Lineare Gleichungssysteme über Körpern (LGS)

Es sei K ein Körper.

Form einer Linearen Gleichung mit
n Unbekannten über K: $a_1*x_1*a_2*x_2*...*a_n*x_n=b$

Die Unbekannten sind dann: $x_1, x_2, ..., x_n$

Die Koeffizienten: $a_1, a_2, ..., a_n \in K$

Das Absolutglied: $b \in K$

Wichtig: Ein LGS heißt linear, da es keine Unbekanntenmultiplikation gibt!

Kurzform: $\sum_{j=1}^{n} a_j * x_j = b$

Konkreter ein LGS über K mit m Gleichungen und n Unbekannten:

 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} * x_j = b_j \text{ (i=1,2,...,m)}$

Lösung: $(l_1, l_2, ..., l_n)$ mit $l_1, l_2, ..., l_n \in K$ heißt Lösung.

Dabei ist $(l_1, l_2, ..., l_n)$ das Lösungstupel, mit der Voraussetzung, dass $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} * l_j = b_i$ gilt.

Die Lösungsmenge $\mathbb L$ ist die Menge aller Lösungen.

Arten von LGS

- (1) Das homogene LGS: (0,0,0,...,0) ist eine geltende Lösung.
- (2) inhomogene LGS: (0,0,0,...,0) ist keine Lösung, d.h. es existiert ein $i \in 1,2,...,m$ mit $b \neq 0$