

EXERCICE 1 : ÉTUDE D'UN VERNIS À ONGLES (9 POINTS)

1. Étude d'une synthèse au laboratoire d'un solvant pour vernis

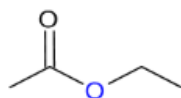
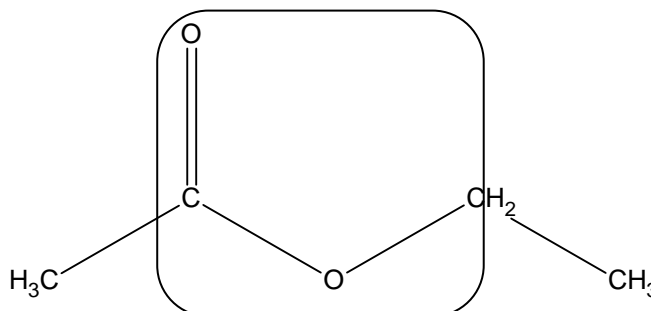


Figure 1. Formule de l'éthanoate d'éthyle

Q.1. Représenter la formule semi-développée de l'éthanoate d'éthyle. Entourer le groupe caractéristique présent dans cette molécule et nommer la famille fonctionnelle associée.

Famille des esters



Le mécanisme réactionnel de la synthèse de l'acétate d'éthyle est modélisé par plusieurs actes élémentaires, dont le premier est représenté sur la figure 2.

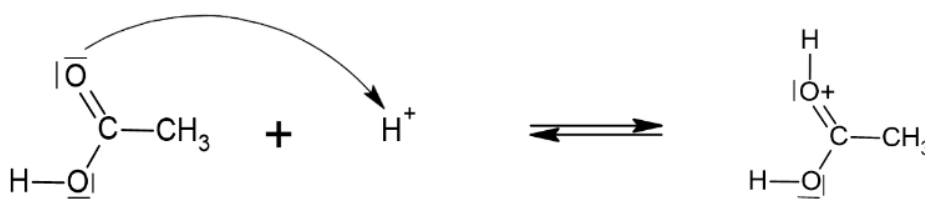


Figure 2. Première étape du mécanisme réactionnel

Q.2. Justifier le sens de la flèche courbe de la figure 2.

Le transfert de doublets a toujours lieu du site riche en électrons vers le site pauvre en électrons. L'atome d'oxygène avec ses doublets non liants est riche, tandis que le cation H^+ sans électron est pauvre.

Remarque : « Les riches attaquent les pauvres ».

Q.3. Définir un catalyseur et justifier le fait que l'acide sulfurique ajouté dans l'étape 1 peut jouer ce rôle.

Un catalyseur est une espèce chimique qui permet d'augmenter la vitesse de réaction. Il est régénéré en fin de réaction.

L'équation de la réaction donnée dans le sujet ne montre pas l'acide sulfurique. On peut penser que cela est dû au fait qu'il joue le rôle de catalyseur.

Q.4. Indiquer l'étape qui, parmi les trois étapes du protocole expérimental, correspond à une extraction.

C'est lors de l'étape 2 que l'on extrait le produit d'intérêt (l'éthanoate d'éthyle) du mélange réactionnel.

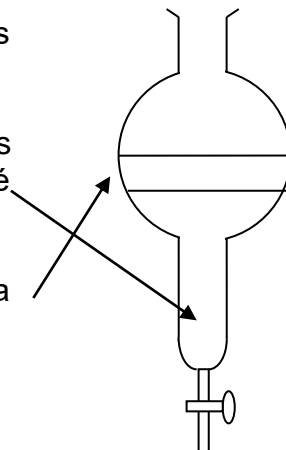
Remarque : L'étape 1 est la réaction chimique et l'étape 3 est une étape de purification du produit.

Q.5. Schématiser l'ampoule à décanter après la décantation de l'étape 2, et indiquer les espèces chimiques présentes dans chacune des deux phases. Justifier.

La transformation est non totale, donc dans l'état final sont présents les réactifs et les produits, de plus le catalyseur est encore présent.

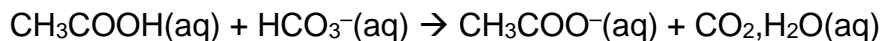
L'acide éthanoïque, l'éthanol, l'acide sulfurique sont très solubles dans l'eau salée, donc ils sont présents dans la phase aqueuse de densité proche de 1,15.

L'éthanoate d'éthyle presque insoluble dans l'eau salée constitue la phase organique de plus faible densité donc la phase supérieure.



Q.6. Écrire l'équation de la réaction modélisant la transformation acido-basique entre les ions hydrogénocarbonate $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$ et l'acide éthanoïque qui se déroule dans l'étape 3 du protocole expérimental et nommer le gaz formé.

Au regard des couples acido-basiques donnés dans l'énoncé : $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}(\text{aq}) / \text{HCO}_3^-(\text{aq})$ et $\text{CH}_3\text{COOH}(\text{aq}) / \text{CH}_3\text{COO}^-(\text{aq})$, on fait réagir l'acide $\text{CH}_3\text{COOH}(\text{aq})$ avec la base $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$.



