

reduzierte Zeilenstufenform eines LGS

Lösungsmenge eines LGS notieren, wenn es in reduzierter Zeilenstufenform gegeben ist.

$$\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & -7 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 & -5 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 22 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 7 \cdot r - 2 \cdot s - t \\ 8 - 2 \cdot r + 3 \cdot s + 5 \cdot t \\ r \\ s \\ 15 - 5 \cdot t \\ t \\ 42 \end{pmatrix} \quad r, s, t \in \mathbb{R}$$

Allgemein gilt:

—Matrix—

$a_i \neq 0$ für $i = 1, \dots, r$

In dieser Form ist eine Entscheidung möglich ob die Lösungsmenge eine leere Menge ist. $L = \emptyset$ genau dann wenn ein $i \in \{r + 1, \dots, m\}$ existiert so, dass $b_i \neq 0$

Elementare Zeilenumformungen

1. Vertauschen zweier Zeilen
2. Multiplizieren einer Gleichung mit einem Faktor $k \in K \setminus \{0\}$
3. Addieren des k -fachen einer anderen Zeile in eine Zeile ($k \in K$)

Satz: Elementare Zeilenumformungen ändern die Lösungsmenge des LGS nicht.

Beweis für 2)

BILD BILD BILD BILD BILD

2 Stück zur Umformung

Algorithmus

BILD BILD BILD BILD

2 zur Zeilenstufenform und zur reduzierten Zeilenstufenform

Beweis: Bei LGS in ZSF kann entschieden werden ob die Lösungsmenge leer ist

Be: Beim erzeugen der ZSF mittels elementarer Zeilenstufenumformungen darf man Spalten vertauschen, wenn man die Variablennamen ...

BILD BILD BILD BILD BILD mit Bsp