Spettrometro magnetico

Scopo della simulazione

Il presente progetto consiste nella simulazione di uno spettrometro magnetico, il cui funzionamento è descritto di seguito. Un quadrato di lato 3.9 m genera un flusso isotropo di protoni caratterizzati da un momento iniziale compreso nell'intervallo [0.1,1000] GeV. A distanza 1.95 m dal quadrato si trova il rivelatore, il quale consiste di un campo magnetico confinato in un cilindro di diametro e altezza pari a 1 m. Le particelle che entrano nel rivelatore subiranno quindi una deviazione dovuta alla forza di Lorentz, descrivendo un'orbita parabolica. Scopo della simulazione è calcolare il modulo del Bending Power in funzione del momento iniziale, distribuito come p^{-3}, insieme ai valori della sua media e deviazione standard per 5 valori di p (0.1,1,10,100,1000) GeV. Inoltre verrà calcolata l'efficienza del rivelatore come il rapporto tra occorrenza delle particelle all'interno del cilindro e il numero di particelle generate dal quadrato.

Generazione delle particelle

Per generare un flusso isotropo sono stati generati dei numeri pseudo-casuali con la classe TRandom3 di ROOT, sia per il valore del momento iniziale, sia per gli angoli della traiettoria della particella (θ e φ). Allo scopo di simulare delle particelle di momento iniziale distribuito come p^{-3} , nel riempimento dell'istogramma dei valori del Bending Power, si è associato ad ogni valore di BP un peso di p_0^{-3}.

Per la relatività sappiamo che :

$$\frac{v}{c} = \beta = \frac{pc}{E}$$

dove

$$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$$

Nel sistema di unità utilizzato avremo c = 1, q =1 e m = 1, ne consegue che :

$$v = \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}$$

Ricaviamo quindi le componenti della velocità come

$$v_x = v \cdot \sqrt{1 - cos^2\theta} \cdot cos\varphi$$

$$v_y = v \cdot \sqrt{1 - cos^2\theta} \cdot sin\varphi$$

$$v_z = v \cdot \sqrt{cos^2\theta}\varphi$$

Dove φ è compreso nell'intervallo [0,2π] e $\cos^2\theta$ in [0,1].

Integrazione del moto

Dato il sistema di equazioni :

$$\begin{cases} \dot{v}_x = (v_y B_z - \ v_z B_y) \\ \dot{v}_y = (v_z B_x - \ v_x B_z) \\ \dot{v}_z = (v_x B_y - \ v_y B_x) \end{cases}$$

Usiamo il metodo del punto medio esplicito per calcolare, step dopo step, il valore delle componenti della velocità, le quali saranno interdipendenti. Il metodo utilizzato risente di un errore dell'ordine di O(h^3), quindi adatto alla risoluzione di questo sistema. Le velocità così ricavate serviranno per modificare le coordinate della particella misurata, ricavate dal seguente sistema con lo stesso metodo.

$$\begin{cases} \dot{x} = v_x \\ \dot{y} = v_y \\ \dot{z} = v_z \end{cases}$$

Risolviamo quindi la seguente equazione

$$\frac{dy_i}{dt} = f(t, y_1 \dots y_n)$$

Aggiornando le componenti come

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n + \frac{h}{2} f(x_n, y_n),\ y_n + \frac{h}{2} f(x_n, y_n)\,)$$

Bending Power

Il Bending Power viene definito come :

