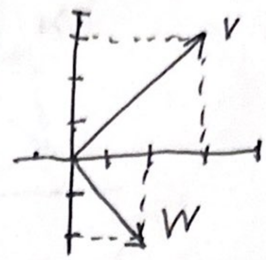
1. (a) 构成线 (b) 构成~~线~~面 (c) 构成~~面~~ R^3



3. $2v=\begin{bmatrix}6\\6\end{bmatrix}$, $v=\begin{bmatrix}3\\3\end{bmatrix}$ $2w=\begin{bmatrix}4\\-4\end{bmatrix}$ $w=\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}$

5. $u+v+w=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-3\\1\\-2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2\\-3\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$

$2u+2v+w=\begin{bmatrix}-2\\3\\1\end{bmatrix}$

$w=cu+dv$ $\begin{bmatrix}2\\-3\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c-3d\\2c+d\\3c-2d\end{bmatrix}$ $c=1$ $d=-1$

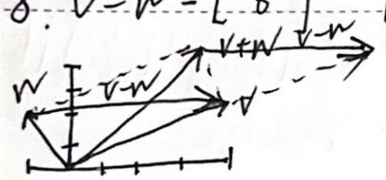
6. $(1,-1,0)$ $cv+dw=(3,3,-6)$ $(c,-2c+d,c-d)=(3,3,-6)$

$\begin{cases}c=3\\-2c+d=3\rightarrow d=9\\c-d=-6\rightarrow d=9\end{cases}$ $c=3, d=9$

$cv+dw=(3,3,6)$ $(c,-2c+d,c-d)=3,3,-6$ $\begin{cases}c=3\\-2c+d=3\rightarrow d=9\\c-d=6\rightarrow d=-3\end{cases}$

不存在，矛盾

8. $v-w=\begin{bmatrix}5\\0\end{bmatrix}$ ~~[v-w]+[~~ $(v-w)+(v+w)=\begin{bmatrix}8\\4\end{bmatrix}$



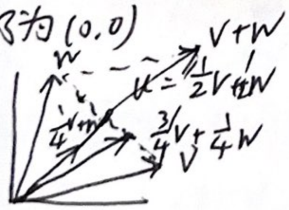
12. $ci+d(i+j)=(c+d,d,0)$, c,d 取遍所有值

13. $v=(0,0)$ (b) 指向 8:00，所有向量都能两两抵消，只有指向8:00因为2:00的向量被移除而无法抵消

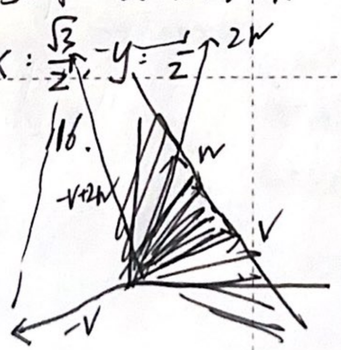
(c) $v=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$, ~~x~~ $x:\frac{\sqrt{3}}{2}$ $y:\frac{1}{2}$

14. 仍为$(0,0)$

15.



16.



$cv+dw$, $c+d=1$

$cv+dw=cv+(1-c)w$

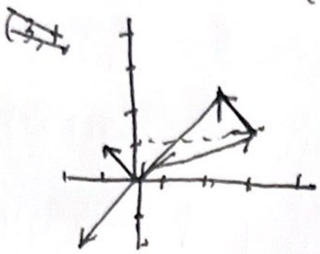
$=c(v-w)+w\rightarrow$ ~~在v~~

指向$(v-w)$

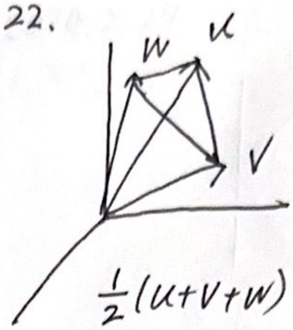
17. $0\le c\le 1$ $0\le d\le 1$

局限在v和w间

21. $v-u+w-v+u-w=(0,0,0)$



22.



$\frac{1}{2}(u+v+w)=\frac{1}{2}u+\frac{1}{2}v+\frac{1}{2}w$

$\frac{1}{2}\times 3>1$，外部

23. u,v,w 线性无关时，可以组成任意向量；u,v,w 组成线性相关时，即 $cu+dv=w$ 时，不行

24. cv，即 v 所在的直线

2024.2.27 1.2

1. $u\cdot v=-2.4+2.4=0$

$u\cdot w=-.6+1.6=1$

$u\cdot(v+w)=-3+4=1$

$w\cdot v=4+6=10$

2. $\|u\|=1$, $\|v\|=5$, $\|w\|=\sqrt{5}$

$|u\cdot v|=0\le\|u\|\|v\|=5$ confirmed

$|v\cdot w|=10\le\|v\|\|w\|=5\sqrt{5}$

3. $\frac{v}{\|v\|}=(0.8,0.6)$，$\frac{w}{\|w\|}=(\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2}{5}\sqrt{5})$

$\cos\theta=\frac{v}{\|v\|}\cdot\frac{w}{\|w\|}=\frac{4}{25}\sqrt{5}+\frac{6}{25}\sqrt{5}=\frac{2}{5}\sqrt{5}$

