

# IEL – protokol k projektu

# Aleksandr Shevchenko xshevc01

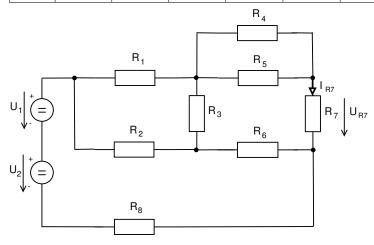
18. prosince 2021

### Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	7
3	Příklad 3	10
4	Příklad 4	13
5	Příklad 5	16
6	Shrnutí výsledků	19

Stanovte napětí  $U_{R7}$  a proud  $I_{R7}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

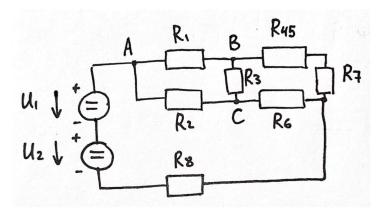
sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1 [\Omega]$	$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$R_5 [\Omega]$	$R_6 [\Omega]$	$R_7 [\Omega]$	$R_8 [\Omega]$
I	1115	55	485	660	100	340	575	815	255	225



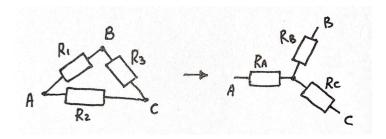
### Řešení:

1) Uděláme pomocí metody postupného zjednodušování z daného obvodu obvod s jedným rezistorem. Rezistory  $R_4$  a  $R_5$  mají paralelní zapojení, proto můžeme místo ně dát rezistor  $R_{45}$  ekvivalentného odporu:

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$$

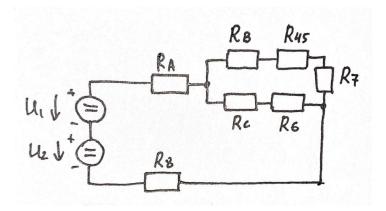


2) Pak pomocí přepočtu "Trojúhelník-hvězda":



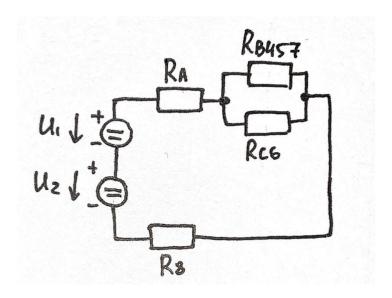
Dostaneme obvod, kde:

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \; ; \quad R_B = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \; ; \quad R_C = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$



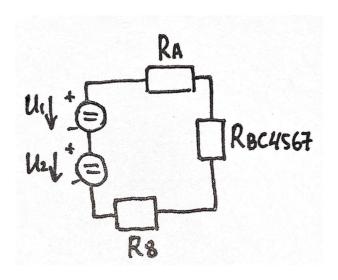
3)  $R_B,\,R_{45},\,R_7$ a  $R_C,\,R_6$ jsou zapojené sériově:

$$R_{B457} = R_B + R_{45} + R_7 \; ; \quad R_{C6} = R_C + R_6$$



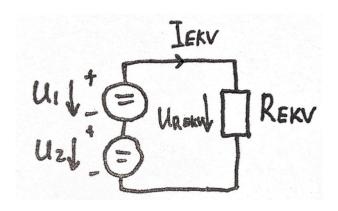
4)  $R_{B457}$ a  $R_{C6}$ mají paralelní zapojení:

$$R_{BC4567} = \frac{R_{B457} \cdot R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}}$$



5) A ekvivalentní odpor  $R_{EKV}$  se skládá z odporů  $R_A,\,R_{BC4567}$  a  $R_8,\,$  zapojených sériově:

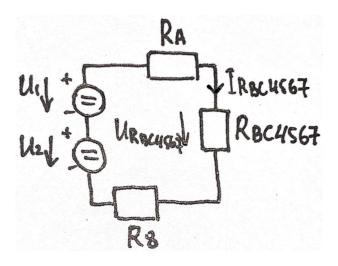
$$R_{EKV} = R_A + R_{BC4567} + R_8$$



$$\begin{split} R_{EKV} &= R_A + R_{BC4567} + R_8 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{R_{B457} \cdot R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}} + R_8 = \\ &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{(R_B + R_{45} + R_7) \cdot (R_C + R_6)}{R_B + R_{45} + R_7 + R_C + R_6} + R_8 = \\ &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{(\frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} + R_7) \cdot (\frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_6)}{\frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} + R_7 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_6} + R_8 \approx \\ &\approx 802.4111 \ \Omega. \end{split}$$

