

ESTÁTICA

ELEMENTOS DE MÁQUINAS

Mondragon Goi Eskola Politeknikoa
Mondragon Unibertsitatea



**Mondragon
Unibertsitatea**

Goi Eskola
Politeknikoa

Índice

1. Introducción
2. Resolución del modelo
 - *Tipos de carga*
 - *Tipos de uniones*
 - *Diagrama del Sólido Libre*
 - *Condiciones de equilibrio*
 - *Resolución*

1

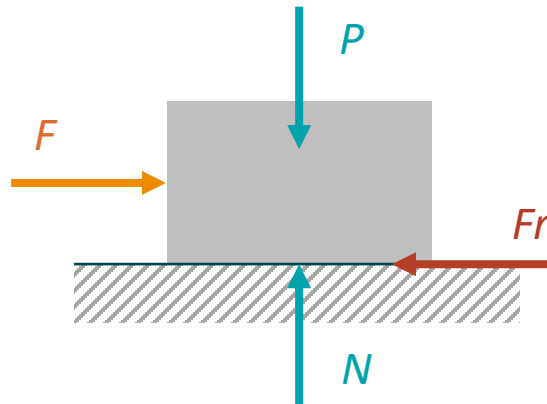
Introducción

Introducción

Mecánica del sólido rígido

- El estudio de los efectos que producen las fuerzas aplicadas sobre distintos sólidos se denomina “mecánica”.
- **Equilibrio:** Es el cálculo de las reacciones generadas por las fuerzas que actúan sobre el sólido.
- Cuando las deformaciones o cambios provocados por estas fuerzas son muy pequeñas (en comparación con las dimensiones del sólido) se desprecian y en consecuencia, se dice que es “rígido”.

ESTÁTICA DEL SÓLIDO



ANÁLISIS DE ESFUERZOS

ESTÁTICA

Mecánica del
sólido rígido

Fuerza (N)
Par (Nm)
Tensión (N/m²)
Deformación
(adimensional)

DEFORMACIÓN / TENSIÓN

Fuerzas internas,
tensiones, deformaciones
del sólido

Tracción / Compresión

Cortadura

Flexión

Torsión

2

Resolución del modelo

Procedimiento

1. Tipos de carga
2. Tipos de uniones
3. Diagrama del Sólido Libre
4. Condiciones de equilibrio
5. Resolución

Procedimiento

5 pasos principales:

1) Identificar cargas

- Aplicadas directamente, pesos o generadas en puntos de contacto.
- Pueden ser puntuales, uniformemente distribuidas y momentos.
- Normalmente suelen ser valores conocidos (o pueden calcularse fácilmente)

2) Analizar las uniones

- Sumar las reacciones que se producen en las uniones a las cargas anteriores.
- Pueden ser empotramientos, articulaciones o apoyos
- Normalmente son desconocidos

3) Diagrama del Sólido Libre (DSL)

- Aislar y representar los sólidos rígidos a estudiar.
- Representar todas las fuerzas y momentos externos, tanto conocidos como desconocidos.
- Tener en cuenta las principales distancias
- Representar el sistema de coordenadas.

4) Plantear las condiciones para el equilibrio

- Plantear la suma de fuerzas y momentos.
- Comparar el número de incógnitas y ecuaciones.

5) Resolución

- Resolución matemáticas y análisis de los resultados

1. Tipos de carga

En mecánica existen 3 tipos de carga:

1) Fuerzas puntuales:

- Los que se aplican directamente en un punto del sólido rígido. Si el sólido no tiene un obstáculo o tope, se genera un movimiento de translación.

2) Fuerzas uniformemente distribuidas

- Aplicadas en una superficie o a un largo del sólido rígido. Si el sólido no tiene un obstáculo o tope, se genera un movimiento de translación.

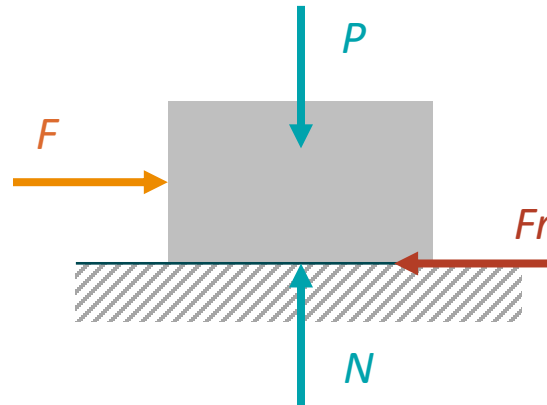
3) Momentos

- Cuando una fuerza puntual o uniformemente distribuida produce un movimiento de rotación sobre un sólido rígido. Por ejemplo, cuando se aplica una fuerza a una distancia desde el centro de rotación.

1. Tipos de carga

1. Fuerzas puntuales: Representan la tendencia translacional sobre el sólido rígido.

- Externas: Muelles, fuerzas aplicada por cilindros...
- Fuerza gravitatoria (Peso, P)
- Fuerzas de contacto (causadas por la acción-reacción): Fuerza normal y de fricción



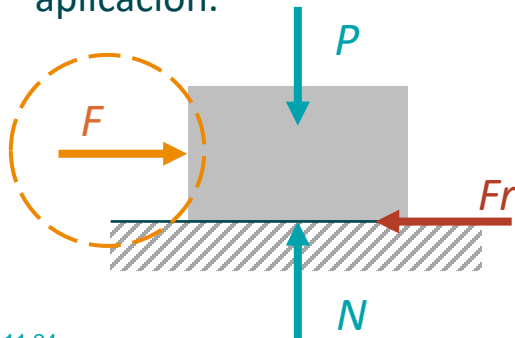
1. Tipos de carga

1. Fuerzas puntuales: Representan la tendencia translacional sobre el sólido rígido.

- **Externas:** Muelles, fuerzas aplicada por cilindros...
- Fuerza gravitatoria (Peso, P)
- Fuerzas de contacto (causadas por la acción-reacción): Fuerza normal y de fricción

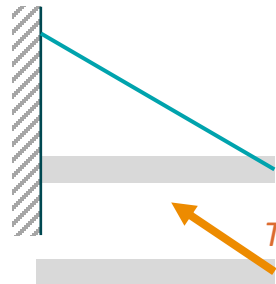
Externa, $[F]$

- Puede tener cualquier dirección y valor.
- Está definido por la aplicación.

