PROGETTO DI RETI

COURNOT VS STACKELBERG

13 & 14

- MODELLI DI OLIGOPOLIO
  - COURNOT
  - STACKELBERG (UN ESEMPIO DI GIOCO DINAMICO)

- È MEGLIO GIOCARE PER PRIMI ?

MODELLO DI COURNOT (1838)

OLIGOPOLIO: MERCATO DOMINATO DA UN PICCOLO NUMERO DI AZIENDE CHE PRODUCONO GRANDI QUANTITÀ

MODELLO DI COURNOT (1838)

- N AZIENDE PRODUCONO UNO STESSO BENE
- OGNI AZIENDA $i \in N$ FISSA LA QUANTITÀ q_i DI BENE PRODOTTO CON COSTO $C_i(q_i)$
- PREZZO DI VENDITA UNITARIO $P(\underbrace{q_1+q_2+\dots+q_{|N|}}_{Q})$ ⇐ FUNZIONE INVERSA

Q ⇐ ASSORBITA 100% DAL MERCATO

GIOCATORI: N AZIENDE

STRATEGIE: OGNI AZIENDA $i \in N$ SCEGLIE LA QUANTITÀ $q_i \geq 0$ DI BENE PRODOTTO

PAYOFF: $u_i(q_1, q_2, \dots, q_{|N|}) = q_i \cdot P(q_1+q_2+\dots+q_{|N|}) - C_i(q_i)$

- OGNI AZIENDA $i \in N$ FISSA LA QUANTITÀ q_i DI BENE PRODOTTO
  => CON COSTO $C_i(q_i)$ CRESCENTE

- PREZZO DI VENDITA UNITARIO $P(\overbrace{q_1+q_2+\dots+q_{|N|}}^{Q})$ DECRESCENTE (QUANDO $P>0$)

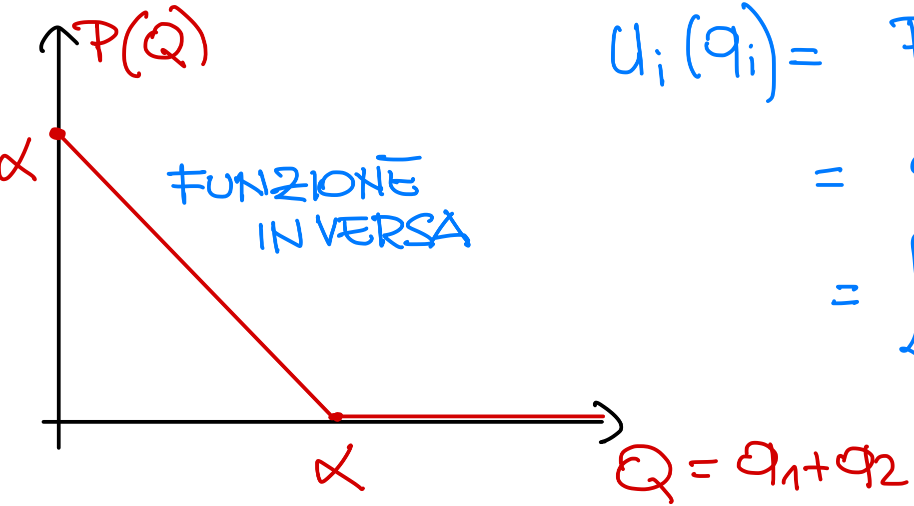
DUOPOLIO DI COURNOT CON COSTI UNITARI UGUALI E FUNZIONE INVERSA LINEARE

- $|N|=2$ DUE GIOCATORI
- STRATEGIA q_i PER OGNI GIOCATORE

$$C_i(q_i) = \underbrace{c}_{\text{COSTO UNITARIO = PER I 2 GIOCATORI}}\cdot q_i$$

$$P(Q) = \begin{cases} \alpha - Q & \text{if } Q \leq \alpha \\ 0 & \text{if } Q > 0 \end{cases}$$

$Q = q_1 + q_2$



$$u_i(q_i) = P(q_1+q_2)\cdot q_i - c\cdot q_i =$$

$$= q_i\left(P(q_1+q_2) - c\right) =$$

$$= \begin{cases} q_i(\alpha - q_1 - q_2 - c) & \text{se } q_1+q_2 \le \alpha \\ -c\, q_i & \text{se } q_1+q_2 > \alpha \end{cases}$$