$w(1,2)$ $b_1(2,-1)$, $b_2(-2,1)$

$a(1,2)$, $c(-1,-2)$

4. $u_1=\frac{v}{\|v\|}=(\frac{1}{\sqrt{10}},\frac{3}{\sqrt{10}})$

$u_2=\frac{w}{\|w\|}=(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3})$

$V_1=(\frac{3}{\sqrt{10}},\frac{-1}{\sqrt{10}})$ $V_2=(0,2,-1)/\sqrt{5}$

5. (a) $\cos\theta=\frac{v\cdot w}{\|v\|\|w\|}=\frac{1}{1\times 2}=\frac{1}{2}$ $\theta=60^\circ$

(b) $\cos\theta=\frac{4-2-2}{\|v\|\|w\|}=0$. $\theta=90^\circ$

$v\perp w$ 时成立

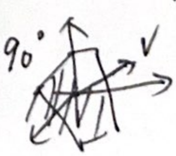
6. (a) ×错，v 与 w 可以是任意，仅在垂直于 u 的平面上

(b) 对，$u\cdot v=0$, $u\cdot w=0$, $u\cdot(v+2w)=0$

(c) $\|u-v\|^2=u^2+v^2-2u\cdot v=2$ $\therefore\|u-v\|=\sqrt{2}$

7. $v\cdot w=v_1w_1+v_2w_2=0$ 即 $\frac{v_2w_2}{v_1w_1}=-1$

8. $v\cdot w<0$, $\theta>90^\circ$



9. $v(1,0,-1)$, $w(\cancel{1,0,1})$ $w(0,1,0)$

10. $u=(0,0,1,-1)$, $v=(0,0,-1,1)$, $w=(1,1,-1,1)$

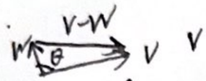
11. $\|v\|=3$, $u=\frac{v}{3}=(\frac{1}{3},\cdots,\frac{1}{3})$ $w=\frac{(1,-1,0\cdots)}{\sqrt{2}}$

12. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\beta=0$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, 满足

13. $\|v+w\|^2=v^2+w^2+2vw=v\cdot v+w\cdot w+2v\cdot w$

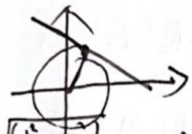
$(v+w)\cdot(v+w)=v(v+w)+w(v+w)$

14.



15. $(v+w)^2+(v-w)^2=2v^2+2w^2+2vw-2vw=2(v^2+w^2)$

16. $v=(1,2)$



$w=(1,2)$

$5\le\sqrt{5}\sqrt{x^2+y^2}$ $\quad x^2+y^2\ge 5$

17. $\|v\|=5$, $\|w\|=3$

$\|v-w\|^2=25+9-2\|v\|\|w\|\cos\theta$

$\min=34-2\times5\times3=4$

$\max=64=8$

$\therefore \|v-w\|_{min}=2$ $\quad \|v-w\|_{max}=8$

$v\cdot w\in[-15,15]$

18. $\cos\beta=\frac{w_1}{\|w\|}$, $\sin\beta=\frac{w_2}{\|w\|}$

$\cos(\beta-\alpha)=\cancel{\frac{v\cdot w}{\|v\|}}\frac{v_1w_1}{\|w\|\|v\|}+\frac{w_2v_2}{\|v\|\|w\|}=\frac{vw}{\|v\|\|w\|}$

19. $\|v+w\|^2=v^2+w^2+2\|v\|\|w\|\cos\theta\le v^2+w^2+2\|v\|\|w\|=(\|v\|+\|w\|)^2$

2024.2.29 1.3

1. $3s_1+4s_2+5s_3=(3,7,12)$

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\4\\5\end{bmatrix}=b$$

$$\begin{matrix}(1\ 0\ 0)\cdot(3\ 4\ 5)\\(1\ 1\ 0)(3\ 4\ 5)\\(1\ 1\ 1)(3\ 4\ 5)\end{matrix}=\begin{bmatrix}3\\7\\12\end{bmatrix}$$

3. $y_1=c_1$, $y_1+y_2=c_2$, $y_1+y_2+y_3=c_3$

$y_1=c_1$, $y_2=c_2-c_1$, $y_3=c_3-c_2+c_1-c_1$
$=c_3-c_2$

4. $w_2=\frac{w_1+w_3}{2}$, 相关

$w_2-\frac{w_1+w_3}{2}=0$ 不可逆, $Wx=0$ 有多解

$x_1=1$, $x_2=-2$, $x_3=1$

5. $y_1=[1,-2,4]$, $y_2=[2,-4,2]$

6. $c=3$, $\begin{bmatrix}1&1&0\\3&2&1\\7&4&3\end{bmatrix}$ $c_3=c_1-c_2$

$c=-1$, $\begin{bmatrix}1&0&-1\\1&1&0\\0&1&0\end{bmatrix}$ $c_3+c_1=c_2$

$c=0$, $\begin{bmatrix}0&0&3\\2&1&5\\3&1&6\end{bmatrix}$, $\cancel{3c_2=c_1+c_3}$

$3c_1=c_1+c_3$

8. $x_1=b_1$ $\quad x_1=b_1$

$-x_1+x_2=b_2$ $\quad x_2=b_2+b_1$

$-x_2+x_3=b_3$ $\quad x_3=b_3+b_2+b_1$

$-x_3+x_4=b_4$ $\quad x_4=b_4+b_3+b_2+b_1$

$x=A^{-1}b$ $\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\1&1&0&0\\1&1&1&0\\1&1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_1\\b_2\\b_3\\b_4\end{bmatrix}=A^{-1}b$

9. $\begin{bmatrix}1&-1&0&0\\1&0&-1&0\\1&0&0&-1\\0&1&0&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$ $x_1=x_2=x_3=x_4=c$

$x=\begin{bmatrix}c\\c\\c\\c\end{bmatrix}$ (c任意)