2.7

1. $A^T=\begin{bmatrix}1&9\\0&3\end{bmatrix}$ $A^{-1}=\begin{bmatrix}1&0\\-3&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$

$(A^T)^{-1}=\begin{bmatrix}1&3\\0&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$ $(A^{-1})^T=\begin{bmatrix}1&-3\\0&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$

$A^T=\begin{bmatrix}1&c\\c&0\end{bmatrix}$ $A^{-1}=\begin{bmatrix}0&\frac{1}{c}\\\frac{1}{c}&-\frac{1}{c^2}\end{bmatrix}$

$(A^{-1})^T=(A^T)^{-1}=\begin{bmatrix}0&\frac{1}{c}\\\frac{1}{c}&-\frac{1}{c^2}\end{bmatrix}$

2. $AB=\begin{bmatrix}1&3\\2&7\end{bmatrix}$ $(AB)^T=\begin{bmatrix}1&2\\3&7\end{bmatrix}$

$B^T=\begin{bmatrix}1&0\\3&1\end{bmatrix}$ $A^T=\begin{bmatrix}1&2\\0&1\end{bmatrix}$

$B^TA^T=\begin{bmatrix}1&2\\3&7\end{bmatrix}\neq A^TB^T=\begin{bmatrix}7&2\\3&1\end{bmatrix}$

$AA^T=\begin{bmatrix}1&0\\2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2\\2&5\end{bmatrix}$

$A^TA=\begin{bmatrix}1&2\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\2&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5&2\\2&1\end{bmatrix}$

三角矩阵

3. (a) $((AB)^{-1})^T=(B^{-1}A^{-1})^T=(A^{-1})^T(B^{-1})^T$

(b) 下三角

4. $A^2=0$ $A=\begin{bmatrix}0&0\\1&0\end{bmatrix}$ 时，$A^2=0$

$A^TA=0$，$A^T=m\times n$，$A=n\times m$

点积为0，即 $A^T=A=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$ 零矩阵

5. (a) $\begin{bmatrix}4&5&6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=5$

(b) $x^TA=[4,5,6]$

(c) $Ay=\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}$

11. $P=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ 时 $PA=\begin{bmatrix}1&2&3\\0&4&5\\0&0&6\end{bmatrix}$

$P_1AP_2=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}0&1\\1&0\\0&0\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}0&0&6\\0&4&5\\1&2&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1\\1&0\\0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&0&0\\5&4&0\\3&2&1\end{bmatrix}$

列

14. $\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$ 若 $A:n\times n$ $PAP_{ij}=A_{(n+1-i)(n+1-j)}$

15. (a) 4，1

(b) $P=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}$ $P^T=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}=P$

成功，环境，人群，时间

6. $M^T=\begin{bmatrix}A^T&C^T\\B^T&D^T\end{bmatrix}$ $B^T=C$ 时，$C^T=B$

$A^T=A$，$D^T=D$

7. (a) 不对；$A^T\neq A$

(b) $(AB)^T=B^TA^T=BA\neq AB$；不对

(c) 对；$AA^{-1}=I$ $(A^{-1})^TA^T=I$

(d) $(ABC)^T=C^TB^TA^T=CBA$

8. 排序，$n(n-1)\cdots1=n!$

9. $P_3P_4=P_4P_3$ $P_3=\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}$ $P_4=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

$P_1=\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}$ $P_2=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

$P_1P_2=\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}\neq P_2P_1=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}$

12. $(Px)^T(Py)=x^TP^TPy=x^Ty$

$P=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ $Px=\begin{bmatrix}2\\3\\1\end{bmatrix}$ $Px\cdot y=16$

$Py=\begin{bmatrix}4\\2\\1\end{bmatrix}$ $xPy=11\neq$

16. $A=A^T$ $A^2=A^TA^T=(A^T)^2$

$(A^2-B^2)^T=(A^2)^T-(B)^T=(A^T)^2-(B^T)^2$

$=A^2-B^2$

$(ABA)^T=A^TB^TA^T=ABA$

仅 ABA，A^2-B^2

(a)，(c)

18. 当S=S^T 对角线 5+4+3+2+1=15

(b) $(LDL^T)^T = LDL^T = LD^TL^T$ $D^T=D$

(c) 15 − 5 = 10

19. (a) $(A^TSA)^T = A^TSA$

$n\times n$. 正方形

(b) $(A^TA)_{ii}$ = [ ][ ]

