон исключения эквивалентности:
22) $x \equiv y \sim (x \Rightarrow y)\&(y \Rightarrow x)$.
Закон исключения суммы по модулю 2:
23) $x \oplus y \sim \overline{x \equiv y} \sim \bar{x} \equiv y \sim x \equiv \bar{y}$.
Закон исключения штриха Шеффера:
24) $x \mid y \sim \overline{x \,\&\, y}$.
Закон исключения стрелки Пирса:
25) $x \downarrow y \sim \overline{x \vee y}$.

13. Самодвойственная функция(СФ) – булевая ф-ия, двойственная сама к себе. Ф-ией, двойственной к ф-ии f(x_1, …, x_n), наз-ся ф-ия f ’(x_1, …, x_n)= $\bar{f}(\overline{x_1}, \ldots, \overline{x_n})$. Значит ф-ия f($x_1$, …, x_n) яв-ся самодв-ой, если $\bar{f}(\overline{x_1}, \ldots, \overline{x_n})$= f($x_1$, …, x_n). Другими словами СФ на противоположных друг другу наборах значений аргументов принимает противоположные значения.

Примеры СФ: x, $\bar{x}$, (x&y)V(x&z)V(y&z)

14. Монотонная функция – булевая ф-ия с возрастанием набора значений переменных (по неравенству Парето), значения ф-ии не убывает, т.е. $\forall(a_1, \ldots, a_n)(b_1, \ldots, b_n)$: $(a_1, \ldots, a_n) \le (b_1, \ldots, b_n) \rightarrow f(a_1, \ldots, a_n) \le f(b_1, \ldots, b_n)$

Примерами монотонной ф-ии яв-ся x&y и x∨y.

15. Сочетание - неупорядоченная выборка, где порядок отбора элементов не важен $\{v_{i_1}, \ldots, v_{i_r}\}$

16. Штрих Шеффера обозначается как x|y. f(x,y) = x|y = ¬(x&y)=$\begin{cases} 1, & x = 0 \text{ и } y = 0 \\ & 0, \text{иначе.} \end{cases}$

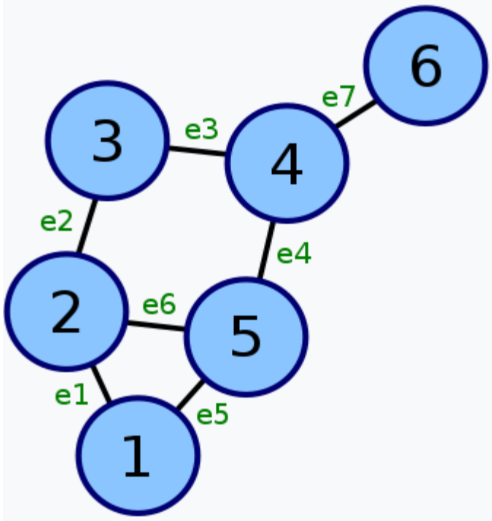
17. Правило суммы:

1)если объект A можно выбрать n способами, а объект B другими m способами, то объект A∨B можно выбрать n + m способами;

2)число элементов объединения непересекающихся конечных множеств A и B равно сумме числа элементов этих множеств, т.е.

18. Матрица инцидентности — одна из форм представления графа, в которой указываются связи между инцидентными элементами графа (ребро(дуга) и вершина). Столбцы матрицы соответствуют ребрам, строки — вершинам. Ненулевое значение в ячейке матрицы указывает связь между вершиной и ребром (их инцидентность).

В случае ориентированного графа каждой дуге <x,y> ставится в соответствующем столбце: «−1» в строке вершины x и «1» в строке вершины y; если связи между вершиной и ребром нет, то в соответствующую ячейку ставится «0».
Пример

Граф	Матрица инцидентности
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Строки соответствуют вершинам от 1 до 6, а столбцы — рёбрам e1–e7. Например, единицы во втором столбце во 2-й и 3-й строчках означают, что ребро e2 соединяет вершины 2 и 3.

19. Эйлеров цикл– цикл, содержащий все ребра графа, т.е. замкнутый маршрут, содержащий все ребра G, причем каждое из них только один раз.