Le gaz formé est du dioxyde de carbone CO_2 .

La synthèse réalisée a permis d'obtenir un volume de filtrat égal à $V_{\text{ester}} = 12,0 \text{ mL}$.

Q.7. Déterminer la valeur du rendement de cette synthèse, sachant que l'acide éthanoïque est en excès.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter sa démarche, même si elle n'a pas abouti. La démarche suivie est évaluée et doit donc être correctement présentée.

Le rendement est égal au rapport de la quantité de matière de produit obtenu expérimentalement par la quantité de matière de produit maximale.

$$\eta = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{max}}}$$

Avec le volume d'ester, on peut déterminer la quantité de matière de produit obtenu expérimentalement.

$$n_{\text{exp}} = \frac{m}{M_{\text{ester}}} = \frac{\rho \cdot V_{\text{ester}}}{M_{\text{ester}}}$$

$$n_{\text{exp}} = \frac{0,902 \text{ g.mL}^{-1} \times 12,0 \text{ mL}}{88,1 \text{ g.mol}^{-1}}$$

D'après l'équation de la réaction, et sachant que l'acide éthanoïque est en excès, il peut se former au maximum autant d'ester que l'on consomme d'éthanol.

$$n_{\text{max}} = n_{\text{éthanol}} = \frac{\rho_{\text{éthanol}} \cdot V_1}{M_{\text{éthanol}}}$$

$$n_{\text{max}} = \frac{0,789 \text{ g.mL}^{-1} \times 11,7 \text{ mL}}{46,1 \text{ g.mol}^{-1}}$$

$$\frac{0.902 \times 12}{88.1} / \left(\frac{0.789 \times 11.7}{46.1} \right) = 6.135499649 \times 10^{-1}$$

Remarque : il est possible de faire un tableau d'avancement.

$$\eta = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{max}}} = 0,614 = 61,4 \%$$

Q.8. Choisir la ou les bonne(s) proposition(s) permettant d'augmenter le rendement de cette synthèse. Justifier.

Proposition A : ajouter de l'éthanol en excès aux 14,3 mL d'acide éthanoïque.

Proposition B : doubler le volume d'acide sulfurique.

Proposition C : éliminer l'eau produite au cours de la réaction.

La proposition A est correcte, l'ajout d'un réactif en excès favorise la réaction en sens direct.

La proposition B est fausse : le catalyseur ne modifie pas le rendement, il permet simplement d'atteindre l'état final d'équilibre plus rapidement. Doubler son volume ne change rien.

La proposition C est correcte : en éliminant l'eau, on empêche la réaction en sens inverse (entre l'eau et l'éthanoate d'éthyle).

2. Détermination du pourcentage massique du pigment dans un vernis

Étape 1 : préparation de la gamme d'étalonnage des solutions en ions $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$.

La gamme d'étalonnage est réalisée à partir d'une solution mère S_0 , de concentration en quantité de matière en ions $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$: $C_0 = 3,58 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Pour obtenir une gamme d'étalonnage colorée, une solution d'orthophénantroline a été ajoutée aux solutions d'ions $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$.

Pour préparer chaque solution étalon S_i , un volume V_i est prélevé de la solution mère S_0 auquel sont ajoutés une solution d'orthophénantroline et de l'eau distillée jusqu'à atteindre un volume total de 50,0 mL.

Solution étalon S_i	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
V_i en mL de solution S_0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0

Q.9. Indiquer la verrerie nécessaire à la préparation de la solution étalon S_5 à partir de la solution mère S_0 , puis calculer la valeur de sa concentration en quantité de matière C_5 .

Le tableau montre que l'on doit prélever $V_5 = 10,0 \text{ mL}$ de solution S_0 .

On utilise un becher pour contenir la solution mère et l'on prélève les 10,0 mL avec une pipette jaugée (on peut aussi utiliser une burette pour verser ce volume).

Il faut une fiole jaugée de 50,0 mL dans laquelle on réalise la dilution.

Calcul de la concentration C_5 : On a réalisé une dilution.

Solution mère : S_0

$C_0 = 3,58 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$V_0 = 10,0 \text{ mL}$

Solution fille : S_5

$C_5 = ?$

$V_5 = 50,0 \text{ mL}$

Au cours d'une dilution la quantité de matière de soluté se conserve $n_0 = n_5$

$C_0 \cdot V_0 = C_5 \cdot V_5$

donc $C_5 = \frac{C_0 \cdot V_0}{V_5}$

$C_5 = \frac{3,58 \times 10^{-4} \times 10,0}{50,0} = 7,16 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Étape 2 : réalisation de la courbe d'étalonnage.

Q.10. Indiquer, en justifiant la réponse, la valeur de la longueur d'onde à laquelle il faut régler le spectrophotomètre pour réaliser les mesures d'absorbance.

