INSTITUTO FEDERAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA – IFRN – Campus Apodi – RN
Curso: Técnico de Nivel Médio em Informática, na Forma Integrado – 1ª Série
Componente Curricular: Matemática I – Prof. Claudenor Silva

Etapa 03 -Lista 01	**Conteúdo: Função Afim ou Função do 1º Grau**	**Data: 12/09/2025**

INTRODUÇÃO

Vejamos algumas situações que envolvem a função quadrática.

Situação 01.
Um campeonato de futebol vai ser disputado por 10 clubes pelo sistema em que todos jogam contra todos em dois turnos. Quantos jogos serão realizados no campeonato?

E o Campeonato Brasileiro de Futebol 2025 que é disputado por 20 times, quantos jogos são disputados?

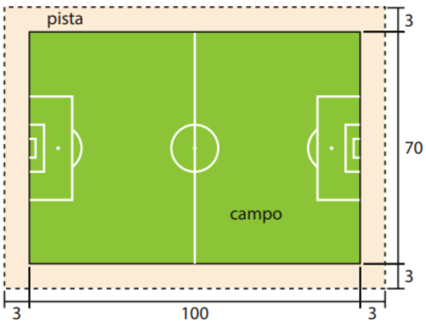
Enfim, para cada número (x) de clubes, é possível calcular o número (y) de jogos do campeonato. O valor de y é função de x.

Nesse caso, a regra que permite calcular y a partir de x é a seguinte:
$y = x \cdot (x - 1)$, ou seja, $y = x^2 - x$

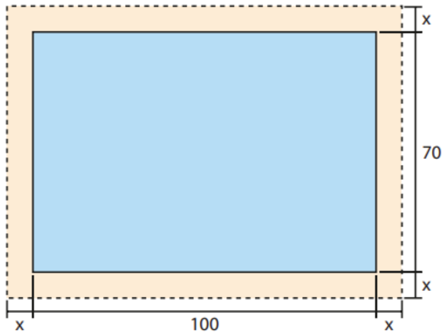
Esse é um exemplo de função **polinomial do 2º grau** ou **função quadrática.**

Situação 02

Um clube construiu um campo de 100 m de comprimento por 70 m de largura e, por medida de segurança, decidiu cercá-lo, deixando entre o campo e a cerca uma pista com 3 m de largura. Qual é a área do terreno limitado pela cerca?



E se a medida da pista fosse 4 m?
Enfim, a cada medida x de largura escolhida para a pista há uma área A da região cercada. A área da região cercada é função de x. Procuremos a lei que expressa A em função de x:



$$A(x) = (100 + 2x) \cdot (70 + 2x)$$

$$A(x) = 7000 + 200x + 140x + 4x^2$$

$$A(x) = 4x^2 + 340x + 7000$$

Esse é outro exemplo de **função polinomial do 2º grau** ou **função quadrática**.

DEFINIÇÃO

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2° grau, qualquer função f de ℝ em ℝ dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

Veja os exemplos a seguir:

- $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$ sendo $a = 2$, $b = 3$ e $c = 5$.
- $f(x) = x^2 - 1$ sendo $a = 1$, $b = 0$ e $c = -1$.
- $f(x) = -x^2 + 2x$ sendo $a = -1$, $b = 2$ e $c = 0$.

GRÁFICO

O gráfico de uma função quadrática é uma curva chamada de parábola.

Vamos construir os gráficos de algumas funções polinomiais do 2o grau. Veja os exemplos:

a) $f(x) = x^2 + x$ b) $f(x) = -x^2 + 1$

ZEROS DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Chamam-se raízes ou zeros da função polinomial do 2º grau, dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, os números reais x tais que $f(x) = 0$.

Em outras palavras, as raízes da função $y = ax^2 + bx + c$ são as soluções (se existirem) da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

Vamos deduzir a fórmula que permite obter as raízes de uma função quadrática.

Temos:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow a \cdot (x^2 + \tfrac{b}{a}x + \tfrac{c}{a}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b}{4a^2}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b}{4a^2}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow$$

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

É comum chamarmos de delta (Δ) o número $b^2 - 4ac$ e denominarmos discriminante, porque esse número determina a quantidade de zeros da função.

