

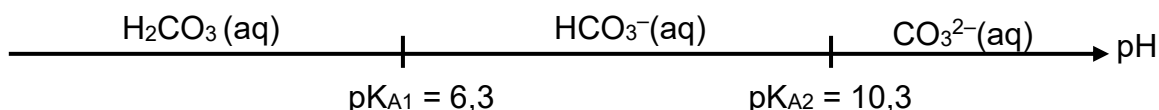
Exercice 1 – Batteries au Lithium (9 points)

Q1- Donner la liste de la verrerie à utiliser pour préparer la solution S par dilution du filtrat.

Pour effectuer une dilution au centième et obtenir 200,0 mL de solution S, il faut :

- un bécher pour contenir la solution mère à prélever ;
- une pipette jaugée de 2,0 mL pour le prélèvement ;
- une fiole jaugée de 200,0 mL pour contenir la solution fille.

Q2- Tracer le diagramme de prédominance des espèces acido-basiques $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})$, $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$, $\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$.



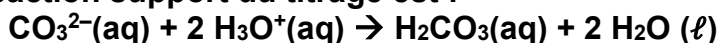
Q3- Indiquer l'espèce prédominante présente initialement dans la solution titrée sachant que son pH initial est égal à 11,4.

Dans la solution titrée de pH initial égal à 11,4 > pK_{A2}, l'espèce prédominante est CO_3^{2-} .

Q4- Préciser, en justifiant, si cette espèce est un acide, une base ou un ampholyte.

CO_3^{2-} est uniquement la base du couple $\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$ (elle peut capter un ion H^+ pour se transformer en son acide conjugué HCO_3^-).

L'équation de la réaction support du titrage est :



Le volume de la solution titrante versé à l'équivalence de ce titrage est $V_E = 15,2$ mL.

Q5- Définir l'équivalence d'un titrage.

À l'équivalence d'un titrage, le réactif titré et le réactif titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation de titrage : il n'en reste plus.

Q6- Donner la relation entre la quantité de matière initiale des ions carbonate $n_0(\text{CO}_3^{2-})$ et la quantité de matière des ions oxonium $n_E(\text{H}_3\text{O}^+)$ versée à l'équivalence.

D'après l'équation de l'équation support du titrage : $n_0(\text{CO}_3^{2-}) = \frac{n_E(\text{H}_3\text{O}^+)}{2}$.

Q7- Déterminer si l'objectif d'extraction du lithium de la saumure est atteint.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

Pour répondre au problème posé, il faut déterminer la concentration en masse en ions carbonate du filtrat.

En exploitant le titrage : $n_0(\text{CO}_3^{2-}) = \frac{n_E(\text{H}_3\text{O}^+)}{2} \Leftrightarrow C_1 \times V_1 = \frac{C_2 \times V_E}{2}$

$$\text{Donc } C_1 = \frac{C_2 \times V_E}{2 \times V_1}$$

$$\text{soit } C_1 = \frac{1,00 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 15,2 \text{ mL}}{2 \times 5,0 \text{ mL}} = 1,52 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ (résultat intermédiaire non arrondi)}$$

La solution ayant été diluée 100 fois : $C_0 = 100 \times C_1 = 1,52 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$$C_{m0} = C_0 \times M(\text{CO}_3^{2-}) \text{ donc } C_{m0} = 1,52 \times 60,0 = 91,2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} \text{ (91 en toute rigueur car 2 CS sur } V_1)$$

$C_{m0} > 60 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ donc l'objectif d'extraction de la saumure est atteint (comme la tarte).

Q8- Associer, en justifiant, les réactions 1 et 2 aux électrodes cathode et anode mentionnées sur la figure 1.

Par définition, la Cathode est le siège d'une Réduction (consommation d'électrons), il s'y produit la réaction 1 : $\text{CoO}_2(\text{s}) + \text{Li}^+(\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{LiCoO}_2(\text{s})$.

Par définition, l'Anode est le siège d'une Oxydation (libération d'électrons), il s'y produit la réaction 2 : $\text{LiC}_6(\text{s}) \rightarrow \text{Li}^+(\text{aq}) + \text{C}_6(\text{s}) + \text{e}^-$.

Rq : en toute rigueur il faut utiliser la notation \rightarrow plutôt que $=$ car il s'agit d'une équation ayant lieu à une électrode et pas d'une demi-équation électronique.

