Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»
Кафедра информатики

Отчет по лабораторной работе №3
Численное решение нелинейных уравнений

Выполнил:
студент гр. 953501
Смоляр И. В.

Руководитель:
доцент
Анисимов В. Я.

Минск 2021

Содержание

1. Цель работы

1) Изучить методы численного решения нелинейных уравнений - методов бисекции, хорд, простой итерации, касательных;
2) Составить алгоритм решения нелинейных уравнений указанными методами, применимый для организации вычислений на ЭВМ;
3) Составить программу решения нелинейных уравнений по разработанному алгоритму;

2. Теоретические сведения

Ряд Штурма (система Штурма) для вещественного многочлена — последовательность многочленов, позволяющая эффективно определять количество корней многочлена на промежутке и приближённо вычислять их с помощью теоремы Штурма.

последовательность отличных от нуля многочленов с вещественными коэфф ициентами

$f_0(x), f_1(x), ..., f_s(x)$

называется **рядом Штурма** для многочлена f(x), если выполнены следующие условия:

- $f_s(x)$ не имеет корней;
- если $f_k(c) = 0$ и $1 \leqslant k \leqslant s-1$, то $f_{k-1}(c) f_{k+1}(c) < 0$;
- если $f(c) = 0$, то произведение $f_0(c) f_1(c)$ меняет знак с минуса на

плюс, когда x, возрастая, проходит через точку c, т.е. когда существует так ое δ > 0, что $f_0(x) f_1(x) < 0$ для $x \in (c-\delta, c)$ и $f_0(x) f_1(x) > 0$ для $x \in (c, c+\delta)$.

-

Значением ряда Штурма в точке c называется количество смен знака в последовательности $f_0(c), f_1(c), ..., f_s(c)$ после исключения нулей.

Ряд Штурма существует для любого ненулевого вещественного многочлена.

Ряд Штурма существует для любого ненулевого вещественного многочлена.
Пусть многочлен f(x), отличающийся от константы, не имеет кратных корней. Тогда ряд Штурма для него можно построить, например, следующим образо м:

- $f_0(x) = f(x)$;
- $f_1(x) = f_0'(x)$;
- Если $f_k(x)$ (k > 0) имеет корни, то $f_{k+1}(x) = -f_{k-1}(x) \mod f_k(x)$, гд е $f(x) \mod g(x)$ —

остаток от деления многочлена f(x) на многочлен g(x) в кольце многочленов $\mathbb{R}[x]$, иначе s = k.

Для произвольного многочлена, отличающегося от константы, можно полож ить

$$f_0(x) = \frac{f(x)}{(f(x), f'(x))},$$

и далее следовать приведенному выше способу. Здесь $(f(x),f'(x))$ — наибольший общий делитель многочленов $f(x)$ и $f'(x)$. Если многочлен $f(x)$ есть ненулевая константа, то его ряд Штурма состоит из единственного многочлена $f_0(x) = f(x)$.

Метод хорд (**метод секущих**) — это численный метод нахождения (одного) решения (с заданной точностью **ε**) нелинейного уравнения вида **f(x)=0**.

Суть метода хорд состоит в разбиении отрезка **[a; b]** (при условии **f(a)f(b) < 0**) на два отрезка с помощью хорды и выборе нового отрезка от точки пересечения хорды с осью абсцисс до неподвижной точки, на котором функция меняет знак и содержит решение, причём подвижная точка приближается к **ε**-окрестности решения.
Построение хорд продолжается до достижения необходимой точности решения **ε**.
Метод хорд применим для решения уравнения вида **f(x) = 0** на отрезке **[a; b]**, если ни одна точка отрезка **[a; b]** не является ни стационарной, ни критической, то есть **f'(x) ≠ 0** и **f''(x) ≠ 0**.
Условие начальной точки для метода хорд **f(x)f''(x) < 0**.
Условие неподвижной точки для метода хорд **f(x)f''(x) > 0**.
Сначала находим отрезок **[a; b]** такой, что функция **f(x)** дважды непрерывно дифференцируема и меняет знак на отрезке, то есть **f(a)f(b) < 0**.

Метод касательных (метод Ньютона) — это численный метод нахождения (одного) решения (с заданной точностью **ε**) нелинейного уравнения вида **f(x)=0**.

Суть метода касательных состоит в разбиении отрезка **[a; b]** (при условии **f(a)f(b) < 0**) на два отрезка с помощью касательной и выборе нового отрезка от точки пересечения касательной с осью абсцисс до неподвижной точки, на котором функция меняет знак и содержит решение, причём подвижная точка приближается к **ε**-окрестности решения.
Построение касательных продолжается до достижения необходимой точности решения **ε**.
Метод касательных применим для решения уравнения вида **f(x) = 0** на отрезке **[a; b]**, если ни одна точка отрезка **[a; b]** не является ни стационарной, ни критической, то есть **f'(x) ≠ 0** и **f''(x) ≠ 0**.
Условие неподвижной точки для метода касательных **f(x)f''(x) < 0**.
Условие начальной точки для метода касательных **f(x)f''(x) > 0**.
Сначала находим отрезок **[a; b]** такой, что функция **f(x)** дважды непрерывно дифференцируема и меняет знак на отрезке, то есть **f(a)f(b) < 0**.

3. Программная реализация

Вариант 9.

Задание.

Используя теорему Штурма определить число корней уравнения:

X^3 + 2.65804 * x^2 -28.0640 * x + 21.9032 на отрезке [-10,10].

Отделить все корни лежащие на данном отрезке.

Вычислить наименьший корень методом половинного деления, методом хорд и методом касательных.

Ответ:

Корней: 3

Корни находятся в диапазонах: [[3.53179931640625, 10], [0.8774101850576699, 3.531
- 7.067534131628435, 0.8774101850576699]]

метод половинного деления:
ответ: - 7.067473516513713
шагов: 17

метод хорд:
ответ: - 7.06743999263870
шагов: 3

метод касательных:
ответ: - 7.06744003077657
шагов: 1

4. Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы был использован методы Штурма, хорд, касательных, половинного деления. Составлены алгоритмы методов и их программная реализация. Так же был получен первый корень уравнения, составлен алгоритм решения нелинейных уравнений, применимый для организации вычислений на ЭВМ.