

1 La rotondité de la Terre

L'environnement « plat » à notre échelle de perception cache la forme réelle de la Terre, dont la compréhension résulte d'une longue réflexion.

Jusqu'au ^{vi} siècle avant J.-C., on trouve des représentations où la Terre est considérée comme un disque ou un cylindre flottant à la surface d'un océan infini. Certains cependant se doutent que la Terre est « ronde » : les Anciens avaient remarqué que, lorsqu'un bateau arrive à l'horizon, on commence à voir le mât avant la proue. C'est entre les ^v et le ^{iv} siècles avant notre ère que Pythagore, Platon et surtout Aristote apportent les premières preuves de la forme sphérique de la Terre :

- lors d'une éclipse de Lune, on observe la forme arrondie de l'ombre de la Terre sur la Lune (**Fig. 1**) ;
- lorsqu'on se déplace du Nord au Sud, l'aspect du ciel change : les étoiles apparaissent au-dessus de l'horizon, tandis que d'autres étoiles disparaissent sous l'horizon dans la direction opposée.

Aristote pense même qu'il n'y a qu'une seule mer de l'Afrique aux Indes. La forme sphérique de la Terre est devenue une évidence pour les savants grecs.

La rotondité étant un fait acquis, des progrès sur la connaissance de la forme de la Terre ne furent accomplis qu'aux ^{xvii} et ^{xviii} siècles par la découverte de l'aplatissement de la Terre aux pôles : la Terre n'est pas exactement sphérique, mais a la forme d'un ellipsoïde.

2 La longueur d'un méridien

Le calcul d'Ératosthène

Au ⁱⁱⁱ siècle avant J.-C., le savant grec Ératosthène donne une estimation de la circonférence de la Terre. Il a observé qu'à midi, le jour du solstice d'été, il n'y a pas d'ombre à Syène. En revanche, à Alexandrie, à 5 000 stades (environ 800 km) plus au nord, l'ombre faite par un gnomon (bâton) permet de déterminer que les rayons du Soleil font un angle de 1/50 d'angle plein ($7,2^\circ$) par rapport à la verticale (**Fig. 2**). Il considère que la Terre est ronde, que les rayons du Soleil sont parallèles (car le Soleil est infiniment loin) et que les deux villes sont sur un même **méridien**.

Partant du fait que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte, Ératosthène calcule alors la circonférence de la Terre. Il trouve une valeur $C = 5\,000 \times 50 = 250\,000$ stades, soit environ 40 000 km.

La triangulation de Delambre et Méchain

En 1791, en France, l'Académie des sciences décide que le **mètre**, nouvelle unité de longueur, serait défini comme étant égal au dix-millionième du quart du méridien terrestre.

Trois éléments ont été déterminants pour lancer une mission devant établir la longueur du méridien : la méthode de triangulation de Snellius (1615), les progrès de la trigonométrie sphérique et la mise au point d'un instrument très précis de mesure des angles, le cercle répétiteur de Borda.

La méthode de **triangulation** consiste à mesurer une seule distance (la « base »), puis de construire une chaîne de triangles à partir de cette base. On mesure les angles de ces triangles par visée avec le cercle de Borda, puis on en déduit les distances dans chaque triangle par une formule de trigonométrie : la loi des sinus (**Fig. 3**).



Fig. 1 : Éclipse de Lune.

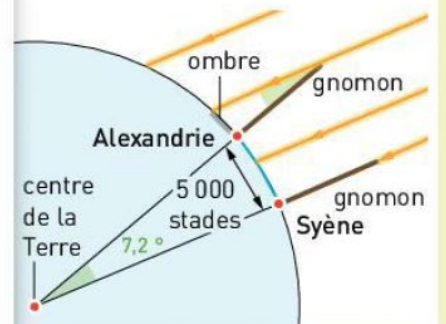


Fig. 2 : Les hypothèses d'Ératosthène.

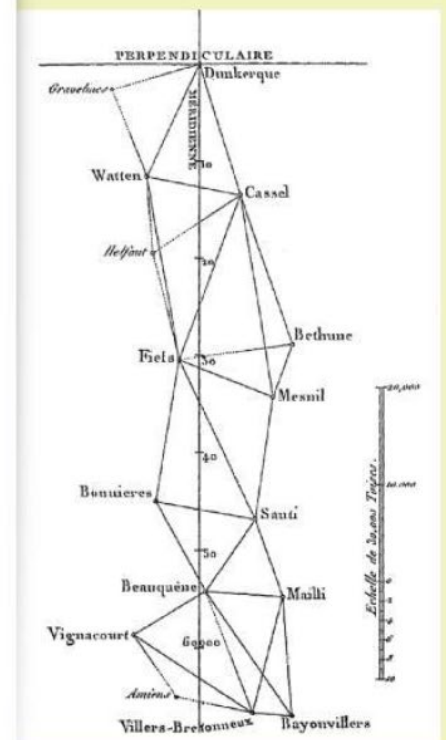


Fig. 3 : Triangulation de Dunkerque à Amiens.