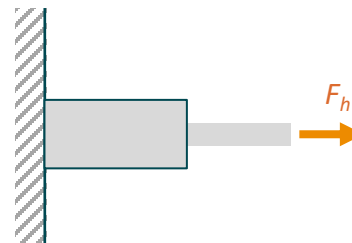


EJEMPLOS

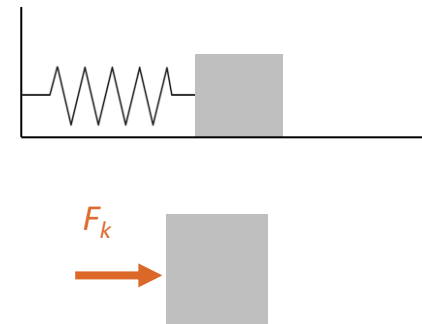
Cuerdas/Cables



Cilindros



Muelles



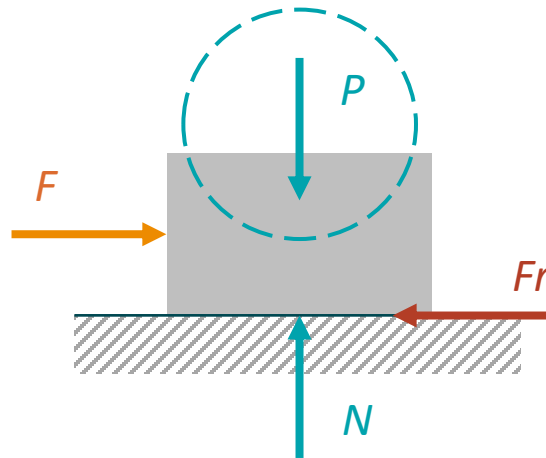
1. Tipos de carga

1. Fuerzas puntuales: Representan la tendencia translacional sobre el sólido rígido.

- Externas: Muelles, fuerzas aplicada por cilindros...
- **Fuerza gravitatoria** (Peso, P)
- Fuerzas de contacto (causadas por la acción-reacción): Fuerza normal y de fricción

Peso, [P]

- Siempre vertical.
- Proporcional a la masa del sólido.



$$P = m \cdot g$$

P : peso [N]

m : masa [kg]

g : gravedad, $9,81 \text{ m/s}^2$

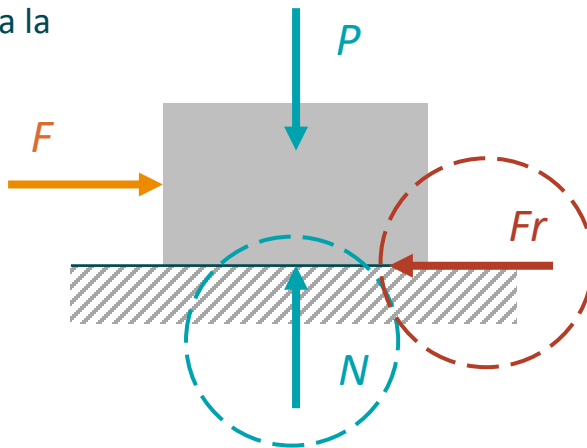
1. Tipos de carga

1. Fuerzas puntuales: Representan la tendencia translacional sobre el sólido rígido.

- Externas: Muelles, fuerzas aplicada por cilindros...
- Fuerza gravitatoria (Peso, P)
- **Fuerzas de contacto** (causadas por la acción-reacción): Fuerza normal y de fricción

Normal, [N]

- Perpendicular a la superficie de contacto.



Fuerza de fricción, [Fr]

- Paralelo a la superficie de contacto y siempre en contra de la dirección del movimiento.
- La magnitud no depende del tamaño de la superficie.
- Proporcional a la fuerza normal.

$$Fr = \mu \cdot N$$

Fr : Fuerza de fricción [N]

μ : coeficiente de fricción

N : fuerza normal [N]

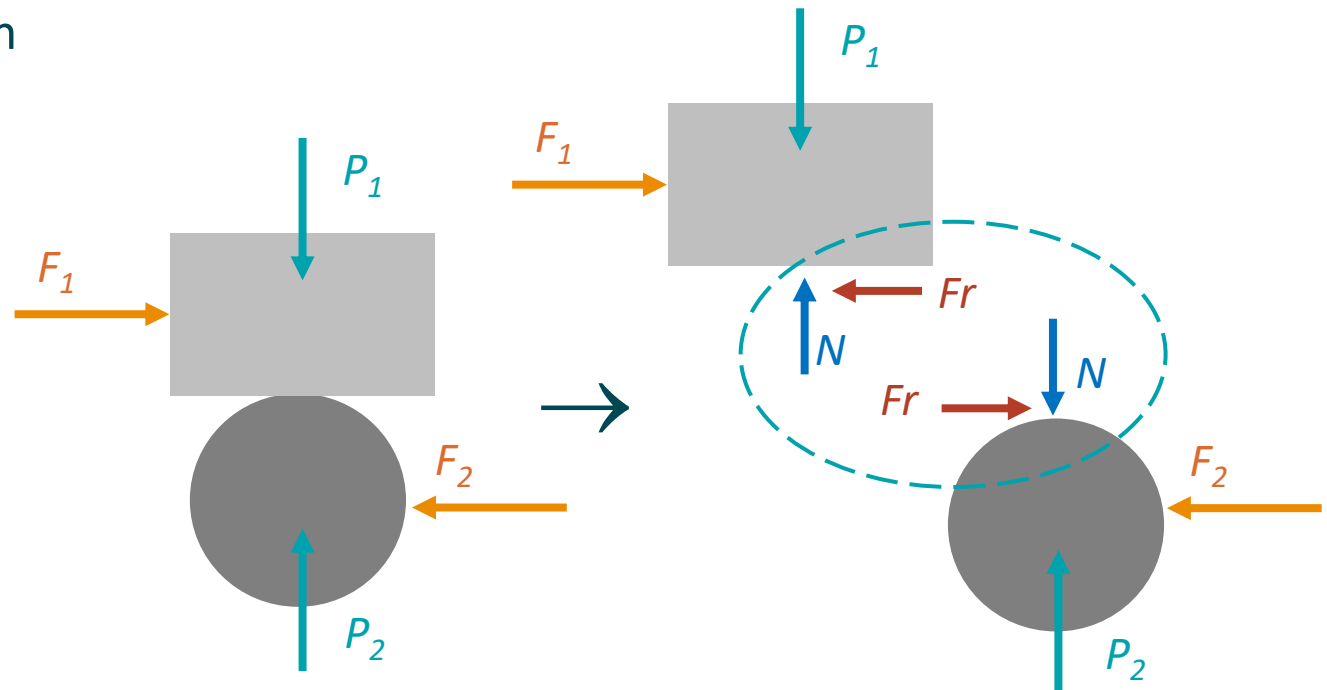
1. Tipos de carga

1. Fuerzas puntuales: Representan la tendencia translacional sobre el sólido rígido.

- Externas: Muelles, fuerzas aplicada por cilindros...
- Fuerza gravitatoria (Peso, P)
- **Fuerzas de contacto** (causadas por la **acción-reacción**): Fuerza normal y de fricción

