Assignment 6

Controllo robusto e adattativo

Coccia Gianluca 0300085, Lomazzo Alessandro 0294640

Codice Matlab

Codice Matlab utilizzato per creare i diagrammi di Bode e Nyquist al fine di valutare il valore massimo dei moduli delle funzioni $W_2T(s)$ e $W_1S(s)$, trovando adeguati valori per la variabile k.

```matlab
% Assignment 6
% Gianluca Coccia 0300085, Alessandro Lomazzo 0294640
% 04/01/2020

clearvars
close all
clc

K = 1:10;
for k=K
W2T = tf([2*k] , [1, 9+k, 10*(k-1)]);
figure(1)
hold on;
bode(W2T);
figure(2);
hold on;
nyquist(W2T);

W1S = tf([1, -1] , [1, k, k-1]);
figure(3);
hold on;
bode(W1S);
figure(4);
hold on;
nyquist(W1S);

figure(5);
hold on;
bode(W1S / (1+2*W2T));
end
```

Svolgimento

$\tilde{P} = P(1 + \Delta W_2)$ con Δ: $\|\Delta\|_\infty \leq 2 \Rightarrow \beta = 2$

$P(s) = \frac{1}{s-1}$ $\quad W_2(s) = \frac{2}{s+10}$ $\quad C(s) = k$ $\quad W_1(s) = \frac{1}{s+1}$

Condizione di stabilità robusta: $||W_2 T\|_\infty < \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$

$$W_2 T = W_2 \frac{\mathrm{PC}}{1+\mathrm{PC}} = \frac{2}{s+10} \frac{\frac{1}{S-1}k}{1+\frac{1}{s-1}k} = \frac{2}{s+10} \frac{k}{s-1+k} = \frac{2k}{s^2 + s(9+k) + 10(k-1)}$$

$W_2 T = \frac{2k}{s^2 + s(9+k) + 10(k-1)} < \frac{1}{2}$ Osservando il diagramma dei moduli risulta che $W_2 T$ raggiunge il valore massimo in $s = 0$.

$$W_2 T(0) = \frac{2k}{10k-10} < \frac{1}{2} \Rightarrow 4k < 10k - 10 \Rightarrow k > \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

Otteniamo quindi stabilità robusta $\forall k > \frac{5}{3}$.

Livello α di prestazione robuste: $||W_2 T\|_\infty < \frac{1}{2}$ $\quad \left\| \frac{W_1 S}{1 + \Delta W_2 T} \right\|_\infty < \alpha, \forall \Delta: \|\Delta\|_\infty \leq 2$