En 1791, deux scientifiques, Jean-Baptiste Delambre et Pierre Méchain, sont chargés de mesurer la partie du méridien de Paris située entre Dunkerque et Barcelone : ils réalisent durant sept ans des mesures avec une chaîne de 94 triangles. Une unique mesure de longueur sera effectuée : celle de la base, située à Melun.

3 Longueur d'un chemin sur Terre

Pour calculer la longueur d'un chemin reliant deux points à la surface de la Terre, on doit tout d'abord connaître la position de ces deux points.

Ce sont les méridiens et les parallèles, cercles imaginaires tracés sur le globe terrestre, qui permettent de faire ce repérage :

- un **méridien** est un cercle qui passe par les deux pôles ;
- un **parallèle** est l'intersection de la sphère terrestre et d'un plan parallèle à celui de l'équateur.

Chaque point sur Terre peut être repéré par deux angles (Fig. 4) :

- la **longitude**, angle mesuré à partir du méridien de Greenwich ;
- la **latitude**, angle mesuré à partir de l'équateur.

Pour relier deux points, on peut imaginer différents trajets.

Lorsque deux points sont sur un même méridien, la longueur du chemin qui les relie suivant ce méridien est celle de l'**arc de méridien** intercepté par un angle que l'on déduit des latitudes des deux points.

Exemple : avec les données de la figure 5 a :

$$\frac{L}{AOB} = \frac{L_M}{360} \text{ où } \widehat{AOB} = 60^\circ - 22^\circ = 38^\circ \text{ et } L_M, \text{ la circonférence du méridien :}$$

$$L_M \approx 40\,000 \text{ km.}$$

Lorsque deux points sont sur un même parallèle, la longueur du chemin qui les relie suivant ce parallèle est celle de l'**arc de parallèle** intercepté par un angle que l'on déduit des longitudes des points.

Exemple : avec les données de la figure 5 b :

$$\frac{L}{ACB} = \frac{L_p}{360} \text{ où } \widehat{ACB} = 55^\circ + 20^\circ = 75^\circ \text{ et où } L_p \text{ est la longueur du parallèle de latitude } 30^\circ \text{ Nord. Ce chemin n'est pas le plus court.}$$

Le plus court chemin entre deux points à la surface de la Terre est l'arc du **grand cercle** qui les relie.

Cet arc de grand cercle est appelé « route orthodromique* » (Fig. 6). Des logiciels SIG (système d'information géographique) calculent sa longueur.

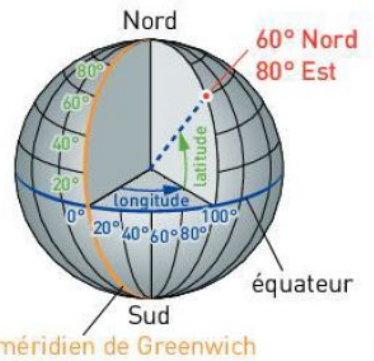


Fig. 4 : Latitude et longitude d'un point à la surface de la Terre.

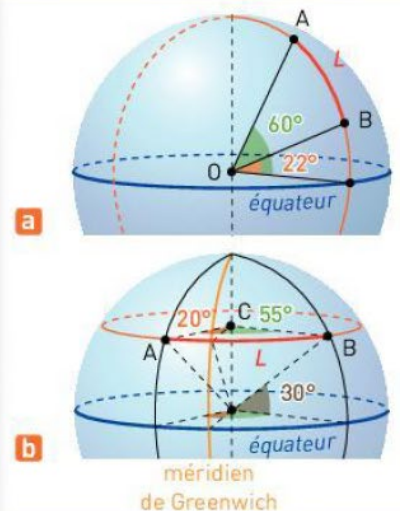


Fig. 5 : Arc de méridien (a) et arc de parallèle (b) reliant deux points à la surface de la Terre.

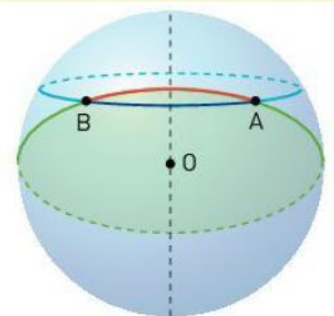
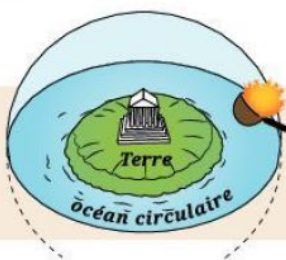


Fig. 6 : Grand cercle reliant deux points A et B.