Entre 2 solidos

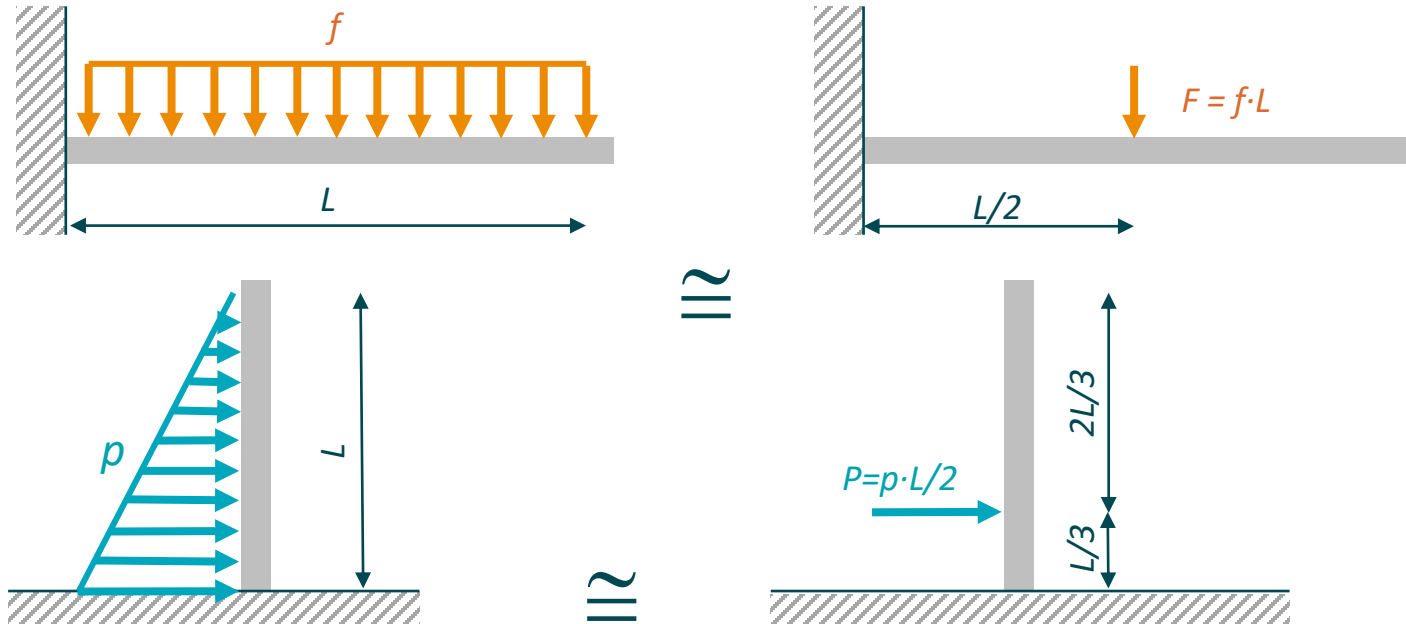
- Acción-reacción en la superficie de contacto
- Cada sólido en equilibrio



1. Tipos de carga

2. Cargas uniformemente distribuidas: Cargas distribuidas que pueden estar a lo largo de una viga.

- Forma de rectángulo: la fuerza que genera la nieve sobre el tejado.
- Forma de triángulo: La presión que provoca el agua de una presa.
- ...



1. Tipos de carga

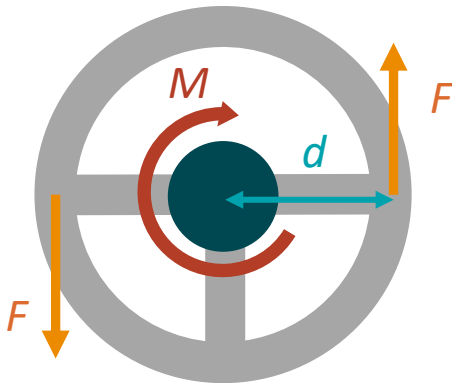
3. Momentos: Indican una tendencia a girar sobre un sólido rígido.

Trasmitidos directamente: *motor*, ...

- Creado por un par de fuerzas: *volante*, *puerta*, ...
- El efecto de aplicar una fuerza a lo largo de una distancia: *palanca*, ...

EJEMPLOS

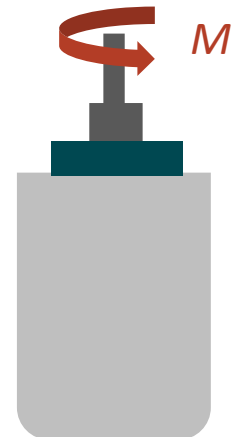
Par de fuerzas



Fuerza a una distancia



Directo



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \longrightarrow \quad M = l \cdot F$$

2. Tipos de unión

Equilibrio de un sólido rígido en el plano (2D)

Hay 3 movimientos posibles:

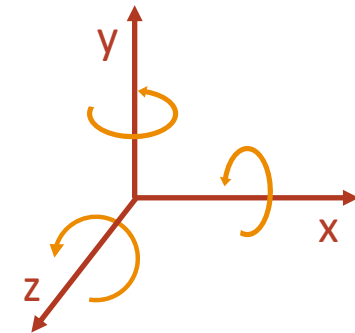
- Movimientos lineales en los ejes x e y.
- Movimiento de rotación respecto al eje z.



Equilibrio de un sólido rígido en el espacio (3D)

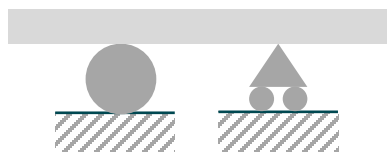
Hay 6 movimientos posibles:

- Movimientos lineales en los ejes x, y, z.
- Movimientos de rotación relativos a los ejes x, y, z.

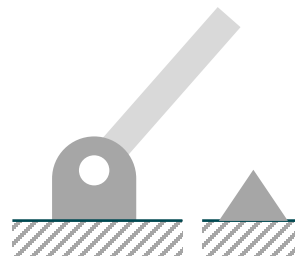


Uniones

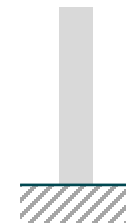
- Las uniones impiden tanto movimientos lineales como giratorios.
- 3 tipos principales:



Apoyos



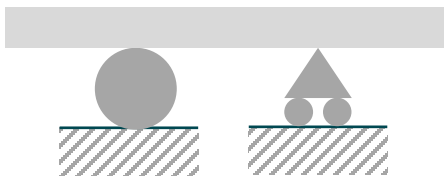
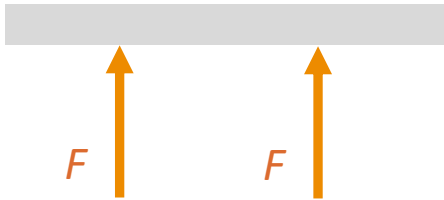
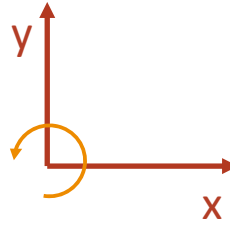
Articulaciones



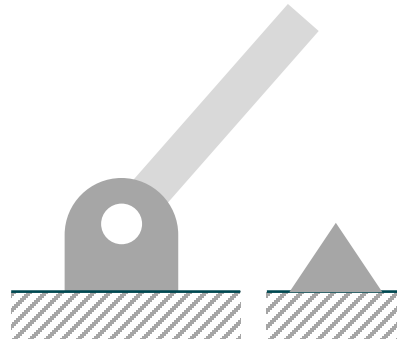
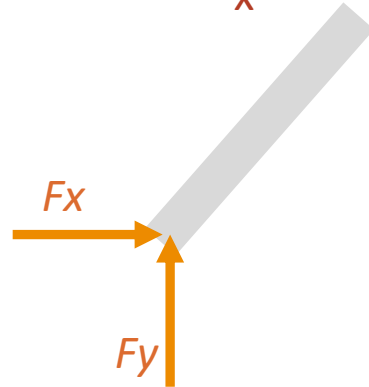
Empotramientos

