INSTITUTO FEDERAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA – IFRN – Campus Apodi – RN
Curso: Técnico de Nivel Médio em Informática, na Forma Integrado – 1ª Série
Componente Curricular: Matemática I – Prof. Claudenor Silva

Etapa 03 -Lista 04	Conteúdo: Inequações com Função Quadrática	Data: 22/10/2025

ESBOÇO DA PARÁBOLA

Muitas vezes, é interessante fazer um esboço do gráfico da parábola sem montar toda a tabela de pares (x, y) que satisfazem a lei da função quadrática. Esse esboço reúne elementos da parábola como vértice, interseções com o eixo x (se houver), que fornecem os zeros reais da função, e interseção com o eixo y. Esses elementos nos permitem analisar aspectos importantes das funções que as representam, como o sinal, os intervalos de crescimento e decrescimento, o ponto de máximo (ou de mínimo) etc. Acompanhe, no roteiro abaixo, os passos para fazer o esboço da parábola:

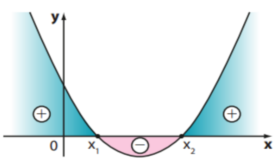
- O sinal do coeficiente a define a concavidade da parábola.
- As raízes (ou zeros) definem os pontos em que a parábola intersecta o eixo Ox.
- O vértice $V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ indica o ponto de mínimo (se $a > 0$) ou o de máximo ($a < 0$).
- A reta que passa por V e é paralela ao eixo Oy é o eixo de simetria da parábola.

SINAL DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

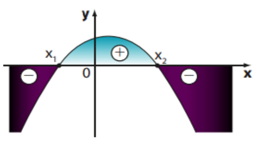
Consideremos uma função quadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, e determinemos os valores de x para os quais y é negativo e os valores de x para os quais y é positivo. Conforme o sinal do discriminante $\Delta = \mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}$, podem ocorrer os seguintes casos:

➢ $\Delta > 0$

Nesse caso, a função quadrática admite duas raízes reais distintas ($x_1 \neq x_2$). A parábola intersecta o eixo-x em dois pontos, e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:



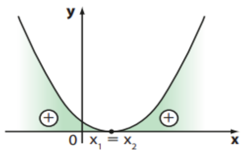
a > 0
$y > 0 \Leftrightarrow x < x_1$ ou $x > x_2$
$y < 0 \Leftrightarrow x_1 < x < x_2$



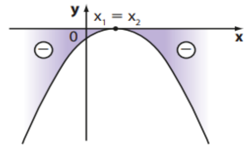
a < 0
$y > 0 \Leftrightarrow x_1 < x < x_2$
$y < 0 \Leftrightarrow x < x_1$ ou $x > x_2$

➢ $\Delta = 0$

Nesse caso a função quadrática admite duas raízes reais iguais ($x_1 = x_2$). A parábola tangencia o eixo-x, isto é, intersecta o eixo em um único ponto, e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:



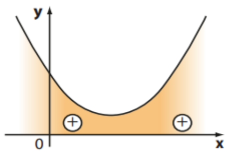
a > 0
$y > 0, \forall x \neq x_1$
$\nexists x$ tal que $y < 0$



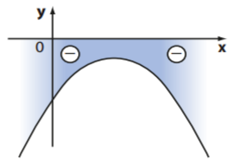
a < 0
$y < 0, \forall x \neq x_1$
$\nexists x$ tal que $y > 0$

➢ $\Delta < 0$

Nesse caso, a função quadrática não admite raízes reais. A parábola não intersecta o eixo-x e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:



a > 0
$y > 0, \forall x$
$\nexists x$ tal que $y < 0$



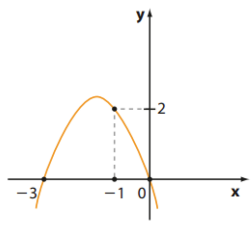
a < 0
$y < 0, \forall x$
$\nexists x$ tal que $y > 0$

EXERCÍCIOS DE SALA

01. Façamos o esboço dos gráficos das seguintes funções reais e explicite a imagem:

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$
b) $f(x) = -x^2 + 8x - 16$
c) $f(x) = -x^2 - 3x - 6$

02. Vamos determinar a lei da função quadrática cujo esboço do gráfico está representado ao lado.



03. Estudar os sinais das funções:

a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$
b) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$
c) $f(x) = -x^2 - 3x - 3$

04. Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações:

a) $6x^2 - 5x + 1 \leq 0$
b) $x^2 + x \geq 2x^2 + 1$
c) $2x^2 + 3x + 1 > -x(1 + 2x)$
d) $(x^2 - x - 2)(-x^2 + 4x - 3) > 0$
e) $\frac{2x^2+x-1}{2x-x^2} \geq 0$
f) $\frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1} \geq 0$
g) $\frac{5-x}{x^2+x-6} > 0$

EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

35 Faça o esboço do gráfico das funções dadas pelas leis seguintes, com domínio em $\mathbb{R}$, destacando o conjunto imagem.

a) $y = x^2 - 6x + 8$

b) $y = -2x^2 + 4x$

c) $y = x^2 - 4x + 4$

d) $y = (x - 3) \cdot (x + 2)$

36 Esboce o gráfico de cada uma das funções dadas pelas leis a seguir, com domínio real, e forneça também o conjunto imagem:

a) $y = -x^2 + \dfrac{1}{4}$

b) $y = x^2 + 2x + 5$

c) $y = -3x^2$

37 Faça o esboço do gráfico de cada função quadrática definida pela lei dada, destacando os intervalos em que a função é crescente ou decrescente:

a) $y = 4x^2 - 2x$

b) $y = -2x^2 + 4x - 5$

c) $y = -x^2 - 2x - 1$

d) $y = -x^2 + 2x + 8$

38 Um biólogo desejava comparar a ação de dois fertilizantes. Para isso, duas plantas **A** e **B** da mesma espécie, que nasceram no mesmo dia, foram desde o início tratadas com fertilizantes diferentes.

Durante vários dias ele acompanhou o crescimento dessas plantas, medindo, dia a dia, suas alturas. Ele observou que a planta **A** cresceu linearmente, à taxa de 2,5 cm por dia; e a altura da planta **B** pode ser modelada pela função dada por $y = \dfrac{20x - x^2}{6}$, em que **y** é a altura medida em centímetros e **x** o tempo medido em dias.

a) Obtenha a diferença entre as alturas dessas plantas com 2 dias de vida.

b) Qual é a lei da função que representa a altura (**y**) da planta **A** em função de **x** (número de dias)?

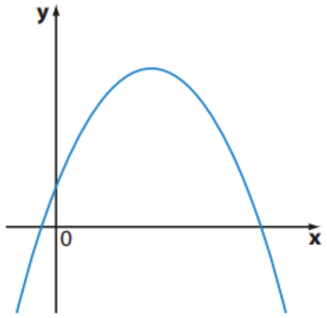
EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

c) Determine o dia em que as duas plantas atingiram a mesma altura e qual foi essa altura.

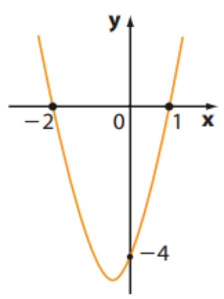
d) Calcule a taxa média de variação do crescimento das plantas **A** e **B** do 1º ao 4º dia.

39 A parábola seguinte representa a função dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Determine o sinal dos coeficientes **a**, **b** e **c**.

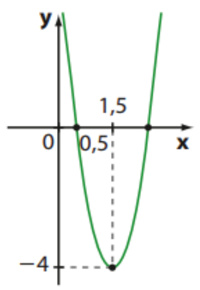


40 Determine a lei da função que cada gráfico a seguir representa:

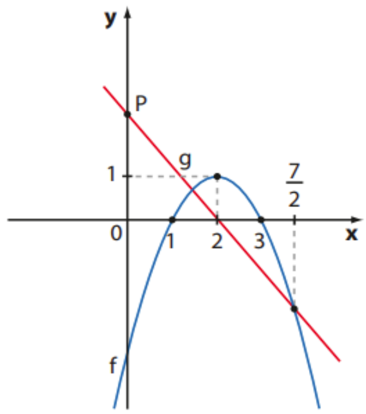
a)



b)



41 A figura a seguir mostra os gráficos de duas funções, **f** e **g**.



a) Usando a forma fatorada, obtenha a lei que define **f**.

b) Qual é a lei que define **g**?

c) Qual é a ordenada do ponto **P**?

