

Exercice 1 – Mesure de l'épaisseur d'un film alimentaire (11 points)

1. Mesure de l'épaisseur d'un film alimentaire par capacimétrie.

Q1. Loi des mailles : $E = u_R + u_C$

Loi d'Ohm : $u_R = R \times i$

$$\text{Relation intensité-tension : } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

car C est une constante.

On reporte l'expression de $u_R = R \times i$ dans la loi des mailles :

$$E = R \times i + u_C$$

$$E = RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C$$

$$\text{En divisant chaque membre par } RC : \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\text{Par identification avec l'expression de l'énoncé : } \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau} \text{ on a } \tau = RC.$$

Q2. On reporte la solution $u_C(t) = A \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ dans l'équation différentielle avec $\frac{du_C}{dt} = \frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$.

$$\text{Soit : } \frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{\tau} = \frac{E}{\tau} \Leftrightarrow \frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{\tau} - \frac{A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

$$\frac{A}{\tau} = \frac{E}{\tau} \text{ soit } A = E \text{ et finalement : } u_C(t) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Plus rapide : Pour $t \rightarrow \infty$, le condensateur est chargé alors $u_C = E$.

$$A \cdot \left(1 - e^{-\frac{\infty}{\tau}}\right) = E$$

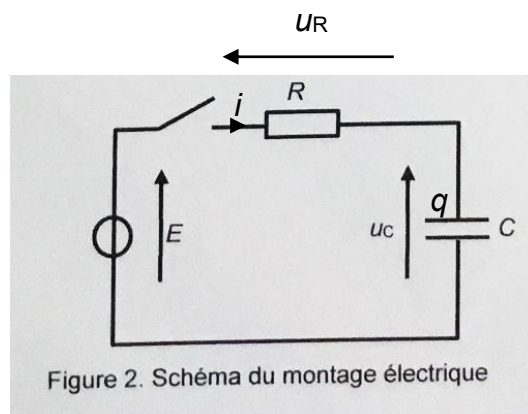
$$A \cdot (1 - 0) = E \text{ donc } A = E.$$

$$\text{Q3. } u_C(\tau) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right) = E \cdot (1 - e^{-1}) = 0,63 \times E.$$

| | |
|--------------|--------------|
| $1 - e^{-1}$ | |
| | 0.6321205588 |
| Rep*4.9 | |
| | 3.097390738 |

$$\text{Q4. On a } E = 4,9 \text{ V donc } u_C(\tau) = 0,63 \times 4,9 \text{ V} = 3,1 \text{ V}.$$

On trace une droite horizontale d'ordonnée 3,1 V qui coupe la courbe en un point d'abscisse égale à τ .



