2. Вычислить интеграл при помощи разложения f в ряд Тейлора, с погрешностью 0,0001, оценивая остаток ряда через геометрическую прогрессию.

$$f(x) = \frac{ch\sqrt{x}-1}{x} \to 0 \text{ (предел)} \qquad \varepsilon = 0,0001$$

$$ch(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots + \sum_0^\infty \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

$$ch(\sqrt{x}) = 1 + \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{4!} + \ldots \quad \sum_0^\infty \frac{x^n}{(2n)!}$$

сходится, т.к. геом.прогрессия;

$$\frac{ch\sqrt{x}-1}{x} = 0 + \frac{1}{2} + \frac{x}{4!} + \frac{x^2}{6!} + \frac{x^3}{8!} + \frac{x^4}{10!} + \frac{x^5}{12!} + \ldots \quad \sum \frac{x^{(n-1)}}{(2n)!}$$

$$\int_0^\pi \left[\frac{1}{2} + \frac{x}{4!} + \frac{x^2}{6!} + \frac{x^3}{8!} + \frac{x^4}{10!} + \frac{x^5}{12!} + \ldots\right] =$$

$$= \left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{2\cdot 4!}x^2 + \frac{1}{3\cdot 6!}x^3 + \frac{1}{4\cdot 8!}x^4 + \frac{x^5}{5\cdot 10!} + \frac{x^6}{6\cdot 12!} \ldots\right]\Big|_0^\pi$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{\pi^2}{2\cdot 4!} + \frac{\pi^3}{3\cdot 6!} + \frac{\pi^4}{4\cdot 8!} + \left[\frac{\pi^5}{5\cdot 10!} + \frac{\pi^6}{6\cdot 12!} + \ldots\right]$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{\pi^2}{2\cdot 4!} + \frac{\pi^3}{3\cdot 6!} + \frac{\pi^4}{4\cdot 8!} + \left[\frac{\pi^5}{5\cdot 10!} + \frac{\pi^6}{6\cdot 12!} + \ldots\right]$$

$\varepsilon = 0,0001$

$\approx 0,0006 > \varepsilon \qquad 0,00002 < \varepsilon$

$b_1 = 2$ с $q = \frac{1}{5}$

ряд знакоположительный, оценим остаток ряда геометрической прогрессией
каждый член нашего ряда меньше соответствующего члена геом. прогрессии
остаток r4 меньше остатка r4' ряда.

$$r^4 < r^{4'} = \frac{2}{5^5} + \frac{2}{5^6} + \frac{2}{5^7} + \ldots = \frac{\frac{2}{5^5}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{1}{1250};$$

сумма этого ряда отличается от его первых 4 членов на 0,0008

Приближенный ответ: $\approx 1,7913$