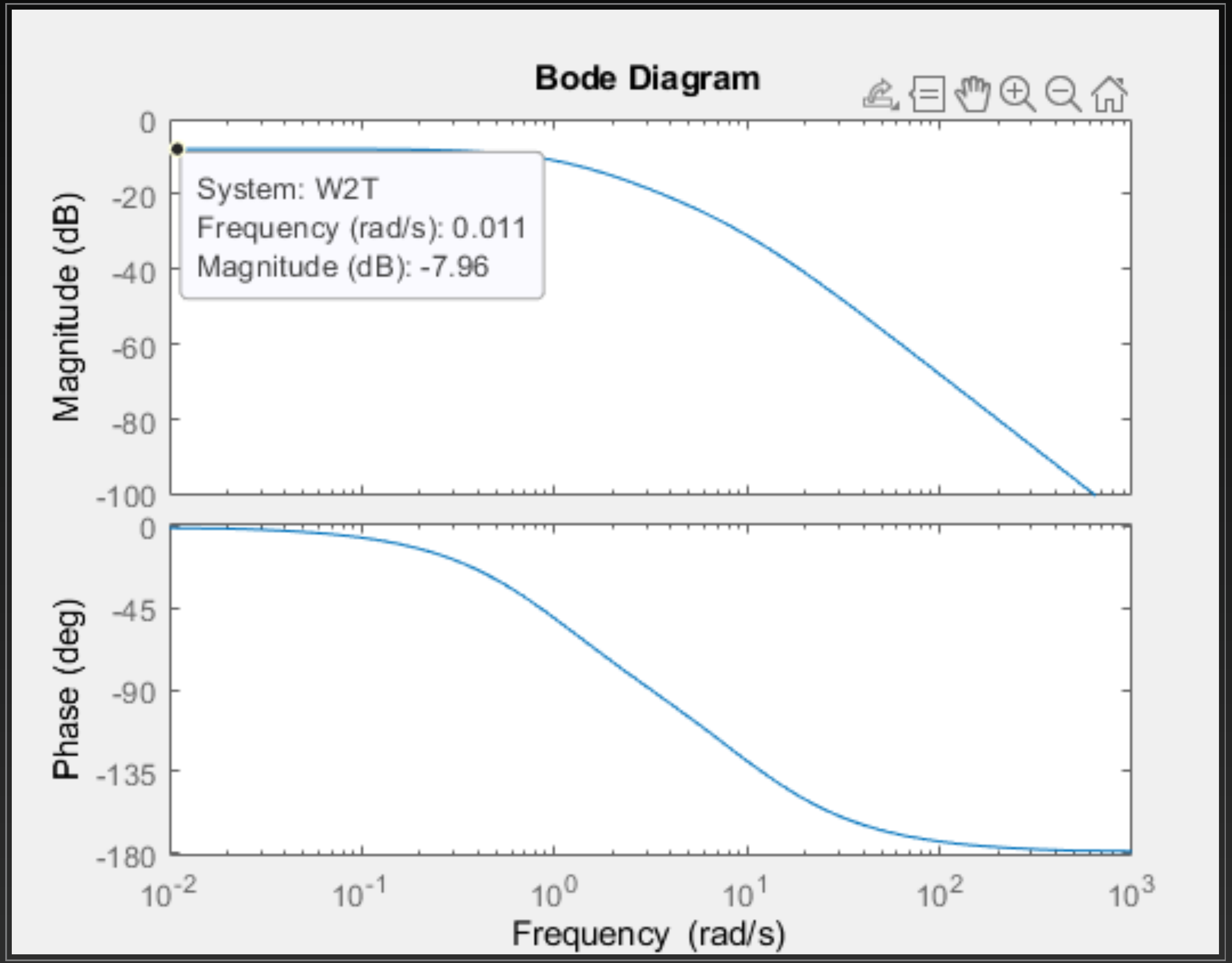
$$\alpha_{\min} = \max_w \frac{|W_1 S|}{1 - |2W_2 T|} = \left\| \frac{W_1 S}{1 - |2 W_2 T|} \right\|_\infty \text{ con } S = \frac{1}{1+\mathrm{PC}} = \frac{s-1}{s-1+k}$$

$W_1 S = \frac{1}{s+1} \frac{s-1}{s-1+k} = \frac{s-1}{s^2 + \mathrm{ks} + k - 1}$ Dalle verifiche del diagramma dei moduli risulta che $W_1 S$ raggiunge il valore massimo in s=0.