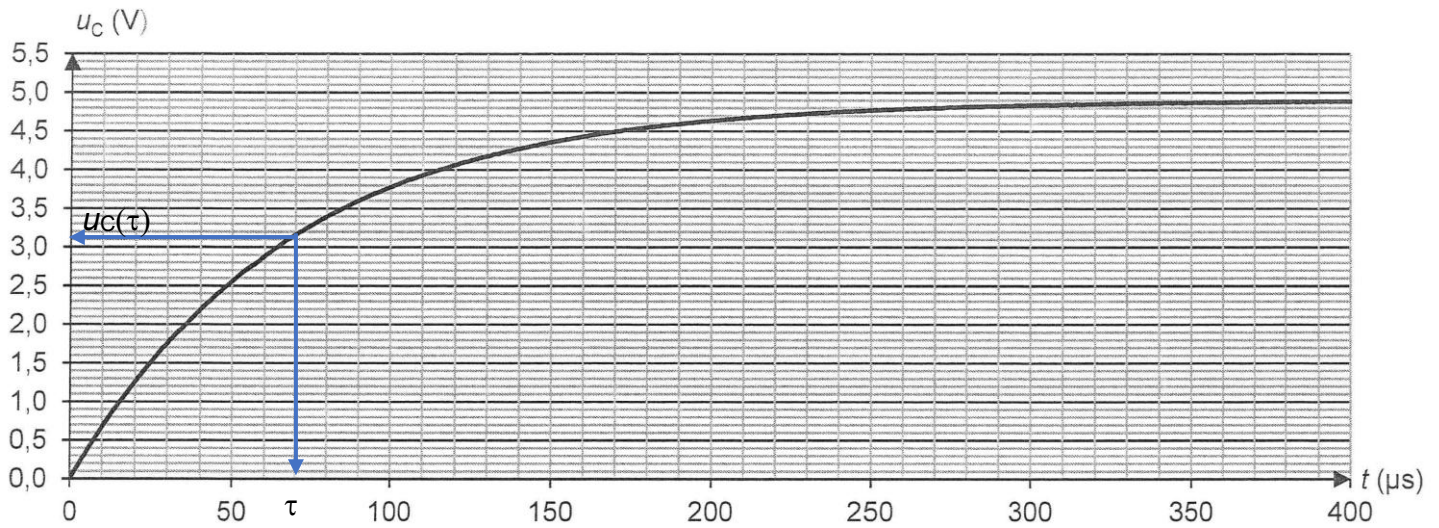


Figure 3. Évolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps

Graphiquement, pour $u_C = 3,1 \text{ V}$, on lit : $\tau = 70 \mu\text{s}$.

Q5. $\tau = R \cdot C$ donc $C = \frac{\tau}{R}$

soit $C = \frac{70 \times 10^{-6} \text{ s}}{1,00 \times 10^3 \Omega} = 7,0 \times 10^{-8} \text{ F} = 70 \text{ nF}$.

Q6. $C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r, \text{film}} \cdot S}{e_{\text{film}}}$ donc $e_{\text{film}} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r, \text{film}} \cdot S}{C}$.

En convertissant la surface S en m^2 :

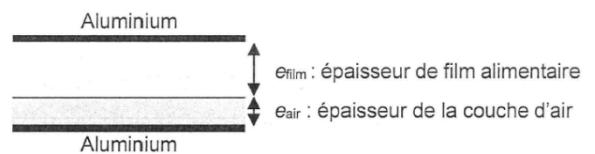
$e_{\text{film}} = \frac{8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1} \times 2,3 \times 21 \times 10^{-2} \text{ m} \times 28 \times 10^{-2} \text{ m}}{69,8 \times 10^{-9} \text{ F}} = 1,7 \times 10^{-5} \text{ m} = 17 \mu\text{m}$.

Q7. $z = \left| \frac{17 - 7,6}{1,0} \right| = 9,4$. L'écart entre l'épaisseur du film de référence et celle mesurée est plus de neuf fois supérieur à l'incertitude-type. Il y a un net désaccord entre la valeur de référence et la valeur mesurée.

| | |
|--------------------|------------|
| $\frac{17-7,6}{1}$ | 9.4 |
|--------------------|------------|

Q8. Cas limite n°1 : l'épaisseur de la couche d'air est nulle donc : $e_{\text{air}} = 0 \text{ m}$.

$$C' = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{\frac{e_{\text{air}}}{\epsilon_{r, \text{air}}} + \frac{e_{\text{film}}}{\epsilon_{r, \text{film}}}} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{0 + \frac{e_{\text{film}}}{\epsilon_{r, \text{film}}}} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r, \text{film}} \cdot S}{e_{\text{film}}}$$



On retrouve l'expression donnée dans l'énoncé.

Cas limite n°2 : l'épaisseur de la couche du film alimentaire est nulle donc : $e_{\text{film}} = 0 \text{ m}$.

$$C' = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{\frac{e_{\text{air}}}{\epsilon_{r, \text{air}}} + \frac{e_{\text{film}}}{\epsilon_{r, \text{film}}}} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{\frac{e_{\text{air}}}{\epsilon_{r, \text{air}}} + 0} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r, \text{air}} \cdot S}{e_{\text{air}}}$$

L'expression $C' = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{\frac{e_{\text{air}}}{\epsilon_{r, \text{air}}} + \frac{e_{\text{film}}}{\epsilon_{r, \text{film}}}}$ est donc compatible avec celle précisée dans l'énoncé.

