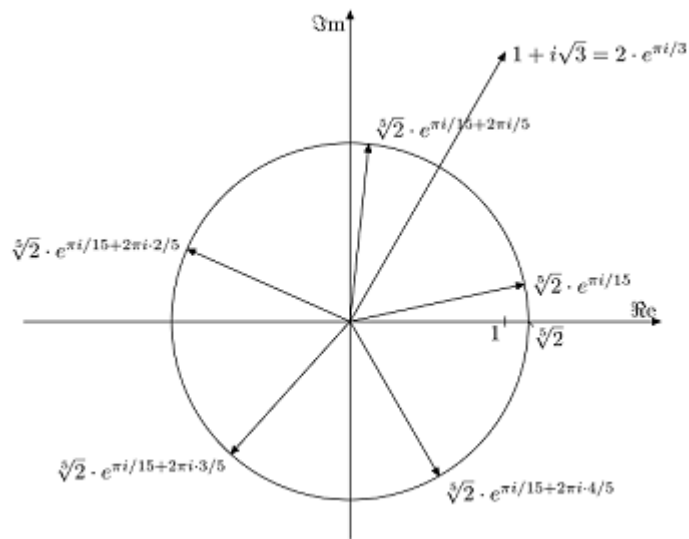


Komplexe Uhr



Fragestellung: Für welchen Winkel ist die Uhrzeit Minuten-Stunden-Symmetrisch?
(Bsp. 12:12 Uhr)

z_g bilde den großen Zeiger ab, z_k bilde den kleinen Zeiger ab.

Also: Für welchen Winkel φ ist $z_g = z_k$?

$$z_k = 1 * e^{i12\varphi}$$

$$z_g = 1 * e^{i\varphi}$$

$$\Rightarrow z_k = z_g \Leftrightarrow 1 * e^{i\varphi} = 1 * e^{i12\varphi}$$

$$\Leftrightarrow 12\varphi = \varphi \text{ oder } 12\varphi = \varphi + 2\pi, \text{ oder...}$$

$$\Leftrightarrow 12\varphi = \varphi + k * 2\pi$$

$$\Leftrightarrow 11\varphi = k * 2\pi$$

$$\Leftrightarrow \varphi = k * \frac{2\pi}{11}$$

$$\Leftrightarrow \varphi \in \left\{ 0 * \frac{2\pi}{11}, 1 * \frac{2\pi}{11}, 2 * \frac{2\pi}{11}, 3 * \frac{2\pi}{11}, \dots, 10 * \frac{2\pi}{11}, 11 * \frac{2\pi}{11} \right\}$$

$$\Rightarrow z^1 = r * e^{i\varphi}$$

$$z^2 = r^2 * e^{2i\varphi}$$

$$z^3 = r^3 * e^{3i\varphi}$$

Allgemein gilt: $z^n = r^n * e^{ni\varphi}$, gilt für alle $n \in \mathbb{N}$