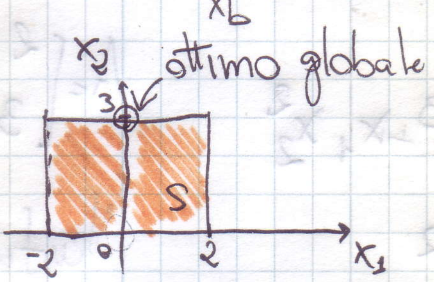
Esercizio 1

$\max \; x_1^3 - x_2$

$-2 \le x_1 \le 2$

$0 \le x_2 \le 3$



Svolg

S chiuso, limitato $\xrightarrow{\text{convesso}}$ compatto e convesso

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} 3x_1^2 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad \nabla^2 f(x) = \begin{bmatrix} 6x_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\nabla f(x)$ ~~non~~ convessa ma non in S, verifico tramite Weierstrass

poiché $\nabla^2 f(-2) = \begin{bmatrix} -12 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \le 0$

$\downarrow$

• S convesso • $f \in C^1$

$\downarrow$

$\exists$ minimo globale, ma non C.N. e C.S.

~~Questa è solo una condizione~~

~~ma~~

$$\frac{\partial f(x_i^*)}{\partial x_i} = \begin{cases} \ge 0 & x_i^* = l_i \\ = 0 & l_i < x_i^* < u_i \\ \le 0 & x_i^* = u_i \end{cases}$$

Condizione necessaria poiché f non convessa

Se $x_1^* = -2$

$\hookrightarrow \dfrac{\partial f(\cancel{x},-2)}{\partial x_1} = 3 \cdot 4 \ge 12$ ✓

Se $x_2 = 0$ $\quad \dfrac{\partial f(0)}{\partial x_2} = -1 \ge 0$ ✗

Se $x_1 = 2$ $\quad \dfrac{\partial f(2)}{\partial x_1} \le 12$ ✗

Punto di minimo globale

$\underbrace{x_2^* = 3 \quad x_1^* = -2}_{x_a^*} \qquad \underbrace{x_2^* = 3 \quad x_1^* = 0}_{x_b^*}$

~~2 ottimi~~ 2 candidati ad essere ottimi

$f(x_a) = -8-3 = -11 \quad f(x_b) = -3 \Rightarrow x_a$ ottimo

Esercizio 2

$$\min \; x_1^4 - x_2^3 + x_1 x_2^2$$

$$-3 \leq x_1 \leq 2$$

$$-4 \leq x_2 \leq 3$$

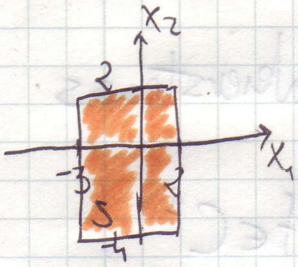
$A=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Verificare stazionarietà

Svolg.

x esercizio controllo convessità di f e S e le condizioni di ∃ minimo

S chiuso, limitato e convesso → S compatto e convesso



$\nabla f = \begin{bmatrix} 4x_1^3 + x_2^2 \\ -3x_2^2 + 2x_1 x_2 \end{bmatrix}$ $\nabla^2 f(x) = \begin{bmatrix} 12x_1^2 & 2x_2 \\ 2x_2 & -6x_2 \end{bmatrix}$ f non convessa $f \in C^2$

x Weierstrass → ∃ minimo globale

Caso A: (2, 3)

$\frac{\partial f(2)}{\partial x_1} \leq 0 \rightarrow x_2^2 + 32 \leq 0$ non ammissibile

$x_2 = 3$

$\frac{\partial f(3)}{\partial x_2} \leq 0 \rightarrow$

Caso B:

$\frac{\partial f(0)}{\partial x_1} = 0$

$\frac{\partial f(4)}{\partial x_2} =$ non ammissibile

$x_{2_6} \notin [-4, 3]$

Caso C:

$\frac{\partial f(0)}{\partial x_1} = 0 \quad x_2^2 = 0 \rightarrow 0 = 0$ ✓

$\frac{\partial f(0)}{\partial x_2} = 0 \rightarrow 0 = 0$ ✓

↓

Unico punto che soddisfa la condizione di stazionarietà è x_c