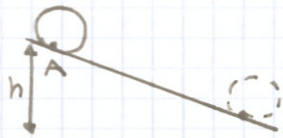


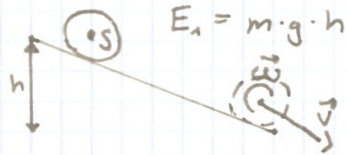
Rotation / Drehimpuls - SF Physik

Zylinder rollt schiefe Ebene hinunter - ges. v



$$E_2 = \frac{1}{2} J_A \omega^2$$

↓
Satz von Steiner



$$E_1 = m \cdot g \cdot h$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$E_1 = E_2$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$L \rightarrow \frac{1}{2} m r^2$$

$$gh = \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{4} (r\omega)^2$$

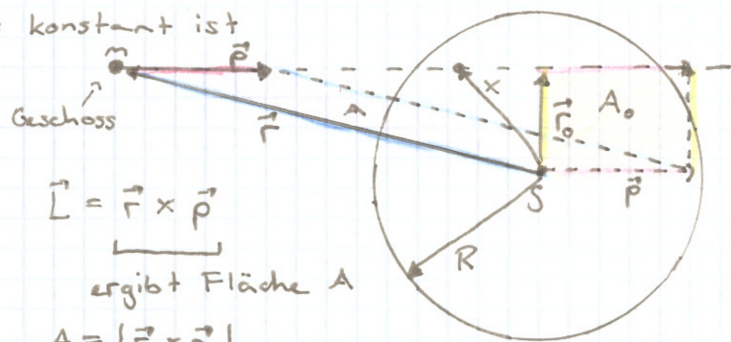
$$L \rightarrow v^2$$

$$gh = \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{4} v^2 = \frac{3}{4} v^2 \quad | : \frac{3}{4} \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{\frac{4}{3} gh} = v$$

Geschoss auf ein Zylinder

① Zeigen, dass Drehimpuls konstant ist



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

ergibt Fläche A

$$A = |\vec{r} \times \vec{p}|$$

$$A_0 = r_0 \cdot p$$

↑
neue Fläche

$$\rightarrow A = A_0$$

$$|\vec{r} \times \vec{p}| = r_0 \cdot p = \text{const.}$$

\vec{L} zeigt in gleiche Richtung, weil

$$\vec{L} \perp \vec{r} \text{ und } \vec{L} \perp \vec{p}$$

② v berechnen

Angaben: $M = 600g$ $R = 50mm$

$m = 5g$ $r_0 = 30mm$

$x = 35mm$ $f = 2.5 \frac{1}{s}$

Vor Stoß: $L_1 = r_0 p = r_0 m v$

Nach Stoß: $L_2 = J_2 \omega$

$$J_2 = \frac{1}{2} M R^2 + m x^2$$

Drehimpulserhaltung: $L_1 = L_2$

$$m v r_0 = \left(\frac{1}{2} M R^2 + m x^2 \right) \omega \quad | : m r_0$$

$$v = \frac{1}{m r_0} \cdot \omega \left(\frac{1}{2} M R^2 + m x^2 \right)$$

$$v = 7.9 \frac{m}{s} \rightarrow 2 \pi \cdot 2.5 \frac{1}{s}$$

SF Physik Mechanische Vertiefung

Zentripetalkraft

$$v = \frac{s}{t}$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$F = m a$$

Zentripetalbeschleunigung: $a_z = \frac{v^2}{r}$

Zentripetalkraft: $F_z = \frac{m v^2}{r}$

Winkelgeschw.: Winkel pro Zeit $\omega = \frac{\varphi}{t}$ $v = r \omega$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Schiefer Wurf

Wurfparabel:
$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

Wurfdauer: $t_w = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$

Wurfweite: $x_w = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

Wurfhöhe: $y_h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$

Impuls

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Kraftstoß: $\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$ (nicht abgeschl. System)

Unelastischer Stoß: $\begin{array}{ccc} \circ & \circ & \circ \\ \rightarrow & \leftarrow & \rightarrow \\ v_1 & v_2 & u \end{array}$ E_{kin} nicht erhalten

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad \vec{p}_2 = (m_1 + m_2) u$$

Elastischer Stoß:

$$\begin{array}{ccc} \circ & \circ & \circ \circ \\ \rightarrow & \leftarrow & \leftarrow \rightarrow \\ v_1 & v_2 & -v_1 \quad -v_2 \end{array} \quad E_{kin} \text{ erhalten}$$

Rotationsbewegung

Winkelgeschw.: $\omega = \frac{\varphi}{t}$

Winkelbeschleunigung: $\alpha = \frac{\omega}{t}$

Bewegungsgleichung: $M = J \alpha$ ($J \Rightarrow$ Trägheitsmoment)

Trägheitsmoment: $J = m r^2$

Rotationsenergie: $E_{rot} = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} J \omega^2$

Satz von Steiner: $J = J_s + m d^2$

Drehimpuls

$$\vec{L} = J \vec{\omega}$$

Herleitung: $M = J \alpha \quad | \cdot \Delta t$

↳ Im abgeschl. System

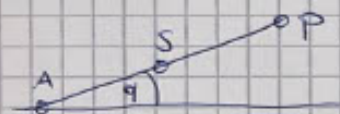
$$M \Delta t = J \alpha \cdot \Delta t$$

$$M \Delta t = \Delta \omega J = \Delta \vec{L}$$

Allgemein: $\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{p}_i$

Aufgabentypen

► Schneller als freier Fall?