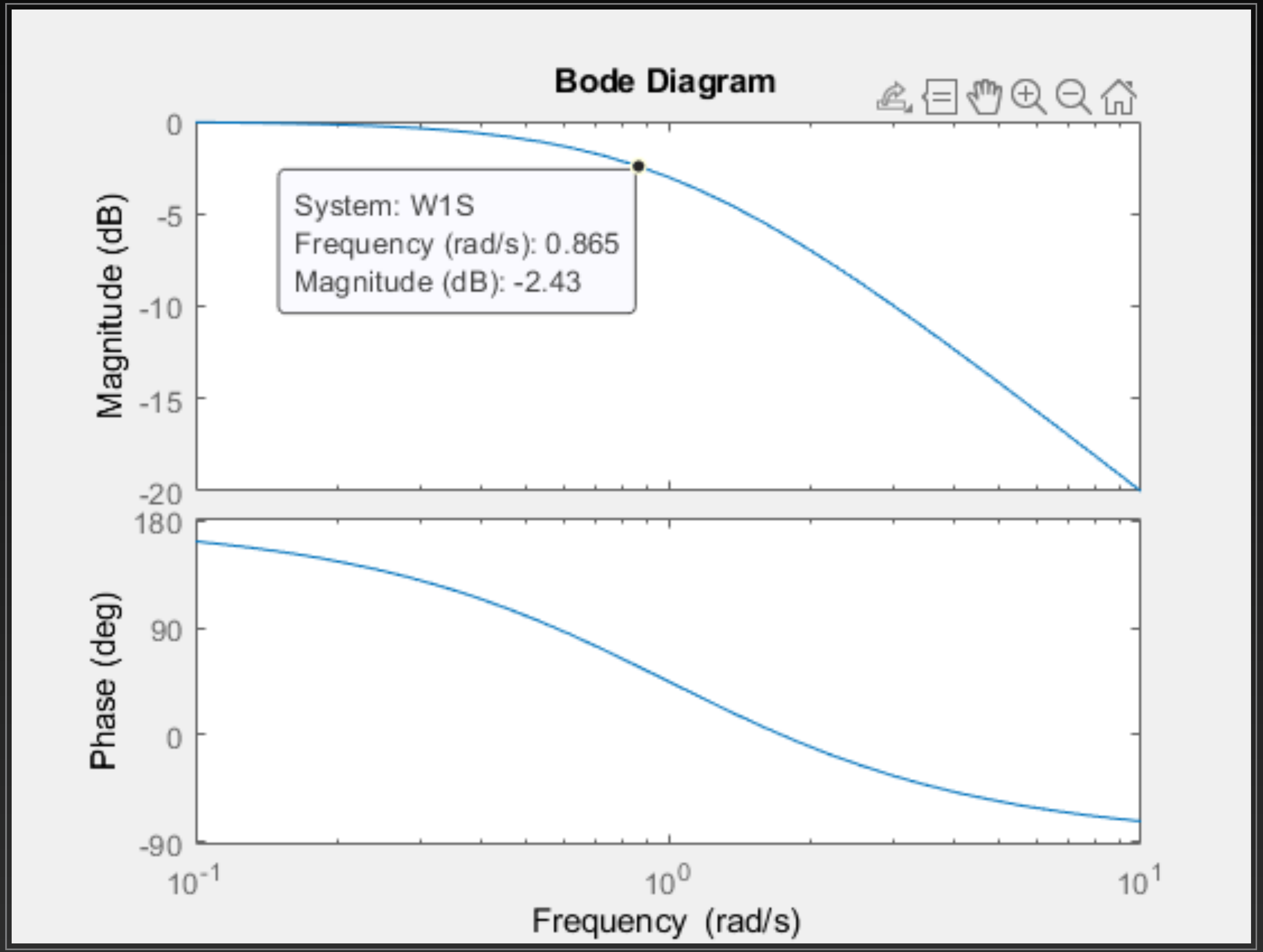
$$W_1 S(0) = -\frac{1}{k-1} \Rightarrow \alpha_{\min} = \frac{\frac{1}{k-1}}{1 - 2\frac{2k}{10(k-1)}} = \frac{5}{5k - 5 - 2k} = \frac{5}{3k-5} = 5(3k-5)^{-1}$$

$k > \frac{5}{3}$ per stabilità robusta: minimizzi $\frac{1}{\frac{3}{5}k - 1}$ se $k \to \infty \Rightarrow \alpha_{\min} \to 0$