2. Tipos de unión

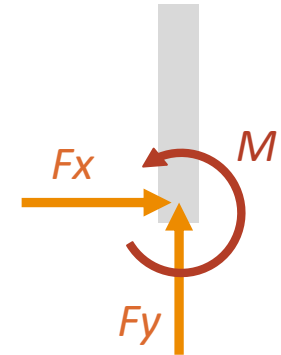
Reacciones de uniones en 2D



Apoyos



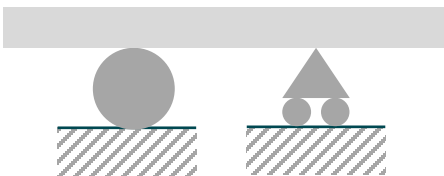
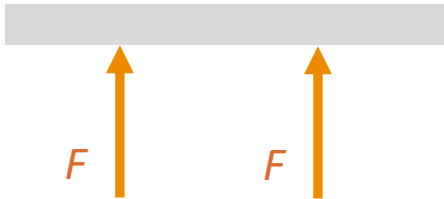
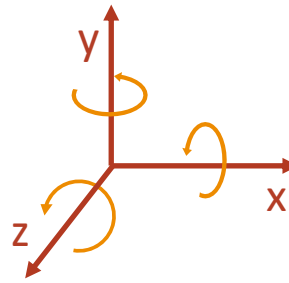
Articulaciones



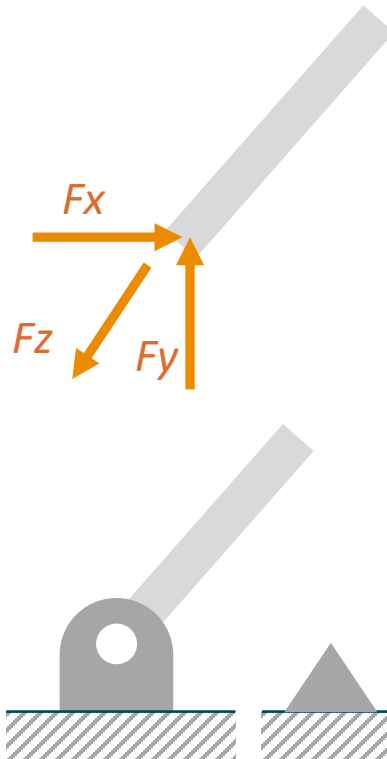
Empotramientos

2. Tipos de unión

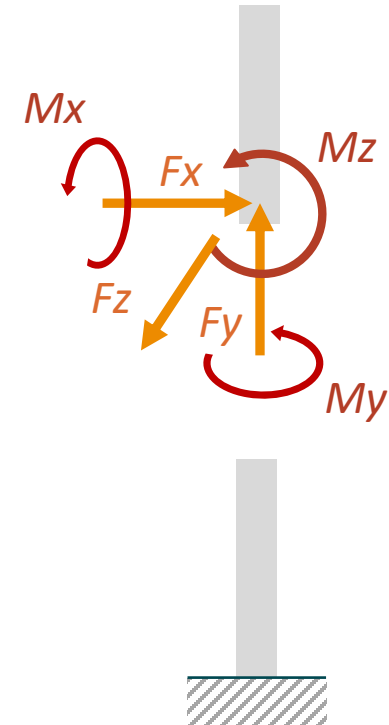
Reacciones de uniones en 3D



Apoyos



Articulaciones



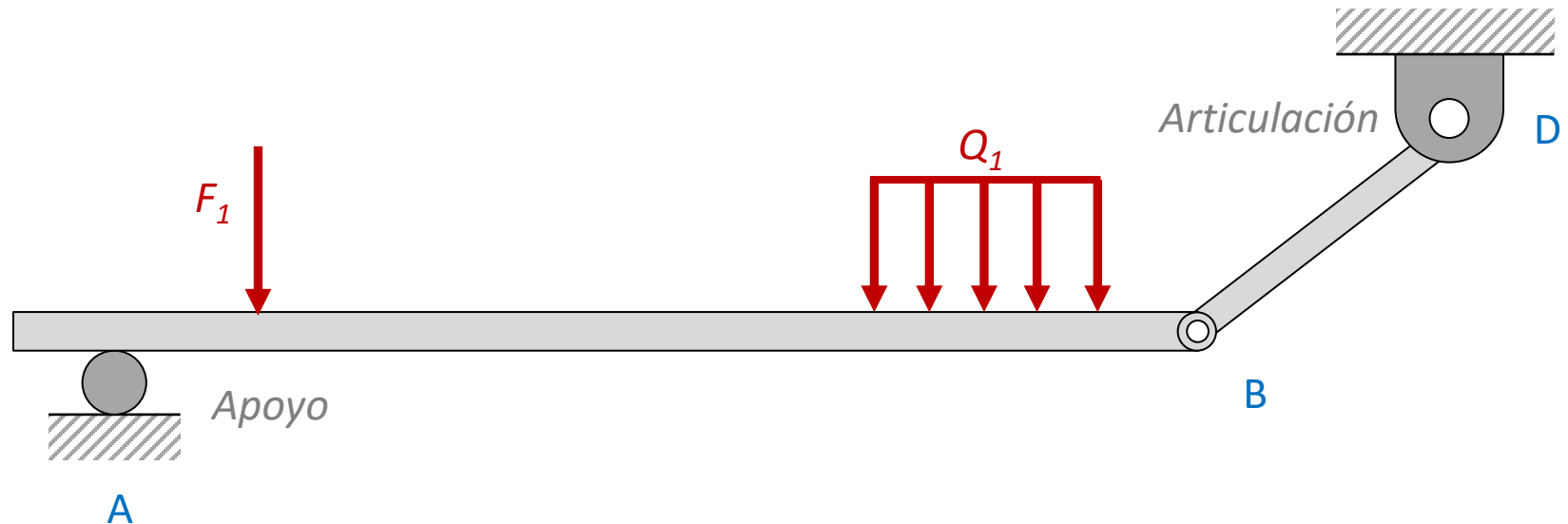
Empotramientos

3. Diagrama del Solido Libre (DSL)

Procedimiento

1. Separar y nombrar los sólidos (1, 2, 3...), como los puntos de unión (A,B,D...)
2. Identificar fuerzas/momentos, pesos y reacciones (F , P , M ...)
3. Identificar y nombrar las reacciones en las uniones (R_A , R_B , ...).
4. Definir el sistema de coordenadas (X,Y,Z) y acotar respecto a este.

EJEMPLO

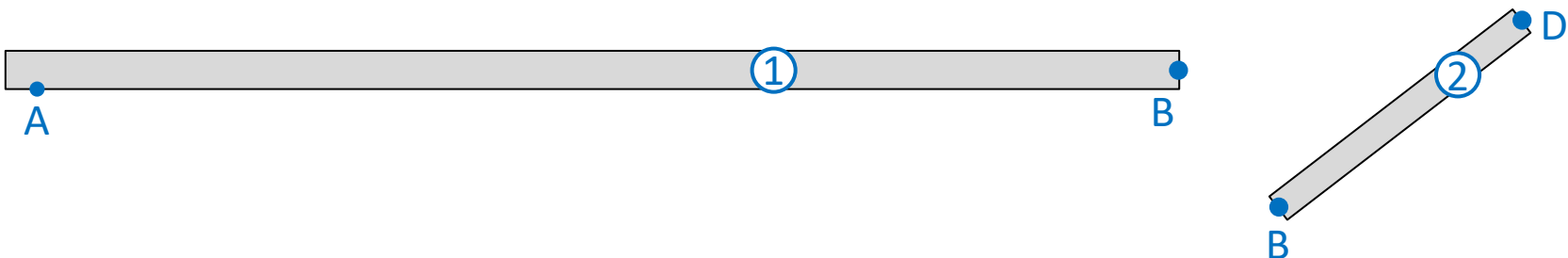


3. Diagrama del Solido Libre (DSL)

Procedimiento

1. Separar y nombrar los sólidos (1,2,3...), como los puntos de unión (A,B,D...)
2. Identificar fuerzas/momentos, pesos y reacciones (F , P , M ...)
3. Identificar y nombrar las reacciones en las uniones (R_A , R_B , ...).
4. Definir el sistema de coordenadas (X,Y,Z) y acotar respecto a este.

