

3.4

1. $C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3 = 0, C_1 = C_2 = C_3 = 0$

$C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3 + C_4V_4 = 0, C_1 = -1, C_2 = 1$

$C_3 = 4, C_4 = -1$, 解不唯一

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

5. (a) 对

(b) $(1, -3, 2) + (-3, 2, 1) + (2, 1, -3) = 0$
不独立

6. $(2, 0, 0, 0)$ $(2, 0, 0, 0)$ ~~$(2, 0, 0, 0)$~~
U: $(3, 6, 0, 0)$ $(4, 7, 0, 0)$ $(3, 6, 0, 0)$
 $(1, 0, 9, 0)$ $(1, 0, 9, 0)$ $(4, 7, 0, 0)$
 $(1, 0, 9, 0)$

A: $(2, 0, 0, 4)$ $(2, 0, 0, 4)$ $(2, 0, 0, 4)$
 $(3, 6, 0, 6)$ $(3, 6, 0, 6)$ ~~$(3, 6, 0, 6)$~~
 $(4, 7, 0, 8)$ $(1, 0, 9, 2)$ $(4, 7, 0, 8)$
 $(1, 0, 9, 2)$

8. $C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3 = (C_2 + C_3)V_1 + (C_1 + C_3)V_2 + (C_1 + C_2)V_3 = 0$

$C_1 + C_2 = C_2 + C_3 = C_1 + C_3 = 0, C_1 = C_2 = C_3 = 0$

10. $[1 \ 2 \ -3 \ -1]$, 有 $[0, 0, 1, -3]$

$[1, 0, 0, 1], [0, 1, 0, 2]$, 解不唯一 不对

13. (a) 2 (b) 2 (c) 2 (d) 2

A, V 的行空间一样

15. n, 基向量, \geq , 可逆

16. (a) $(1, 1, 1, 1)$ (b) $(1, -1, 1, -1)$ (c) $(1, 1, 1, 0)$
 (c, c, c, c) $(c, c, c, -c)$ $(1, 1, 0, -1)$
 $(c, c, -c, c)$
 $(c, c, -c, -c)$

(d) $(1, 0, 0, 0)$ $(0, 1, 1, 0)$ $(0, 0, 0, 0)$
 $(0, 1, 0, 0)$ $(0, 0, 1, 1)$

2. ~~$V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$~~
 V_1, V_2, V_3

有 $(1, 1, 1, 1) \neq V = 0$ 3个

3. $a = 0$ $\begin{bmatrix} 0 & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix}$ 有 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 不独立

$d = 0$ $\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & e \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 不

$f = 0$ $\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 不

4. $a, d, f \neq 0$ $\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} V_X = 0, x=0, y=0, z=0$

$r=m=n=3$, 解唯一, 故 $x=0$ 成立

7. w_1, w_2, w_3 independent

$V_1 + V_2 + V_3 = 0$ dependent

A = $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ 奇

11. (a) 平面 (b) 平面 (c) R^3 (d) R^3

12. $AX = b, A^T X = c$

17. $(1, 0); (0, 1); (1, 0), (0, 1)$

$(1, 0, 1, 0, 1)$ $(1, 0, 1, 0, 1)$

$(0, 1, 0, 1, 0)$ $(1, 1, 1, 1, 1)$

19. n; m; m; 独立

20. $(1, -2, 3) \rightarrow (2, 1, 0), (-3, 0, 1)$

$(2, 1, 0); (1, -2, 3)$

23. A $(0, 1) (3, 1, 3) (2, 1, 2); (1, 3, 2) (0, 1, 1) (1, 3, 2)$

V: $(1, 0, 0) (3, 1, 0) (2, 1, 0); (1, 3, 2) (0, 1, 1) (0, 0, 0)$

零空间: $(1, -1, 1)$ 行空间 $(1, 3, 2), (0, 1, 1)$ 不变

24. (a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (c) \times (d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (e) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

25. $c=0, d=2; c=1, d=0; c=0, d=1$

26. (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 2维 $(1, 2, 2)$ $(0, 1, 2)$

(c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 2维 $(0, 1, 2)$ $(1, 2, 0)$

29. (a) \mathbb{R}^3 (b) 线 (c) 面

30. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ $(-1, 0), (1, 1)$

36. $a+c+d=0$ $(a, b, -a-d, d) = a(1, 0, -1, 0) + b(0, 1, 0, 0) + d(0, 0, -1, 1)$

$a+b=0$ $c=2d$ $(a, -a, 2d, d) = a(1, -1, 0, 0) + d(0, 0, 2, 1)$ 1维

37. 3 $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ 0 & d & e \\ 0 & g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$d=0, e=a, f=b$ $g=0, d=h, e=i$ $g=h=0$

$\therefore \begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$

39. $RA=4$ 5×4 $[Ab]$ 5×5 可逆, $Ax=b$, b 一定不在列空间内, 无解

$[Ab]$ 奇异时, $[1|1|1|1|1]$, 不是满秩, b 一定在 A 的列空间里, 有解