

Der kleine Fermat

Sei p prim und sei $a \in \mathbb{Z}$, sodass p kein Teiler von a ist, dann:
 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$

Beweis: $|\mathbb{Z}_p^*| = p - 1$
 $b := (a \bmod p) \in |\mathbb{Z}_p^*|$
 $b^{|\mathbb{Z}_p^*|} = 1$
 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$

Der Satz von Euler-Fermat

Der kleine Fermat nur ohne die Bedingung, dass $|\mathbb{Z}_p^*|$, mit p prim.

Satz: Sei nun b beliebig und $\text{ggT}(a, n) = 1$

Dann: $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$

$|\mathbb{Z}_n^*| = \phi(n)$

$b := (a \bmod n) \in |\mathbb{Z}_n^*|$

$b^{\phi(n)} = 1$

$a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$

Der Satz findet Anwendung innerhalb des Verschlüsselungsverfahrens RSA.