Sendo $\Delta = b^2 - 4ac$, temos:

- $\Delta < 0 \Rightarrow f(x)$ *não tem raízes reais*
- $\Delta = 0 \Rightarrow f(x)$ *tem uma raiz real*
- $\Delta > 0 \Rightarrow$
  $f(x)$ *tem duas raízes reais e distintas.*

EXERCÍCIOS DE SALA

01. Vamos obter os zeros das seguintes funções:

a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

b) $h(x) = 4x^2 - 4x + 1$

c) $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$

d) $f(a) = 2a^2 - 14a + 12$

e) $f(k) = k^2 - 25$

f) $f(h) = h^2 - 5h$

g) $f(x) = x^2 + (1 - \sqrt{3})x - \sqrt{3}$

02. Qual o valor de **m** para que a função real $f(x) = 3x^2 - 2x + m - 1$ não tenha raízes reais.

03. Para quais valores reais de **p** a função $f(x) = px^2 - 2x - 1$ tenha duas raízes reais e diferentes?

04. Resolva as equações no conjunto dos números reais:

a) $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

b) $(x - 1)^2 + (2 + x)^2 = 9$

c) $(x - 2)^2 = (1 + 2x)^2$

d) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

05. Uma empresa produz e vende determinado tipo de produto. A quantidade que ela consegue vender varia conforme o preço, da seguinte forma: a um preço y ela consegue vender x unidades do produto, de acordo com a equação $y = 50 - \frac{x}{2}$. Sabendo que a receita (quantidade vendida vezes o preço de venda) obtida foi de R$ 1 250,00, qual foi a quantidade vendida?

EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

1 Esboce o gráfico de cada uma das funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dadas pelas leis seguintes:

a) $y = x^2$ **b)** $y = 2x^2$ **c)** $y = -x^2$ **d)** $y = -2x^2$

2 Construa o gráfico de cada uma das funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dadas pelas seguintes leis:

a) $y = x^2 - 2x$ **b)** $y = -x^2 + 3x$

3 Faça o gráfico de cada uma das funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dadas pelas leis seguintes:

a) $y = x^2 - 4x + 5$ **b)** $y = -x^2 + 2x - 1$ **c)** $y = x^2 - 2x + 1$

EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

4 Determine as raízes (zeros) reais de cada uma das funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dadas pelas seguintes leis:

a) $y = 2x^2 - 3x + 1$
b) $y = 4x - x^2$
c) $y = -x^2 + 2x + 15$
d) $y = 9x^2 - 1$
e) $y = -x^2 + 6x - 9$
f) $y = 3x^2$
g) $y = x^2 - 5x + 9$
h) $y = -x^2 + 2$
i) $y = x^2 - x - 6$
j) $y = (x + 3) \cdot (x - 5)$

5 Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes equações:

a) $x^2 - 3\sqrt{3}x + 6 = 0$
b) $(3x - 1)^2 + (x - 2)^2 = 25$
c) $2 \cdot (x + 3)^2 - 5 \cdot (x + 3) + 2 = 0$
d) $x + \frac{1}{x} = 3$
e) $(x - 1) \cdot (x + 3) = 5$

6 Resolva, em $\mathbb{R}$, as equações a seguir:

a) $(-x^2 + 1) \cdot (x^2 - 3x + 2) = 0$
b) $(x - 1) \cdot (x - 2) = (x - 1) \cdot (2x + 3)$
c) $(x + 5)^2 = (2x - 3)^2$
d) $x^3 + 10x^2 + 21x = 0$
e) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

7 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (2x + 1) \cdot (x - 3)$. Determine o(s) elemento(s) do domínio cuja imagem é -5.

8 Em um retângulo, a medida de um dos lados excede a medida do outro em 4 cm. Sabendo que a área desse retângulo é 621 cm², determine seu perímetro.

9 Um grupo de professores programou uma viagem de confraternização que custaria, no total, R$ 6 400,00 — valor que dividiriam igualmente entre si. Alguns dias antes da partida, seis professores desistiram da viagem e, assim, cada professor participante pagou R$ 240,00 a mais. Quantos foram à viagem?

10 Economistas estimam que os valores médios, em reais, das ações de duas empresas **A** e **B** sejam dados, respectivamente, por $v_A(t) = 4{,}20 + \frac{1}{4}t$ e $v_B(t) = \frac{1}{16}t^2 - \frac{1}{8}t + 3{,}20$, em que **t** é o tempo, em anos, contado a partir da data desta previsão.

a) Qual é o valor atual das ações de cada uma das empresas?
b) Daqui a 4 anos qual ação estará mais valorizada?
c) Daqui a quantos anos as ações das duas empresas terão o mesmo valor? Qual será esse valor?

11 Certo mês, um vendedor de sucos naturais arrecadou uma média diária de R$ 180,00, vendendo cada copo de suco pelo mesmo preço. No mês seguinte, aumentou o preço em R$ 0,50 e vendeu uma média de 18 unidades a menos por dia, mas a arrecadação média diária foi a mesma. Determine:

a) o preço do copo de suco no primeiro mês;
b) o número de copos por dia vendidos no primeiro mês;
c) o número de copos por dia vendidos no segundo mês.

12 Determine os valores reais de **p** a fim de que a função quadrática **f** dada por $f(x) = x^2 - 2x + p$ admita duas raízes reais e iguais.

