

# TEORIA DEI GIOCHI

---

#21

---

---

---

---



$$N = \{A, B\}$$

$$\omega_A = (3, 2)$$

$$\omega_B = (1, 4)$$

$$f_1(\omega_A) = \omega_A^1 + 3\omega_A^2$$

$$f_2(\omega_B) = 2\omega_B^1 + \omega_B^2$$

$$v(\emptyset) = 0$$

$$v(A) = 9$$

$$v(B) = 6$$

$$v(N) = 26$$

$$v(N) = \max z_A^1 + 3z_A^2 + 2z_B^1 + z_B^2$$

$$z_A^1 + z_B^1 = 4 \rightarrow z_B^1 = 4 - z_A^1$$

$$z_A^2 + z_B^2 = 6 \rightarrow z_B^2 = 6 - z_A^2 \geq 0$$

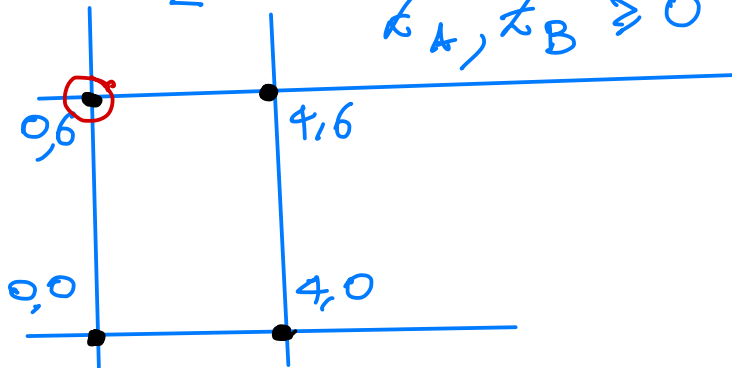
$$z_A, z_B \geq 0$$

NUCLEO

$$\max -z_A^1 + 2z_A^2 + 14$$

$$4 \geq z_A^1 \geq 0$$

$$6 \geq z_A^2 \geq 0$$



$$\alpha_1 \geq 9$$

$$\alpha_2 \geq 6$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 26$$

$$(16, 10)$$

SHAPLEY : approccio assiomatico

$$* u+v(s) = u(s) + v(s)$$

$u+v$  è superadditivo!

$$(N, v) \rightarrow \alpha : N \rightarrow \mathbb{R}_+$$

$$\bullet \sum_{i \in N} \alpha_i = v(N)$$

ASSIOMA RAZIONALITÀ COLLETTIVA

$$\bullet i \in N : \forall T \subseteq N \quad i \notin T \quad v(T) = v(T \cup \{i\}) \Rightarrow \alpha_i = 0$$

ASSIOMA DUMMY PLAYER

$$\bullet i, j \in N : \forall T \subseteq N \quad i, j \notin T \quad v(T \cup \{i\}) = v(T \cup \{j\}) \Rightarrow \alpha_i = \alpha_j$$

ASSIOMA GIOCATORI INDIFFERENTI

VECTORE DEI  
PAYOFF CHE IL MECCANISMO  
ASSEGNA A PARTIRE DA  $u$  DI GIOCATORI

$u, v$  siano 2 diverse  
funzioni di utilità  
(entrambi superaddittive)

$$\alpha_i(u) + \alpha_i(v) = \alpha_i(u+v) \quad * \text{ ASSIOMA LINEARE}$$

...  $\swarrow$   $\searrow$  ...

## TEOREMA

FISSATO  $N$ ,  $\exists$  una e una sola funzione  $S$  che soddisfa i 4 assiomi ed è la seguente funzione

$$\alpha_i := S_i \quad S_i(v) = \sum_{P \in \mathcal{P}} \frac{1}{n!} \left( v(A_i^P) - v(A_i^P \setminus \{i\}) \right)$$

ed è un'imputazione

insieme delle permutazioni di  $N$

$A_i^P$ : insieme formato da  $i$  e dai giocatori che lo precedono nella permutazione  $P$

es  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $P = 5326147$ ,  $i = 6$   $A_6^P = \{5, 3, 2, 6\}$

ESERCIZIO

CALCOLARE I VALORI DI SHAPLEY PER IL GIOCO  $\mathcal{P}$