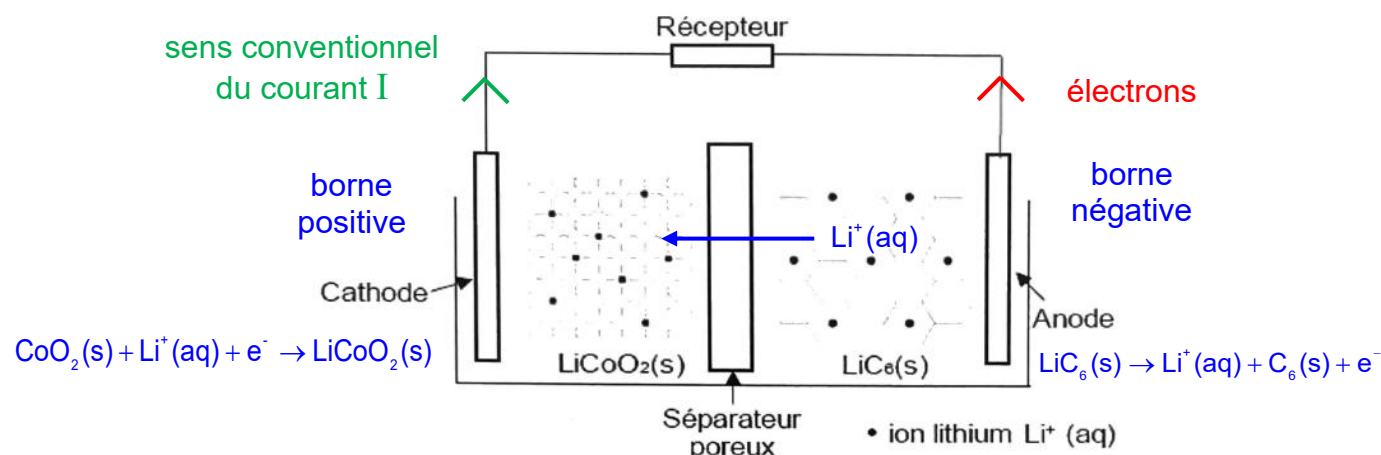
Q9- Faire apparaître sur le schéma de l'ANNEXE p. 9 A RENDRE AVEC LA COPIE :

o les polarités de pile ;

o le sens du courant électrique à l'extérieur de la pile ;

o le nom et le sens de déplacement des porteurs de charge à l'extérieur de pile ;

o le mouvement des ions lithium au sein de la pile.



Explications (non demandées) :

- L'anode fournit des électrons (porteurs de charges) au circuit : elle constitue donc la borne négative de la pile ;

- Le sens (conventionnel) du courant va de la borne positive vers la borne négative ;

- Les ions Li^+ étant chargés positivement, ils circulent dans le sens contraire de celui des électrons.

Une batterie lithium-ion, d'une capacité totale $Q = 214 \text{ A}\cdot\text{h}$, équipe un véhicule électrique présentant une autonomie de 500 km.

Q10- Calculer la valeur de la quantité de matière d'électrons $n(\text{e}^-)$ échangés lors d'une décharge complète de la batterie.

$$Q = n(\text{e}^-) \times N_A \times e \Leftrightarrow n(\text{e}^-) = \frac{Q}{N_A \times e} \quad (\text{attention } Q \text{ en C et pas en A}\cdot\text{h})$$

$$n(\text{e}^-) = \frac{214 \times 3,6 \times 10^3}{6,02 \times 10^{23} \times 1,60 \times 10^{-19}} = 8,00 \text{ mol}$$

Q11- En déduire la valeur de la masse $m(\text{LiC}_6)$ de $\text{LiC}_6(\text{s})$ nécessaire.

D'après la réaction 2 : $\text{LiC}_6(\text{s}) \rightarrow \text{Li}^+(\text{aq}) + \text{C}_6(\text{s}) + \text{e}^-$, on a $\frac{n(\text{e}^-)}{1} = \frac{n(\text{LiC}_6)_{\text{consommé}}}{1}$

$$\text{Donc } \frac{m(\text{LiC}_6)_{\text{minimale}}}{M(\text{LiC}_6)} = n(\text{e}^-) \Leftrightarrow m(\text{LiC}_6)_{\text{minimale}} = n(\text{e}^-) \times M(\text{LiC}_6)$$

$$\text{Soit } m(\text{LiC}_6)_{\text{minimale}} = 8,00 \times 79,0 = 632 \text{ g}.$$

Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs : labolycee@labolycee.org

Exercice 2 – Slam Dunk au golf (6 points)

Partie 1 – Mesure de la vitesse initiale d'une balle de golf

Document – Radar de mesure

La valeur de la vitesse initiale d'une balle de golf peut être déterminée grâce à un radar placé derrière le joueur.

