TEORIA DEI GIOCHI

15

$|N| = 2$

GIOCO ANTAGONISTICO FINITO

$X = Y = \{1, \dots, 100\}$

$$C_1(x,y) = \begin{cases} x < y-1 & \to C_1(x,y) = -1 \\ x = y-1 & \to C_1(x,y) = 1 \\ x = y & \to C_1(x,y) = 0 \\ x = y+1 & \to C_1(x,y) = -1 \\ x > y+1 & \to C_1(x,y) = 1 \end{cases}$$

STRATEGIA PURA

no equilibri di NASH

$\exists$ STRATEGIE CONSERVATIVE $\times$ entrambi i giocatori

TUTTE LE STRATEGIE SONO CONSERVATIVE PER IL PRIMO GIOCATORE $x_{1,c}$

" " " " PER IL SECONDO GIOCAT. $x_{2,c}$

$\tilde{C}_2(x_{2,c}) = 1$

$\tilde{C}_1(x_{1,c}) = 1 \Rightarrow -\tilde{C}_2(x_{2,c}) \cancel{=} \tilde{C}_1(x_{1,c})$

STRATEGIA MISTA

per entrambi i giocatori $\exists$ strategie conservative e il loro ci dà equilibri di NASH e ci dice qual è il valore del gioco

$$\min \; z$$

$$z \geq \sum_{i=1..100} c_{ij} \, \xi_1^i \qquad j=1..100$$

$$\sum_{i=1}^{100} \xi_1^i = 1$$

$$\xi_1^i \geq 0 \qquad i=1..100$$

SOLUZIONI OTTIME SONO LE STRATEGIE CONSERV. PER IL PRIMO GIOCATORE

$$
C = \begin{array}{c}
\\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3
\end{array}
\begin{bmatrix}
0 & -1 & -1 & -1 & & & & \\
-1 & 0 & 1 & -1 & & -1 & & \\
1 & -1 & 0 & 1 & & & & \\
1 & & -1 & 0 & 1 & & & \\
1 & & & & \ddots & & & \\
1 & & & & & \ddots & & \\
1 & & & 1 & & & & \\
1 & 1 & & & & 0 & 1 & -1 \\
1 & & & & & -1 & 0 & 1 \\
1 & & & & & 1 & -1 & 0
\end{bmatrix}
\begin{array}{c}
1 \\ 2 \\ 3 \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ 100
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots & & 100 \\
0 & 0 & 0 & -1/3 & -1 & & & -1
\end{array}
$$

$\frac{97}{100} \cdot \xi_1^i = \frac{1}{100} \quad \forall i = 1..100$

$\frac{96}{100} \cdot \xi_1^{2i} = \frac{1}{50} \quad \forall i = 1..50$

$0 \cdot \xi_1^1 = \xi_1^2 = \xi_1^3 = \frac{1}{3}$

$\underline{1} \cdot \xi_1^{98} = \xi_1^{99} = \xi_1^{100} = \frac{1}{3}$

PARI E DISPARI

$$X_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\} = X_2$$

$$\begin{array}{c|c|ccccc|c}
 & & & & & & & \\
1/2 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1/5 \\
1/2 & 2 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1/5 \\
 & 3 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1/5 \\
 & 4 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1/5 \\
 & 5 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1/5 \\
 & & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\
 & & 1/2 & 1/2 & & & &
\end{array}$$

In STRATEGIA PURA

$$-\tilde{C}_2(x_2^c) \neq \tilde{C}_1(x_1^c) \Rightarrow \text{NO NASH}$$

- $\xi_1^1 = \xi_1^2 = \xi_1^3 = \xi_1^4 = \xi_1^5 = 1/5$ $\quad 1/5$
- $\xi_2^1 = \xi_2^2 = \xi_2^3 = \xi_2^4 = \xi_2^5 = 1/5$ $\quad 1/5$

$$\tilde{\bar{C}}_1(\xi_1) = \frac{1}{5} \quad \tilde{\bar{C}}_2(\xi_2) = \frac{1}{5} \rightarrow -\tilde{\bar{C}}_2(\xi_2) \neq \tilde{\bar{C}}_1(\xi_1)$$

$\Rightarrow$ non sono conservative

	P	D
P	-1	1
D	1	-1

STRATEGIE CONSERV.

$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$\downarrow$

VALORE DEL GIOCO