42 Determine, em cada caso, a lei que define a função quadrática:

a) de raízes 4 e −2 e cujo vértice da parábola correspondente é o ponto (1, 9);

b) de raiz dupla igual a $\sqrt{3}$ e cujo gráfico intersecta o eixo Oy em (0, 3);

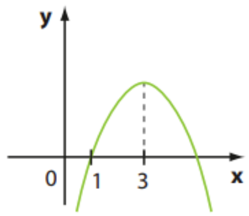
c) cujo gráfico contém os pontos (−1, −4), (1, 2) e (2, −1).

EXERCÍCIOS

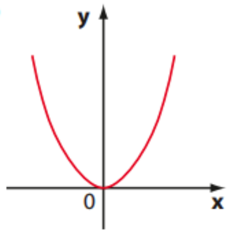
FAÇA NO CADERNO

43 Faça o estudo do sinal de cada função, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, cujo gráfico está representado a seguir.

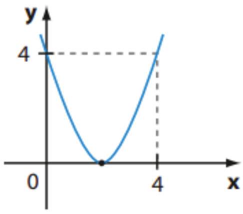
a)



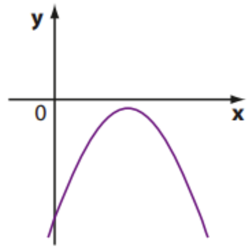
b)



c)



d)



44 Faça o estudo de sinal de cada uma das funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definidas pelas seguintes leis:

a) $y = -3x^2 - 8x + 3$

b) $y = 4x^2 + x - 5$

c) $y = 9x^2 - 6x + 1$

d) $y = 2 - x^2$

e) $y = -x^2 + 2x - 1$

f) $y = 3x^2 - x + 4$

g) $y = 3x^2$

h) $y = 4x^2 + 8x$

EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

45 Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes inequações:

a) $x^2 - 11x - 42 < 0$

b) $3x^2 + 5x - 2 > 0$

c) $-x^2 + 4x + 5 \geqslant 0$

d) $-4x^2 + 12x - 9 < 0$

e) $3x^2 + x + 5 > 0$

f) $9x^2 - 24x + 16 \leqslant 0$

46 Determine, em $\mathbb{R}$, o conjunto solução das seguintes inequações:

a) $-x^2 + 10x - 25 > 0$

b) $x^2 - 8x + 15 \leqslant 0$

c) $-x^2 - 2x > 15$

d) $x^2 + 2x < 35$

e) $-x^2 - 4x - 3 \leqslant 0$

f) $x^2 - 3x < 1$

47 Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações:

a) $x \cdot (x - 3) \geqslant 0$

b) $x^2 < 16$

c) $9x^2 \geqslant 3x$

d) $-4x^2 < 9$

e) $\left(\sqrt{3}\right)^2 > x^2$

f) $x \cdot (x + 3) < x \cdot (2 - x)$

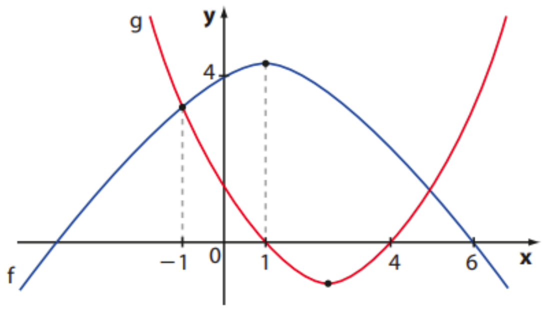
48 Na fabricação de certo produto, o lucro mensal de uma empresa, em milhares de reais, é dado por $L(x) = -\dfrac{3x^2}{4} + 90x - 1\,500$, sendo **x** o número de milhares de peças vendidas no mês. Determine:

a) o lucro mensal máximo na venda dessas peças;

b) para que valores de **x** a empresa tem prejuízo, isto é, $L < 0$;

c) em que intervalo deve variar o número de peças vendidas a fim de que o lucro supere 1 milhão de reais. Use $\sqrt{600} \simeq 24{,}5$.

49 Na figura a seguir tem-se os gráficos das funções quadráticas **f** e **g**.



Determine:

a) as raízes de **f**;

b) o vértice de cada uma das parábolas que representam essas funções;

c) o conjunto solução da inequação $g(x) < 0$;

d) o conjunto solução da inequação $f(x) \geqslant 0$.

50 Todos os pontos do gráfico da função quadrática $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = mx^2 - 2x + m$ estão localizados abaixo do eixo das abscissas. Determine os possíveis valores reais de **m**.

EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

301. Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações:

a) $(1 - 4x^2) \cdot (2x^2 + 3x) > 0$

b) $(2x^2 - 7x + 6) \cdot (2x^2 - 7x + 5) \leqslant 0$

c) $(x^2 - x - 6) \cdot (-x^2 + 2x - 1) > 0$

d) $(x^2 + x - 6) \cdot (-x^2 - 2x + 3) \geqslant 0$

e) $x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$

f) $2x^3 - 6x^2 + x - 3 \leqslant 0$

302. É dada a função $y = (2x^2 - 9x - 5) \cdot (x^2 - 2x + 2)$.

Determine:

a) os pontos de interseção do gráfico da função com o eixo das abscissas;

b) o conjunto dos valores de *x* para os quais $y \leqslant 0$.

303. Dentre os números inteiros que são soluções da inequação $(x^2 - 21x + 20) \cdot (3 - x) > 0$, qual é o maior?

304. Determine os valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisfazem a inequação $(x^2 - 2x + 8) \cdot (x^2 - 5x + 6) \cdot (x^2 - 16) < 0$.

305. Seja A o conjunto solução, em $\mathbb{R}$, da inequação $(x^2 - 5x) \cdot (x^2 - 8x + 12) < 0$. Determine A.

306. Resolva a inequação $\dfrac{2x^2 + x - 1}{2x - x^2} \leqslant 0$ em $\mathbb{R}$.

307. Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações:

a) $\dfrac{4x^2 + x - 5}{2x^2 - 3x - 2} > 0$

b) $\dfrac{-9x^2 + 9x - 2}{3x^2 + 7x + 2} \leqslant 0$

c) $\dfrac{x^2 + 2x}{x^2 + 5x + 6} \geqslant 0$

d) $\dfrac{2 - 3x}{2x^2 + 3x - 2} < 0$

e) $\dfrac{x^2 + 3x - 16}{-x^2 + 7x - 10} \geqslant 1$

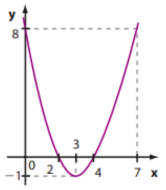
f) $\dfrac{2x^2 + 4x + 5}{3x^2 + 7x + 2} < -2$

g) $\dfrac{6x^2 + 12x + 17}{-2x^2 + 7x - 5} \geqslant -1$

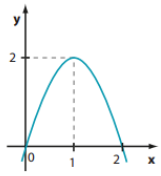
h) $\dfrac{(x + 1)^3 - 1}{(x - 1)^3 + 1} > 1$

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

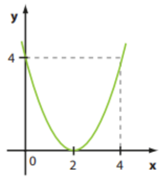
35. **a)** $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant -1\}$



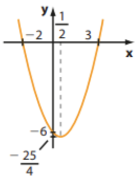
b) $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leqslant 2\}$



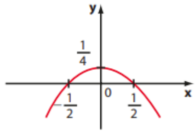
c) $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant 0\}$



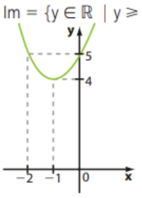
d) $Im = \left\{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant -\frac{25}{4}\right\}$



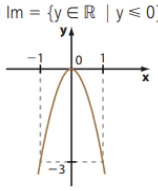
36. **a)** $Im = \left\{y \in \mathbb{R} \mid y \leqslant \frac{1}{4}\right\}$



b) $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant 4\}$

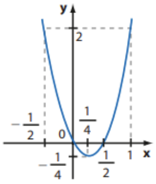


c) $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leqslant 0\}$



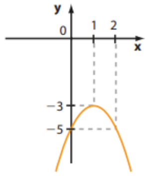
37. **a)** f é crescente se $x > \frac{1}{4}$.

f é decrescente se $x < \frac{1}{4}$.



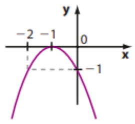
b) f é crescente se $x < 1$.

f é decrescente se $x > 1$.



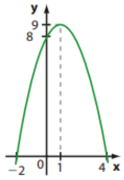
c) f é crescente se $x < -1$.

f é decrescente se $x > -1$.



d) f é crescente se $x < 1$.

f é decrescente se $x > 1$.



38. **a)** 1 cm

b) $y = 2,5x$

c) 5ª dia; 12,5 cm.

d) 2,5 cm/dia; 2,5 cm/dia.

39. $a < 0$; $b > 0$ e $c > 0$.