On choisit la longueur d'onde pour laquelle l'absorbance est maximale. Cela permet de réduire l'incertitude relative de la mesure.

Le spectre d'absorption montre qu'il faut sélectionner une longueur d'onde proche de $\lambda_{\max} = 530 \text{ nm}$.

Remarque : Si $A = 1,00$ et que l'incertitude de mesure vaut $u(A) = 0,10$ alors l'incertitude relative

vaut $\frac{u(A)}{A} = \frac{0,10}{1,00} = 10\%$. C'est beaucoup.

Si $A = 2,00$, alors $\frac{u(A)}{A} = \frac{0,10}{2,00} = 5,0\%$ C'est relativement mieux.

Q.11. Justifier que la courbe d'étalonnage de la figure 3 vérifie la loi de Beer-Lambert.

D'après la loi de Beer-Lambert $A = k.C$, l'absorbance est proportionnelle à la concentration.

Or les points expérimentaux sont presque tous alignés sur une droite qui passe par l'origine, ce qui peut être modélisé par une fonction linéaire traduisant bien cette proportionnalité.

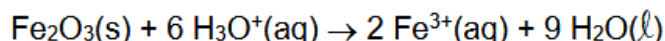
Étape 3 : préparation de l'échantillon de vernis et mesure de son absorbance.

Données :

- Masse molaire : $M(\text{Fe}_2\text{O}_3) = 159,7 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Un échantillon de vernis de masse $m = 0,0103 \text{ g}$ est introduit dans une fiole jaugée de $50,0 \text{ mL}$. Il subit les étapes suivantes :

- Quelques millilitres d'acide chlorhydrique en excès sont ajoutés. La transformation chimique entre l'acide chlorhydrique et l'oxyde de fer Fe_2O_3 est modélisée par la réaction représentée par l'équation suivante :



- Une solution d'ions hydroxylammonium est ajoutée. Les ions hydroxylammonium réduisent ensuite une mole d'ions $\text{Fe}^{3+}(\text{aq})$ en une mole d'ions $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$.
- Quelques gouttes d'orthophénantroline sont ajoutés. L'orthophénantroline réagit avec les ions $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$, permettant d'obtenir une solution colorée comparable à celles de la gamme d'étalonnage.

Le tout est complété avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. On obtient la solution S. L'absorbance mesurée de la solution S est $A_s = 0.360$

Q.12. À partir de l'absorbance mesurée de la solution S, de la courbe d'étalonnage et des données fournies, montrer que la valeur de la quantité de matière de Fe_2O_3 dans l'échantillon de vernis vaut $0,80 \times 10^{-6} \text{ mol}$.