L'appareil utilise un émetteur qui génère une onde électromagnétique de fréquence $f_E = 21,125 \text{ GHz}$ ainsi qu'un récepteur qui capte l'onde après réflexion sur la balle.

La différence Δf entre la valeur de la fréquence de l'onde émise et celle de l'onde reçue permet d'accéder à la valeur de la vitesse v de la balle qui s'affiche sur l'écran du radar grâce à la relation : $|\Delta f| = \frac{2 \times v}{c} \times f_E$.

Données :

- Célérité d'une onde électromagnétique dans le vide ou dans l'air : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- $1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$

À la suite de la frappe réalisée par une golfeuse, un radar mesure un décalage de fréquence dont la valeur absolue est $|\Delta f| = 4\,225 \text{ Hz}$.

Q1- Nommer le phénomène physique lié au décalage de fréquence.

L'effet Doppler est responsable de ce décalage de fréquence.

Q2- Calculer la valeur de la vitesse initiale v_0 de la balle frappée par la joueuse.

$$|\Delta f| = \frac{2 \times v}{c} \times f_E \text{ donc } v = \frac{|\Delta f| \cdot c}{2 \cdot f_E}$$

$$v = \frac{4225 \times 3,00 \times 10^8}{2 \times 21,125 \times 10^9} = 30,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Partie 2 – Conditions de réalisation d'un slam dunk

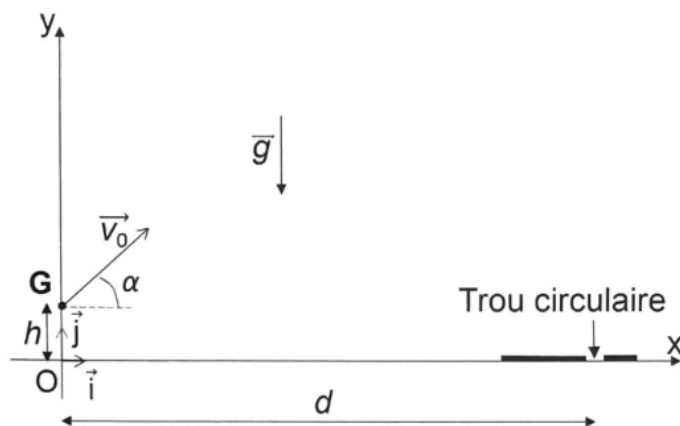


Figure 1 : Schéma du lancer de la balle de golf de centre de masse G à l'instant initial

Données :

- Masse de la balle de golf : $m = 46 \text{ g}$
- Hauteur initiale du centre de masse : $h = 3,0 \text{ cm}$
- Distance entre le centre de masse G de la balle et le trou : $d = 1,5 \times 10^2 \text{ m}$

Q3- Déterminer les expressions littérales des coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération \vec{a} du centre de masse G de la balle suivant les axes Ox et Oy.

Système {balle de golf} de masse m et de centre de masse G.

Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère d'étude (Oxy).

Dans le cas d'une chute libre, la balle n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection selon les axes Ox et Oy du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur \vec{g} indiqué sur le schéma il vient :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$$

Q4- Montrer que les équations horaires de son mouvement sont :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos(\alpha)) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin(\alpha)) \cdot t + h \end{cases}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ donc } a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} \text{ et } a_y = \frac{dv_y(t)}{dt}$$

$$\text{Ainsi en primitivant on obtient } \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + Cte_2 \end{cases}$$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

$$\text{Coordonnées du vecteur vitesse initiale } \vec{v}_0 : \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a :

$$v_0 \cdot \cos \alpha = Cte_1$$

$$v_0 \cdot \sin \alpha = 0 + Cte_2$$

$$\text{Finalement : } \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\text{Q3. À chaque instant } \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \text{ donc } v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \text{ et } v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

$$\text{En primitivant on obtient } \overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + Cte_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + Cte_4 \end{cases}$$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le ballon est au point M_0 de coordonnées $(x(0) = 0; y(0) = H_m)$ donc :

$$0 + Cte_3 = 0$$

$$0 + 0 + Cte_4 = h$$

Finalement, on obtient les équations horaires

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos(\alpha)) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin(\alpha)) \cdot t + h \end{cases}$$

Q5- En déduire que l'équation de la trajectoire du centre de masse de la balle dans le

repère d'espace (Ox, Oy) s'écrit : $y(x) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + x \cdot \tan(\alpha) + h$.

$$t = \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$$

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} + h$$

$$y(x) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + x \cdot \tan(\alpha) + h$$

Q6- Indiquer les paramètres initiaux de lancement sur lesquels la joueuse peut intervenir pour réussir le slam dunk.