Графы:
1. Планарный граф, пример

Планарный граф, пример Плоским графом называется граф, изображенный на плоскости так, что никакие два его ребра (или, вернее, представляющие их линии) не пересекаются нигде, кроме инцидентной или обоим вершины Граф изоморфный плоскому графу, называется планарным графом. На рис. 5.30 изображены два графа; оба они планарные, но плоский только один из них, который расположен справа.

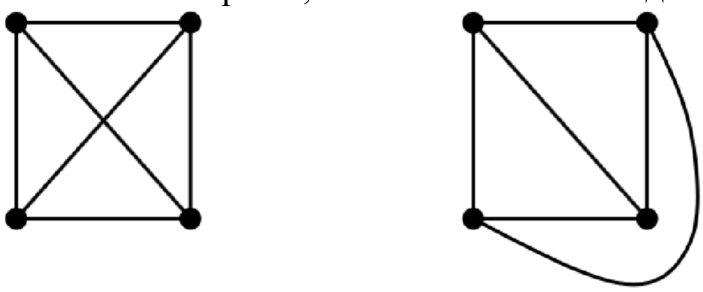
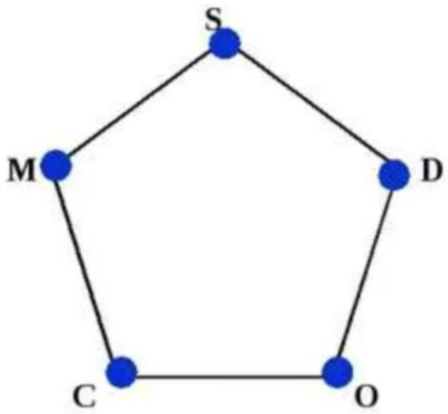
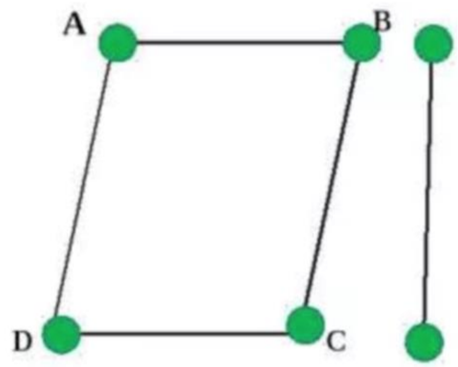


Рис. 5.30

2. Связный граф - Граф G называется связным, если для любых v, w є V существует простая (v – w)-цепь. Иными словами, связный граф- это граф, в котором для любой пары вершин есть путь, соединяющий их.



связный граф



не связный граф

3. Остов связного графа G – его остовной подграф, являющийся деревом.

-Остов графа G=(V,X)- это его остовной подграф, т.е. граф G=(V,X*), X*⊆ X, содержащий все вершины графа G=(V,X), но возможно не содержащий некоторых ребер из X.

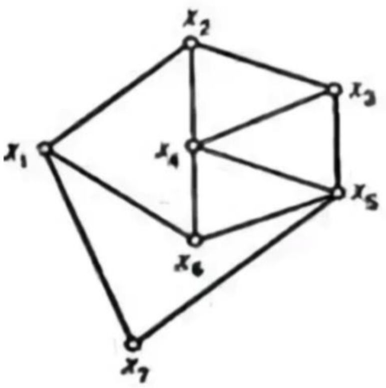


Рис. 1а. Граф *G*.

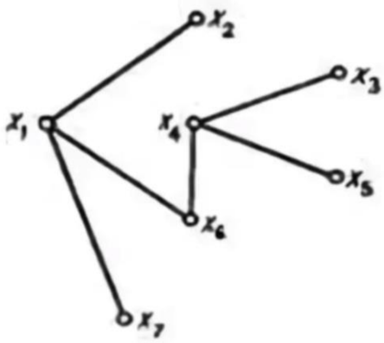


Рис. 1б. Остов графа *G*.

