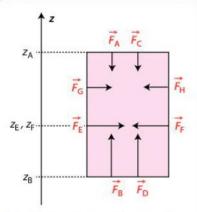


RAPPI

- Les gaz et les liquides sont appelés des fluides.
- Les liquides sont des fluides incompressibles ; leur masse volumique ρ est considérée comme constante à une température donnée.

A Forces pressantes exercées par un fluide sur un solide immergé



Les forces pressantes horizontales se compensent deux à deux; les forces pressantes verticales ne se compensent pas.

Poussée d'Archimède exercée par l'eau



La poussée d'Archimède exercée par l'eau s'applique au centre de masse C de la partie immergée de l'iceberg.

1 La poussée d'Archimède

a. Origine de la poussée d'Archimède

• Sur chaque portion de la surface d'un corps immergé dans un fluide, le fluide exerce une force pressante perpendiculaire à cette surface.

La **poussée d'Archimède** \vec{F}_p est la somme des **forces pressantes** exercées par un fluide au repos sur la partie immergée d'un corps, solide ou fluide.

• La loi fondamentale de la statique des fluides s'écrit :

$$P_A - P_B = \rho_{fluide} \times g \times (z_B - z_A)$$

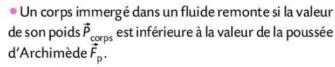
Pour le cas simple du schéma A:

– en deux positions A et B de coordonnées verticales z_A et z_B avec $z_B < z_A$, cette loi implique $P_B > P_A$. On en déduit, d'après l'expression de la valeur d'une force pressante $F = P \times S$, que pour une même surface S, $F_B > F_A$; – en deux positions E et F de même coordonnée verticale, les forces pressantes \vec{F}_E et \vec{F}_F se compensent.

La somme des forces pressantes exercées sur le solide du schéma 🔼 est donc verticale vers le haut. Ce résultat se généralise quelle que soit la forme du solide et pour tout fluide.

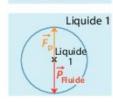
Dans un fluide au repos, la différence de pression entre les parties inférieure et supérieure d'un corps immergé, solide ou fluide, est à l'origine de la poussée d'Archimède.

b. Expression vectorielle de la poussée d'Archimède





• Si on retire le corps immergé, un élément de fluide de même forme et de même volume prend sa place. Cette portion de fluide est en équilibre, soumise à son poids \vec{P}_{fluide} et à la **même** poussée d'Archimède \vec{F}_{p} .



• D'après le principe d'inertie, $\vec{P}_{fluide} + \vec{F}_{p} = \vec{0}$ soit : $\vec{F}_{p} = -\vec{P}_{fluide}$.

La poussée d'Archimède \vec{F}_p sur cette portion de fluide est donc opposée à son poids \vec{P}_{fluide} .

On en déduit $\vec{F}_p = -\vec{P}_{fluide} = -m_{fluide} \vec{g} = -\rho_{fluide} \times V_{fluide} \vec{g}$. Le volume V_{fluide} de fluide déplacé est égal au volume immergé V_{im} du corps (schéma 3).

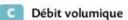
La poussée d'Archimède \vec{F}_p , exercée par un fluide de masse volumique ρ_{fluide} est une force opposée au poids du fluide déplacé :

Direction : verticale.

Sens : vers

Valeur: $F_p = \rho_{fluide} \times V_{im} \times g$ avec V_{im} le volume immergé du corps et g l'intensité de la pesanteur du lieu.

On remarque que si le champ de pesanteur n'existait pas, il n'y aurait pas de poussée d'Archimède.





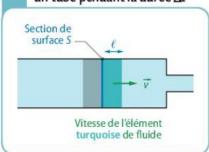
> Pour un individu au repos, le cœur humain pompe en moyenne 5,0 L de sang toutes les minutes. Le débit volumique sanguin est égal à :

$$D_{v} = \frac{5.0 \text{ L}}{60 \text{ s}} \text{ soit } D_{v} = 8.3 \times 10^{-2} \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$$

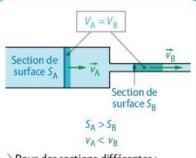
$$\text{ou } D_{v} = \frac{5.0 \times 10^{-3} \text{ m}^{3}}{60 \text{ s}}$$

$$\text{soit } D_{v} = 8.3 \times 10^{-5} \text{ m}^{3} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Déplacement d'un fluide dans un tube pendant la durée Δt



Conservation du débit volumique



- > Pour des sections différentes :
- les volumes qui s'écoulent sont identiques pendant le même intervalle de temps;
- les valeurs de vitesse d'écoulement ne sont pas identiques.

