Dans tout le chapitre, le système considéré est modélisé par son centre d'inertie (doc. 1). L'étude est effectuée dans le référentiel terrestre.



Doc. 1 Système et son centre d'inertie G.

L'énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un système est due au fait qu'il est en mouvement.

Dans un référentiel où le système, de masse *m*, a une vitesse de norme v, son énergie cinétique vaut :

$$E_{\rm c} = \frac{1}{2}mv^2$$

v en mètres par seconde (m⋅s⁻¹) m en kilogrammes (kg) E_c en joules (J)

Comme v dépend du référentiel, E_c aussi (doc. 2).

(Exercices 26 et 27 p. 297



Doc. 2 Dans le référentiel du sol, la vache a une énergie cinétique nulle, mais pas dans celui du train s'il roule.

2 Le travail d'une force

a. Définition

Soit un système se déplaçant d'un point A à un point B en subissant une force \vec{F} . Il reçoit, du fait de \vec{F} , une énergie appelée travail de la force \vec{F} sur le déplacement de A à B, et notée $W_{AB}(\vec{F})$.

Si le travail de \overrightarrow{F} est positif, le système voit son énergie augmenter du fait de \vec{F} . S'il est négatif, l'énergie du système diminue sous l'effet de \vec{F} .

Une force constamment perpendiculaire au mouvement a un travail nul. On dit qu'elle ne travaille pas.



Doc. 3 La force \vec{F} est constante sur la trajectoire qui mène de A à B.

b. Travail d'une force constante

La force \vec{F} est constante si sa direction, son sens et sa norme sont inchangés au cours du déplacement (doc. 3).

Le travail de A à B de la force \vec{F} constante est le produit scalaire de cette dernière et du vecteur déplacement AB (doc. 4) :

$$W_{AB}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos(\alpha)$$

F en newtons (N) AB en mètres (m) $W_{AB}(\overrightarrow{F})$ en joules (J)

mètres (N·m).

Exemple

L'angle selon lequel chaque personnage pousse la voiture (doc. 5) est très important. Tous exercent une force de même norme, mais :

- $W_{AB}(\vec{F}_4) < 0$: ce personnage exerce une force résistante, il est contreproductif pour le trajet de A vers B;
- $W_{AB}(\vec{F}_2) > W_{AB}(\vec{F}_1) > 0$: les personnages 1 et 2 exercent des forces motrices*, le deuxième étant plus efficace que le premier;
- $W_{AB}(\vec{F}_3) = 0$: ce personnage ne fournit aucun travail à la voiture.

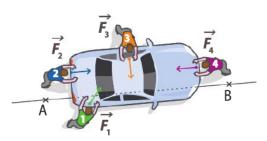
Doc. 4 Représentation de \vec{F} , \vec{AB} et de

l'angle α .

Les joules (J) sont donc aussi des newtons

Vocabulaire

- Une force résistante est une force dont le travail est négatif.
- Une force motrice est une force dont le travail est positif.

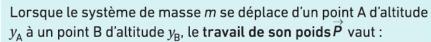


Doc. 5 La voiture se déplace de A vers B.

c. Travail du poids dans le champ de pesanteur uniforme

Dans le repère (0 ; x, y) (doc. 6), le poids \overrightarrow{P} du système, force constante, a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix}$. Le vecteur déplacement \overrightarrow{AB} est $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Le travail du poids sur ce déplacement est $W_{AB}(\overrightarrow{P}) = \overrightarrow{P} \cdot \overrightarrow{AB}$, qui s'écrit ici $W_{AB}(\overrightarrow{P}) = -P(y_B - y_A)$, soit $W_{AB}(\overrightarrow{P}) = P(y_A - y_B)$.



$$W_{AB}(\overrightarrow{P}) = mg(y_A - y_B)$$

m en kilogrammes (kg) y_A et y_B en mètres (m) $W_{AB}(\vec{P})$ en joules (J)

 $g = 9.81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ est la norme du champ de pesanteur.

Attention Cette expression n'est valable que si l'axe y est orienté vers le haut.