La joueuse peut intervenir sur la vitesse initiale v_0 et sur l'angle α du vecteur vitesse initial.

La hauteur h est imposée par l'utilisation d'un tee et est considérée fixe.

Une joueuse amateur frappe la balle avec un angle $\alpha = 39^\circ$ et une vitesse initiale de valeur $v_0 = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q7- Indiquer si, dans ces conditions, la joueuse réussit un slam dunk.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

Pour réussir le slam dunk la balle doit respecter $y(d) = 0$, c'est-à-dire toucher le sol au niveau du trou circulaire.

$$y(d) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{d}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + d \cdot \tan(\alpha) + h$$

$$-0.5 \times 9.81 \times \left(\frac{150}{30 \times \cos(39)} \right)^2 + 150 \times \tan(39) + 3.0 = -8.153876089 \text{ m}$$

$$y(d) = -\frac{1}{2} \times 9.81 \times \left(\frac{1.5 \times 10^2}{30 \times \cos(39^\circ)} \right)^2 + 1.5 \times 10^2 \times \tan(39^\circ) + 3.0 \times 10^{-2} = -82 \text{ m} \neq 0.$$

La balle a touché le sol bien avant d'atteindre les 150 m du trou. La joueuse n'a pas réussi son slam dunk.

Simulez ce tir avec <https://www.afreeparticle.com/projectile.html>

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

Exercice 3 – Paiement sans contact (5 points)

Q1- Exprimer l'intensité $i(t)$ du courant circulant dans le circuit en fonction de la tension aux bornes du condensateur u_c et de la capacité C du condensateur.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \text{ avec } q(t) = C \cdot u_c(t) \text{ où } C \text{ est supposée constante alors } i(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt}.$$

Q2- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur s'écrit : $\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}$

où τ est la constante de temps du circuit que l'on exprimera en fonction de R et de C .

D'après la loi des mailles

$$E = u_R + u_c$$

D'après la loi d'Ohm $u_R = R \cdot i$

$$E = R \cdot i + u_c$$

$$\text{Comme } i(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} \text{ alors } E = R \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c$$

$$\text{En divisant par } R \cdot C, \text{ on obtient } \frac{E}{R \cdot C} = \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{R \cdot C}$$

$$\text{Par analogie avec l'équation } \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}, \text{ on en déduit que } \tau = R \cdot C.$$

Q3- Vérifier que l'unité de τ est la seconde.

Le terme $\frac{du_c}{dt}$ de l'équation différentielle s'exprime en $V \cdot s^{-1}$.

Les deux autres termes $\frac{u_c}{RC}$ et $\frac{E}{RC}$ de l'équation différentielle s'expriment aussi en $V \cdot s^{-1}$ car ils doivent avoir la même unité que $\frac{du_c}{dt}$.

Comme E et u_c s'expriment en V alors RC s'exprime en s.

Ainsi $\tau = RC$ s'exprime en s.

Q4- Vérifier que $u_c = E \cdot (1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$ est solution de l'équation différentielle ci-dessus.

On part de la solution proposée $u_c = E \cdot \left(1 - e\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) = E - E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ et on la remplace dans