Le vocabulaire à retenir

- **Arc de méridien** : chemin qui relie deux points d'un même méridien en suivant ce méridien.
- **Arc de parallèle** : chemin qui relie deux points d'un même parallèle en suivant ce parallèle.
- **Grand cercle** : intersection de la sphère terrestre et d'un plan qui passe par son centre.
- **Latitude** : angle mesuré à partir de l'équateur.
- **Longitude** : angle mesuré à partir du méridien de Greenwich.
- **Méridien** : grand cercle qui passe par les deux pôles. La circonférence d'un méridien est environ 40 000 km.
- **Mètre** : unité de mesure de longueur créée en 1799.
- **Parallèle** : intersection de la sphère terrestre et d'un plan parallèle à celui de l'équateur.
- **Triangulation** : méthode de mesure de distances à l'aide d'une chaîne de triangles.

1 La forme de la Terre



Thalès (VI^e siècle av. J.-C.) :
Terre plate

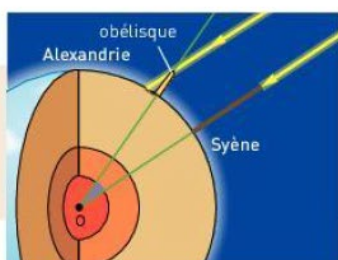


Anaximandre (VI^e siècle av. J.-C.) :
Terre cylindrique



Aristote (IV^e siècle av. J.-C.) :
Terre sphérique

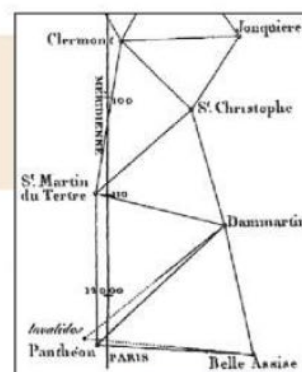
2 La mesure du méridien terrestre



III^e siècle av. J.-C. : Ératosthène
calcule la circonférence
de la Terre : $\approx 40\,000$ km.



XVII^e siècle : Méthode de
triangulation, fondée sur
des mesures d'angles et
la trigonométrie.



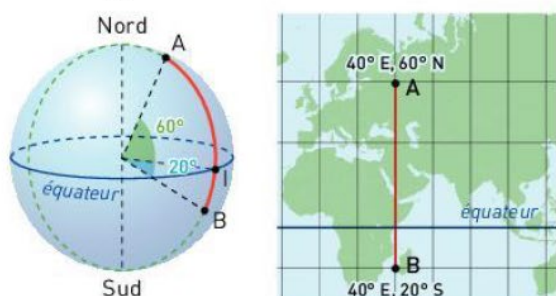
1791 : Mission de
Delambre et Méchain.



1799 : Le mètre étalon :
dix-millionième partie
du quart du méridien terrestre.

3 Calculs de longueurs sur la sphère terrestre

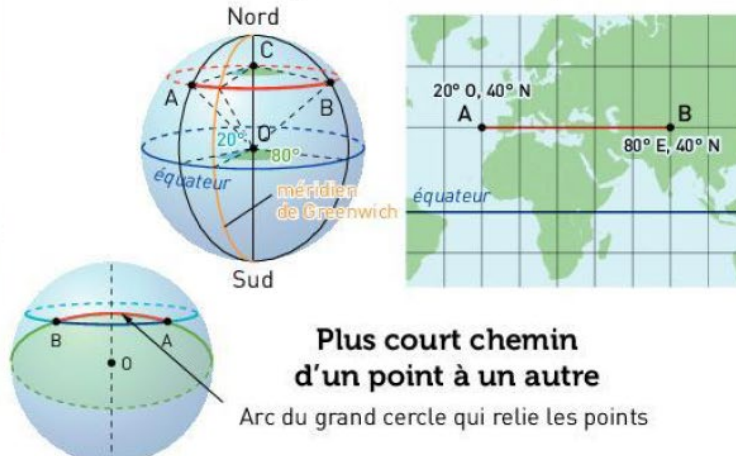
Longueur d'un arc de méridien



Outils :

- proportionnalité des angles et des arcs ;
- trigonométrie du triangle rectangle.

Longueur d'un arc de parallèle



Plus court chemin d'un point à un autre

Arc du grand cercle qui relie les points