SF Physik

Impuls

Was ist das?

- Ist eine Erhaltungsgrösse (wie Energie)

Definition:

$\vec{p} = m\vec{v}$ $\qquad$ $\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i$ (von mehreren Massepunkten)

Kraftstoss:

- Geschwindigkeitsänderung in Abhängigkeit von F und Δt
  $\rightarrow$ $\vec{F} \cdot \Delta t$] Kraftstoss

Impulssatz im nicht abgeschlossenen System:

- Während einer Zeit t wirkt die Kraft F
  $\rightarrow$ $\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p}$ $\quad = \quad$ $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Impulserhaltung:

- Beweis: $\vec{p}_0 = \vec{p}_{01} + \vec{p}_{02}$

$\Delta \vec{p}_1 = \vec{F} \Delta t$ (Änderung) $\qquad$ $\Delta \vec{p}_2 = -\vec{F} \Delta t$

$-\vec{F}$, weil Wechselwirkung

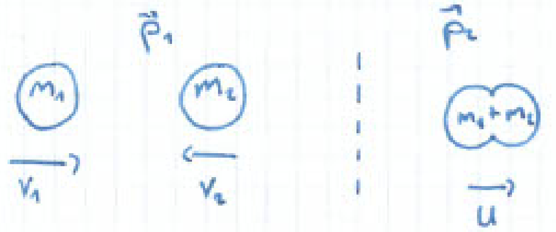
$\vec{p}_1 = \vec{p}_{01} + \vec{F} \Delta t$ (Insgesamt) $\qquad$ $\vec{p}_2 = \vec{p}_{02} - \vec{F} \Delta t$

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{01} + F\Delta t + \vec{p}_{02} - F\Delta t = \vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_0$$

$\rightarrow$ hat sich nicht geändert

Unelastischer Stoss:

- kin. Energie nicht erhalten

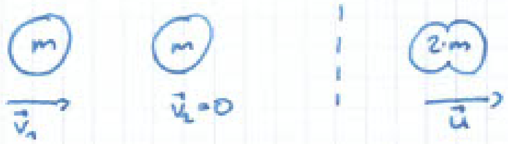


$\vec{p}_1 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

$p_2 = (m_1 + m_2)\, u$

$\Rightarrow u = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

Spezialfall $(v_2 = 0)$:



$$m v_1 + 0 = 2 m u \Rightarrow u = \frac{v_1}{2}$$

Elastischer Stoss:

- kin. Energie erhalten

Erhaltung E_{kin}: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$

Erhaltung $\vec{p}$: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$

$\Big\downarrow$ Gleichungssystem

$$\left| \begin{aligned} m_1 v_1^2 - m_1 u_1^2 &= m_2 u_2^2 - m_2 v_2^2 \\ m_1 v_1 - m_1 u_1 &= m_2 u_2 - m_2 v_2 \end{aligned} \right|$$

$\Big\downarrow$ ausklammern, binomische Formel

$$\begin{array}{r|l} \mathrm{I} & m_1 (v_1 - u_1)(v_1 + u_1) = m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \\ \mathrm{II} & m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2) \end{array}$$

$\Big\downarrow$ $\mathrm{I} : \mathrm{II}$

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2 \Rightarrow u_2 = v_1 - v_2 + u_1$$

$$\xrightarrow{\text{in II}} \quad u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2 m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$\rightarrow u_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Wichtige Formeln

$v = a \cdot t$

$F = a \cdot m$

$\vec{p} = m\vec{v}$

$\vec{p} = \vec{F} \Delta t$

$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ unelastischer Stoss

$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$

elastischer Stoss

$u_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$

$M = J \alpha$ Bewegungsgleichung

$J = \alpha \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ Trägheitsmoment

$J = J_s + md^2$ Satz von Steiner

$E_R = \frac{1}{2} J \omega^2$ Rotationsenergie

Rotationsbewegung

Winkelgeschwindigkeit : $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$

Winkelbeschleunigung : $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$

Drehmoment M ist Verursacher der Rotation

Bewegungsgleichung: $M = \underset{\text{Trägheitsmoment}}{J} \alpha$

Trägheitsmoment: $\Delta s = \Delta \varphi r$

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$v = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} r = \omega r$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$a = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} r = \alpha r$

$J = mr^2 \Rightarrow J = \alpha \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$

Rotationsenergie:

- Jeder Massepunkt, der rotiert, besitzt kin. Energie
  ↳ Rotationsenergie

$$E_i = \frac{1}{2} m_i \underbrace{v_i}_{\omega r_i}{}^2 \Rightarrow E_i = \frac{1}{2}\omega^2 m_i r_i^2$$

Allgemein:

$$E_R = \frac{1}{2} J \omega^2$$

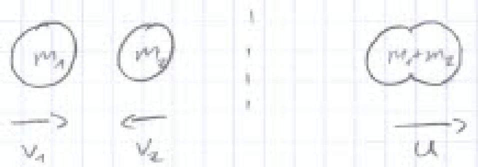
Satz von Steiner:

- Gilt, wenn Körper um Schwerpunkt rotiert

$$J = J_s + m d^2$$

Aufgaben

① a) E_{kin} bei unelastischem Stoss nicht erhalten



$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \qquad E_{kin} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2$$

$v_1 = -v_2 \qquad m_1 = m_2$

$E_{kin} = 0$

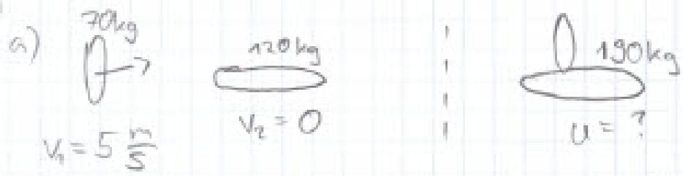
$$E_{kin} = 2 \cdot \frac{1}{2} m v^2 \neq$$

b) $E_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$

$$E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + \dots \quad \underbrace{\sum_{i=1}^{n} m_i v_i^2}_{J\omega^2}$$

$$E_{rot} = \sum_{i=1}^{n} E_i = \frac{1}{2} J \omega^2$$

② a)



unelastisch

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{5 \cdot 70 + 0}{190} = \underline{\underline{1{,}84\,\frac{m}{s}}}$$