Jacobian matrix

$$
\begin{aligned}
p_i(\mathbf{z}_i) &= p_{i-1}(f_i^{-1}(\mathbf{z}_i)) \left|\det \frac{df_i^{-1}}{d\mathbf{z}_i}\right| \\
&= p_{i-1}(\mathbf{z}_{i-1}) \left|\det \left(\frac{df_i}{d\mathbf{z}_{i-1}}\right)^{-1}\right| \\
&= p_{i-1}(\mathbf{z}_{i-1}) \left|\det \frac{df_i}{d\mathbf{z}_{i-1}}\right|^{-1} \\
\log p_i(\mathbf{z}_i) &= \log p_{i-1}(\mathbf{z}_{i-1}) - \log\left|\det \frac{df_i}{d\mathbf{z}_{i-1}}\right|
\end{aligned}
$$

결론

• f(x)를 잘 만들면 p(z)를 만들 수 있다.

조건 1. f 는 가역적이어야 한다.

조건 2. 자코비안 행렬식이 쉬운 계산.

triangular matrix

=> det계산이 diagonal elements의 곱으로 나타난다.

이러한 행렬이 coupling layers로 불림.

$$p(\boldsymbol{X}) = \pi(f^{-1}(\boldsymbol{X}))\left|\det \frac{df^{-1}}{d\boldsymbol{X}}\right|$$

$$\begin{aligned}
p_i(\mathbf{z}_i) &= p_{i-1}(f_i^{-1}(\mathbf{z}_i))\left|\det \frac{df_i^{-1}}{d\mathbf{z}_i}\right| \\
&= p_{i-1}(\mathbf{z}_{i-1})\left|\det \left(\frac{df_i}{d\mathbf{z}_{i-1}}\right)^{-1}\right| \\
&= p_{i-1}(\mathbf{z}_{i-1})\left|\det \frac{df_i}{d\mathbf{z}_{i-1}}\right|^{-1} \\
\log p_i(\mathbf{z}_i) &= \log p_{i-1}(\mathbf{z}_{i-1}) - \log\left|\det \frac{df_i}{d\mathbf{z}_{i-1}}\right|
\end{aligned}$$