- Si $(y_A y_B) < 0$, alors $W_{AB}(\overrightarrow{P}) < 0$: le système monte et le poids est résistant.
- Si $(y_A y_B) > 0$, alors $W_{AB}(\overrightarrow{P}) > 0$: le système descend et le poids est moteur.

et le déplacement est quelconque. Malhs Produit scalaire $\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ b_y \end{pmatrix} = a_y \times b_y$

Fiche 9 p. 434

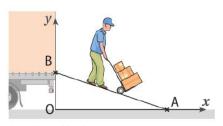
Doc. 6 Le poids est une force verticale,

Exemple

Un déménageur charge des caisses et un chariot (doc. 7), d'une masse totale $m=100~{\rm kg}$, dans un camion, en les transportant du point A au point B, séparés de $y_{\rm B}-y_{\rm A}=1,00~{\rm m}$ verticalement et de $x_{\rm B}-x_{\rm A}=-3,00~{\rm m}$ horizontalement. Quel que soit le chemin adopté par le déménageur, le travail du poids des caisses et du chariot vaut :

$$W_{AB}(\vec{p}) = mg(y_A - y_B) = 100 \times 9.81 \times (-1.00) = -981 \text{ J}.$$

• Exercices 28 et 29 p. 297



Doc. 7 Le déménageur transporte son chariot de A à B.

d. Travail de frottements constants sur une trajectoire rectiligne

Les frottements subis par un système en mouvement sont constamment parallèles au déplacement, et de sens opposé à ce dernier (doc. 8).

Lorsque le système subit des frottements \overrightarrow{f} de norme f constante lors de son déplacement rectiligne d'un point A à un point B, le travail des frottements est opposé au produit de leur norme par la distance AB parcourue :

$$W_{AB}(\overrightarrow{f}) = -f \times AB$$

f en newtons (N) AB en mètres (m) $W_{AB}(\vec{f})$ en joules (J)

 $W_{\Delta B}(\overrightarrow{f})$ est négatif : les frottements sont résistants.



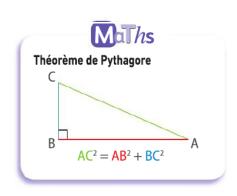
Doc. 8 L'angle entre \overrightarrow{f} et \overrightarrow{AB} vaut 180°.

Exemple

Si les frottements entre les roues du chariot et la rampe (doc. 7) ont une norme f=10 N constante, leur travail vaut $W_{AB}(\overrightarrow{f})=-f\times AB$. Le théorème de Pythagore donne :

AB =
$$\sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2} = \sqrt{1,00^2 + (-3,00)^2} = 3,16 \text{ m}.$$

Finalement, $W_{AB}(\vec{f}) = -10 \times 3,16 = -32 \text{ J}.$



Théorème de l'énergie cinétique

a. Énoncé

Théorème de l'énergie cinétique

La variation ΔE_c de l'énergie cinétique d'un système en mouvement d'un point A, où elle vaut E_c (A), à un point B, où elle vaut E_c (B) est la somme des travaux des forces qu'il subit :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\overrightarrow{F_1}) + W_{AB}(\overrightarrow{F_2}) + W_{AB}(\overrightarrow{F_3}) + \dots$$

Remarque Ce théorème n'est valable que dans certains référentiels nommés référentiels galiléens (ce sont ceux dans lequel le principe d'inertie est valable). On considérera dans tout le chapitre que le référentiel d'étude est galiléen.

b. Méthode d'utilisation

- 1 Définir le système et le point choisi pour le modéliser.
- 2 Préciser le référentiel dans lequel on étudie le mouvement.
- 3 Dresser le bilan des forces subies par le système.

Préciser: - leur notation;

- leur direction ;
- leur sens;
- l'expression de leur norme lorsqu'on la connaît.

Les représenter, à partir d'un point, sur un schéma.

Écrire l'expression littérale du théorème de l'énergie cinétique

en utilisant les notations de l'énoncé ou en définissant les notations. L'utiliser pour répondre à la question posée par l'énoncé.