A^T_i 行 × A_i 列

$=(A_i\text{列})^2 \geq 0$

21. $\begin{bmatrix}2&4&8\\4&3&9\\8&9&0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2&4&8\\0&-5&-7\\0&-7&-32\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-5&-7\\-7&-32\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}1&b&c\\b&d&e\\c&e&f\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&b&c\\0&d-b^2&e-bc\\0&e-cb&f-c^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}db^2-bc&e-bc\\e-cb&f-c^2\end{bmatrix}$ $=S$

24. $PA=LU$

$\begin{bmatrix}&1\\1&\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&2\\0&3&8\\2&1&1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2&1&1\\0&3&8\\0&1&2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&\frac{1}{3}&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1&1\\0&3&8\\0&0&-\frac{2}{3}\end{bmatrix}$

$A=L_1P_1U_1 = \begin{bmatrix}0&1&2\\0&3&8\\2&1&1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&&\\&1&\\&&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1&1\\0&1&2\\0&0&2\end{bmatrix}$

25.

27. $\begin{bmatrix}0&1&2&\\1&0&1&2\\2&1&0&1\\&2&1&0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&1&3&2\\1&0&2&3\\3&2&0&1\\2&3&1&0\end{bmatrix}$

28. $\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$ a会移动，对角线不对称

29. (a) $A^Ty = \begin{bmatrix}1&0&1\\-1&1&\\&-1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\-1&1\\0&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_{BL}\\y_{CS}\\y_{BS}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}y_{BL}+y_{BS}\\-y_{BL}+y_{CS}\\-y_{CS}-y_{BS}\end{bmatrix}$

32. $P=$

$PV=(-5,2,3)$ $V=(2,3,-5)$

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ $\theta=120°$

$P^2=240°$ $P^3=360°$ $P^3=I$

33. $A=ES$

$\begin{bmatrix}1&2\\4&9\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0\\2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\2&5\end{bmatrix}$

34. $A=LS$，L为三角形矩阵 下三角 下三角加内积仍为下三角

且 $A=L$ $U^TDU = L(U^T)^{-1}S = LS$

$\therefore L(U^T)^{-1}=L$ 三角矩阵

$(U^TDU)^T = U^TD(U)^T$

$=U^TD^TU$ $D^T=D$

$=U^TDU$ $\therefore U^TDU$对称

相同

(b) $y_{BC}x_B - y_{BC}x_C + y_{CS}x_C - y_{CS}x_S + y_{BS}x_B$

3.1

1. (1). (2×8)

2. (1) (2) (3) 不满足

3. (a) 0, -x 没有

(b) $x+y=xy=2\times1=2$ $cx=x^c=2^3=8$

4. $\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}1&-1\\1&-1\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}-2&2\\-2&2\end{bmatrix}$, $-A$, $\frac{1}{2}A$, 0

5. (a) $\begin{bmatrix}2&0\\0&0\end{bmatrix}$ (b) 不是 (c) $\begin{bmatrix}0&a\\a&0\end{bmatrix}$ $a\neq0$

10. (a)(d)(e)

12. $x+y-2z=4$ $(4,0,0)$ $(0,4,0)$ $(0,0,-2)$

$\vec{v}=(4,-4,0)$ $\vec{w}=(4,0,2)$ $\vec{v}+\vec{w}=(8,-4,2)$ 不在P中

14. (a) R^2 自己, R经过 $(0,0)$, $(0,0)$

(b) R^4 自己, R^3 过 $(0,0,0)$, R^2 过 $(0,0,0)$

R过 $(0,0,0,0)$, $(0,0,0,0)$

15. (a) 线, 平面

(b) 点, 线

(c) S.T是R^5子空间, S∩T同为R^5子空间 x, y在两个空间中, $x+y\in S\cap T$

$cx\in S\cap T$ 不

17. (a) 可逆矩阵包含 $\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&0\\1&0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}$

(b) $[A\ b]=\begin{bmatrix}0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}$ $[Ab]=\begin{bmatrix}1&0&1\\1&0&1\end{bmatrix}$ 不满足 $\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$ 行列式为0

19. A: 在一条线上

B: 在x.y平面上

C: 在$(x, 2x, 0)$上

22. (a) 任意

(b) $b_3=0$

(c) $b_2=b_3$

23. b在列空间里

$[A\ b]=\begin{bmatrix}0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}$ $[Ab]=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&0&1\end{bmatrix}$

25. $Ax=b$ $Ay=b^*$, $Az=b+b^*$

$z=(x+y)$

27. (a) 错: 构不成

(b) 对 $C(A)=\{0\}$

(c) 对

(d) $A=\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}$ $A-I=\begin{bmatrix}-1&0\\0&0\end{bmatrix}$ 错

29. 9×12 $Ax=b$ $C(A)=R^9$ 时 b一定在A的列空间里