$$Q9. C' = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} + \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}}} \Leftrightarrow \frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} + \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{C'} \Leftrightarrow \frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{C'} - \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}}$$

$$e_{air} = \epsilon_{r,air} \cdot \left(\frac{\epsilon_0 \cdot S}{C'} - \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}} \right) \quad \text{Avec } C' = 69,8 \text{ nF}, e_{film} = e_{film,réf} = 7,6 \mu\text{m} \text{ il vient :}$$

$$e_{air} = 1,0 \times \left(\frac{8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1} \times 21 \times 10^{-2} \text{ m} \times 28 \times 10^{-2} \text{ m}}{69,8 \times 10^{-9} \text{ F}} - \frac{7,6 \times 10^{-6} \text{ m}}{2,3} \right) = 4,2 \times 10^{-6} \text{ m} = 4,2 \mu\text{m}.$$

$$\frac{8.85E-12 * 21E-2 * 28E-2}{69.8E-9} - \frac{7.6E-6}{2.3} = 4.150953034E-6$$

L'épaisseur du film d'air est plus petite que l'épaisseur du film alimentaire, mais elle n'est pas négligeable.

2. Mesure de l'épaisseur du film alimentaire par pesée

Q10. On modélise le film alimentaire par un parallélépipède rectangle d'épaisseur e_{film} et de côtés $\ell = 29 \text{ cm}$ et $L = 30 \text{ m}$. Le volume du film alimentaire est donc : $V_{film} = e_{film} \cdot \ell \cdot L$.

La masse volumique du film alimentaire est donc : $\rho_{film} = \frac{m_{fil}}{V_{fil}} = \frac{m_{fil}}{e_{film} \cdot \ell \cdot L}$.

$$\text{L'épaisseur du film est donc : } e_{film} = \frac{m_{fil}}{\rho_{film} \cdot \ell \cdot L}$$

En convertissant la masse en kg :

$$e_{film} = \frac{70,56 \times 10^{-3} \text{ kg}}{1,25 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 29 \times 10^{-2} \text{ m} \times 30 \text{ m}} = 6,5 \times 10^{-6} \text{ m} = 6,5 \mu\text{m}.$$

Valeur voisine de l'épaisseur de référence $7,6 \mu\text{m}$.

$$\frac{70.56E-3}{1.25E3 * 0.29 * 30} = 6.488275862E-6$$

3. Mesure de l'épaisseur du film alimentaire par interférométrie

Q11. Pour des interférences constructives : $\delta = k \times \lambda$ avec k entier positif ou négatif.

$$Q12. p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\beta \times e_{film}}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

Si $\frac{\beta \times e_{film}}{\lambda}$ est un entier alors p est un demi-entier.

On se retrouve dans le cas où $\delta = p \times \lambda$ avec p est un demi-entier.

On observera des interférences destructives.

Q13. Les maxima d'intensité entourés correspondent aux longueurs d'ondes pour lesquelles les interférences sont constructives.

Q14. La courbe représentative de l'ordre d'interférence p en fonction de $1/\lambda$ est une fonction affine modélisée par l'équation : $p = 22443 \times \frac{1}{\lambda} + 0,51$.

Elle est cohérente avec la relation 1, $p = \frac{\beta \times e_{film}}{\lambda} + \frac{1}{2} = (\beta \times e_{film}) \times \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2}$

car :

- p varie en $\frac{1}{\lambda}$;
- l'ordonnée à l'origine (0,51) est voisine de $\frac{1}{2}$.

Q15. Par identification entre les deux expressions de p précédentes : $\frac{\beta \times e_{film}}{\lambda} = \frac{22443}{\lambda}$

Soit : $\beta \times e_{film} = 22443$ avec e_{film} en nm car λ en nm.

$$e_{film} = \frac{22443}{\beta} nm = \frac{22443}{3,02} nm = 7,43 \times 10^3 nm = 7,43 \mu m.$$

L'épaisseur du film mesurée par interférométrie est nettement plus proche de la valeur de référence $7,6 \mu m$ que les autres méthodes.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs : labolycee@labolycee.org

Q1. Il faut diluer 5 fois la solution d'eau de Quinton commerciale.