40. **a)** $y = 2x^2 + 2x - 4$

b) $y = 4x^2 - 12x + 5$

41. **a)** $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

b) $g(x) = -\frac{5}{6}x + \frac{5}{3}$

c) $\frac{5}{3}$

42. **a)** $y = -x^2 + 2x + 8$

b) $y = x^2 - 2x\sqrt{3} + 3$

c) $y = -2x^2 + 3x + 1$

43. **a)** $\begin{cases} x < 1 \text{ ou } x > 5 \Rightarrow y < 0 \\ 1 < x < 5 \Rightarrow y > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \forall x \neq 0 \Rightarrow y > 0 \\ \nexists x \in \mathbb{R} \mid y < 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \forall x \neq 2 \Rightarrow y > 0 \\ \nexists x \in \mathbb{R} \mid y < 0 \end{cases}$

d) $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y < 0$

44. **a)** $\begin{cases} x < -3 \text{ ou } x > \frac{1}{3} \Rightarrow y < 0 \\ -3 < x < \frac{1}{3} \Rightarrow y > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x < -\frac{5}{4} \text{ ou } x > 1 \Rightarrow y > 0 \\ -\frac{5}{4} < x < 1 \Rightarrow y < 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x \neq \frac{1}{3} \Rightarrow y > 0 \\ \nexists x \in \mathbb{R} \mid y < 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x < -\sqrt{2} \text{ ou } x > \sqrt{2} \Rightarrow y < 0 \\ -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \Rightarrow y > 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x \neq 1 \Rightarrow y < 0 \\ \nexists x \in \mathbb{R} \mid y > 0 \end{cases}$

f) $\forall x \in \mathbb{R}, y > 0$

g) $\begin{cases} x \neq 0 \Rightarrow y > 0 \\ \nexists x \in \mathbb{R} \mid y < 0 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x < -2 \text{ ou } x > 0 \Rightarrow y > 0 \\ -2 < x < 0 \Rightarrow y < 0 \end{cases}$

45. **a)** $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 14\}$

b) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } x > \frac{1}{3}\right\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqslant x \leqslant 5\}$

d) $S = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$

e) $S = \mathbb{R}$

f) $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$

46. **a)** $S = \varnothing$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leqslant x \leqslant 5\}$

c) $S = \varnothing$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -7 < x < 5\}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -3 \text{ ou } x \geqslant -1\}$

f) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3 - \sqrt{13}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right.$

47. **a)** $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 0 \text{ ou } x \geqslant 3\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 4\}$

c) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 0 \text{ ou } x \geqslant \frac{1}{3}\right\}$

d) $S = \mathbb{R}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}\}$

f) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < 0\right\}$

48. **a)** R$ 1 200 000,00

b) $0 < x < 20$ ou $x > 100$.

c) De 43 667 a 76 333.

49. **a)** 6 e −4.

b) $V_f\left(1, \frac{25}{6}\right)$

$V_g\left(\frac{5}{2}, -\frac{63}{80}\right)$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 4\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leqslant x \leqslant 6\}$

50. $\{m \in \mathbb{R} \mid m < -1\}$

301. a) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2} \text{ ou } 0 < x < \frac{1}{2}\right\}$

b) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leqslant x \leqslant \frac{3}{2} \text{ ou } 2 \leqslant x \leqslant \frac{5}{2}\right\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3 \text{ e } x \neq 1\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = -3 \text{ ou } 1 \leqslant x \leqslant 2\}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1 \text{ ou } x > 2\}$

f) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 3\}$

302. a) P_1 (5, 0) e $P_2\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

b) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 5\right\}$

303. 19

304. $\{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 2 \text{ ou } 3 < x < 4\}$

305. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 2 \text{ ou } 5 < x < 6\}$

307. a) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{5}{4} \text{ ou } -\frac{1}{2} < x < 1 \text{ ou } x > 2\right\}$

b) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } -\frac{1}{3} < x \leqslant \frac{1}{3} \text{ ou } x \geqslant \frac{2}{3}\right\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } x \geqslant 0\}$

d) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < \frac{1}{2} \text{ ou } x > \frac{2}{3}\right\}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqslant x < 2 \text{ ou } 3 \leqslant x < 5\}$

f) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < -\frac{3}{2} \text{ ou } -\frac{3}{4} < x < -\frac{1}{3}\right\}$

g) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leqslant x \leqslant -\frac{3}{4} \text{ ou } 1 < x < \frac{5}{2}\right\}$

h) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$