6) A pojďme zpětně "sposkládat" původní obvod. Podle 2. Kirchhoffova zákona a Ohmova zákona:

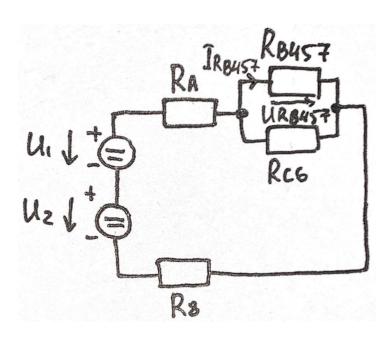
$$U_1 + U_2 - U_{R_{EKV}} = 0 \; ; \quad I_{EKV} = \frac{U_{R_{EKV}}}{R_{EKV}} \; \Rightarrow \; U_{R_{EKV}} = I_{EKV} \cdot R_{EKV}$$
 
$$I_{EKV} \cdot R_{EKV} = U_1 + U_2$$
 
$$I_{EKV} = \frac{U_1 + U_2}{R_{EKV}}$$



7) Dál pro vypočet  $I_{R_7}$  a  $U_{R_7}$  nebudeme řešit  $R_A$  a  $R_8$ , protože to je zbytečné. Poněvadž máme sériové zapojení a podle Ohmova zákona:

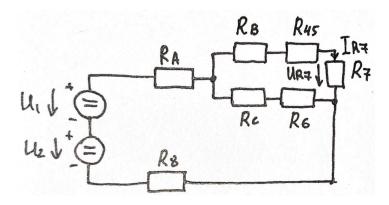
$$I_{R_{BC4567}} = I_{R_A} = I_{R_8} = I_{EKV} \; ; \quad I_{R_{BC4567}} = \frac{U_{R_{BC4567}}}{R_{BC4567}} \; \Rightarrow \; U_{R_{BC4567}} = I_{R_{BC4567}} \cdot R_{BC4567}$$

$$U_{R_{BC4567}} = I_{EKV} \cdot R_{BC4567}$$



8)  $R_{B457}$  a  $R_{C6}$  mají paralelní zapojení; podle Ohmova zákona:

$$U_{R_{B457}} = U_{R_{C6}} = U_{R_{BC4567}} \; ; \quad I_{R_{B457}} = \frac{U_{R_{B457}}}{R_{B457}}$$
 
$$I_{R_{B457}} = \frac{U_{R_{BC4567}}}{R_{B457}}$$



9)  $R_B$ ,  $R_{45}$  a  $R_7$  jsou zapojené sériově a taky podle Ohmova zákona:

$$I_{R_7} = I_{R_B} = I_{R_{45}} = I_{R_{457}} \; ; \quad I_{R_7} = \frac{U_{R_7}}{R_7} \; \Rightarrow \; U_{R_7} = I_{R_7} \cdot R_7$$
 
$$U_{R_7} = I_{R_{B_{457}}} \cdot R_7$$

10) Teď nám zbývá dosadit hodnoty do  $I_{R_7}$  <br/>a $U_{R_7}\colon$ 

$$\begin{split} \mathbf{I_{R_7}} &= I_{R_{B457}} = \frac{U_{R_{BC4567}}}{R_{B457}} = \frac{I_{EKV} \cdot R_{BC4567}}{R_{B457}} = \frac{\frac{U_1 + U_2}{R_{EKV}} \cdot \frac{R_{B457} \cdot R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}}}{R_{B457}} = \\ &= \frac{(U_1 + U_2) \cdot R_{C6}}{R_{EKV} \cdot (R_{B457} + R_{C6})} = \frac{(U_1 + U_2) \cdot (R_C + R_6)}{R_{EKV} \cdot (R_B + R_{45} + R_7 + R_C + R_6)} = \\ &= \frac{(U_1 + U_2) \cdot (\frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_6)}{R_{EKV} \cdot (\frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} + R_7 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_6)} \approx \end{split}$$