Diagrammi di Bode

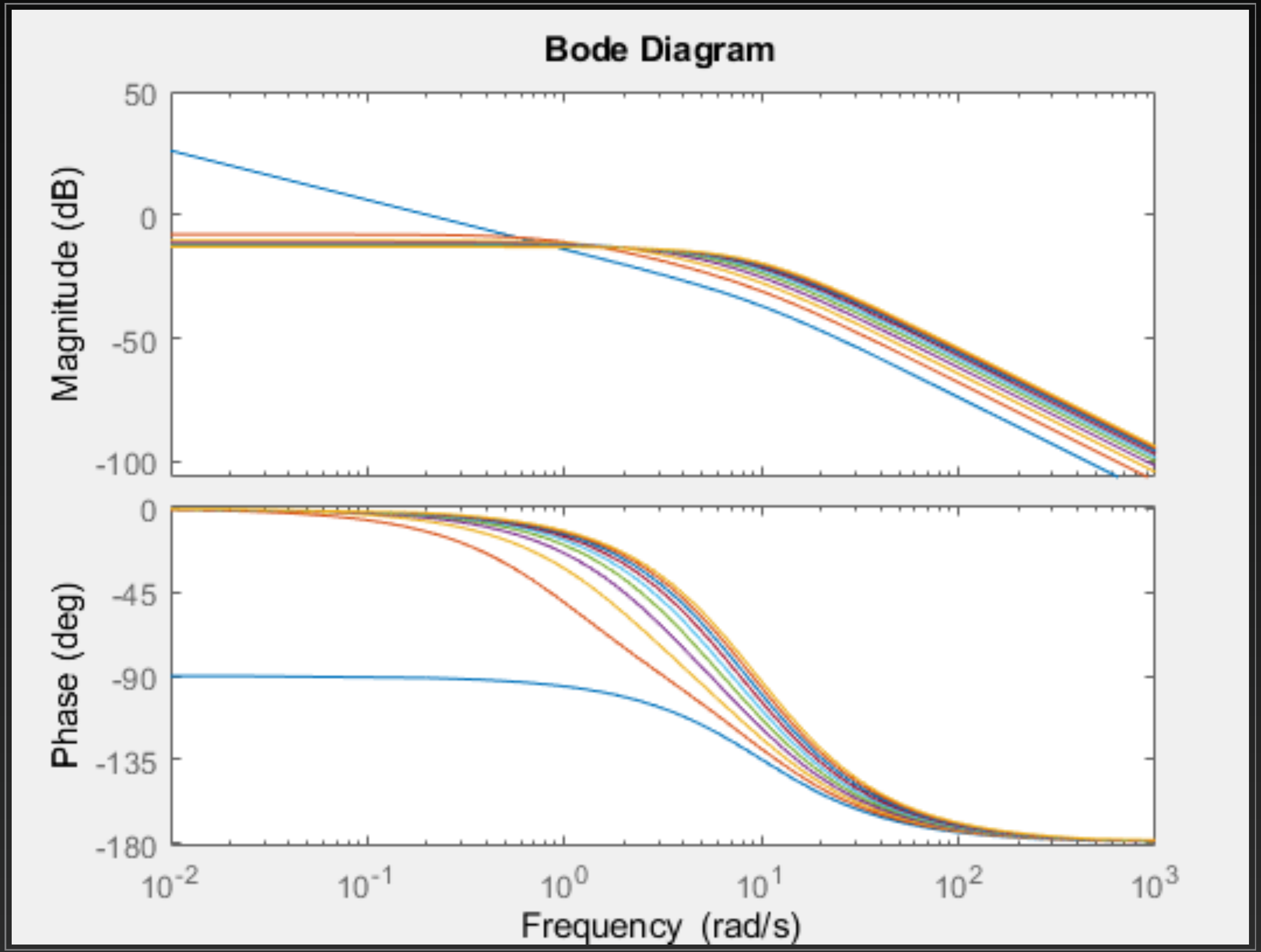


Per k=2 (>5/3) la funzione $W_2T(s)$ raggiunge come valore massimo circa -8*db*, inferiore quindi a 1/2 come atteso dai calcoli