Solution mère :

Eau de Quinton commerciale hypertonique

C_0

$V_0 = ?$

Au cours d'une dilution la quantité de matière de soluté se conserve :

$$C_0 \cdot V_0 = C_1 \cdot V_1$$

$$C_0 \cdot V_0 = \frac{C_0}{5} \cdot V_1$$

$$V_0 = \frac{V_1}{5}$$

$$V_0 = 100,0 / 5 = 20,0 \text{ mL}$$

Protocole :

On verse de la solution mère dans un becher.

À l'aide d'une pipette jaugée de 20,0 mL, on prélève le volume de solution mère que l'on verse dans une fiole jaugée de 100,0 mL.

On ajoute de l'eau distillée jusqu'au tiers de la fiole. On agite.

On poursuit l'ajout d'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

On bouche, on agite.

Solution fille :

Eau de Quinton isotonique

$C_1 = C_0/5$

$V_1 = 100,0 \text{ mL}$

Q2. La solution préparée est isotonique si sa concentration en ions chlorure est comprise dans l'intervalle 100 à 110 mmol·L⁻¹.

La solution a été préparée à partir d'eau de mer dont la concentration en masse est égale à $C_{m0} = 19,4 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

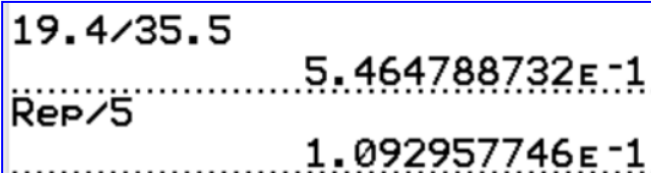
$$C_0 = C_{m0} / M(\text{Cl})$$

$$C_0 = \frac{19,4 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}}{35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,546 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$C_1 = C_0/5$$

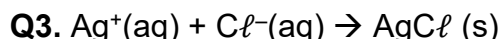
$$\text{Donc } C_1 = 0,109 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = 109 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La concentration est bien dans l'intervalle annoncé, la solution est isotonique.



Handwritten calculation showing the conversion of mass concentration to molar concentration and its subsequent dilution:

$$\begin{array}{l} 19.4/35.5 \\ \dots\dots\dots 5.464788732\text{E}-1 \\ \text{Rep}/5 \\ \dots\dots\dots 1.092957746\text{E}-1 \end{array}$$



Q4. La figure 2 montre que la concentration en espèce A diminue, puis est nulle après l'équivalence : c'est le réactif $\text{Cl}^-(\text{aq})$.

La concentration en espèce B est nulle jusqu'à l'équivalence puis augmente ensuite, c'est le réactif $\text{Ag}^+(\text{aq})$.

La concentration en espèce C augmente sans cesse : c'est l'ion spectateur versé $\text{NO}_3^-(\text{aq})$.

La concentration en espèce D ne varie pas, c'est l'ion spectateur $\text{Na}^+(\text{aq})$ initialement présent.

Q5. À l'équivalence, les réactifs ont été mélangés dans les proportions stœchiométriques

$$n(\text{Ag}^+)_{\text{versée}} = n(\text{Cl}^-)_{\text{initiale}}$$

$$C_2 \cdot V_E = C_1 \cdot V_1$$

$$\text{donc } V_E = \frac{C_1 \cdot V_1}{C_2}$$

Avec les notations du programme Python, on obtient $V_E = (C_1 * V_1) / C_2$.

Q6.