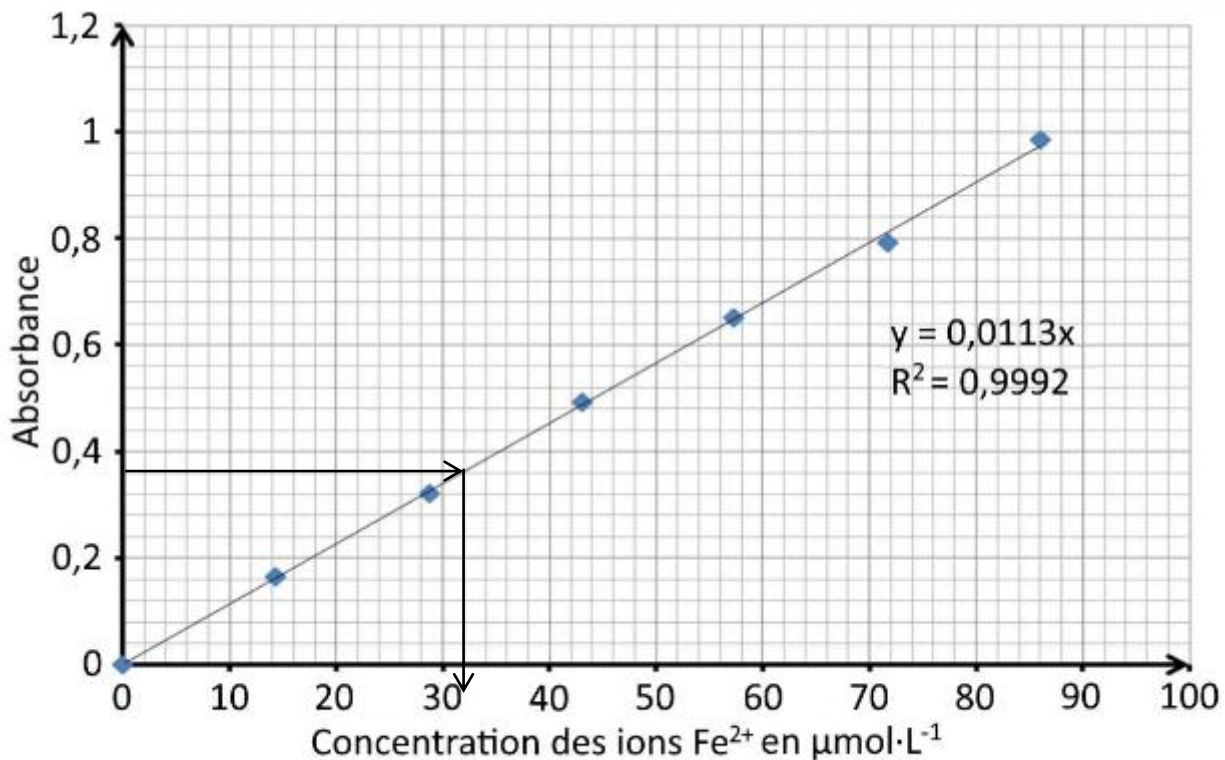


Figure 3. Courbe d'étalonnage

On lit l'abscisse du point d'ordonnée $A = 0,360$.

$$C_{\text{Fe}^{2+}} = 32 \mu\text{mol.L}^{-1}$$

La solution avait un volume $V = 50,0 \text{ mL}$.

$$\text{Donc } n_{\text{Fe}^{2+}} = C_{\text{Fe}^{2+}} \cdot V$$

$$n_{\text{Fe}^{2+}} = 32 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1} \times 50,0 \times 10^{-3} \text{ L} = 1,6 \times 10^{-6} \text{ mol.}$$

Les ions hydroxylammonium avaient donc consommé cette quantité d'ions fer(III) $n_{\text{Fe}^{3+}} = n_{\text{Fe}^{2+}}$.

$$\text{D'après l'équation de la réaction } n_{\text{Fe}_2\text{O}_3} = \frac{n_{\text{Fe}^{3+}}}{2}.$$

$$\text{On retrouve bien } n_{\text{Fe}_2\text{O}_3} = 0,80 \times 10^{-6} \text{ mol.}$$

Q.13. En déduire si le vernis étudié possède un pouvoir couvrant optimal.

Ce composé minéral Fe_2O_3 de couleur rouge doit être présent avec un pourcentage massique de 5 % pour avoir un pouvoir couvrant optimal.

Une masse $m = 0,0103 \text{ g}$ de vernis a été utilisée.

Le dosage a montré qu'elle contenait $n_{\text{Fe}_2\text{O}_3} = 0,80 \times 10^{-6} \text{ mol}$,

$$\text{soit une masse } m_{\text{Fe}_2\text{O}_3} = n_{\text{Fe}_2\text{O}_3} \times M(\text{Fe}_2\text{O}_3)$$

$$m_{\text{Fe}_2\text{O}_3} = 0,80 \times 10^{-6} \text{ mol} \times 159,7 \text{ g.mol}^{-1} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ g}$$

$$\text{Pourcentage massique} = \frac{m_{\text{Fe}_2\text{O}_3}}{m} \times 100$$

$$\text{Pourcentage massique} = \frac{1,2776 \times 10^{-4}}{0,0103} \times 100 = 1,2$$

Ce pourcentage est inférieur à 5, donc il n'aura pas un couvoir couvrant optimal.

$0.80\text{E}-6 * 159.7$	$1.2776\text{E}-4$
$\text{Rep}/0.0103$	$1.24038835\text{E}-2$
$\text{Rep} * 100$	$1.24038835\text{E}0$

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs : labolycee@labolycee.org

1. Mouvement sur l'arc de clothoïde (entre O et S)**Q.1. Déterminer la valeur de l'accélération du véhicule sur la portion OP à partir de la figure 2 et caractériser le mouvement du véhicule.**

La portion OP est une ligne droite horizontale.

La valeur de l'accélération du véhicule est nulle donc la valeur de la vitesse est constante.

Le mouvement du véhicule est donc rectiligne et uniforme.

Q.2. Sur la copie, écrire les lignes de programme permettant de calculer les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \text{ et } a_y = \frac{dv_y}{dt}.$$

En s'aidant des lignes 11 et 12 du programme sur les coordonnées $v_x = \frac{dx}{dt}$ et $v_y = \frac{dy}{dt}$ du

vecteur vitesse :

```
11 vx.append((x[i+1]-x[i])/dt)
12 vy.append((y[i+1]-y[i])/dt)
```

on peut écrire :

```
18 ax.append((vx[i+1]-vx[i])/dt)
19 ay.append((vy[i+1]-vy[i])/dt)
```

Q.3. À l'aide des valeurs données dans le tableau, vérifier l'information du texte introductif indiquant que la clothoïde permet « une augmentation linéaire dans le temps de l'accélération » en justifiant la méthode utilisée.