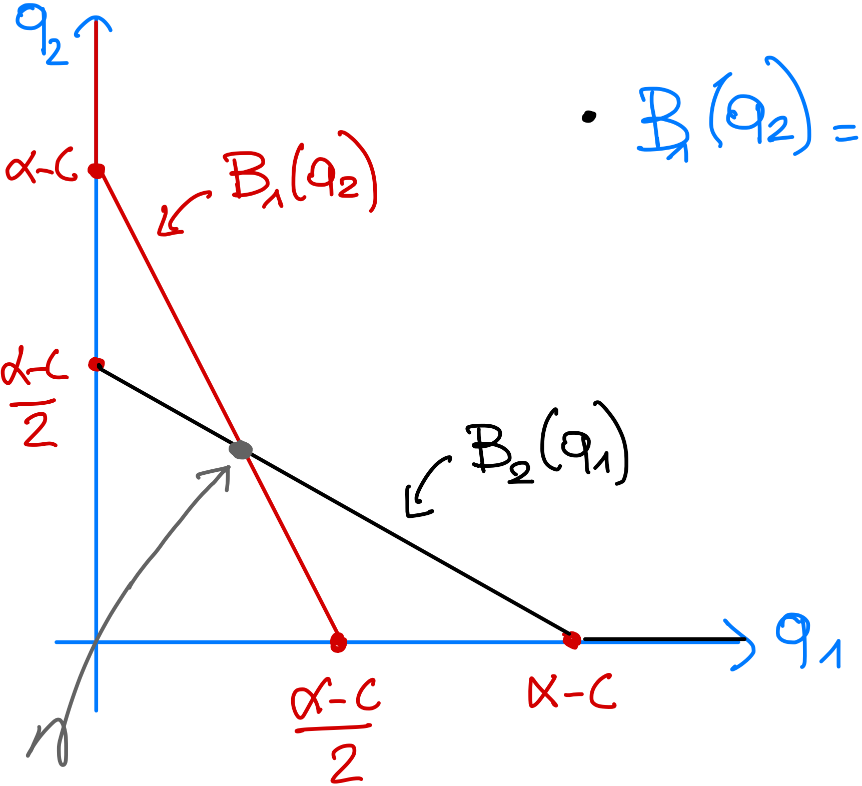
STUDIO BEST RESPONSE $B_1(q_2)$

FISSATO q_2

$$\to u_1(q_1) = \begin{cases} -q_1^2 + \overbrace{(\alpha - q_2 - c)q_1}^{<0 \text{ se } q_2 \ge \alpha - c} & \text{se } q_1+q_2 \le \alpha \\ -c\, q_1 & \text{se } q_1+q_2 > \alpha \end{cases}$$

$$\to B_1(q_2) = \begin{cases} \dfrac{\alpha - c - q_2}{2} & \text{se } q_2 \le \alpha - c \\ 0 & \text{se } q_2 > \alpha - c \end{cases}$$

$Q > \alpha - c \Rightarrow$ prezzo di vendita < costo di prod.



- $$B_1(q_2) = \begin{cases} \frac{\alpha - q_2 - c}{2} & \text{se } q_2 \le \alpha - c \\ 0 & \text{se } q_2 > \alpha - c \end{cases}$$
- $$B_2(q_1) = \begin{cases} \frac{\alpha - q_1 - c}{2} & \dots \\ \dots \end{cases}$$

$$B_1\left(\frac{\alpha-c}{4}\right) = \frac{\alpha - c - \frac{\alpha-c}{4}}{2} =$$

$$\frac{3}{8}(\alpha - c)$$

$$\left(\frac{\alpha-c}{3}, \frac{\alpha-c}{3}\right)$$

NASH
COURNOT EQUILIBRIUM

- $u_i(q_1,q_2) = q_i(\alpha - q_1 - q_2 - c)$ se $q_1+q_2<\alpha$ →

$$U_i\left(\frac{\alpha-c}{3},\frac{\alpha-c}{3}\right) = \frac{\alpha-c}{3}\cdot\frac{\alpha-c}{3} = \frac{(\alpha-c)^2}{9}$$

PAYOFFS
AT NASH
COURNOT

$$U_i\left(\frac{\alpha-c}{4},\frac{\alpha-c}{4}\right) = \frac{\alpha-c}{4}\cdot\frac{\alpha-c}{2} = \frac{(\alpha-c)^2}{8}$$

BETTER BUT
UNSTABLE !

$$B_1\left(\frac{\alpha-c}{4}\right) = \frac{(\alpha-c)-\frac{\alpha-c}{4}}{2} = \frac{3}{8}(\alpha-c)$$

MODELLO DI STACKELBERG (1938)

- $|N|=2$ DUOPOLIO
- $C_i(q_i) = \underbrace{c}_{\text{COSTO UNITARIO = PER I 2 GIOCATORI}} \cdot q_i$
- $p(Q) = \begin{cases} \alpha - Q & \text{if } \underbrace{Q}_{Q = q_1 + q_2} \leq \alpha \\ 0 & \text{if } Q > 0 \end{cases}$

$$\Downarrow$$

$$U_i(q_i) = q_i\left(\alpha - c - (q_1 + q_2)\right)$$

MA IL PRIMO GIOCATORE È MARKET LEADER :
FISSA LA QUANTITÀ q_1 PRIMA DEL SECONDO GIOCATORE
MARKET FOLLOWER CHE FISSA q_2 IN UN SECONDO MOMENTO

- STUDIO BEST RESPONSE

- $$B_2(q_1) = \begin{cases} \dfrac{\alpha - q_1 - c}{2} & \text{se } q_1 \leq \alpha - c \\ 0 & \text{se } q_1 > \alpha - c \end{cases}$$

  per il secondo giocatore non cambia nulla !