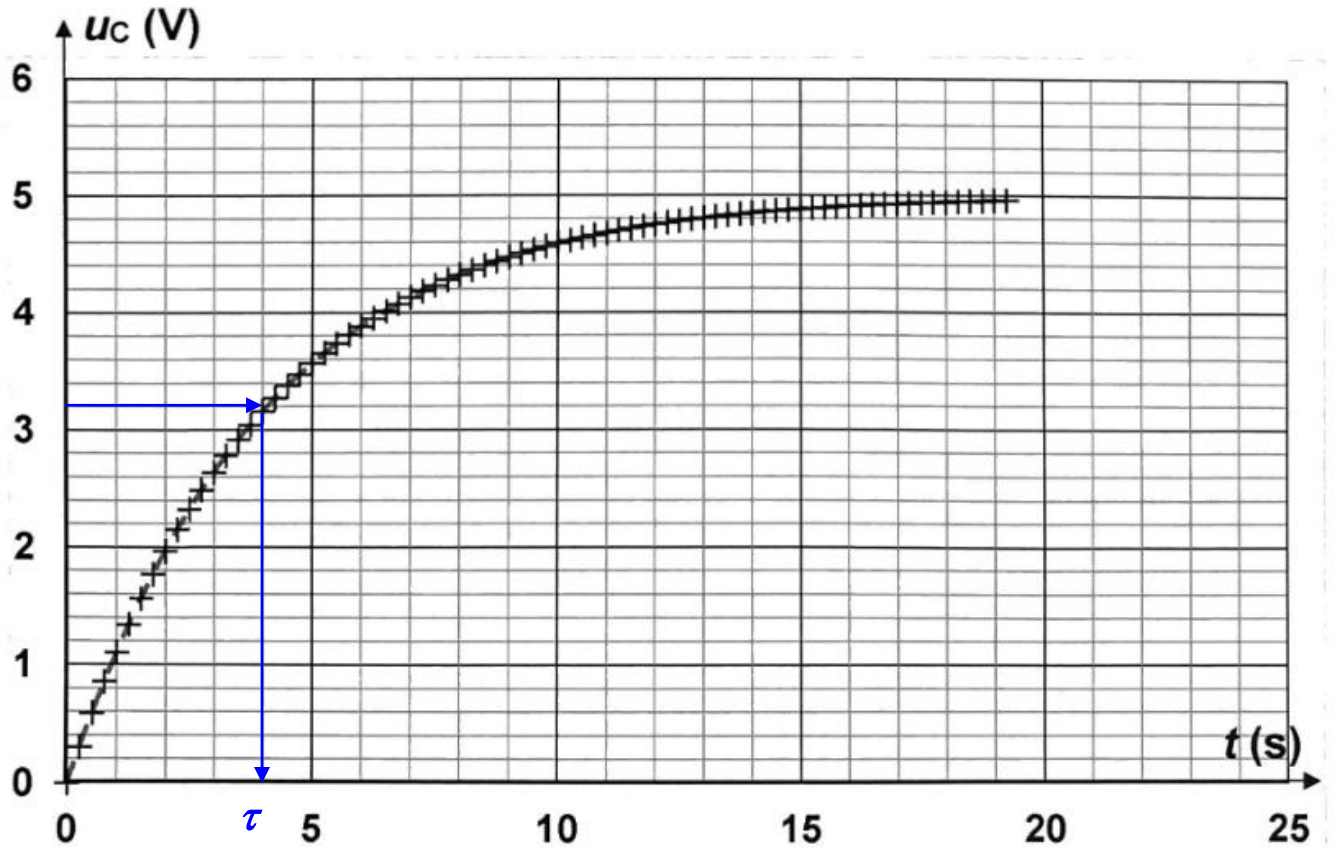
l'équation différentielle $\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ pour vérifier l'égalité.

$$\begin{aligned} \frac{d\left(E - E \cdot e\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}{dt} + \frac{E - E \cdot e\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{\tau} &= -E \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{E}{\tau} - \frac{E \cdot e\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{\tau} \\ &= \frac{E \cdot e\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{\tau} + \frac{E}{\tau} - \frac{E \cdot e\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{\tau} = \frac{E}{\tau} \end{aligned}$$

Ainsi la solution convient.

L'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur au cours de la charge est donnée sur l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE.

Q5- Déterminer, en explicitant la démarche choisie, la valeur de la constante de temps τ .



Pour $t = \tau$, alors $u_C(\tau) = 0,63 \cdot E$

On a $E = 5,0$ V donc $u_C(\tau) = 0,63 \times 5,0 = 3,2$ V

On lit $\tau = 4,0$ s.

Q6- Indiquer, en justifiant, si le circuit électrique réalisé modélise correctement le circuit de la puce électronique d'une carte bancaire utilisée lors d'un paiement sans contact.

Le sujet indique qu'on considère que le temps de réponse du circuit électronique de la puce est égal à τ .

Ainsi le temps de réponse serait de 4 s, ce qui est trop long car il devrait être de 1 à 2 secondes.

Le circuit ne modélise pas correctement le circuit de la puce électronique.

(Non demandé : il faudrait diviser par 2 ou 4 la valeur de la résistance).

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org