Méthode 1 : Pour chaque colonne du tableau, calculons le rapport $\frac{a}{t}$:

t (s)	1,50	3,00	4,50	6,00	7,50	9,00
a (m·s ⁻²)	0,1587	0,3218	0,4824	0,6411	0,8070	0,9506
$\frac{a}{t}$ (m·s ⁻³)	0,106	0,107	0,107	0,107	0,108	0,106

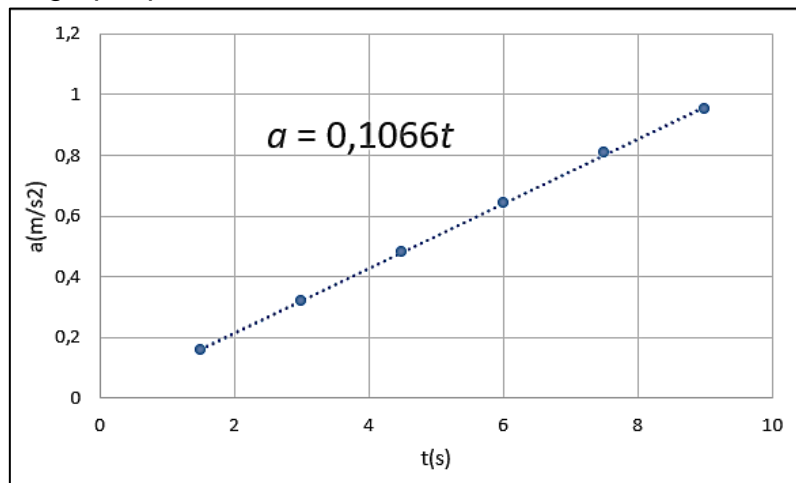
On constate que la valeur du rapport $\frac{a}{t}$ est quasi constante.

La valeur de l'accélération est donc proportionnelle au temps.

On a donc bien « une augmentation linéaire dans le temps de l'accélération ».

0.1587/1.50	0.1058
0.3218/3	0.1072666667
0.4824/4.50	0.1072
0.6411/6	0.10685
0.8070/7.5	0.1076
0.9506/9	0.1056222222

Méthode 2 : on trace le graphique a en fonction de t



On obtient une droite qui passe par l'origine donc la valeur a de l'accélération est proportionnelle au temps t . On a donc bien « une augmentation linéaire dans le temps de l'accélération ».

2. Mouvement sur l'arc de cercle (entre S et Q)

Q.4. Sur le schéma de l'Annexe à rendre avec la copie, tracer les vecteurs unitaires \vec{u}_N et \vec{u}_T du repère de Frenet au point M de la trajectoire en arc de cercle.

Voir schéma en annexe.

Le vecteur unitaire \vec{u}_T est tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.

Le vecteur unitaire \vec{u}_N est orthogonal au vecteur unitaire \vec{u}_T et orienté vers le centre C du cercle.

Q.5. Justifier que le vecteur accélération du véhicule entre les points S et Q s'exprime ainsi :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{u}_N$$

Dans le repère de Frenet, le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{u}_N + \frac{dv}{dt} \vec{u}_T$.

Le mouvement du véhicule entre les points S et Q est uniforme : la valeur de la vitesse est constante $v = 15,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Ainsi $\frac{dv}{dt} = 0$ donc $\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{u}_N$.

Q.6. Sur le schéma de l'Annexe à rendre avec la copie, représenter à l'échelle 1,0 cm pour 1,0 m·s⁻², le vecteur accélération \vec{a} au point M.

$$a = \frac{v^2}{r} \text{ soit } a = \frac{15,0^2}{75,0} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 3,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Avec l'échelle, 1,0 cm pour 1,0 m·s⁻², le vecteur accélération \vec{a} au point M mesure 3,00 cm et est orienté vers le point C. Voir schéma en annexe.

Q.7. Indiquer, en justifiant, le numéro du schéma qui représente correctement ces trois forces, en s'appuyant sur les caractéristiques du vecteur accélération.

La deuxième loi de Newton appliquée au véhicule de masse m dans le référentiel terrestre supposé galiléen s'écrit : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$.

Or les forces \vec{P} et \vec{R} se compensent donc $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ soit $\vec{f} = m\vec{a}$.

Le vecteur \vec{f} est colinéaire et de même sens que le vecteur \vec{a} orienté vers le point C.

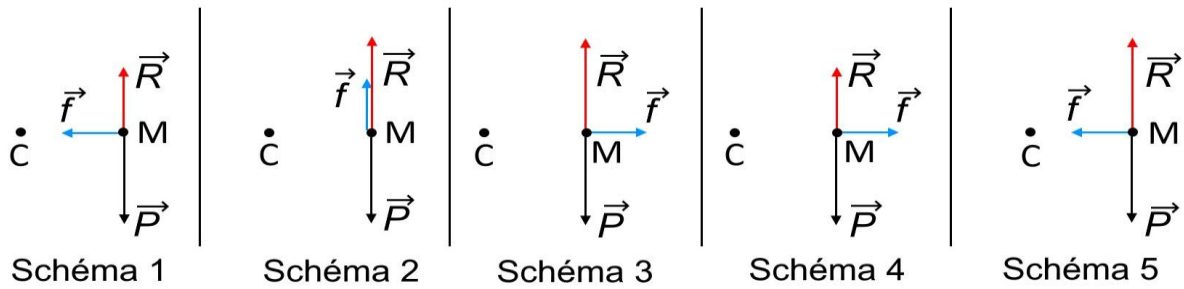


Schéma 1 : \vec{P} et \vec{R} ne se compensent pas \Rightarrow ne convient pas.