$$\Delta p = \sqrt{\Delta p_x^2 + \Delta p_y^2 + \Delta p_z^2}$$

dove

$$\Delta p_x = q\left(\int B_z dy - \int B_y dz\right)$$

$$\Delta p_y = q\left(\int B_x dz - \int B_z dx\right)$$

$$\Delta p_x = q\left(\int B_y dx - \int B_x dy\right)$$

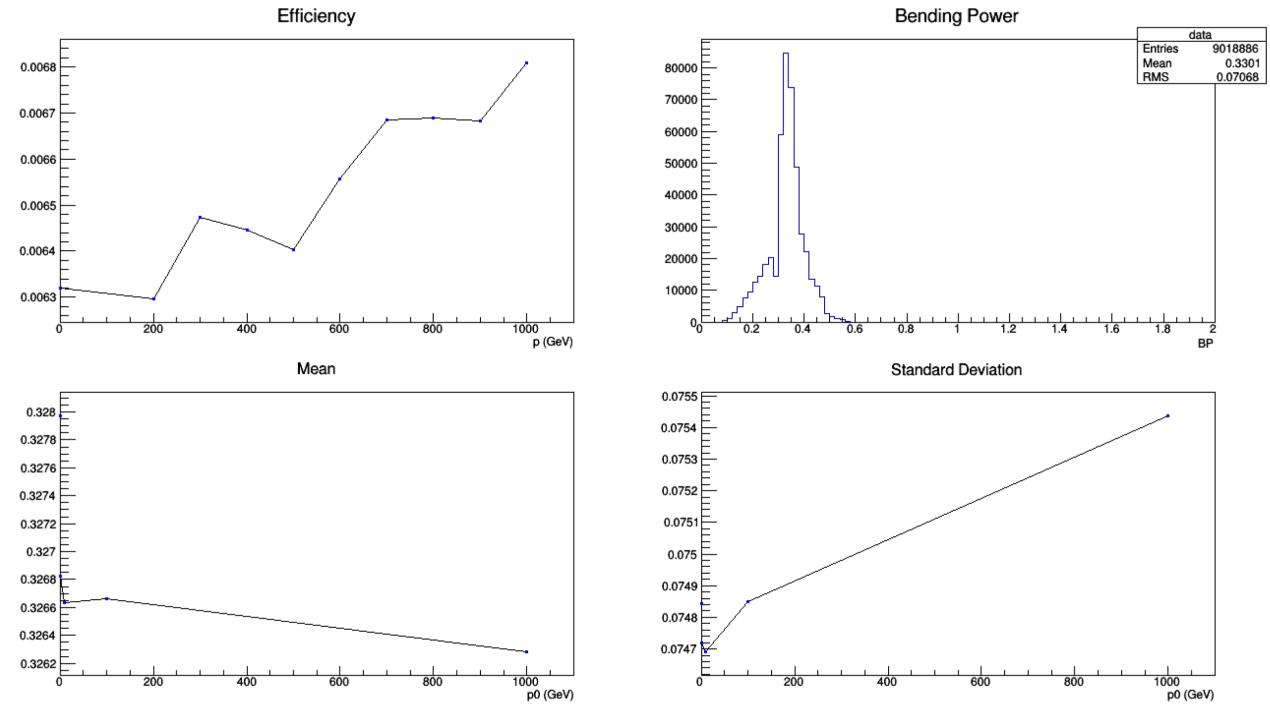
Nel caso di campo conservativo e indipendente dalla posizione potremo calcolare gli integrali con B fisso e gli estremi della traiettoria della particella nel cilindro come estremi di integrazione.

Codice

Sono state implementate due funzioni. La prima (v_{add}) utile alla risoluzione dell'equazione del moto, la seconda (generate) con lo scopo di descrivere l'intera traiettoria della singola particella. Alla seconda funzione viene fornito un parametro da cui dipenderà il valore del momento iniziale, in modo che sia utilizzabile sia per il calcolo del BP per una distribuzione del momento come p^{-3}, sia per valori discreti quali quelli sfruttati per calcolare media e deviazione standard del BP.

Risultati

Dato un flusso di 10^9 particelle, le distribuzioni vengono rappresentate graficamente con strumenti di ROOT come segue.



I valori del Bending Power di particelle distribuite con p^{-3} sono distribuiti intorno a circa 0.33 GeV; l'efficienza ha un comportamento tendenzialmente crescente, ne deduciamo che, almeno nell'intervallo considerato, una particella di momento iniziale maggiore ha maggiore probabilità di attraversare l'intero cilindro. Eseguendo più volte il programma si può notare che i dati così ottenuti sono statisticamente coerenti.

Lucio Moriconi