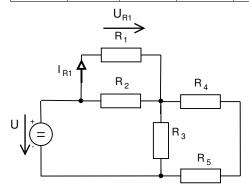
$$\mathbf{U_{R_7}} = I_{R_7} \cdot R_7 = \frac{(U_1 + U_2) \cdot (\frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_6) \cdot R_7}{R_{EKV} \cdot (\frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} + R_7 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_6)} \approx$$

 $\approx 0.1337~A$ 

 $pprox 34.0892 \ V$ 

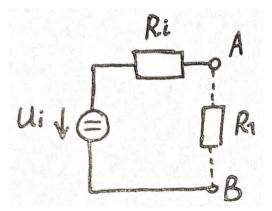
Stanovte napětí  $U_{R1}$  a proud  $I_{R1}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U[V]	$R_1 [\Omega]$	$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$R_5 [\Omega]$	
G	180	250	315	615	180	460	

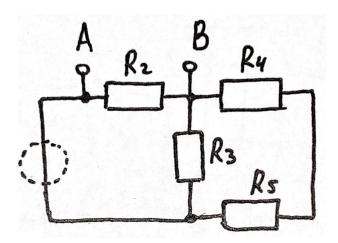


### $\check{\mathbf{R}}$ ešení:

Podle Théveninovy věty musíme dostat ekvivalentní schéma:



1) Odpojíme  ${\cal R}_1$ a nahradíme napěťový zdroj "zkratem":



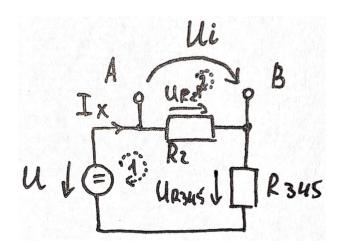
2) Pomocí metody postupného zjednodušování obvodu najdeme  $R_{EKV}$ , které se rovněž bude rovnat  $R_i$ .  $R_4$  a  $R_5$  jsou zapojené sériově;  $R_2$ ,  $R_3$  a  $R_{45}$  mají paralelní zapojení.

$$R_{45} = R_4 + R_5 \; ; \quad \frac{1}{R_{EKV}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}}$$

$$R_{EKV} = \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot R_{45}}{R_3 \cdot R_{45} + R_2 \cdot R_{45} + R_2 \cdot R_3} = \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot (R_4 + R_5)}{(R_4 + R_5) \cdot (R_2 + R_3) + R_2 \cdot R_3} \approx 157.1556 \; \Omega$$

3) Ať obvodem prochází proud  $I_X$ , a místo rezistorů  $R_3$ ,  $R_4$  a  $R_5$  nahradíme ekvivalentní metodou postupného zjednodušování:

$$R_{45} = R_4 + R_5 \; ; \quad R_{345} = \frac{R_3 \cdot R_{45}}{R_3 + R_{45}}$$
 
$$R_{345} = \frac{R_3 \cdot (R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5}$$



4) Vypočítáme  $U_i$  pomocí 2. Kirchhoffova zákona pro smyčky 1 a 2 se zadaným směrem:

$$I_X \cdot R_2 + I_X \cdot R_{345} - U = 0$$

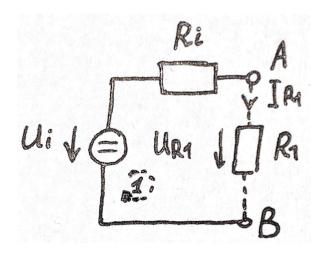
$$U_i - I_X \cdot R_2 = 0$$

$$I_X = \frac{U}{R_2 + R_{345}}$$

$$U_i = I_X \cdot R_2$$

$$U_i = \frac{U \cdot R_2}{R_2 + R_{345}} = \frac{U \cdot R_2}{R_2 + \frac{R_3 \cdot (R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5}} \approx 90.1968 \ V$$

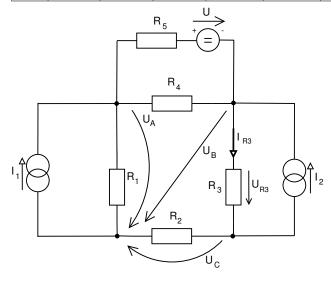
### 5) Podle 2. Kirchhoffova zákona pro ekvivalentní obvod:



$$I_{R_1} \cdot R_i + I_{R_1} \cdot R_1 - U_i = 0$$
 
$$\mathbf{I_{R_1}} = \frac{U_i}{R_i + R_1} \approx \mathbf{0.2215 \ A}$$
 
$$\mathbf{U_{R_1}} = I_{R_1} \cdot R_1 = \frac{U_i \cdot R_1}{R_i + R_1} \approx \mathbf{55.3823 \ V}$$

Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu uzlových napětí  $(U_A,\,U_B,\,U_C)$ .

sk.	U[V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$R_1 [\Omega]$	$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$R_5 [\Omega]$
С	110	0.85	0.75	44	31	56	20	30

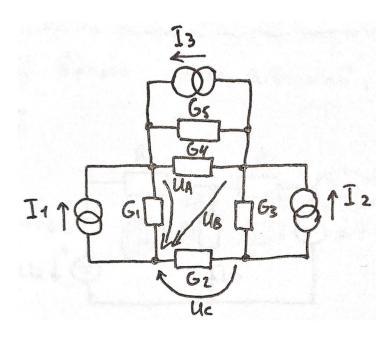


### Řešení:

1) Uděláme ze zdroje napětí U ideální proudový zdroj a budeme počítat pomocí vodivostí rezistorů místo odporů:

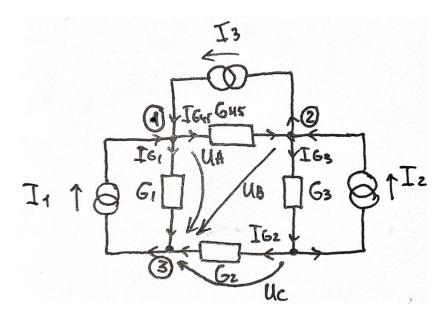
$$G=\frac{1}{R}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_5}$$

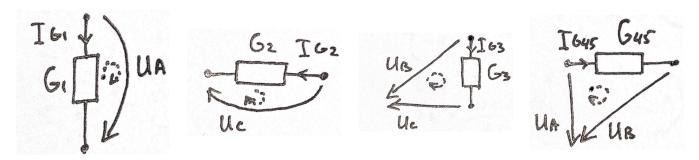


2) Rezistory  $G_4$  a  $G_5$  jsou zapojené paralelně:

$$G_{45} = G_4 + G_5$$



3) Náhradní obvody pro určení proudů:



Podle 2. Kirchhoffova zákona a Ohmova zákona:

$$\begin{split} U_A - \frac{I_{G_1}}{G_1} &= 0 \ ; \quad U_c - \frac{I_{G_2}}{G_2} &= 0 \\ \frac{I_{G_3}}{G_3} + U_C - U_B &= 0 \ ; \quad \frac{I_{G_{45}}}{G_{45}} + U_B - U_A &= 0 \end{split}$$

$$I_{G_1} = U_A \cdot G_1 \; ; \quad I_{G_2} = U_C \cdot G_2$$
 
$$I_{G_3} = (U_B - U_C) \cdot G_3 \; ; \quad I_{G_{45}} = (U_A - U_B) \cdot G_{45}$$

4) Pro smyčky 1, 2 a 3 podle 1. Kirchhoffova zákona (směry proudů bereme z obrázku):

(1) 
$$I_1 + I_3 - I_{G_{45}} - I_{G_1} = 0$$

(2) 
$$I_2 + I_{G_{45}} - I_3 - I_{G_3} = 0$$

(3) 
$$I_{G_2} + I_{G_1} - I_1 = 0$$

(1) 
$$(U_A - U_B) \cdot G_{45} + U_A \cdot G_1 = I_1 + I_3$$
  
(2)  $(U_A - U_B) \cdot G_{45} - (U_B - U_C) \cdot G_3 = I_3 - I_2$   
(3)  $U_C \cdot G_2 + U_A \cdot G_1 = I_1$ 

(1) 
$$U_A \cdot (G_{45} + G_1) + U_B \cdot (-G_{45}) + U_C \cdot (0) = I_1 + I_3$$

(2) 
$$U_A \cdot (G_{45}) + U_B \cdot (-G_{45} - G_3) + U_C \cdot (G_3) = I_3 - I_2$$
  