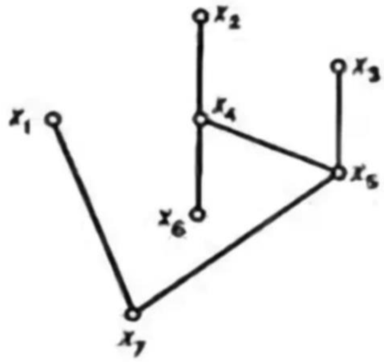
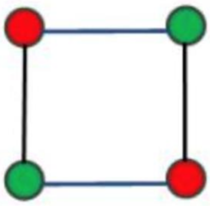


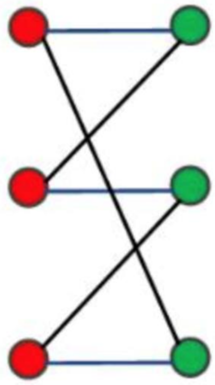
Рис. 1в. Другой остов графа *G*.

4. Двудольный граф

Граф G=(V,X) называется двудольным, если существует разбиение множества его вершин на два непересекающихся подмножества V1 и V2 так, что V=V1∪V2 и каждое ребро графа G соединяет вершины из разных множеств. Пример:

K_2





5. Симметричный граф (Симметризация орграфа)

*здесь G' - это G с волнистой линией над буквой

Дуги α и γ графа G называют симметричными, если ∃ v, w є V : γ =(v, w) & α=(w,v).

Симметричный орграф – орграф G, в котором ∀ v_i,v_j є V : γ_ij є Г —> γ_ji є Г.

Орграф называется направленным / антисимметричным, если в нем нет симметричных пар дуг. Симметризация орграфа G = (V, Г) – операция, при которой орграфу G ставится в соответствие симметричный орграф G'=(V,Г'), в котором Г'=Г U {(v,w):(v,w)єГ ∨(w,v)єГ }.

Орграф G' при этом называется симметризованным орграфом G. Любой симметричный орграф можно понимать как простой орграф, каждое ребро которого соответствует паре симметричных дуг с теми же концами, т.е. {v, w} = {(v, w), (w, v)}, и каждый простой граф можно понимать как соответствующий симметричный орграф.

Основанием орграфа G = (V, Г) называется граф G'=(V , X), полученный симметризацией G.

6. Разбиение ребра

Подразбиение ребра x={u,v} – операция, при которой отбрасывается ребро x и добовляется два новых ребра x_1={u,w}и x_2={w,v}

7. Раскраска графов (Раскраска ребер)

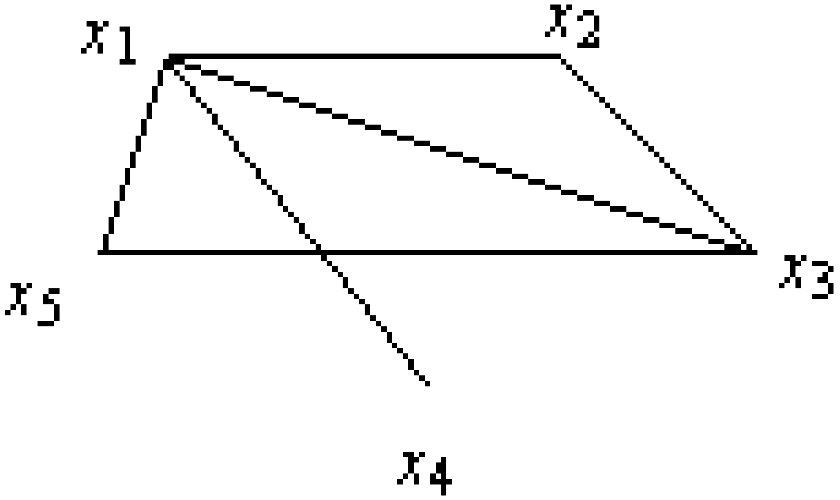
Граф G = (V, X) называется реберно-раскрашенным, если его ребрам приписаны цвета так, что никакие два смежных ребра не имеют одинакового цвета. Если для этого используется k красок, то граф называется реберно-k-раскрашенным

8. Ветвь вершины в дереве максимальное поддерево, содержащее v в качестве висячей вершины