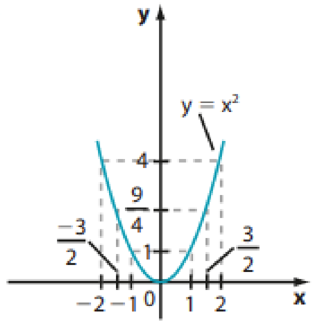
13 Estabeleça os valores reais de **m** para os quais a função **f**, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 5x^2 - 4x + m$, admita duas raízes reais e distintas.

14 Encontre, em função de **m**, $m \in \mathbb{R}$, a quantidade de raízes da função **f**, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, dada pela lei $y = x^2 - 4x + (m + 3)$.

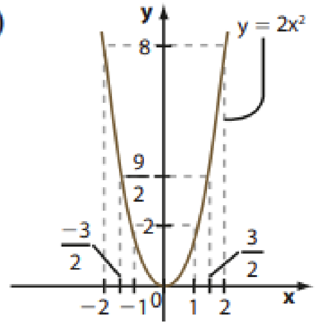
15 Qual é o menor número inteiro **p** para o qual a função **f**, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, dada por $f(x) = 4x^2 + 3x + (p + 2)$, não admite raízes reais?

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

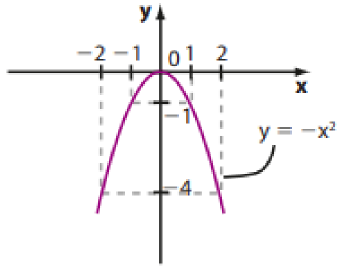
1. a)



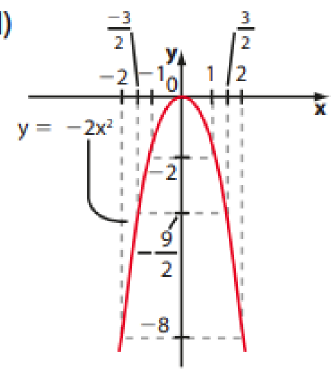
b)



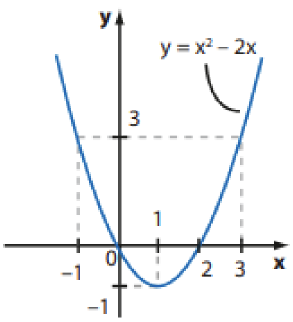
c)



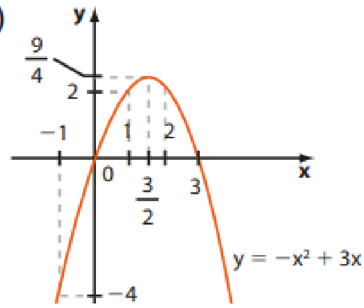
d)



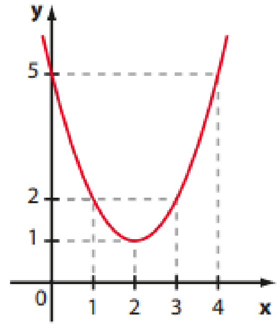
2. a)



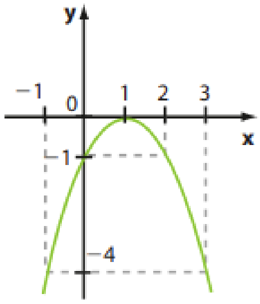
b)



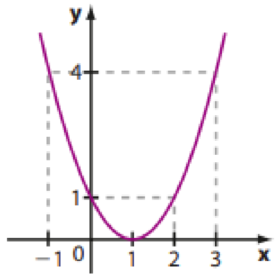
3. a)



b)



c)



4.

a) $\frac{1}{2}$ e 1.

b) 0 e 4.

c) 5 e − 3.

d) $\frac{1}{3}$ e $-\frac{1}{3}$.

e) 3

f) 0

g) Não existem.

h) $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$.

i) − 2 e 3.

j) − 3 e 5.

5. **a)** $S = \{\sqrt{3}, 2\sqrt{3}\}$

b) $S = \{-1, 2\}$

c) $S = \left\{-1, -\frac{5}{2}\right\}$

d) $S = \left\{\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right\}$

e) $S = \{-4, 2\}$

6. **a)** $S = \{-1, 1, 2\}$

b) $S = \{-5, 1\}$

c) $S = \left\{-\frac{2}{3}, 8\right\}$

d) $S = \{0, -3, -7\}$

e) $S = \{-2, -1, 1, 2\}$

7. $\frac{1}{2}$ e 2.

8. 100 cm

9. 10

10. **a)** **A**: R$ 4,20 e **B**: R$ 3,20.

b) A

c) 8 anos; R$ 6,20.

11. **a)** R$ 2,00 **b)** 90 **c)** 72

12. p = 1

13. $\left\{m \in \mathbb{R} \mid m < \frac{4}{5}\right\}$

14. $\begin{cases} m < 1 \Rightarrow \text{2 raízes reais e distintas} \\ m = 1 \Rightarrow \text{1 raiz real dupla} \\ m > 1 \Rightarrow \text{nenhuma raiz real} \end{cases}$

15. −1