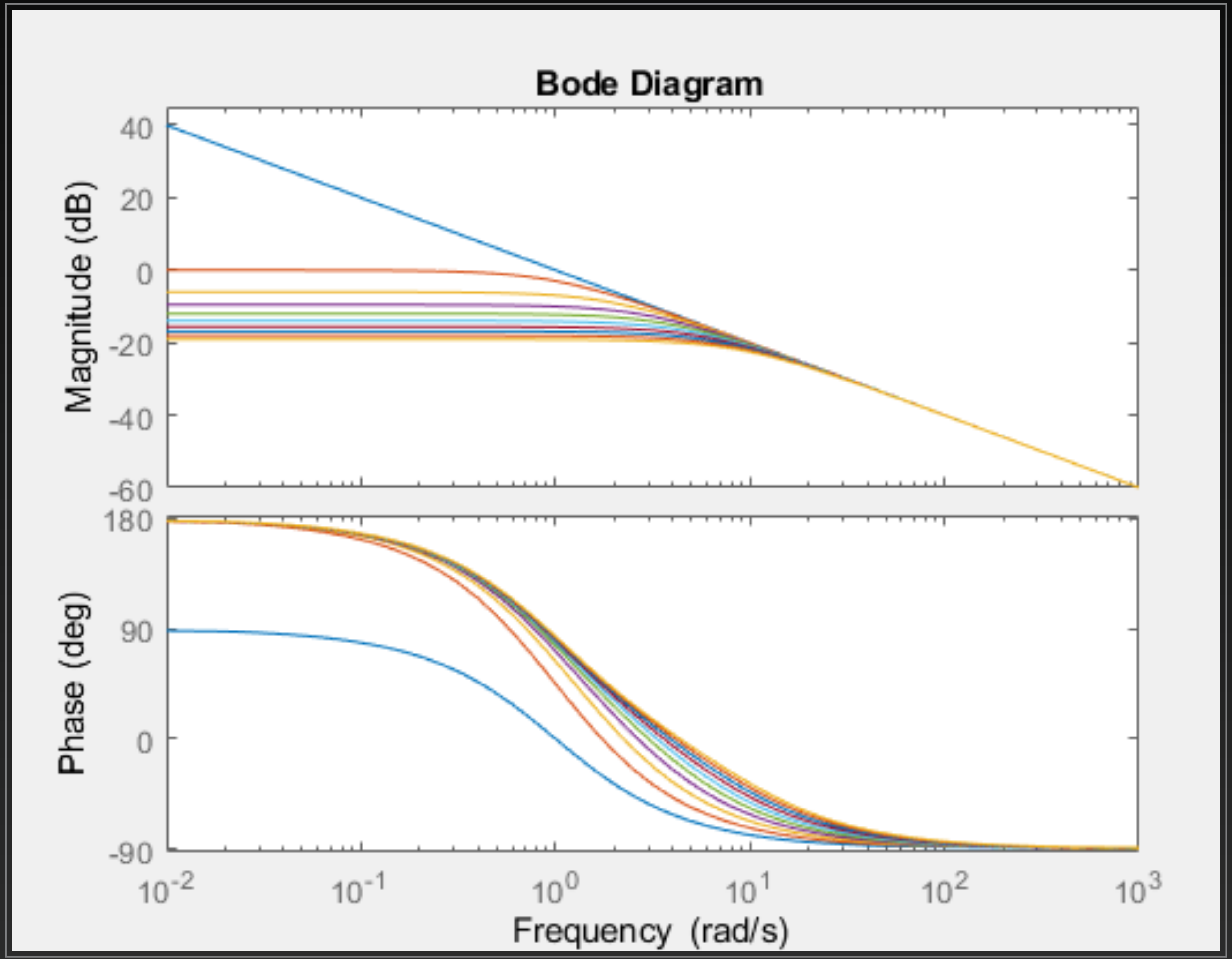


Anche in questo caso si può vedere che il valore massimo raggiunto dalla funzione $W_1S(s)$ si ottiene per s=0.

