Tahák

Gausová eliminace:

- výmena dvoch riadkov
- vynásobenie rovnice $\neq 0$ číslom
- pripočítanie lubovolného násobku jedny rov-ce k inej rov-ci

$\boxed{A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot |A_{ij}|}$ - alg. doplnok

$$\begin{vmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \alpha a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

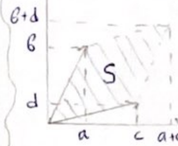
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+ka_{11} & a_{22}+ka_{12} & a_{23}+ka_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{32} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Cramerovo pravidlo:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = c_2 \end{cases}$$

$\boxed{x_n = \frac{|A_n|}{|A|}}$, $|A| \neq 0 \Rightarrow$ jediné řeš.

$S = \left|\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\right|$



Sarrusovo pravidlo:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \\ \begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \end{matrix}$$

kouzka

Laplaceov rozvoj:

$\boxed{|A| = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in} = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj}}$

$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ A^{-1} - ?

$$\boxed{\left(\begin{array}{ccc|ccc} a & b & c & 1 & 0 & 0 \\ d & e & f & 0 & 1 & 0 \\ g & h & i & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & A & B & C \\ 0 & 1 & 0 & D & E & F \\ 0 & 0 & 1 & G & H & I \end{array}\right)}$$

$\boxed{A^{-1} = \frac{A_{adj}}{|A|}}$ $\boxed{A_{adj} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}}$ alg. dop.

$C \cdot X = D$ X - ?

$C^{-1} \cdot C \cdot X = C^{-1} \cdot D$

$X = C^{-1} \cdot D$

$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$

$|A^T| = |A|$

$|A| \cdot |A^{-1}| = 1 \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

Homog. soust.:

$\begin{pmatrix} \ddots & & 0 \\ & \ddots & 0 \\ 0\,0\,0\,0 & & 0 \end{pmatrix}$ nek. mnoho

$\begin{pmatrix} \neq 0 & & 0 \\ & \ddots \neq 0 & 0 \\ & a_n & 0 \end{pmatrix}$ jenom $[0, \dots, 0]$

Nehom. soust.:

$\begin{pmatrix} \ddots & & \\ 0\,0\,0\,0 & & 7 \end{pmatrix}$ $\emptyset$

$\begin{pmatrix} \ddots & & \\ 0\,0\,0\,0 & & 0 \end{pmatrix}$ nek. mnoho

$\begin{pmatrix} \ddots & \\ & \ddots \end{pmatrix}$ $[x_1, \dots x_n]$

M (R) je vek. podpriestor $V_3(R)$?

1. $M \neq \emptyset$
2. $\bar{a}, \bar{b} \in M \Rightarrow \bar{a} + \bar{b} \in M$
3. $\bar{a} \in M, r \in R \Rightarrow r \cdot \bar{a} \in M$

Lineárna kombinace

$\boxed{\bar{b} = r_1 \cdot \bar{a}_1 + r_2 \cdot \bar{a}_2 + \dots + r_n \bar{a}_n}$

Lineárne závisle:

$\boxed{r_1\bar{a}_1 + r_2\bar{a}_2 + \dots + r_n\bar{a}_n = \bar{0}}$

aspoň jedno $r \neq 0$.

Dlzka vektora $\bar{a}$:

$\boxed{\|a\| = \sqrt{\bar{a} \cdot \bar{a}}}$

$\boxed{\cos\varphi = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\|\bar{a}\| \cdot \|\bar{b}\|}}$ $0 \leq \varphi \leq \pi$

Skalárny súčin:

1. Komut: $\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{b} \cdot \bar{a}$
2. distrib: $(\bar{a} + \bar{b}) \cdot \bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot \bar{c}$
3. $(r \cdot \bar{a}) \bar{b} = r \cdot (\bar{a} \cdot \bar{b})$
4. $\bar{a} \neq \bar{0}$ $\bar{a} \cdot \bar{a} > 0$

obv. $a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$

Euklidovský priestor - vektorový p. nad poľom R, na kt. je def. skal. súčin.

1) $\|\alpha \cdot \bar{x}\| = |\alpha| \cdot \|\bar{x}\|$

2) $|\bar{x} \cdot \bar{y}| \leq \|\bar{x}\| \cdot \|\bar{y}\|$ (Schwarzova ner-st)

3) $\|\bar{x} + \bar{y}\| \leq \|\bar{x}\| + \|\bar{y}\|$ (trojuheln. ner-st)

$\cos\varphi = 0$, $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0 \Rightarrow$ $\bar{a}, \bar{b}$ sú kolmé (ortogonalne)

Gram-Schmidtův ortogonalizační proces

1) Gaus. eliminacie pre vektory báze, případně změna $\frac{\bar{a}_1}{\bar{a}_2}$

2) $\bar{b}_1 = \bar{a}_1$ $\bar{b}_2 = \bar{a}_2 + x\bar{b}_1$ $\bar{b}_3 = \bar{a}_3 + y\bar{b}_1 + z\bar{b}_2$ (ortog. B)

$\bar{b}_1 \perp \bar{b}_2 \perp \bar{b}_3 \dots$ 3) finta "f" $\cdot \bar{b}_1$ $\bar{b}_1$ $\bar{b}_2$ ...