EJEMPLO

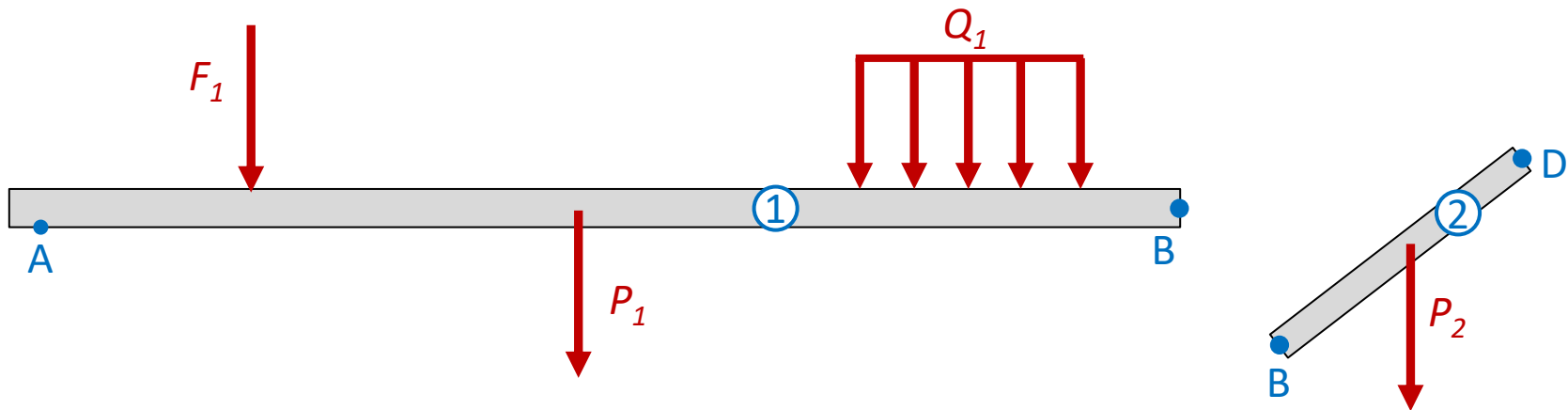


3. Diagrama del Solido Libre (DSL)

Procedimiento

1. Separar y nombrar los sólidos (1, 2, 3...), como los puntos de unión (A,B,D...)
2. **Identificar fuerzas/momentos, pesos y reacciones (F , P , M ...)**
3. Identificar y nombrar las reacciones en las uniones (R_A, R_B, \dots).
4. Definir el sistema de coordenadas (X,Y,Z) y acotar respecto a este.

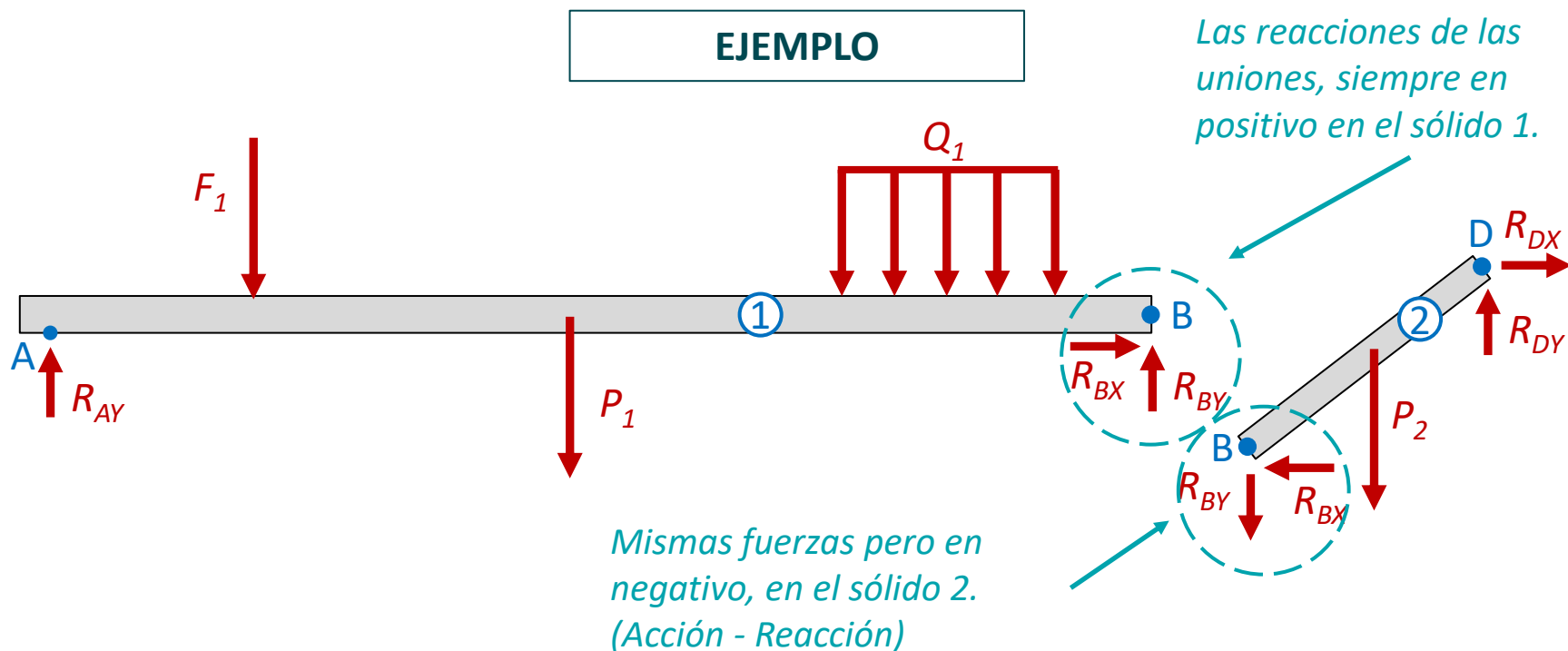
EJEMPLO



3. Diagrama del Solido Libre (DSL)

Procedimiento

1. Separar y nombrar los sólidos (1, 2, 3...), como los puntos de unión (A,B,D...)
2. Identificar fuerzas/momentos, pesos y reacciones (F , P , M ...)
3. **Identificar y nombrar las reacciones en las uniones (R_A, R_B, \dots).**
4. Definir el sistema de coordenadas (X,Y,Z) y acotar respecto a este.