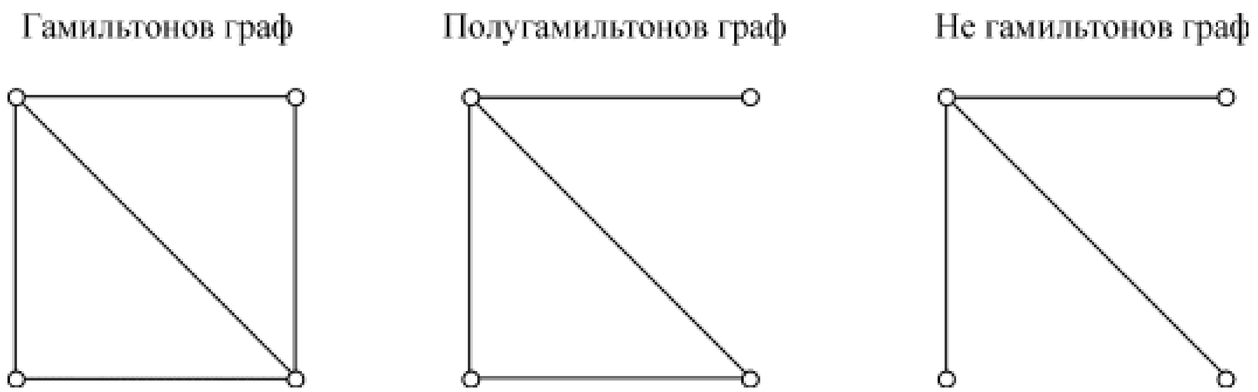
9. Маршрут (неориентированный граф) - такая чередующая последовательность вершин и ребер, начинающаяся и оканчивающаяся вершинами, что каждое ребро в ней инцидентно предыдущей и последующей вершинам. Обозначение: μ = (v1, x1, v2, …, vi, xi, vi+1, …, vn). v1 и vn, при этом называются концами маршрута μ, который называется также (v1 – vn)-маршрутом.

10. Эйлеров граф/Гамильтонов граф, нарисовать пример

Пусть G = (V, X) – связный граф. Эйлерова цепь – цепь, содержащая все ребра графа. Эйлеров цикл – цикл, содержащий все ребра графа, т.е. замкнутый маршрут, содержащий все ребра G, причем каждое из них только один раз. Эйлеров граф – граф, в котором существует эйлеров цикл. К задачам об эйлеровых маршрутах сводятся задачи обхода всех ребер графа, когда каждое ребро должно быть пройдено ровно один раз.



Гамильтоновы графы. Пусть G = (V, X) – связный граф. Гамильтонова цепь – простая цепь, содержащая все вершины графа. Гамильтонов цикл – простой цикл, содержащий все вершины графа. Гамильтонов граф – граф, содержащий гамильтонов цикл. Несмотря на кажущееся сходство понятий эйлеровых и гамильтоновых графов, вопросы, относящиеся к существованию и отысканию гамильтоновых циклов, оказываются намного более сложными. В настоящее время не существует эффективных общих способов решения вопросов существования и отыскания гамильтоновых циклов.



11. Степень вершины V графа G – число инцидентных ей ребер. Обозначается d(G, v), d(v). Для псевдографов обычно каждая петля в рассматриваемой вершине учитывается дважды. Если d(v) = 0, то вершина называется изолированной. Вершина v, для которой d(v) = 1, называется висячей или концевой. Граф G называется однородным / регулярным, если все его вершины имеют одинаковую степень d(G), называемую степенью графа. Очевидно, 0n и Kn – однородные и d(0n)=0; d(Kn)=n–1.

12. Композиция графов G и H – граф G°H=(V,X):V=V_1xV_2&(∀v,w∈V:{v,w}∈X)

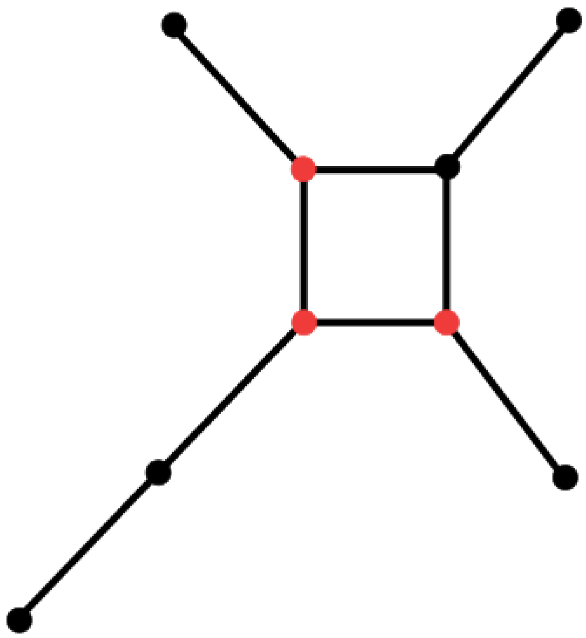
$$|V|=p=p_1 * p_2, |X|=q=p_1 q_2+q_1 p_2^2$$

13. Центроид/Центр графа и нарисовать пример

Вершина v называется центральной, если e(v) = r(G). Множество всех центральных вершин – центр графа.