2 La conservation du débit volumique

a. Régime permanent indépendant du temps

Un fluide s'écoule en **régime permanent indépendant du temps** (ou régime permanent stationnaire), si la valeur v de sa vitesse en chaque position est indépendante du temps.

b. Débit volumique

En régime permanent indépendant du temps, lorsqu'un volume V de fluide s'écoule au travers d'une section pendant une durée Δt , le **débit volumique** D_v est donné par :

$$D_{v} \text{ en m}^{3} \cdot s^{-1}$$
 $D_{v} = \frac{V}{\Delta t}$
 $\Delta t \text{ en s}$

- Le débit volumique D, est une caractéristique de l'écoulement (dessin C).
- Pendant la durée Δt , le fluide qui traverse une section de surface S parcourt, dans le tube qui le contient, la distance ℓ , avec une vitesse de valeur v (schéma \Box). Le volume de fluide écoulé à travers cette section est :

$$V = S \times \ell$$

On en déduit : $D_v = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S \times \ell}{\Delta t} = S \times V$

Le débit volumique D_v est égal au **produit de la surface S** de la section du tube traversée par le fluide, **par la valeur v de la vitesse** du fluide au niveau de cette section :

$$D_{v}$$
 en m³·s⁻¹ $D_{v} = S \times v$
 $V = m \cdot s^{-1}$

c. Conservation du débit volumique d'un fluide incompressible

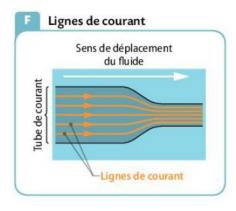
• Un fluide incompressible s'écoule en régime permanent indépendant du temps dans une canalisation constituée de deux tubes de sections différentes (schéma []). Le volume V_A de fluide se déplaçant dans la canalisation de section S_A est identique au volume V_B de fluide se déplaçant dans la canalisation de section S_B pendant le même intervalle de temps Δt . $V_A = V_B$ soit $\frac{V_A}{\Delta t} = \frac{V_B}{\Delta t}$: le débit volumique D_v est donc constant.

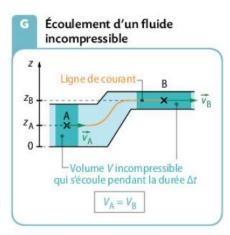
Au cours d'un écoulement en **régime permanent indépendant du temps**, le débit volumique d'un fluide incompressible **ne varie pas**, il se conserve :

$$D_v = constante$$

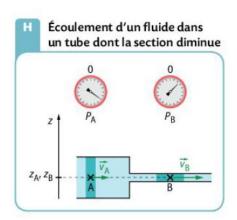
• Avec $v = \frac{D_v}{S}$ et D_v = constante, on observe que si la surface S traversée diminue, la valeur v de la vitesse du fluide incompressible augmente (schéma \square).

Exemple: On pince l'extrémité d'un tuyau d'arrosage pour augmenter la valeur de la vitesse de sortie du jet.









3 La relation de Bernoulli

Lorsqu'un fluide s'écoule, la trajectoire d'une particule de fluide est appelée ligne de courant (schéma). Elle est orientée dans le sens de déplacement du fluide. L'ensemble des lignes de courant d'un fluide définit un tube de courant dans lequel le fluide s'écoule.

a. Énoncé de la relation de Bernoulli

• Soit un fluide incompressible qui s'écoule en régime permanent indépendant du temps. On suppose que les forces pressantes \vec{F} sont les seules forces non conservatives qui s'exercent sur un élément de ce fluide se déplaçant le long d'une ligne de courant d'une position A à une position B (schéma \bigcirc). On admet que le travail de ces forces est :

$$W_{A \to B}(\vec{F}) = P_A \times V_A - P_B \times V_B$$

où P est la pression et V le volume d'un élément de fluide à la position considérée.