Diagrammi di Bode

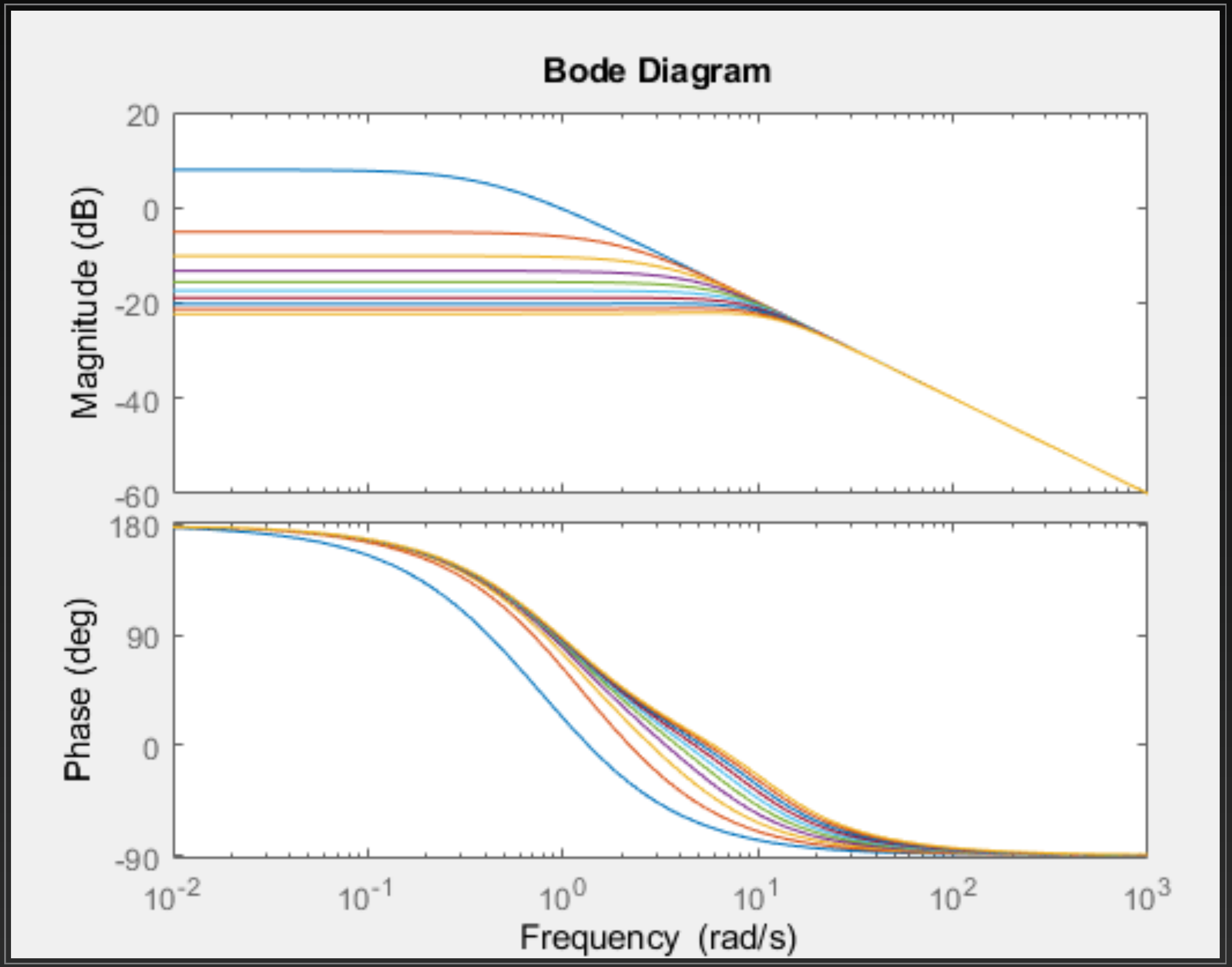


$W_2T(s)$ con k variabile da 1 a 10



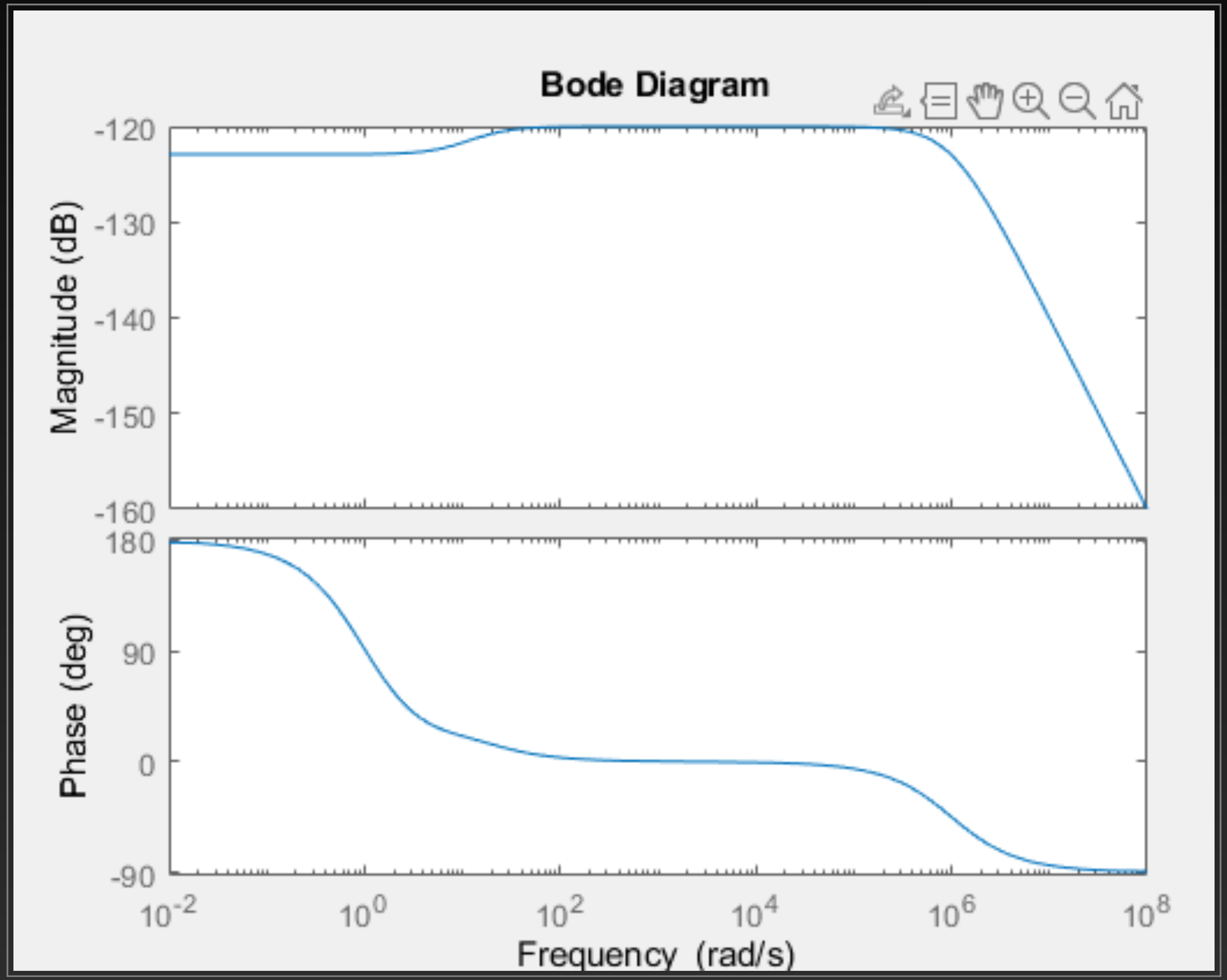
$W_1S(s)$ con k variabile da 1 a 10

Diagrammi di Bode



K variabile da 1 a 10

$$\left\| \frac{W_1 S}{1+\Delta W_2 T} \right\|_\infty < \alpha$$



k=1000000

Come si può notare aumentando il valore della k, il modulo della funzione diminuisce, confermando il risultato dei calcoli teorici.

Conclusioni

- Si ha stabilita' robusta $\forall k > \dfrac{5}{3}$
- Per $k \to +\infty$ si ha livello di prestazioni α con $\alpha \to 0$