

Exercice 01 – Installation d'un panneau routier

Partie A – Étude du panneau solaire

1.

L'effet photoélectrique est l'absorption de photons solaires par le silicium, permettant à des électrons de franchir la bande E_{gap} : ils passent de la bande de valence à la bande de conduction. Ce passage est à l'origine du courant électrique produit par le panneau solaire.

2.

Une autre application de l'effet photoélectrique est le capteur photoélectrique utilisé dans les systèmes de détection de présence.

3.

$$E = \frac{h \times c}{\lambda}$$

$$E \times \lambda = h \times c$$

$$\lambda = \frac{h \times c}{E}$$

$$\lambda_{\text{seuil}} = \frac{h \times c}{E_{\text{gap}}}$$

$$\lambda_{\text{seuil}} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{1,12 \times 1,60 \times 10^{-19}}$$

$$\lambda_{\text{seuil}} = 1,11 \times 10^{-6} \text{ m}$$

4.

$$\lambda_{\text{seuil}} = 1,11 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{seuil}} = 1,11 \times 10^{-6} \times 10^9 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{seuil}} = 1110 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{seuil}} = \frac{h \times c}{E_{\text{gap}}}$$

λ_{seuil} est inversement proportionnel à l'énergie.

La longueur d'onde correspondante λ_{seuil} nécessaire à l'électron pour franchir le gap d'énergie est la longueur d'onde maximale.

La majeure partie du rayonnement solaire correspond à des longueurs d'onde inférieures à la longueur d'onde seuil du silicium.

Le silicium est donc un matériau adapté pour la conversion de l'énergie solaire en énergie électrique dans une cellule photovoltaïque.

5.

Leur rendement du panneau photovoltaïque est :

$$r = \frac{P_{\text{électrique fournie}}}{P_{\text{lumineuse reçue}}}$$

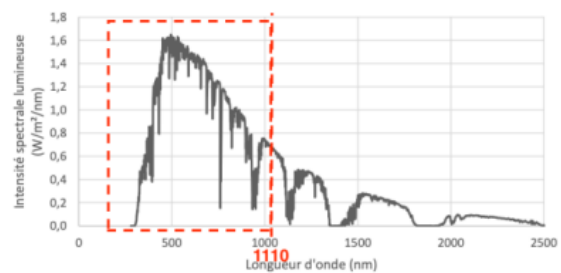


Figure 2 – Spectre d'émission solaire au niveau du sol

Source : <https://www.nrel.gov/grid/solar-resource/spectra-am1.5.html>

6.

$$r = \frac{P_{\text{électrique fournie}}}{P_{\text{lumineuse recue}}}$$

avec :

$$P_{\text{électrique fournie}} = U \times I$$

$$P_{\text{lumineuse recue}} = P_s \times S$$

D'où

$$r = \frac{U \times I}{P_s \times S}$$

Or

$$S = L \times l$$

D'où

$$r = \frac{U \times I}{P_s \times L \times l}$$

$$r = \frac{23,76 \times 0,89}{1000 \times 795 \times 10^{-3} \times 220 \times 10^{-3}}$$

$$r = 0,12$$

$$r = 12\%$$

Ainsi, la valeur du rendement du panneau photovoltaïque est bien celle indiquée par le fabricant.

Partie B – Cinémomètre

7.

Le fonctionnement du radar repose sur l'effet Doppler.

Le radar émet une onde électromagnétique de fréquence f_E en direction du véhicule. Cette onde est réfléchiée par le véhicule en mouvement et revient vers le récepteur du radar.

La fréquence de l'onde reçue f_R est différente de celle de l'onde émise : on observe un décalage Doppler

La mesure de ce décalage de fréquence permet de calculer la vitesse du véhicule.

8.

Si le véhicule s'approche, la fréquence reçue est plus grande que la fréquence émise.

Si le véhicule s'éloigne, la fréquence reçue est plus petite

Dans notre cas, le véhicule s'approche de l'école : la fréquence reçue est supérieure à la fréquence du signal émis.

9.

D'après le sujet : « Si la valeur de la vitesse du véhicule est supérieure à la vitesse seuil, les LED du panneau routier s'allument et clignotent. Le panneau est installé en amont d'une zone dont la valeur de la vitesse limite est $30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. La valeur de la vitesse seuil a été fixée à $25 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. »

Calculons la valeur de la vitesse du véhicule :

$$|\Delta f| = 2 \times f_E \times \frac{v}{c}$$

$$2 \times f_E \times \frac{v}{c} = |\Delta f|$$

$$v = \frac{|\Delta f| \times c}{2 \times f_E}$$

$$v = \frac{2010 \times 3,00 \times 10^8}{2 \times 24,125 \times 10^9}$$

$$v = 12,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = 12,5 \times 3,6$$

$$v = 45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

La vitesse du véhicule $45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ dépasse la vitesse seuil $25 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ fixée pour l'allumage des LED du panneau. Ainsi, le panneau routier s'éclaire lors du passage du véhicule.