Exemple

Un enfant de masse m s'élance d'un point A situé en haut d'un toboggan présentant une partie [AB] rectiligne (doc. 9a).

- ① On étudie l'enfant modélisé par son centre d'inertie G.
- ② Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre, supposé galiléen.
- 3 Le système subit :
- son poids \vec{P} , vertical, vers le bas;
- les frottements de l'air et du toboggan \vec{f} , parallèles au toboggan, vers le haut;
- la réaction normale du toboggan \overrightarrow{R} , perpendiculaire à ce dernier, vers le haut (doc. 9b).
- Le théorème de l'énergie cinétique entre le point A (début du mouvement) et le point B (fin de la partie rectiligne) s'écrit :

$$\Delta E_{c} = E_{c}(B) - E_{c}(A) = W_{AB}(\overrightarrow{P}) + W_{AB}(\overrightarrow{f}) + W_{AB}(\overrightarrow{R})$$

 \overrightarrow{R} ne travaille pas, car elle est perpendiculaire au déplacement.

Le travail du poids est $W_{AB}(\vec{P}) = mg(y_A - y_B)$.

Comme $W_{AB}(\overrightarrow{P}) > 0$, le poids est moteur.

Si la norme f des frottements est constante, alors $W_{AB}(\overrightarrow{f}) = -f \times AB$.

Comme $W_{AB}(\overrightarrow{f}) < 0$, les frottements sont résistants.

Si l'on note v_A la vitesse de l'enfant en A, v_B sa vitesse en B, on obtient :

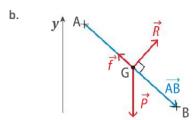
$$\frac{1}{2}mv_{\rm B}^2 - \frac{1}{2}mv_{\rm A}^2 = mg(y_{\rm A} - y_{\rm B}) - f \times AB$$

À la suite de cela, on peut extraire la grandeur recherchée. Par exemple, la vitesse acquise en B s'écrit : $v_B = \sqrt{v_A^2 + mg(y_A - y_B) - f \times AB}$

Notation

• Δ (la lettre grecque *delta* majuscule) est utilisée pour désigner des variations : si la grandeur X varie d'une valeur initiale X_i à une valeur finale X_i , alors $\Delta X = X_i - X_i$.





Doc. 9
Un enfant descend sur un toboggan (a).
Le schéma des forces subies par l'enfant (b).

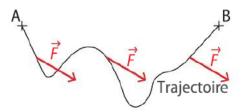


Si deux vecteurs sont perpendiculaires, leur produit scalaire est nul.

Ici \overrightarrow{R} est perpendiculaire à \overrightarrow{AB} .



Le travail $W_{AB}(\vec{F})$ d'une force \vec{F} est **l'énergie** que le système reçoit sous l'effet de \vec{F} lors de son déplacement de A à B.





$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos(\alpha)$$



$$W_{AB}(\vec{P}) = mg(y_A - y_B)$$

Frottements \vec{f} constants sur une trajectoire rectiligne

$$W_{AB}(\overrightarrow{f}) = -f \times AB$$

 $(W_{AB}(\overrightarrow{f}) < 0)$

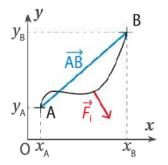
Force \vec{F} constamment perpendiculaire au mouvement

$$W_{AB}(\vec{F}) = 0$$

THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE Système qui se déplace de A à B et subit les forces $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$, etc.

Variation de l'énergie cinétique du système entre A et B

$$\Delta E_{c} = E_{c}(B) - E_{c}(A) = W_{AB}(\vec{F}_{1}) + W_{AB}(\vec{F}_{2}) + W_{AB}(\vec{F}_{3}) + \dots$$

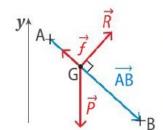




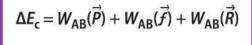
Situation réelle



Choix du système, du point qui le représente et du référentiel



Bilan des forces et schéma



Application du théorème de l'énergie cinétique