 La variation de l'énergie mécanique de cet élément de fluide de masse m s'écrit :

$$\Delta \mathcal{E}_{m_{A \to B}} = \mathcal{E}_{m_{B}} - \mathcal{E}_{m_{A}} = W_{A \to B}(\vec{F})$$

$$d'où \left(\frac{1}{2}m \times v_{B}^{2} + m \times g \times z_{B}\right) - \left(\frac{1}{2}m \times v_{A}^{2} + m \times g \times z_{A}\right) = P_{A} \times V_{A} - P_{B} \times V_{B}$$

$$\left(\frac{1}{2}m \times v_{B}^{2} + m \times g \times z_{B} + P_{B} \times V_{B}\right) - \left(\frac{1}{2}m \times v_{A}^{2} + m \times g \times z_{A} + P_{A} \times V_{A}\right) = 0$$

soit $\frac{1}{2}m \times v^2 + m \times g \times z + P \times V = \text{constante le long d'une ligne de courant.}$

C'est la relation de Bernoulli. La constante est exprimée le plus souvent en énergie par unité de volume, ou densité d'énergie, ou pression, plus pratique à manipuler. En divisant l'égalité précédente par le volume V de l'élément de fluide considéré, on obtient :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = constante$$

Dans la relation de Bernoulli, la quantité $\frac{1}{2}\rho \times v^2$ permet de tenir compte des corrections dynamiques à apporter à la loi fondamentale de la statique des fluides lorsque le fluide étudié n'est plus au repos.

La relation de Bernoulli relie en toute position du fluide appartenant à une même ligne de courant, la pression *P*, la valeur *v* de la vitesse et la coordonnée verticale *z* de la position.

b. Effet Venturi

On peut appliquer la relation de Bernoulli à l'écoulement d'un fluide incompressible dans un tube dont la section se resserre ou s'évase. Dans le cas du schéma \Box , la section de surface S du tube diminue de A en B. Le débit volumique D_v étant conservé, la valeur de la vitesse augmente entre les positions A et B.

D'après la relation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2}\rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$$

Or ici $z_A = z_B$, la relation devient donc : $\frac{1}{2}\rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + P_B$.

Une valeur de vitesse plus grande en B qu'en A implique une pression plus petite en B qu'en A : c'est l'**effet Venturi** (schéma H).

Cet effet s'applique aussi aux écoulements de gaz à faible vitesse.



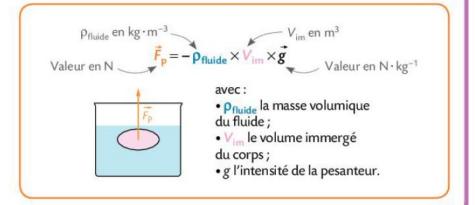
VIDÉO DE COURS La relation de Bernoulli

QCM Version interactive

1 La poussée d'Archimède

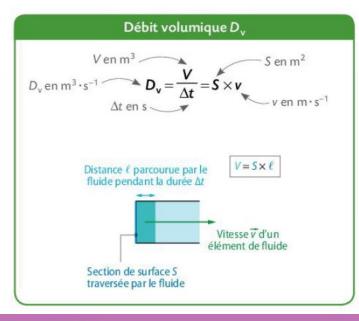
La poussée d'Archimède \vec{F}_p est la somme des forces pressantes exercées par un fluide sur la partie immergée d'un corps, solide ou fluide.

C'est l'opposé du poids du fluide déplacé par ce corps.



2 La conservation du débit volumique

Un fluide s'écoule en régime permanent indépendant du temps si la valeur de la vitesse du fluide en toute position de l'écoulement est indépendante du temps.

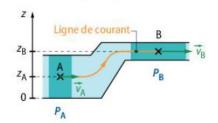


D_v = constante
au cours de
l'écoulement d'un
fluide incompressible
en régime permanent
indépendant
du temps

3 La relation de Bernoulli

La relation de Bernoulli est vérifiée le long d'une ligne de courant pour un fluide incompressible qui s'écoule en régime permanent indépendant du temps.

Elle relie, en toute position du fluide appartenant à une même ligne de courant, la pression P, la valeur v de la vitesse et la coordonnée verticale z de la position.



Elle permet de calculer P, v ou z quand les deux autres grandeurs sont connues.