La conductivité de la solution dépend de la concentration des ions et de leur conductivité molaire ionique, suivant la loi de Kohlrausch $\sigma = \sum_i \lambda_i \cdot [X_i]$.

| Concentration | Avant l'équivalence | Après l'équivalence |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| A = Cl^- | Diminue | Nulle |
| B = Ag^+ | Nulle | Augmente |
| C = NO_3^- | Augmente | Augmente |
| D = Na^+ | Ne varie pas | Ne varie pas |

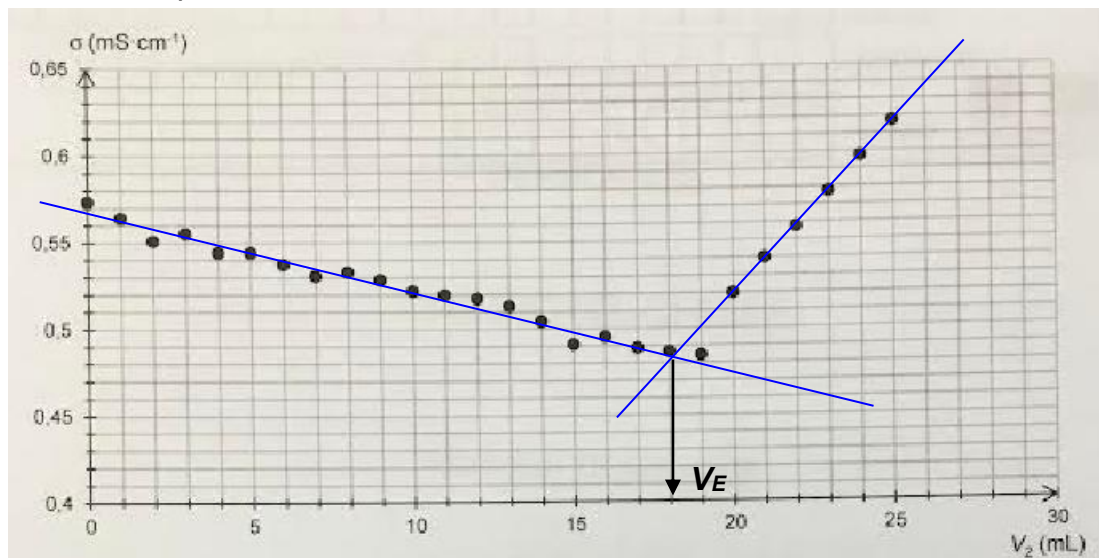
Avant l'équivalence, les ions NO_3^- remplacent au fur et à mesure les ions Cl^- ,
or $\lambda(\text{NO}_3^-) < \lambda(\text{Cl}^-)$, donc la conductivité diminue.

Après l'équivalence, la concentration en ions Ag^+ et NO_3^- augmente donc la conductivité augmente.

Q7. On a établi précédemment que $C_2 \cdot V_E = C_1 \cdot V_1$

$$\text{donc } C_1 = \frac{C_2 \cdot V_E}{V_1}$$

On détermine le volume équivalent $V_E = 18,0 \text{ mL}$.



$$C_1 = \frac{3,00 \times 10^{-1} \times 18,0}{10,0} = 0,540 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Ne pas tenir compte des 200 mL d'eau distillée

$$C_m = C_1 \cdot M(\text{Cl})$$

$$C_m = 0,540 \times 35,5 = 19,2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\frac{0.3 \times 18}{10} = 5.4 \text{E-1}$$

$$\text{Rep} \times 35.5 = 1.917 \text{E1}$$

Q8. Calculons l'incertitude sur la concentration C_{Quinton} .

$$u(C_{\text{Quinton}}) = C_{\text{Quinton}} \times \sqrt{\left(\frac{u(V_1)}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u(C_2)}{C_2}\right)^2}$$

$$1.917 \text{E1} \times \sqrt{\left(\frac{0.02}{10}\right)^2 + \left(\frac{0.5}{18}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-1}}\right)^2} = 5.489617888 \text{E-1}$$

$$u(C_{\text{Quinton}}) = 19,17 \times \sqrt{\left(\frac{0,02 \text{ mL}}{10,0 \text{ mL}}\right)^2 + \left(\frac{0,5 \text{ mL}}{18,0 \text{ mL}}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{3,00 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}\right)^2} = 0,55 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

On arrondit l'incertitude par excès à 1 chiffre significatif alors $u(C_{\text{Quinton}}) = 0,6 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$

On peut calculer le z-score = $\frac{|C_{\text{Quinton}} - C_{\text{réf}}|}{u(C_{\text{Quinton}})}$

$$\text{z-score} = \frac{|19,2 - 19,4|}{0,6} = 0,3 < 2$$

La valeur trouvée expérimentalement s'écarte de 0,3 fois l'incertitude de mesure de la valeur de la concentration de l'eau de mer bretonne. C'est un écart assez faible qui permet de valider la valeur trouvée expérimentalement.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs : labolycee@labolycee.org

Exercice 3 – Un parfum de rose (5 points)

Q.1. Il s'agit du groupe **hydroxyle**.