Schéma 2 : \vec{f} n'est pas colinéaire et de même sens que le vecteur $\vec{a} \Rightarrow$ ne convient pas.

Schéma 3 : \vec{f} n'est pas de même sens que le vecteur \vec{a} (centripète) \Rightarrow ne convient pas.

Schéma 4 : \vec{f} n'est pas de même sens que le vecteur \vec{a} (centripète) et \vec{P} et \vec{R} ne se compensent pas \Rightarrow ne convient pas.

Schéma 5 : \vec{f} est colinéaire et de même sens que le vecteur \vec{a} et \vec{P} et \vec{R} se compensent \Rightarrow convient.

Q.8. Dans le cas du virage étudié précédemment, choisir parmi les panneaux de limitations de vitesse ci-dessous celui qui devrait être placé avant le point O. Expliquer le raisonnement.

On a $\vec{f} = m\vec{a}$ soit, en norme, $f = m \cdot a$.

Par ailleurs $f < f_{\max}$ avec $f_{\max} = 10\,400$ N sur chaussée sèche et $7\,200$ N sur chaussée humide.

Donc : $m \cdot a < f_{\max}$

Soit : $m \frac{v^2}{r} < f_{\max}$

$$\Leftrightarrow v^2 < \frac{r \times f_{\max}}{m}$$

$$\Leftrightarrow v < \sqrt{\frac{r \times f_{\max}}{m}} \text{ en ne retenant que la solution positive.}$$

$\sqrt{\frac{75,0 \times 10400}{1200}}$	25.49509757
25.5*3.6	91.8

$\sqrt{\frac{75,0 \times 7200}{1200}}$	21.21320344
21.2*3.6	76.32

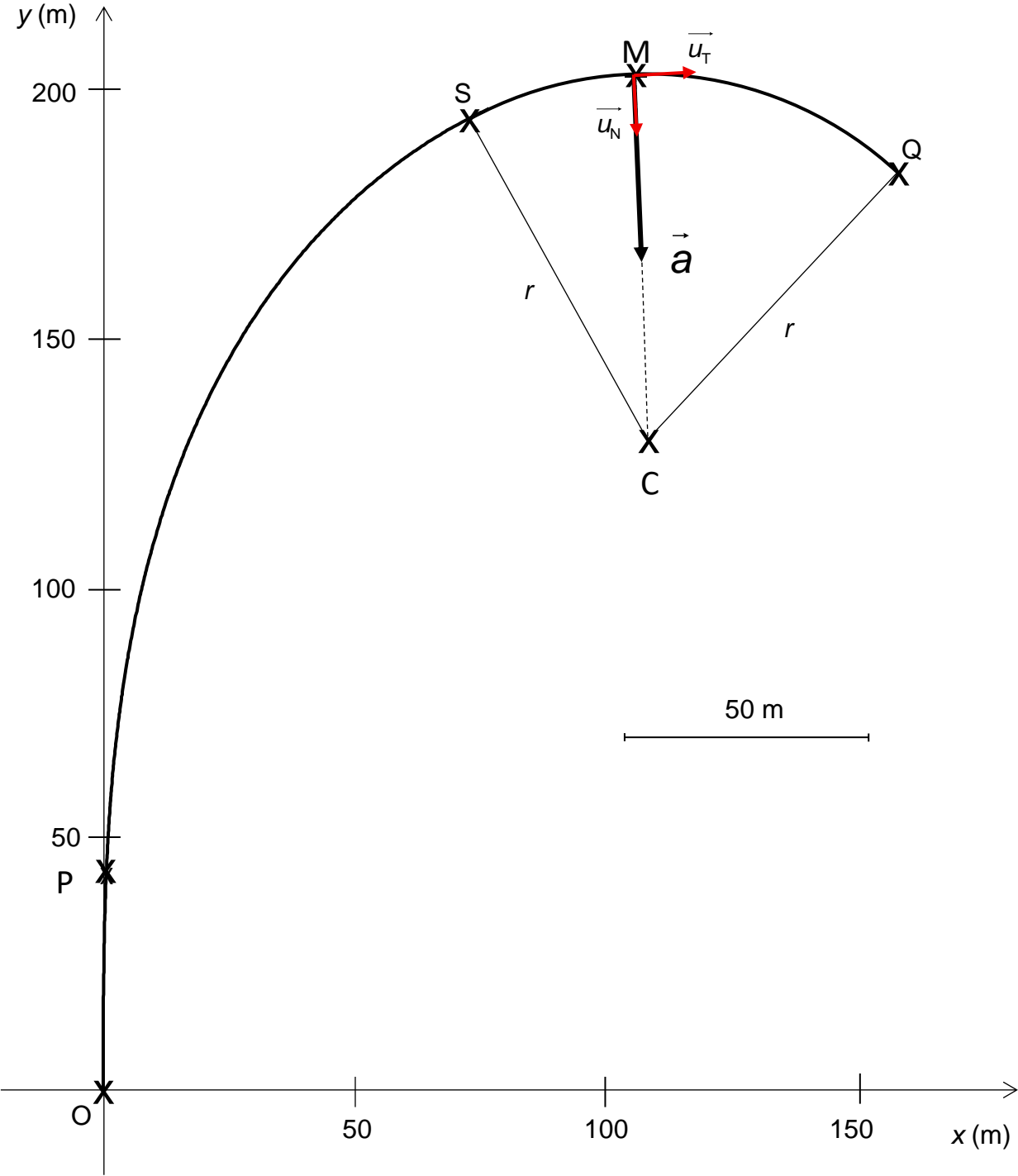
Chaussée sèche : $v < \sqrt{\frac{75,0 \times 10400}{1200}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 25,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 25,5 \times 3,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \approx 92 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

