

Graphen

$G=(V,E)$

V :Menge der Knoten des Graphen G

E :Menge der Kanten des Graphen G , $E \subseteq \binom{V}{2}$

$\binom{V}{2}$: Menge aller 2-elementigen Teilmengen der Knotenmenge V .

$|\binom{V}{2}| = \binom{|V|}{2}$

K_n : Clique mit n Elementen, Clique: Graph mit $E=\binom{V}{2}$

I_n : Unabhängige Menge (Stabile Menge): Eine Menge mit $E=\emptyset$

Sei G ein Graph, dann schreibt man \bar{G} für das Komplement von G . Das heißt jede existierende Kante in G hat in \bar{G} keinen Bestand, aber für jede kantenlose Knotenkombination in G wird in \bar{G} eine Kante erzeugt. Formal heißt das: $\bar{G}=(V, \binom{V}{2} \setminus E)$

C_n = Zyklischer Graph, Kreisstruktur erkennbar durch die Verteilung der Kanten, jeder Knoten ist Teil genau zweier Kanten mit "Nachbarknoten".

Formal: $(\mathbb{Z}_n, (x, y) | x = y + 1 \mod n)$

$G=(V,E)$ Graph

induzierter Subgraph: $S(V',E')$, mit $V' \subseteq V$, $E' = E \cap \binom{V'}{2}$

(schwacher) Subgraph: $S(V',E')$, mit $V' \subseteq V$, $E' \subseteq E \cap \binom{V'}{2}$

Definition Streckenzug: Ein Streckenzug ist eine Folge von Knoten in G , sodass zwischen 2 aufeinanderfolgenden Knoten immer eine Kante ist. Beispiel: $u_1, u_2, \dots, u_l, \{u_i, u_{i+1}\} \in E$ für alle i von 1 bis $(l-1)$

Definition Weg: Ein Weg ist ein Streckenzug ohne doppelt vorkommende Knoten.

Definition zusammenhängend: Ein Graph heißt zusammenhängend, falls für alle $u, v \in V(G)$ ein Weg $u = u_0, \dots, u_n = v$ existiert. Also: Alle Knoten in irgendeiner Form (über andere Knoten) miteinander verbunden sind.

Definition: Seien G, H zwei Graphen mit $V(G) \cap V(H) \neq \emptyset$

Definiere $G \uplus H$ als $(V(G) \cup V(H), E(G) \cup E(H))$

Lemma: Ein Graph G ist zusammenhängend, genau dann, wenn er sich nicht schreiben lässt als $H_1 \uplus H_2$ mit $V(H_1) \neq \emptyset$ und $V(H_2) \neq \emptyset$

Sei G ein Graph

Dann heißt $k \subseteq V(G)$ Zusammenhangskomponente, falls $(k, E(G) \cap \binom{k}{2})$ zusammenhängend

und k größtmöglich gewählt ist. (Jede weitere Maximierung der Knotenmenge k , also den gebildeten Graphen unzusammenhängend machen würde) Dabei ist $(k, E(G) \cap \binom{k}{2})$ ein induzierter Subgraph von G .

Seien H_1, \dots, H_l die von den Zusammenhangskomponenten induzierten Subgraphen von G .

Dann lässt sich G schreiben als:

$$H_1 \uplus H_2 \uplus H_3 \uplus \dots \uplus H_l$$