gegeben: $d_s = \frac{1}{12} ml^2 \quad l = 10 \text{ m} \quad h = 10 \text{ m}$

gesucht: v_p

$$J_A = J_s + m d_s^2 = \frac{1}{12} ml^2 + m \left(\frac{1}{2} l \right)^2 = \frac{1}{3} ml^2$$

$$E_{\text{rot}} = E_{\text{pot}}$$

$$\frac{1}{2} J \omega^2 = m \cdot g \cdot h$$

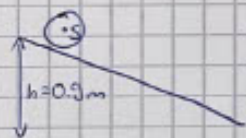
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} ml^2 \omega^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$v = r \omega$$

$$\frac{1}{6} \cdot (10 \text{ m})^2 \left(\frac{v_p}{l} \right)^2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}$$

$$v_p = \sqrt{600}$$

► Schiefe Ebene (Zylinder)



$$E = E_{\text{rot}} + E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} J \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{\text{pot}} = E$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m \left[\frac{v}{r} \right]^2 + \frac{1}{2} m v^2 \quad | \cdot \frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{3} \cdot g \cdot h = v^2$$

$$\sqrt{\frac{4}{3} g h} = v$$

► Kreissägeblatt



$$\Delta t = 2 \text{ s} \quad n = 6000 \frac{1}{\text{min}}$$

$$J = 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

pro Sek.!!!

gesucht: M

$$L_1 = J \cdot 0 = 0 \quad L_2 = J \omega = J \cdot n \cdot 2\pi$$

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{0 + J \cdot n \cdot 2\pi}{\Delta t} = 1.9 \text{ Nm}$$

► Eiskunstläuferin (Arme anziehen)

geg. $J_1 = 2.2 \text{ kg m}^2 \quad J_2 = \frac{1}{2} m r^2 = 0.675 \text{ kg m}^2 \quad m = 60 \text{ kg} \quad r = 0.15 \text{ m}$

$$\omega_1 = 3 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega_2 = ?$$

$$L_1 = L_2$$

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2 \quad | : J_2$$

$$\frac{J_1 \omega_1}{J_2} = \omega_2 = 9.7$$

Hinweis: E_{rot} nicht erhalten,
wenn Arbeit verrichtet

(z.B. Arme anziehen)

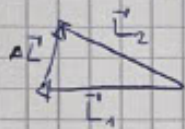
► Kreisel (Wieso kippt er nicht seitlich?)



Bemerkung $\Delta t > 0$

$$\Delta \vec{L} = \vec{M} \Delta t \rightarrow \vec{L} \text{ und } \vec{M} \text{ zeigen in gleiche Richtung}$$

Von Oben:

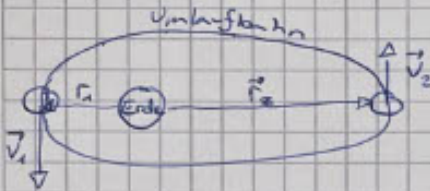


rotiert im
Uhrzeigersinn

► Satellit ges. v_2

geg. $r_1 = 6 \cdot 10^6 \text{ m}$ $v_1 = 8'000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$r_2 = 2 \cdot 10^7 \text{ m}$



$$L_1 = L_2$$

$$L = r \times p$$

$$r_1 m v_1 = r_2 m v_2 \quad | : r_2$$

$$\frac{r_1}{r_2} \cdot v_1 = v_2$$

$$\underline{\underline{2'700 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v_2}}$$

► drehbarer Stuhl (Person in Ruhe)

geg. $m_{\text{Ball}} = 0.8 \text{ kg}$ $v_{\text{Ball}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $r_0 = 0.8 \text{ m}$ $J_{\text{Person}} = 2.5 \text{ kg m}^2$

→ Drehimpulserhaltung:

→ Winkelgeschw.:

$$L_1 = L_2$$

$$L_{\text{Ball}} + L_{\text{Person}} = L_2$$

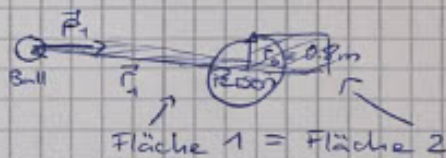
↓

$$L_{\text{Ball}} = r_0 \cdot m \cdot v = 6.4 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

$$L_2 = (J + m r_0^2) \omega$$

$$6.4 \text{ kg m}^2/\text{s} = \underbrace{(J + m r_0^2)}_{30.12} \omega \quad | : 30.12$$

$$\underline{\underline{2.1 \frac{1}{\text{s}} = \omega}}$$



$$A_1 = |\vec{r}_1 \times \vec{p}_1| = L_1$$

$$A_2 = r_0 \cdot p_1$$

$$A_1 = A_2 = |\vec{r}_1 \times \vec{p}_1| = r_0 \cdot p \rightarrow r_0 \text{ und } p_1 \text{ konstant}$$

& in gleicher Ebene

⇒ Richtung erhalten