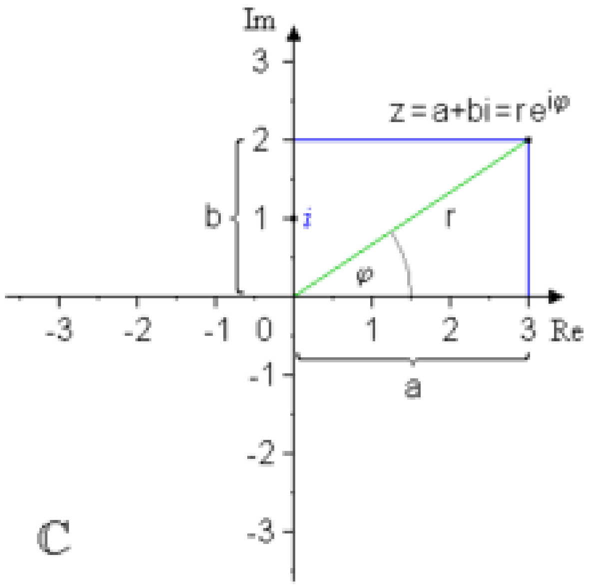
Die Gaußsche Zahlenebene



Bemerkungen: z ist eindeutig durch (a,b) bestimmt.
z ist eindeutig durch (r,φ) bestimmt.
Anhand des Satzes des Pythagoras lässt sich aus der arithmetischen Form (a+bi), die trigonometrische Form berechnen:
r=$\sqrt{a^2+b^2}$
$\Rightarrow \sin(\varphi)=\frac{b}{r}$, $\cos(\varphi)=\frac{a}{r}$,
$\Rightarrow$ z = a+bi $= r\cos(\varphi) + r\sin(\varphi)i = r(\cos(\varphi)+\sin(\varphi)i)$
$= re^{i\varphi} \Rightarrow$ Exponentielle/Eulersche Darstellung
Bemerkung: r=$\sqrt{a^2+b^2}$=|z| nennt man **Betrag** von z=a+bi
φ nennt man **Argument** von z=a+bi
Bemerkung zum Argument: φ mit $0\leq \varphi < 2\pi$ nennt man **Hauptargument**

Multiplikation/Division in Eulerscher Darstellung:
$z_1 = r_1 * e^{i\varphi_1}, z_2 = r_2 * e^{i\varphi_2}$
Multiplikation: $z_1 * z_2 = r_1 * e^{i\varphi_1} * r_2 * e^{i\varphi_2}$=$(r_1 * r_2)e^{i(\varphi_1 * \varphi_2)}$ **Division**= $z_2 \neq 0$
$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 * e^{i\varphi_1}}{r_2 * e^{i\varphi_2}} = \frac{r_1}{r_2} * e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$