Chaussée humide : $v < \sqrt{\frac{75,0 \times 7200}{1200}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 21,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 21,2 \times 3,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \approx 76 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

Pour tenir compte des deux types de chaussées possibles, il faut placer avant le point O le panneau :



ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE – EXERCICE 2



1. Surveillance de la qualité de l'eau

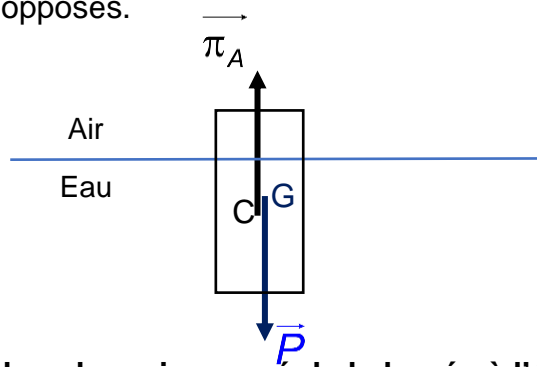
Q.1. Nommer les deux forces exercées sur la bouée supposée à l'équilibre puis les représenter sans souci d'échelle sur un schéma annoté.

Les deux forces exercées sur la bouée sont :

- Le poids \vec{P} appliqué au centre de masse G de la bouée, force verticale orientée vers le bas.
- La poussée d'Archimède due à l'eau $\vec{\pi}_A$ appliquée au centre de masse C de la partie immergée de la bouée (centre de poussée), force verticale orientée vers le haut.

À l'équilibre, les deux forces se compensent : $\vec{P} + \vec{\pi}_A = \vec{0}$. Elles ont donc la même direction et la même norme mais des sens opposés.

Schéma avec les deux forces :



Q.2. Déterminer la valeur de V_{imm} , le volume immergé de la bouée à l'équilibre.

On a : $P = \pi_A$

Soit : $m \cdot g = \rho_{eau} \cdot V_{imm} \cdot g$ Le volume d'eau déplacé est égal au volume immergé de la bouée

$$m = \rho_{eau} \cdot V_{imm}$$

$$V_{imm} = \frac{m}{\rho_{eau}}$$

$$\text{soit } V_{imm} = \frac{1,0 \text{ kg}}{1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Q.3. En déduire la proportion du volume immergé par rapport au volume total de la bouée. Commenter.

La proportion du volume immergé par rapport au volume total de la bouée est :

$$\frac{V_{imm}}{V_{bouée}} = \frac{1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{6,7 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 0,15 = 15 \, \%.$$

$$\frac{1,0}{6,7}$$

0.1492537313

15 % < 20 % : l'immersion de la bouée ne dépasse pas 20 % de son volume total.

Les instruments de communication sont bien maintenus hors de l'eau.

2. Traitement de l'eau

Q.4. Recopier la formule permettant de calculer le débit volumique D_V , en justifiant la réponse par une analyse dimensionnelle ou une analyse des unités.

$$D_V = \frac{V}{S} \quad ; \quad D_V = S \cdot v \quad ; \quad D_V = v^2 \cdot S$$

Le débit volumique $D_V = \frac{V}{\Delta t}$ s'exprime en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ car le volume V s'exprime en m^3 et la durée Δt s'exprime en s.

La vitesse v s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et la section S s'exprime en m^2 .

Ainsi :

$\frac{V}{S}$ s'exprime en $\frac{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{\text{m}^2} = \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \neq \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, la relation $D_V = \frac{V}{S}$ ne convient pas.

$S \cdot v$ s'exprime en $\text{m}^2 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ **la relation $D_V = S \cdot v$ convient.**

$v^2 \cdot S$ s'exprime en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^2 = \text{m}^4 \cdot \text{s}^{-2} \neq \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ la relation $D_V = v^2 \cdot S$ ne convient pas.

Q.5. Montrer, par un calcul, que la valeur du débit volumique de l'eau dans la canalisation est $D_V = 1,3 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

Au point A : $D_{V,A} = S_A \cdot v_A$.

