33. Zyklische Gruppen

Definition: Eine zyklische Gruppe falls sie von einem Element $g \in G$ erzeugt wird, d.h. $G = \{e, g, g^2, g^3, g^{-1}, g^{-2}, g^{-3}...\}$

Beispiel: $(\mathbb{Z}, +, -, 0)$ ist eine zyklische Gruppe. 1 ist Erzeuger.

Beispiel: $(\mathbb{Z}_3^*, \cdot, ^{-1}, 1)2$
$|\mathbb{Z}_3^*| = \Phi(3) = 2$
2 ist Erzeuger.

Beispiel: $(\mathbb{Z}_5^*, \cdot, ^{-1}, 1)$
$|\mathbb{Z}_5^*| = \Phi(5) = 4$

Satz: Sei p eine Primzahl. Dann ist $\mathbb{Z}_p^*$ zyklisch.
Zwei Gruppen sind isomorph, wenn man die eine aus der anderen durch die Umbenennung der Elemente erhält.
Jede zyklische Gruppe ist isomorph zu $(\mathbb{Z}, +, -, 0)$