Rechenregeln für Vektoren

1. Das Nullelement in einem VR V ist eindeutig bestimmt, denn:
   Annahme: $0_1, 0_2$ seien Nullelemente
   Dann gilt: $[0_2 = 0_1 + 0_2 = 0_1]$
   $---v_4 Nullelemente --- v_4 Nullelemente --- nochmalnachfragen$

2. Es gibt $0_k \cdot v = 0$ für jedes $v \in V$; denn:
   $0_k \cdot v = (0_k + 0_k) \cdot v = 0_k \cdot v + 0_k \cdot v$

   $NOCHMAL - MACHEN - FRAGEN$

3. $k \cdot 0_v = 0_v$ für alle $k \in K$ $\qquad k \cdot 0_v = k \cdot (0_v + 0_v) = ...$

4. $k_v = 0_v \Leftrightarrow k = 0_k$ oder $v = 0_v$

5. $-v = (-1) \cdot v$ für alle $v \in V$

6. $-k \cdot v = (-k) \cdot v$ für alle $k \in K$, $v \in V$

Definition
Sei (V, +, $(k|k \in K)$) ein K-VR, U $\in$ V
U heißt Untervektorraum (UVR) des K-VR V, denn:

1. $0_v \in U$

2. Sei $v_1, v_2 \in U$ dann $v_1 + v_2 \in U$
   (Abgeschlossenheit bezüglich +)

3. Sei $k \in K$, $V \in U$ Denn $k \cdot V \in U$
   (Abgeschlossenheit bezüglich Skalarmultiplikation)

Bemerkung
Jeder VR V hat die UVR

1. V

2. $0_v(Nullraum)$

$\rightarrow$ trivialer UVR