La conduite horizontale présente un rétrécissement d'une section circulaire de diamètre d_A .

La section est donc $S_A = \pi \cdot \left(\frac{d_A}{2}\right)^2$.

$$D_{V,A} = S_A \cdot v_A = \pi \cdot \left(\frac{d_A}{2}\right)^2 \cdot v_A$$

$$D_{V,A} = \pi \times \left(\frac{55 \times 10^{-3} \text{ m}}{2}\right)^2 \times 5,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1,3 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\pi * \left(\frac{55 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 * 5.6$$

0.0133046449

Q.6. Exploiter la conservation du débit volumique pour montrer que la valeur de la vitesse de l'eau au point B vaut $16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le débit volumique se conserve entre les points A et B donc : $D_{V,A} = D_{V,B}$

Soit : $S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B$

$$\Leftrightarrow \pi \cdot \left(\frac{d_A}{2}\right)^2 \cdot v_A = \pi \cdot \left(\frac{d_B}{2}\right)^2 \cdot v_B$$

$$\Leftrightarrow d_A^2 \cdot v_A = d_B^2 \cdot v_B$$

$$\Leftrightarrow v_B = \frac{d_A^2 \cdot v_A}{d_B^2}$$

$$\Leftrightarrow v_B = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \cdot v_A$$

$$\left(\frac{55}{33}\right)^2 * 5.6$$

15.55555556

En laissant les diamètres en mm : $v_B = \left(\frac{55}{33}\right)^2 \times 5,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q.7. Nommer le phénomène physique observé au point B responsable de l'aspiration de l'air.

Il s'agit de l'effet Venturi.

L'effet Venturi se produit lors d'un passage d'un fluide dans une conduite dont la section diminue. Il provoque une chute de pression et donc ici une aspiration de l'air.

Q.8. Montrer que l'expression de la variation de la pression entre les points A et B

$$\Delta p = p_B - p_A \text{ peut s'exprimer : } \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho (v_A^2 - v_B^2)$$

La relation de Bernoulli dans la conduite horizontale appliquée sur une ligne de courant passant par les points A et B donne : $p_A + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot z_A = p_B + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2 + \rho \cdot g \cdot z_B$

La conduite étant horizontale : $z_A = z_B$.

$$\text{Ainsi : } p_A + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2$$

$$\text{Et : } \Delta p = p_B - p_A = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2$$

$$\boxed{\Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho (v_A^2 - v_B^2)}$$

Q.9. Calculer la valeur numérique de Δp . Commenter.

$$\Delta p = \frac{1}{2} \times 1,00 \times 10^3 \times (5,6^2 - 16^2) \text{ Pa} = -1,1 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

Commentaire : La forte chute de pression conduit à l'aspiration de l'air, conforme à l'effet Venturi.
Remarque : La pression atmosphérique est proche de $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$, la baisse de pression semble donc trop grande puisqu'elle conduirait à une pression négative (impossible). Sans doute que le régime d'écoulement de l'eau n'est permanent.

Q.10. Montrer qu'il faut ajouter 344 g de dioxygène à l'eau du bassin pour atteindre un taux de dioxygène de $6 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

Le taux d'oxygénation doit passer de $4 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ à $6 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ soit une augmentation de $2 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

$$2 \text{ mg} = 2 \times 10^{-3} \text{ g} \Leftrightarrow 1 \text{ L} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$m(\text{O}_2) = ? \text{ g} \Leftrightarrow V_{\text{eau}} = 172 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow m(\text{O}_2) = \frac{172 \text{ m}^3 \times 2 \times 10^{-3} \text{ g}}{1 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 344 \text{ g.}$$

Q.11. Calculer le volume d'eau qui doit être brassé par l'aérateur pour assimiler la masse de dioxygène nécessaire.

L'aérateur permet l'assimilation de 6 mg de dioxygène par litre d'eau brassé.

$$6 \times 10^{-3} \text{ g} \Leftrightarrow 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$344 \text{ g} \Leftrightarrow V_{\text{eau, brassée}} = ? \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{eau, brassée}} = \frac{344 \text{ g} \times 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{6 \times 10^{-3} \text{ g}} = 57 \text{ m}^3.$$

172*2	
344	344
6	172
Rep>Déc	57.33333333

Q.12. Déterminer si l'oxygénation de l'eau peut être faite en moins de deux heures dans ces conditions.

Avec un débit volumique de $D_v = \frac{V_{\text{eau, brassée}}}{\Delta t} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, il faut une durée Δt égale à :

$$\Delta t = \frac{V_{\text{eau, brassée}}}{D_v}$$

$$\text{soit } \Delta t = \frac{57 \text{ m}^3}{1,3 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}} \approx 4,4 \times 10^3 \text{ s} \text{ soit environ } 1,2 \text{ h} < 2 \text{ h.}$$

57	
1.3E-2	4384.615385
Rep/3600	1.217948718

L'oxygénation de l'eau peut être faite en moins de deux heures.

Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org