Le géraniol appartient à la famille des **alcools** et des **alcènes**.

L'éthanoate de géranyle appartient à la famille des **esters** et des **alcènes**.

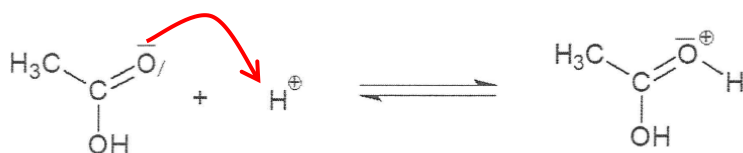
Q.2. Le spectre IR de la figure 1 comporte une bande forte et fine (comme la bonne moutarde) vers 1740 cm^{-1} , caractéristique de la liaison $\text{C}=\text{O}$ présente dans les esters. De plus il n'y a pas de bande forte entre 3200 et 3700 cm^{-1} (caractéristique de la liaison $\text{O}-\text{H}$ des alcools).

On en déduit que le spectre IR de la figure 1 est celui de l'éthanoate de géranyle.

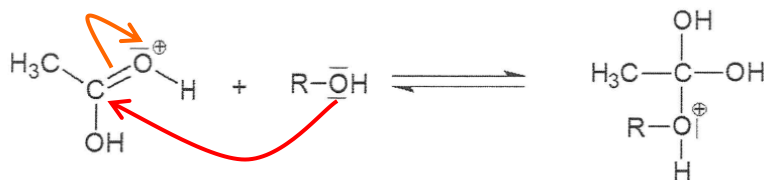
Q.3. Un catalyseur est une substance dont la présence diminue la durée d'une réaction. Elle est consommée lors d'une étape du mécanisme réactionnel puis est reformée lors d'une étape ultérieure (le catalyseur n'apparaît donc pas dans l'équation de réaction).

Ici, le catalyseur est l'ion hydrogène H^+ , consommé à l'étape 1 puis régénéré à l'étape 5.

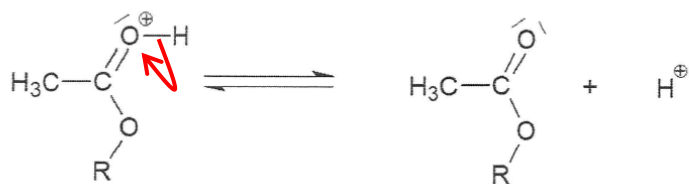
Q.4. Étape 1 :



Étape 2 :

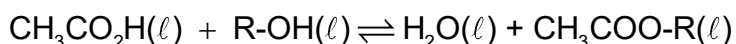


Étape 5 :



Q.5. La conservation de la matière implique que A soit H_2O (eau).

L'équation de la réaction d'estérification étudiée est donc :



Q.6. On chauffe le mélange car la **température** est un **facteur cinétique** : plus elle est élevée et plus la durée d'évolution du système est réduite.

Q.7. La phase organique contenant l'ester et l'alcool restant a une densité comprise entre 0,89 (alcool) et 0,92 (ester) : elle est donc située au-dessus de la phase aqueuse de densité supérieure ($d \approx 1$).

Q.8. Déterminons les quantités de matière initiales d'acide éthanoïque (A) et de géraniol (G):

$$n(A)_i = C_A \times V_A \text{ soit } n(A)_i = 1,0 \times 50 \times 10^{-3} = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol} ;$$

$$n(G)_i = \frac{m(G)_i}{M(G)} \text{ soit } n(G)_i = \frac{7,7}{154,25} = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$7.7/154.25 = 4.991896272E-2$$

En tenant compte de la stœchiométrie, on a bien $\frac{n(A)_i}{1} = \frac{n(G)_i}{1}$ donc les réactifs ont bien été introduits dans les proportions stœchiométriques.