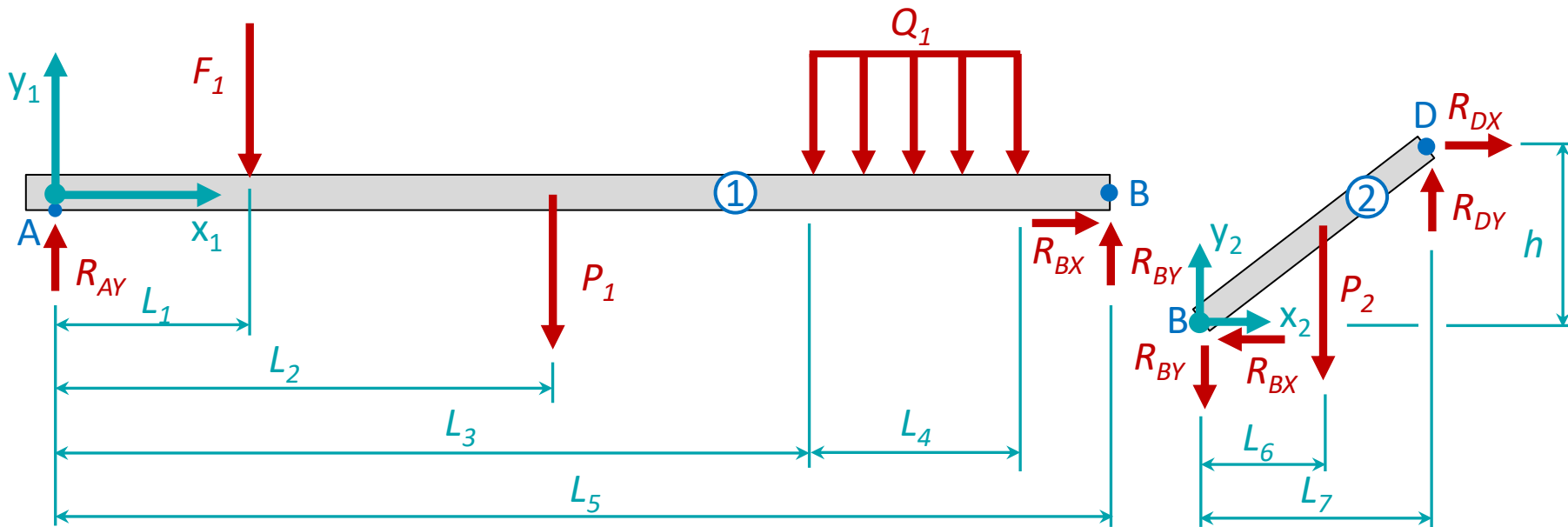


3. Diagrama del Solido Libre (DSL)

Procedimiento

1. Separar y nombrar los sólidos (1, 2, 3...), como los puntos de unión (A,B,D...)
2. Identificar fuerzas/momentos, pesos y reacciones (F , P , M ...)
3. Identificar y nombrar las reacciones en las uniones (R_A , R_B , ...).
4. Definir el sistema de coordenadas (X,Y,Z) y acotar respecto a este.

EJEMPLO



4. Condiciones de equilibrio

1. Escribir las condiciones para estar en equilibrio

Primera ley de Newton

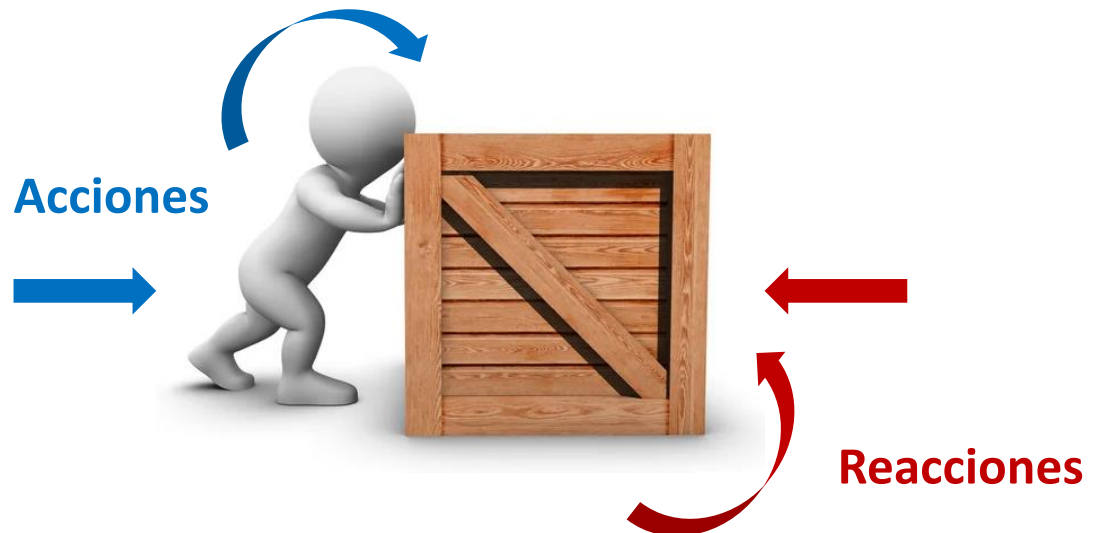
$$\sum F_x = 0 \ ; \ \sum F_y = 0 \ ; \ \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 \ ; \ \sum M_y = 0 \ ; \ \sum M_z = 0$$

Escalar

Equilibrio

- Un sólido en equilibrio está estacionario o se mueve a velocidad constante.
- Para que un sólido esté en equilibrio, la suma de acciones y reacciones (fuerzas y momentos) debe ser cero.



4. Condiciones de equilibrio

2. Realizar el planteamiento

EJEMPLO

Sólido 1

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{BX} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{AY} - F_1 - P_1 - Q_1 \cdot L_4 + R_{BY} = 0$$

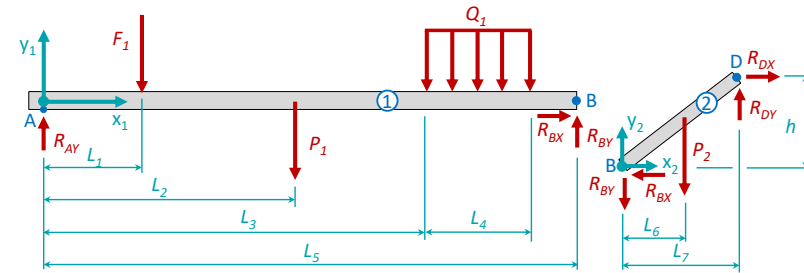
$$\sum M_A = 0 \rightarrow -L_1 \cdot F_1 - L_2 \cdot P_1 - (L_3 + L_4/2) \cdot Q_1 + L_5 \cdot R_{BY} = 0$$

Sólido 2

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -R_{BX} + R_{DX} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -R_{BY} - P_2 + R_{DY} = 0$$

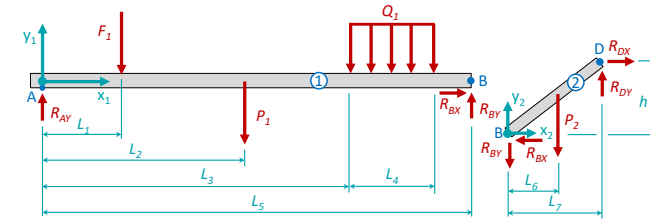
$$\sum M_B = 0 \rightarrow -L_6 \cdot P_2 + L_7 \cdot R_{DY} - h \cdot R_{BX} = 0$$