Вершина v называется центроидной, если имеет наименьший вес, т.е. $P(v)=\min\limits_{w\in V} P(w)$

Центр:

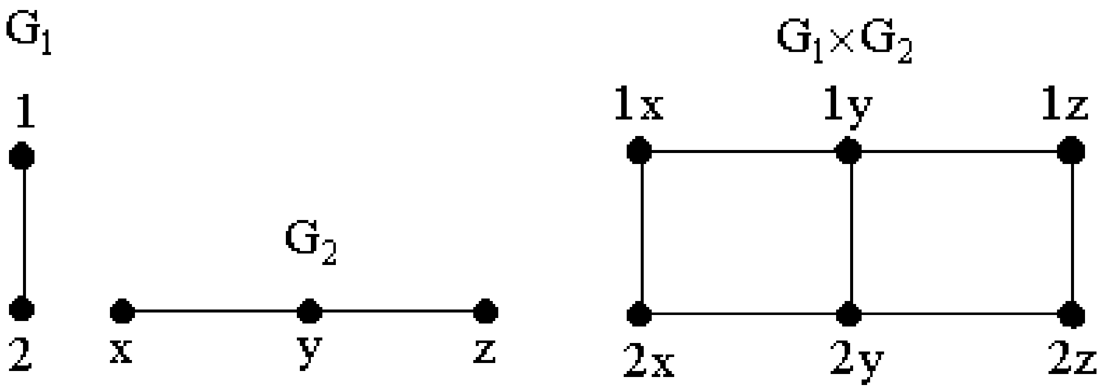


Центроид:

14. Произведение графов (прямое/декартово)и нарисовать

G_1и G_2- граф G_1xG_2=(V,X):V=V_1xV_2&(∀v,w∈V:{v,w}∈X)

$|V|=p=p_1 * p_2, |X|=q=p_1q_2+p_2q_1$



15. Хроматическое число графа/Хроматический индекс, процесс нахождения

Хроматическое число графа G – минимальное число цветов χ(G), достаточных для вершинной раскраски графа. Граф G называется k-хроматическим, если χ(G) = k.

Хроматический индекс графа G – минимальное число цветов x’(G) , достаточных для рёберной раскраски графа.

16. Псевдограф, нарисовать пример

Псевдограф – граф, в котором допускаются петли.

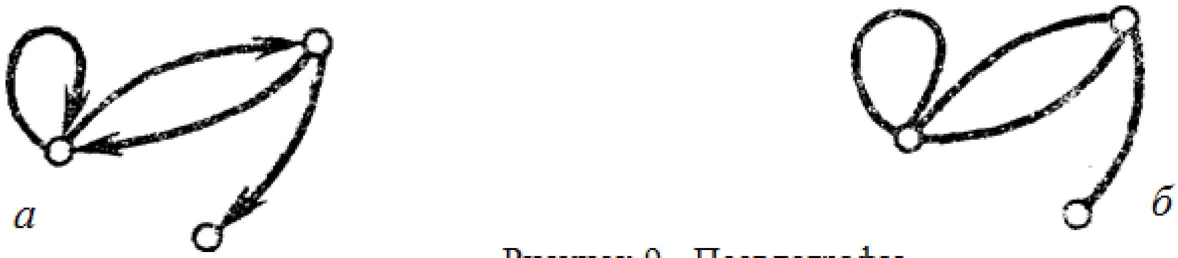


Рисунок 9 - Псевдографы

17. Неориентированное дерево

Дерево – связный ациклический граф, т.е. это реберно-критический связный граф – имеет наименьшее число ребер при заданном числе вершин. Каждое ребро дерева является мостом