Q.9. L'espèce titrée est l'acide éthanoïque $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$, l'espèce titrante est l'ion hydroxyde HO^- (qui est une base).

L'équation support du titrage est donc : $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq}) \rightarrow \text{CH}_3\text{CO}_2^-(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell)$

En utilisant la méthode des tangentes parallèles, on trouve $V_E = 32,8 \text{ mL}$.

$$\frac{n(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H})_{\text{titré}}}{1} = \frac{n(\text{HO}^-)_{\text{versé}}}{1} \text{ soit } n(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H})_{\text{titré}} = C_B \times V_E$$

$$\text{Donc } n(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H})_{\text{titré}} = 1,0 \times 32,8 \times 10^{-3} = 3,3 \times 10^{-2} \text{ mol}.$$

Q.10. Il reste donc $3,3 \times 10^{-2} \text{ mol}$ sur les $5,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$ introduites initialement : on peut donc considérer que $1,7 \times 10^{-2} \text{ mol}$ d'acide éthanoïque ont réagi et donc que $1,7 \times 10^{-2} \text{ mol}$ d'ester s'est formé (la stœchiométrie est de 1 pour 1).

Par définition du rendement (ici) : $\eta = \frac{n(\text{ester})_{\text{exp}}}{n(\text{ester})_{\text{MAX}}}$

$$\text{Or, ici } \frac{n(\text{ester})_{\text{MAX}}}{1} = \frac{n(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H})_i}{1} \text{ donc } n(\text{ester})_{\text{MAX}} = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$\text{Finalement, } \eta = \frac{1,7 \times 10^{-2}}{5,0 \times 10^{-2}} = 0,34 \text{ soit } 34 \%$$

Rq : on retrouve la confusion classique dans les sujets de BAC récents entre rendement et taux d'avancement final. En fait, il s'est globalement formé 34 % d'ester mais le rendement sera au mieux de 34 % à cause des pertes lors des opérations d'isolement et de purification (et des compétences du chimiste).

Pour calculer un rendement, il faut connaître la quantité de matière de produit voulu après isolement et purification.

Q.11. Déterminons d'abord la masse de géraniol G à laquelle peut être exposée une personne de 65 kg : $65 \times 17,75 = 1153,75 \text{ mg} = 1,15375 \text{ g}$ (résultat intermédiaire non arrondi).

Déterminons ensuite la masse de géraniol G dans une pulvérisation :

Une pulvérisation contient 0,15 mL de parfum de densité 0,84, $d = \frac{\rho_{\text{parfum}}}{\rho_{\text{eau}}}$ donc $\rho_{\text{parfum}} = d \cdot \rho_{\text{eau}}$.

De plus $\rho_{\text{parfum}} = \frac{m_{\text{parfum}}}{V_{\text{parfum}}}$, ainsi $m_{\text{parfum}} = \rho_{\text{parfum}} \cdot V_{\text{parfum}} = d \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot V_{\text{parfum}}$

soit une masse $m_{\text{parfum}} = 0,84 \times 1,00 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} \times 0,15 \text{ mL} = 0,126 \text{ g}$ (résultat intermédiaire non arrondi).

Le parfum contient 0,001 % en masse de géraniol donc la masse de géraniol dans une pulvérisation est : $m_{\text{géraniol}} = 0,126 \times \frac{0,001}{100} = 1,26 \times 10^{-6} \text{ g}$.

Par proportionnalité, 1 pulvérisation $\Leftrightarrow 1,26 \times 10^{-6} \text{ g}$

X pulvérisations $\Leftrightarrow 1,15375 \text{ g}$

Donc $X = \frac{1 \times 1,15375}{1,26 \times 10^{-6}} = 9,2 \times 10^5$ pulvérisations ce qui extrêmement élevé et paraît non atteignable.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org