(3)  $U_A \cdot (G_1) + U_B \cdot (0) + U_C \cdot (G_2) = I_1$ 

5) Pomocí matice, Cramerova pravidla a Sarrusova pravidla najdeme napětí:

$$\begin{pmatrix} G_{45} + G_1 & -G_{45} & 0 \\ G_{45} & -G_{45} - G_3 & G_3 \\ G_1 & 0 & G_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 + I_3 \\ I_3 - I_2 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{44} & -\frac{1}{20} - \frac{1}{30} & 0 \\ \frac{1}{20} + \frac{1}{30} & -\frac{1}{20} - \frac{1}{30} - \frac{1}{56} & \frac{1}{56} \\ \frac{1}{20} + \frac{1}{30} & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.85 + \frac{110}{30} \\ \frac{110}{30} - 0.75 \\ 0.85 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{7}{66} & -\frac{1}{12} & 0 \\ \frac{1}{12} & -\frac{17}{168} & \frac{1}{56} \\ \frac{1}{44} & 0 & \frac{1}{31} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{271}{60} \\ \frac{35}{12} \\ \frac{1}{20} \end{pmatrix}$$

$$|M| = \begin{vmatrix} \frac{7}{66} & -\frac{1}{12} & 0 \\ \frac{1}{12} & -\frac{17}{168} & \frac{1}{56} \\ 0 & \frac{1}{31} \end{vmatrix} = -\frac{13}{83328}$$

$$|M_A| = \begin{vmatrix} \frac{271}{60} & -\frac{1}{12} & 0 \\ \frac{17}{12} & -\frac{1}{168} & \frac{1}{56} \\ 0 & \frac{1}{31} \end{vmatrix} = -\frac{3403}{416640} \; ; \; U_A = \frac{|M_A|}{|M|} = \frac{3403}{65} \; V$$

$$|M_B| = \begin{vmatrix} \frac{7}{66} & \frac{271}{60} & 0 \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{30} & \frac{1}{56} \\ \frac{1}{14} & \frac{17}{20} & \frac{1}{31} \end{vmatrix} = -\frac{2963}{1527680} \; ; \; U_B = \frac{|M_B|}{|M|} = \frac{8889}{715} \; V$$

$$|M_C| = \begin{vmatrix} \frac{7}{66} & -\frac{1}{12} & \frac{271}{60} \\ \frac{1}{12} & -\frac{1}{168} & \frac{35}{12} \\ \frac{1}{14} & 0 & \frac{1}{20} \end{vmatrix} = \frac{81}{49280} \; ; \; U_C = \frac{|M_C|}{|M|} = -\frac{7533}{715} \; V$$

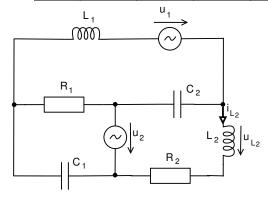
6) Spočítáme  $U_{R_3}$  a  $I_{R_3}$ :

$$\mathbf{U_{R_3}} = U_B - U_C = rac{8889}{715} \ V \ - (-rac{7533}{715} \ V) pprox \mathbf{22.9678} \ \mathbf{V}$$
 
$$\mathbf{I_{R_3}} = rac{U_{R_3}}{R_3} pprox \mathbf{0.4101} \ \mathbf{A}$$

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi f t)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi f t)$ . Ve vztahu pro napětí  $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_{L_2})$  určete  $|U_{L_2}|$  a  $\varphi_{L_2}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik  $(t=\frac{\pi}{2\omega})$ .

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1 [\Omega]$	$R_2 [\Omega]$	$L_1$ [mH]	$L_2 [mH]$	$C_1$ [ $\mu$ F]	$C_2$ [µF]	f [Hz]
Ε	5	3	14	13	130	60	100	65	90

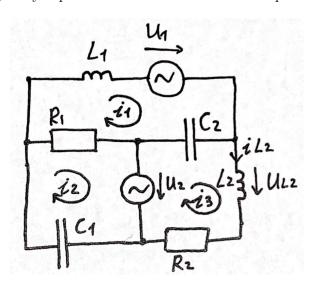


### Řešení:

1) Najdeme úhlovou rychlost a impedance jednotlivých kondenzátorů a cívek:

$$Z_{L} = j\omega L \; ; \quad Z_{C} = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} \; ; \quad \omega = 2\pi f$$
 
$$\omega = 180\pi \; \frac{rad}{s}$$
 
$$Z_{L_{1}} = j\omega L_{1} = j23.4\pi \; \Omega \; \; ; \quad Z_{L_{2}} = j\omega L_{2} = j10.8\pi \; \Omega$$
 
$$Z_{C_{1}} = -\frac{j}{\omega C_{1}} = -j\frac{10^{3}}{18\pi} \; \Omega \; \; ; \quad Z_{C_{2}} = -\frac{j}{\omega C_{2}} = -j\frac{10^{4}}{117\pi} \; \Omega$$