4. Condiciones de equilibrio

3. Completar el sistema de ecuaciones

EJEMPLO



Sistema de ecuaciones

$$(1) R_{BX} = 0$$

$$(2) R_{AY} - F_1 - P_1 - Q_1 \cdot L_4 + R_{BY} = 0$$

$$(3) -L_1 \cdot F_1 - L_2 \cdot P_1 - (L_3 + L_4/2) \cdot Q_1 + L_5 \cdot R_{BY} = 0$$

$$(4) -R_{BX} + R_{DX} = 0$$

$$(5) -R_{BY} - P_2 + R_{DY} = 0$$

$$(6) -L_6 \cdot P_2 + L_7 \cdot R_{DY} - h \cdot R_{BX} = 0$$

Para resolver un sistema de ecuaciones, el número de **incógnitas** y el número de **ecuaciones** deben **coincidir**. Después de resolver, los resultados siempre deben ser **INTERPRETADOS**.

4. Condiciones de equilibrio

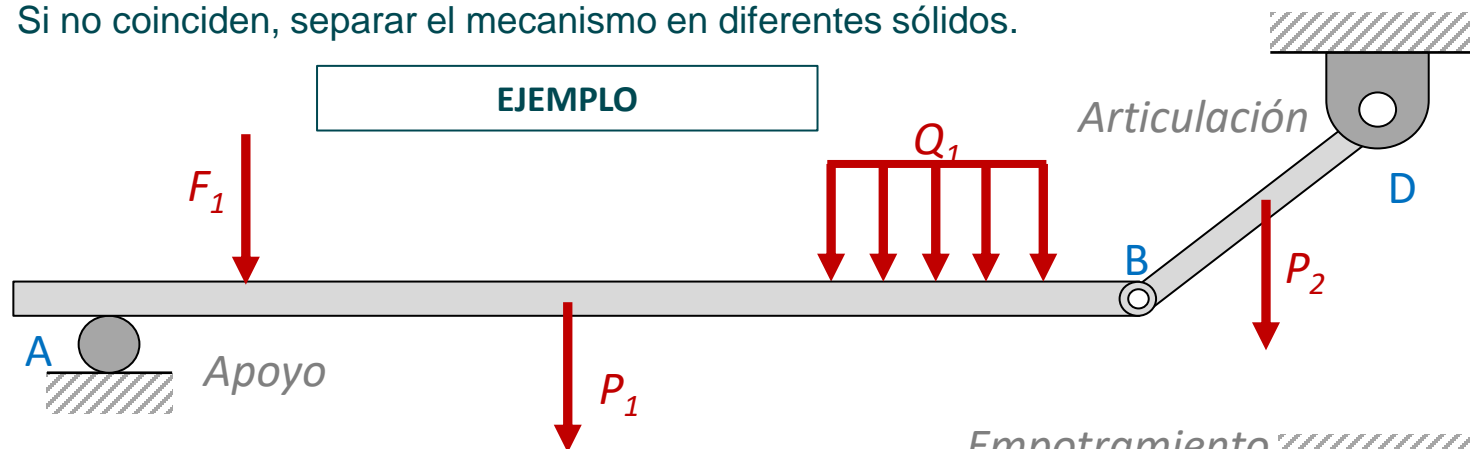
Notas

Podemos saber desde el principio si el sistema tiene solución:

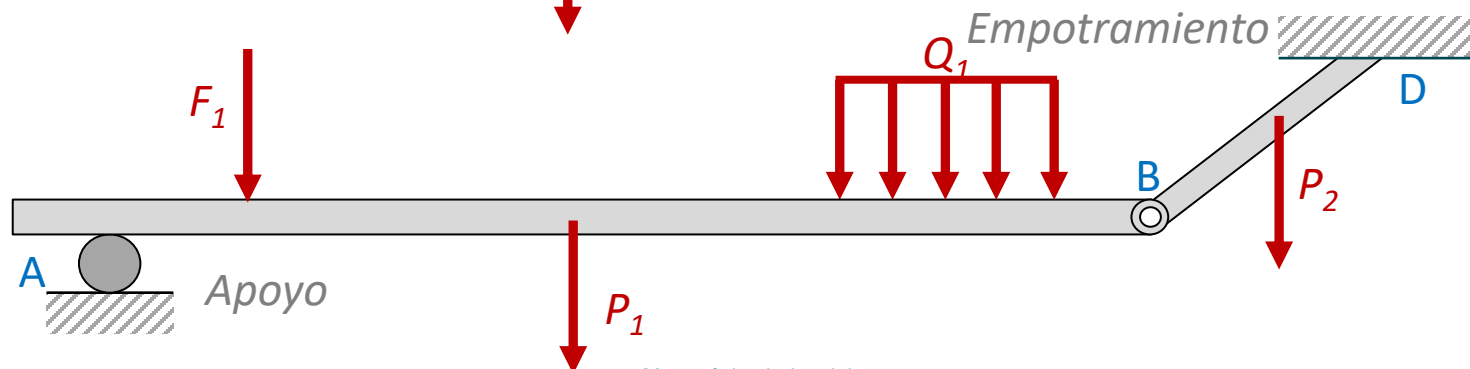
1. Coinciden la cantidad de uniones y reacciones: apoyo (1), articulación (2), empotramiento (3)
2. El número de ecuaciones es conocido desde el principio: ejercicio 2D (3) y ejercicio 3D (6).
3. Por tanto, desde el principio se puede comparar el número de ecuaciones e incógnitas (reacciones):
 - Si no coinciden, separar el mecanismo en diferentes sólidos.