4) $\frac{1}{\|\bar{b}_n\|} \cdot \bar{b}_n$ - ortonormálna báze.

Ortogonálny priemet:

$\bar{v}$, $\bar{a}$, $\bar{b}$

$\bar{v} = \bar{w} + \bar{u}$; $\bar{w} = k\bar{a} + p\bar{b}$

finta "f" $\perp \bar{a}$ $\perp \bar{b}$

$\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n$ ortonormálne:

- $\|\bar{a}_i\| = 1$ $i \in \{1, \dots, n\}$
- $\bar{a}_i \cdot \bar{a}_j = 0$ pre ľub. $i \neq j$

Vektorový súčin

$\bar{a} = (a_1, a_2, a_3)$ $\bar{b} = (b_1, b_2, b_3)$

$\bar{a} \times \bar{b} = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right)$

Zmiešaný súčin

$(\bar{u} \times \bar{v}) \cdot \bar{w}$ - číslo - objem - determin.

Osova súm-st: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

obrazy jednotl. bázy

os x: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ os $y = x$: $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

os y: $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Stredová s: $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Rovnoľahlost: $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$

+ směr

Rotácia: $\begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$

Gaus El. s čast. výb. hl. prvku

b pogy depem tyno maximum

Metoda LU-rozkladu

$\left(\vdots\vdots\vdots\right) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \vdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

L dolna U horní $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$

Haxogun x', y', z', notom x, y, z.

Drevorubarský: nočenenno uz $\left(\vdots\vdots\vdots\right) \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \vdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots \end{pmatrix}$

Čarovanie: $\cdot (-2) \to$ mumu 2 genaem U $\nearrow$ L $\nearrow$

Jakobiho m.: $\begin{matrix} 100 & \vdots & \vdots \\ \vdots & 200 & \vdots \\ \vdots & \vdots & 5.300 \end{matrix}$, men. b nomue konverguje

Gauss-Seidlova m.: men. cpazy

Linearná transformacie:

$f(\bar{a} + \bar{b}) = f(\bar{a}) + f(\bar{b})$

$f(r\bar{a}) = rf(\bar{a})$

$f(\bar{0}) = \bar{0}$

$-f(\bar{a}) = f(-\bar{a})$

jadro l.t. $f: V \to W$

$\operatorname{Ker} f = \{\bar{a} \in V : f(\bar{a}) = \bar{0}\}$

Obraz l.t.

$\operatorname{Im} f \{f(\bar{a}) \in W : \bar{a} \in V\}$

$\operatorname{Ker} f = \{(t, t, -2t), t \in R\}$

$\operatorname{Dim} \operatorname{ker} f = 1$

$\operatorname{Im} f = \{(x, y) \in R^2\}$

$\operatorname{Dim} \operatorname{Im} f = 2$

$A \cdot \bar{x} = \lambda \bar{x}$

$\boxed{(A - \lambda I) \cdot \bar{x} = 0}$

$\det(A - \lambda I) = 0$

nogetabnsem λ

$\left(\vdots\vdots\vdots \middle| 0\right) \sim \dots$

λ - vlastné hodnoty

naxogum vl. vektory.

Diagonalizácia

depem bce lin. nezav. bcwopn gas nazug. λ generen matrice (b stupci) $\to P$. Torga $P^{-1} \cdot A \cdot P = \begin{pmatrix} \ddots & & \\ & \ddots & \\ & & \ddots \end{pmatrix}$ rovn. vl. hod.

Pokud A je sym-ká, tak $P^T = P^{-1}$.

- $n \times n$ - n vl. hodnot (R nebo Im)
- $\bar{v}$ - v.v. $\Rightarrow k\bar{v}$ - v.v. pro tos. λ.
- $\bar{v}, \bar{u}$ - v.v. pr. t.s. $\lambda \Rightarrow$ lin. k. tiež p.t. λ

$A \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = B \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$f((a, b)) = (c, d)$

$f((x, y)) = (z, t)$

$\left(\begin{array}{cc|cc} a & b & c & d \\ x & y & z & t \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \vdots \\ 0 & 1 & \vdots \end{array} \right)$

Klasický ruský boršč

- ✓ česnek 2 stroužky
- ✓ brambory 200g
- ✓ cibule 100g
- ✓ mrkev 100g
- ✓ zelí 200g
- ✓ bobkový list 2ks
- ✓ rajský protlak 2 lžíce
- ✓ červená řepa 300g.
- ✓ černý pepř 5 kuliček
- ✓ hovězí s kostí 500g.

1) Hinec 2-2,5 l. Vaříme hovězí 1,5 hodiny.

2) + listy + brambory 2×2 cm.

3) + zelí

4) + ostatní zelenina

5) Mícháme všechno

6) Podáváme s zakysanou smetanou, koprem

7) mmm Paráda.