2) Pomocí metody smyčkových proudů a 2. Kirchhoffova zákona spočítáme obvod:



$$i_1: I_1 \cdot (Z_{L_1} + Z_{C_2} + R_1) + I_2 \cdot (-R_1) + I_3 \cdot (-Z_{C_2}) + U_1 = 0$$

$$i_2: I_1 \cdot (-R_1) + I_2 \cdot (R_1 + Z_{C_1}) + I_3 \cdot (0) + U_2 = 0$$

$$i_3: I_1 \cdot (-Z_{C_2}) + I_2 \cdot (0) + I_3 \cdot (Z_{C_2} + Z_{L_2} + R_2) - U_2 = 0$$

3) Pomocí matice, Cramerova pravidla a Sarrusova pravidla najdeme napětí:

$$\begin{pmatrix} Z_{L_1} + Z_{C_2} + R_1 & -R_1 & -Z_{C_2} \\ -R_1 & R_1 + Z_{C_1} & 0 \\ -Z_{C_2} & 0 & Z_{C_2} + Z_{L_2} + R_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 \\ -U_2 \\ U_2 \end{pmatrix}$$
 
$$\begin{pmatrix} j23.4\pi - j\frac{10^4}{117\pi} + 14 & -14 & j\frac{10^3}{18\pi} & 0 \\ -14 & 14 - j\frac{10^3}{18\pi} & 0 & -j\frac{10^4}{117\pi} + j10.8\pi + 13 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$
 
$$|M| = \begin{vmatrix} j23.4\pi - j\frac{10^4}{117\pi} + 14 & -14 & j\frac{10^4}{117\pi} \\ -14 & 14 - j\frac{10^3}{18\pi} & 0 \\ j\frac{10^4}{117\pi} & 0 & -j\frac{10^4}{117\pi} + j10.8\pi + 13 \end{vmatrix} = 18315.0473 - j2377.4364$$
 
$$|M_3| = \begin{vmatrix} j23.4\pi - j\frac{10^4}{117\pi} + 14 & -14 & -5 \\ -14 & 14 - j\frac{10^3}{18\pi} & -3 \\ j\frac{10^4}{117\pi} & 0 & 3 \end{vmatrix} = 4862.2710 + j4249.1966$$
 
$$I_3 = \frac{|M_3|}{|M|} = 0.2315 + j0.2621 A$$

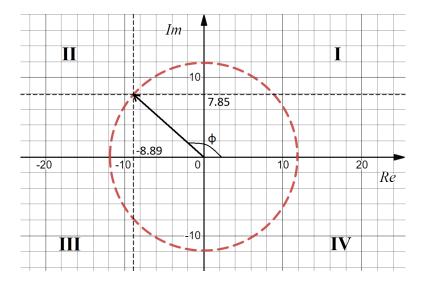
4) Počítání  $I_1$  a  $I_2$  je zbytečné, protože hledaný proud  $i_{L_2}=i_3$ . Pomocí Ohmova zákona najdeme  $U_{L_2}$  a  $|U_{L_2}|$ , pomocí grafu se souřadnicemi Re-Im pro  $U_{L_2}$  určíme  $\varphi_{L_2}$ :

$$i_{L_2} = |I_{L_2}| \cdot \sin(\omega t + \varphi_{L_2})$$

$$I_{L_2} = I_3$$

$$U_{L_2} = I_{L_2} \cdot Z_{L_2}$$

$$\begin{split} U_{L_2} &= I_3 \cdot Z_{L_2} = -8.8911 + j7.8533 \ V \\ |\mathbf{U_{L_2}}| &= \sqrt{(Re \ _{U_{L_2}})^2 + (Im \ _{U_{L_2}})^2} \approx \mathbf{11.8628 \ V} \end{split}$$



 ${\cal U}_{L_2}$ se nachází ve II. kvadrantu grafu, proto:

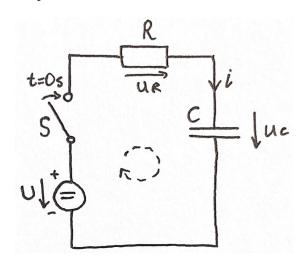
$$\varphi_{L_2} = \pi + \arctan\frac{Im~_{U_{L_2}}}{Re~_{U_{L_2}}} \approx \textbf{2.4181 rad} = \textbf{138}^{\circ}\textbf{32'49''}$$

V obvodu na obrázku níže v čase t=0 [s] sepne spínač S. Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $u_C=f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

	sk.	U[V]	$R\left[\Omega\right]$	C[F]	$u_C(0)$ [V]
	Н	8	50	40	4
t = 0 s S U +	R	c_	\u_c		

#### Řešení:

1) Uděláme popis rovnicemi pomocí Ohmova a 2. Kirchhoffova zákonů:



$$i = \frac{u_R}{R}$$
$$u_R + u_C - U = 0$$
$$u'_C = \frac{i}{C} \; ; \; U_{Cp} = u_C(0)$$

Dosadíme i do poslední rovnice:

$$u'_{C} = \frac{u_{R}}{RC}$$

$$u_{R} = U - U_{C}$$

$$u'_{C} = \frac{U - u_{C}}{RC}$$

Dostaneme obyčejnou diferenciální rovnici:

(\*) 
$$\mathbf{u_C'} + \frac{\mathbf{u_C}}{\mathbf{RC}} - \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{RC}} = \mathbf{0} \; ; \; \mathbf{U_{Cp}} = \mathbf{u_C(0)}$$
  
 $u_C(t) = k(t) \cdot e^{\lambda t}$ 

2) Řešíme charakteristickou rovnici:

$$\lambda + \frac{1}{RC} - 0 = 0$$
$$\lambda = -\frac{1}{RC}$$
$$u_C(t) = k(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

3) Zderivujeme:

$$u_C' = k'(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + k(t) \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

4) Dosadíme  $u_C(t)$  a  $u_C'$  do (\*):

$$k'(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + k(t) \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{k(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} - \frac{U}{RC} = 0$$

$$k'(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{RC}$$

$$k'(t) = \frac{U}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}}$$

$$\int k'(t) dt = \int \frac{U}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}} dt$$

$$\mathbf{k}(\mathbf{t}) = \mathbf{U} \cdot \mathbf{e}^{\frac{\mathbf{t}}{RC}} + \mathbf{K}$$

$$u_C(t) = (U \cdot e^{\frac{t}{RC}} + K) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = U + K \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$U_{Cp} = u_C(0) = U + K$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{U_{Cp}} - \mathbf{U}$$

5) Dosadíme k(t) do  $u_C(t)$ :

$$u_C(t) = k(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \left(U \cdot e^{\frac{t}{RC}} + U_{Cp} - U\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$
$$u_C(t) = U + \left(U_{Cp} - U\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 8 - 4e^{-\frac{t}{2000}} \quad [\mathbf{V}]$$

### 6) Uděláme zkoušku:

$$\mathbf{t}=0\colon \ U_{Cp}=8-4e^0\ V=4\ V=u_C(0)$$
 
$$\mathbf{t}\longrightarrow\infty\colon \ u_C(,,\infty``)=8-4e^{-\infty}\ V=8\ V=U\ \text{(kondenzátor nabit)}$$

Dosadíme  $u_C$  a  $u_C'$  do původní (\*):

$$u_{C}(t) = U + (U_{Cp} - U) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u'_{C} = (U_{Cp} - U) \cdot (-\frac{1}{RC}) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$(U_{Cp} - U) \cdot (-\frac{1}{RC}) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{U + (U_{Cp} - U) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} - \frac{U}{RC} =$$

$$= \frac{(U_{Cp} - U)(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{t}{RC}}) + U - U}{RC} = 0$$

## Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsled	lky
1	Е	$U_{R7} = 34.0892 \ V$	$I_{R7} = 0.1337 \ A$
2	G	$U_{R1} = 55.3823 \ V$	$I_{R1} = 0.2215 A$
3	С	$U_{R3} = 22.9678 \ V$	$I_{R3} = 0.4101 \ A$
4	Е	$ U_{L_2}  = 11.8628 \ V$	$\varphi_{L_2} = 2.4181 \ rad$
5	Н	$u_C = 8 - 4e$	$e^{-\frac{t}{2000}} V$