Domací úkol №3 ISM

12) (prémie)

$F_1(n): \; 3n - 2n^2 - 1 \; \vdots 5 \qquad n \in N$

$F_2(n): \; n(n-1) - 5 \; \vdots 7$

$F(n) = F_1(n) \vee F_2(n) = 1$ => aspoň jeden z $F_1(n)$ a $F_2(n)$ je 1.

Podle úkolu není nutné najít všechny n, takže zkusíme $n = 1$:

$F_1(1) = 3 - 2 - 1 = 0 \; \vdots 5$, nevadí, jestli $F_2(n) = 0$ nebo 1.

Výsledek: $n = 1$

10) $x, y \in \{1, 2, 3\}$

a) $\exists x \, \forall y : x^2 < y + 1$

1 (pravda): $x = 1 \qquad 1 < y + 1$

$y > 0, \; y \in \{1, 2, 3\}$

b) $\forall x \, \exists y : x^2 + y^2 < 12$

1 (pravda):

$x = 1 \qquad y^2 < 11$ např. $y = 1$

$x = 2 \qquad y^2 < 8$ např. $y = 1$

$x = 3 \qquad y^2 < 3$ např. $y = 1$

c) $\forall x \, \forall y : x^2 + y^2 < 12$

0 (nepravda): např. $x = y = 3$: $9 + 9 > 12$.

14) a) $\overline{\forall x \, \exists y : (p(x) \vee g(y))} = \exists x \, \forall y : (\overline{p(x)} \wedge \overline{g(y)})$

b) $\overline{\exists x \, \exists y : (p(x) \wedge \neg g(y))} = \forall x \, \forall y : (\overline{p(x)} \vee \overline{\overline{g(y)}}) =$

$= \forall x \, \forall y : (\overline{p(x)} \vee g(y))$

c) $\overline{\exists x \, \forall y : (p(x,y) \Rightarrow g(x,y))} = \overline{\exists x \, \forall y : (\overline{p(x,y)} \vee g(x,y))} =$

$= \forall x \, \exists y : (\overline{\overline{p(x,y)}} \wedge \overline{g(x,y)}) = \forall x \, \exists y : (p(x,y) \wedge \overline{g(x,y)})$

20)

$$M = \overline{\overline{A \cup \overline{\overline{B}} \cup ((A \cap C) \setminus B)}} \cap (\overline{\overline{A} \cap \overline{B}} \cap B) = \overline{\overline{A \cup \overline{B}}} \cap \overline{((A \cap C) \setminus B)} \cap$$

$$((\overline{\overline{A}} \cup \overline{\overline{B}}) \cap B) = (A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A \cap C \cap \overline{\overline{B}}}) \cap ((A \cup B) \cap B) =$$

$$= (A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A} \cup \overline{C} \cup B) \cap (A \cap B \cup B \cap B) = (A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A} \cup \overline{C} \cup B) \cap B =$$

$$= (\underbrace{A \cap \overline{A}}_{0} \cup \overline{B} \cap \overline{A} \cup A \cap \overline{C} \cup \overline{B} \cap \overline{C} \cup A \cap B \cup \underbrace{B \cap \overline{B}}_{0}) \cap B = \underbrace{B \cap \overline{B}}_{0} \cap \overline{A} \cup B \cap A \cap \overline{C} \cup$$

$$\underbrace{B \cap \overline{B}}_{0} \cap \overline{C} \cup A \cap B \cap B = B \cap A \cap \overline{C} \cup A \cap B = A \cap B \cap (\underbrace{\overline{C} \cup 1}_{1}) = A \cap B$$

Výsledek: $A \cap B$