10.

$$Q = I \times \Delta t$$

$$I \times \Delta t = Q$$

$$\Delta t = \frac{Q}{I}$$

$$\Delta t = \frac{4000 \times 10^{-3}}{0,79}$$

$$t = 5,1 \text{ h}$$

Cette durée correspond à une valeur maximale théorique, obtenue en supposant une batterie entièrement chargée sans perte énergétique et une intensité constante.

En pratique, la durée réelle de clignotement sera plus courte mais les voitures ne passent pas en continue la nuit, le trafic est faible la nuit.

Ainsi, une autonomie permettant 5 heures de fonctionnement continu est certainement suffisante pour assurer la signalisation lumineuse pendant une grande partie de la nuit.

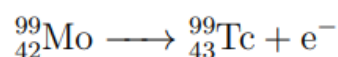
Exercice 02 – Utilisation du technétium

1. Production du technétium

Q1. Le molybdène a pour numéro atomique $Z = 42$. Le noyau de molybdène 99 est donc composé de 42 protons et $99 - 42 = 57$ neutrons.

Q2. Deux isotopes sont deux noyaux présentant le même numéro atomique mais un nombre de masse différent (ils diffèrent donc uniquement par leur nombre de neutrons). D'après les données, deux isotopes stables du molybdène 99 sont donc le molybdène 98 (^{98}Mo) et le molybdène 97 (^{97}Mo).

Q3. On donne l'équation de désintégration β du noyau de molybdène 99 :



La particule émise lors de cette désintégration est un électron e^{-}

Q4. Le temps de demi-vie est, par définition, le temps nécessaire pour qu'une population donnée de noyaux ait été réduite de moitié par désintégration.

Avec une demi-vie de 6 heures pour le technétium 99, le nombre de noyaux sera effectivement insuffisant au bout de quelques jours (on en perd déjà les trois-quarts en 12 heures).

2. Utilisation médicale de technétium en scintigraphie

Q5. Les photons émis par la source ont une fréquence :

$$E_{\text{Tc}} = h\nu \implies \boxed{\nu = \frac{E_{\text{Tc}}}{h}} = \frac{141 \times 10^3 \times 1,60 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} = \underline{3,4 \times 10^{19}} \text{ Hz}$$

Il s'agit donc bien d'un rayonnement gamma, compatible avec l'utilisation d'une gamma-caméra.

Q6. La quantité de technétium injectée au patient a une activité suffisante pour, sur la durée de la préparation et de l'injection, avoir une incidence sur l'opérateur, surtout lorsque cette exposition est régulière (plusieurs patients par jour / par semaine). Il est donc nécessaire de protéger l'opérateur du rayonnement gamma de la source à l'aide d'un verre au plomb autour de la seringue.

Q7. La décroissance radioactive est modélisée par l'équation différentielle :

$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda N(t) = 0 \quad (\mathcal{E})$$

Qui est une équation différentielle homogène du premier ordre, dont les solutions génériques ont la forme¹ :

$$N(t) = Ae^{-\lambda t}$$

Il faut donc exploiter les conditions aux limites pour identifier la constante A .

Or, à $t = 0$, on a $N(t = 0) = A = N_0$.

D'où, il vient la solution (unique) de (\mathcal{E}) :

$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}}$$

Q8. D'après les données, on a $A(t) = \lambda N(t)$. En reprenant le résultat précédent, il vient donc très logiquement, en multipliant des deux côtés par λ :

$$\lambda N(t) = A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \implies \boxed{A(t) = A_0 e^{-\lambda t}}$$

Q9. Par définition, le temps de demi-vie est tel que :

$$A(t = t_{1/2}) = \frac{A_0}{2}$$

Et en exploitant l'expression obtenue pour l'activité, il vient :

$$\begin{aligned} A(t = t_{1/2}) = \frac{A_0}{2} &\implies A_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{A_0}{2} \\ &\implies e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2} \\ &\implies -\lambda t_{1/2} = -\ln(2) \\ &\implies \boxed{\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}} \end{aligned}$$

Q10. On souhaite connaître le temps au bout duquel le patient pourra cesser de suivre des mesures spécifiques liées à l'activité du Technétium dans le corps.

On cherche alors t tel que $A(t) = 0,03A_0$ (l'activité est égale à 3 % de l'activité initiale).

On a :

$$A(t) = 0,03A_0 \implies A_0 e^{-\lambda t} = 0,03A_0 \implies -\lambda t = \ln(0,03) \implies t = -\frac{\ln(0,03)}{\lambda}$$

Et finalement, comme seule la demi-vie est connue, le temps d'attente sera donc :

$$t = -\frac{\ln(0,03)}{\ln(2)} t_{1/2}$$

D'où,

$$t = -\frac{\ln(0,03)}{\ln(2)} \times 6 = \underline{\underline{30,3 \text{ h}}}$$

En ne prenant en compte que la décroissance radioactive, on comprend donc que l'examen peut impliquer de prendre des précautions pendant plus d'une journée, ce qui est plutôt contraignant pour le patient.

3. Pistes pratiques pour gérer les périodes de pénurie de technétium 99

Q11. L'un des avantages du thallium 201 est la nécessité d'une seule injection au lieu de 2 pour un examen. Cependant, il a le **désavantage** non négligeable d'avoir une demi-vie bien plus importante (3 jours pour le thallium contre 6 heures pour le technétium).