EJEMPLO

CASO A



CASO B



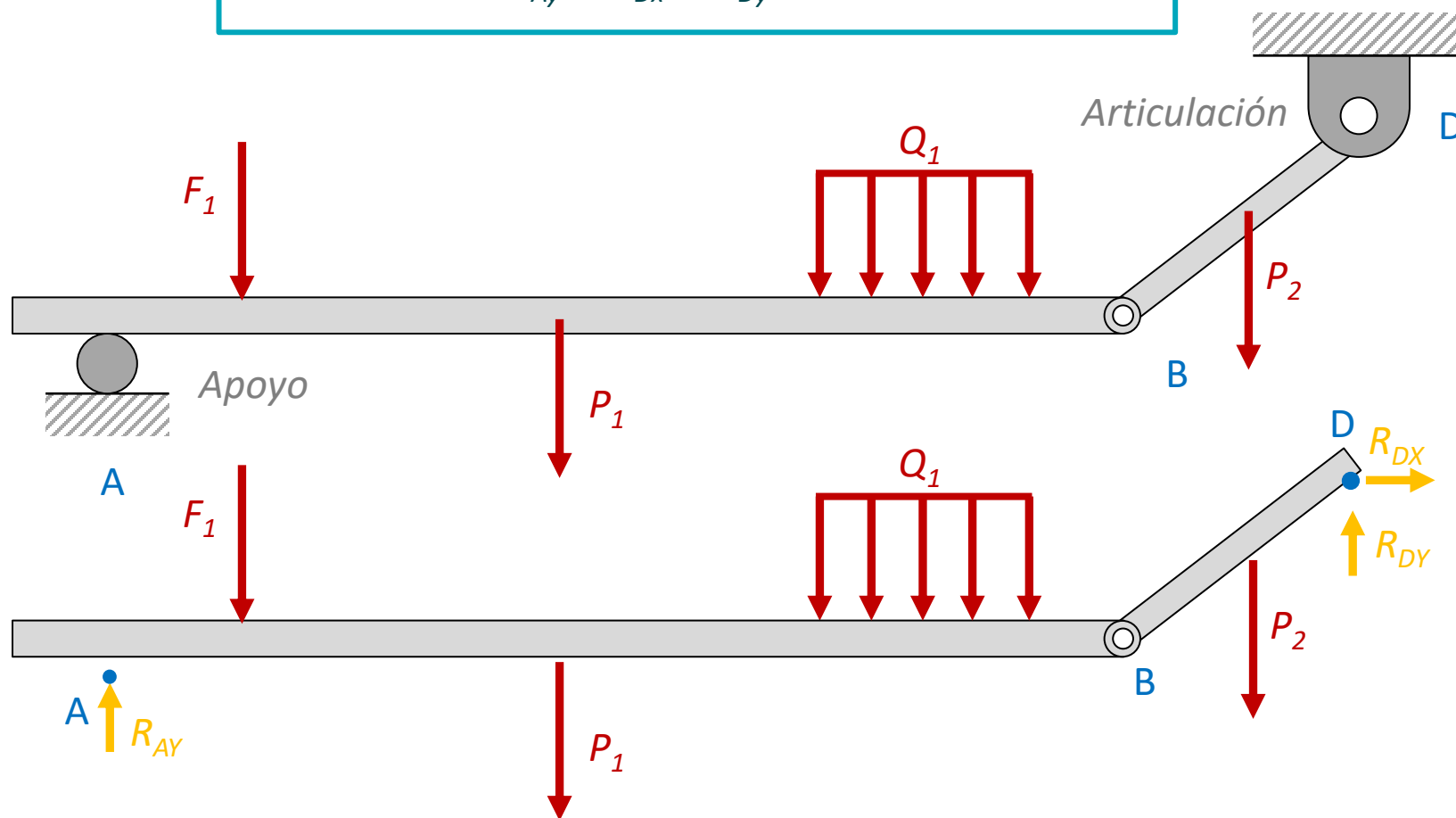
4. Condiciones de equilibrio

Notas

3 ecuaciones: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M = 0$

3 incógnitas: R_{Ay} ; R_{Dx} ; R_{Dy}

CASO A

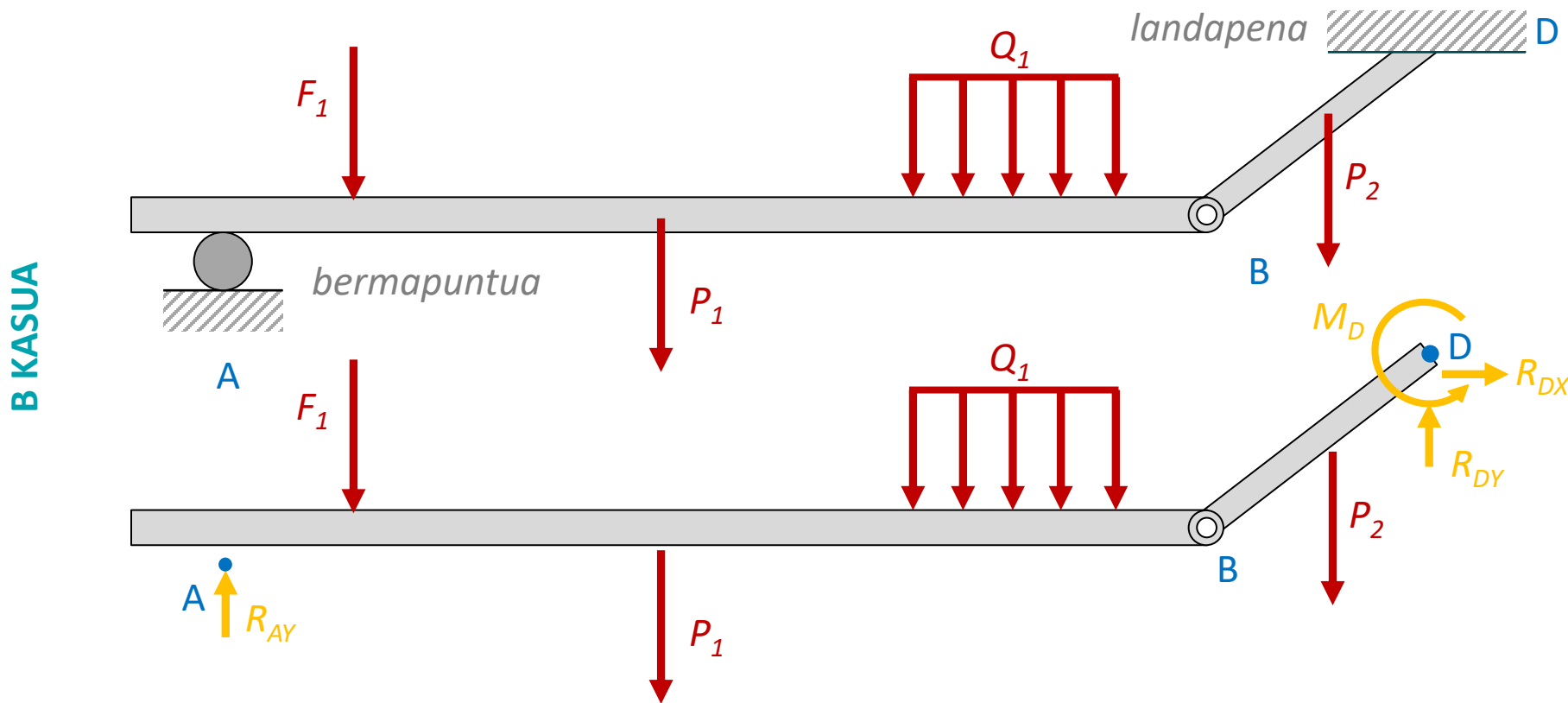


4. Condiciones de equilibrio

Notas

3 ecuaciones: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M = 0$

4 incógnitas: R_{Ay} ; R_{Dx} ; R_{Dy} ; M_D



5. Resolución

Procedimiento

1. Plantear el sistema de ecuaciones
2. 3 métodos para resolver el sistema de ecuaciones:
 - ❖ Sustitución
 - ❖ Igualación
 - ❖ Reducción
3. Interpretar los resultados obtenidos:
 - Los valores de las fuerzas son lógicos?
 - El sentido de las fuerzas? (Respecto al sistema de coordenadas)

Eskerrik asko
Muchas gracias
Thank you

Olatz Insausti

oinsausti@mondragon.edu

Iraitz Ferreira

iferreira@mondragon.edu

Aitor Urzelai

aurzelaib@mondragon.edu

Loramendi, 4. Apartado 23
20500 Arrasate – Mondragon
T. 943 71 21 85
info@mondragon.edu