- PER IL PRIMO GIOCATORE ??

$$u_1(q_1,q_2) = q_1 \cdot (\alpha - c - q_1 - q_2) = q_1\left(\alpha - c - q_1 - \frac{\alpha - c - q_1}{2}\right) =$$

IL SECONDO GIOCATORE
GIOCA BEST RESPONSE

$$u_1(q_1) = q_1\left(\frac{\alpha - c - q_1}{2}\right) \Rightarrow$$

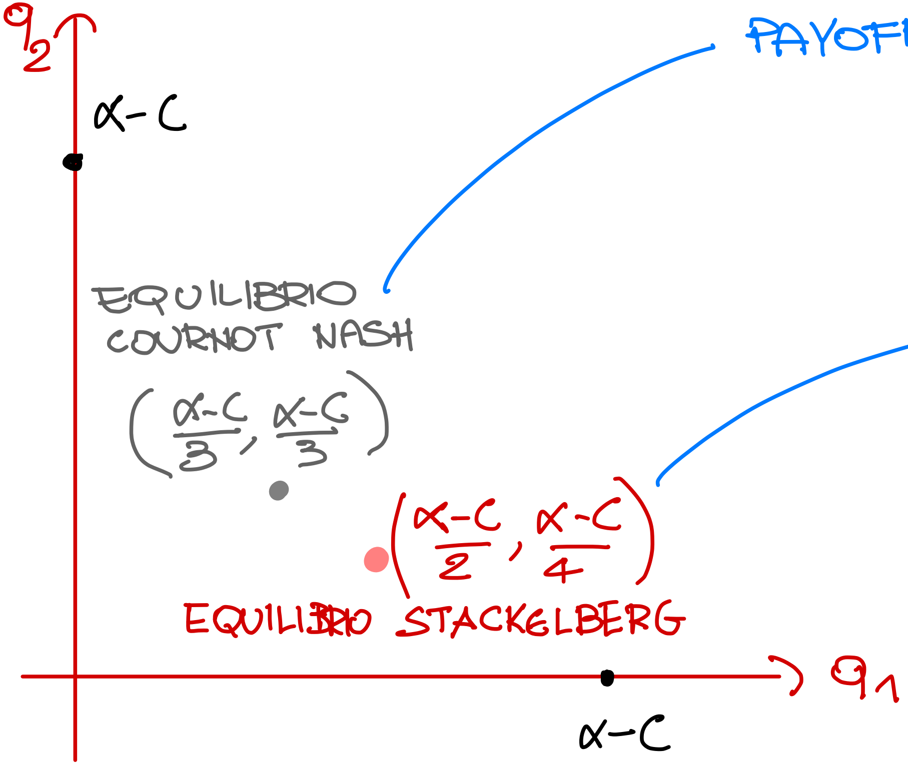
PRIMO GIOCATORE MASSIMIZZA
$u_1(q_1)$

PRIMO GIOCATORE GIOCA $q_1 = \frac{\alpha - c}{2}$

SECONDO GIOCATORE GIOCA $q_2 = \frac{\alpha - c}{4}$

EQUILIBRIO DI STACKELBERG

$$B_2\left(\frac{\alpha - c}{2}\right) = \frac{\alpha - c - \frac{\alpha - c}{2}}{2} = \frac{\alpha - c}{4}$$



PAYOFF $\frac{(\alpha-c)^2}{9}$ PER ENTRAMBI

PAYOFF $\frac{(\alpha-c)^2}{8}$ e $\frac{(\alpha-c)^2}{16}$

VANTAGGIO PER IL LEADER

EQUILIBRIO STACKELBERG Q MAGGIORE EQUILIBRIO COURNOT NASH

// PREZZO MINORE // BETTER FROM A CONSUMER VIEWPOINT!

- CONSIDERAZIONI SIMILI VALGONO PER MERCATI CON PIÙ GIOCATORI

- MODELLO DI BERTRAND : AZIENDE FISSANO IL PREZZO E POI PRODUCONO IN MODO DA SODDISFARE LA DOMANDA (EVENTUALMENTE 0 SE LA CONCORRENZA PRATICA PREZZI MIGLIORI)

- EQUILIBRIO DI STACKELBERG È UN EQUILIBRIO DI NASH PER IL GIOCO DINAMICO ?

(SAPPIAMO CHE EQUILIBRIO DI COURNOT È UN EQUILIBRIO DI NASH PER GIOCO STATICO)

  - EQUILIBRIO DI STACKELBERG NON RISPETTA LA PROPRIETÀ CHE IL LEADER STIA GIOCANDO LA BEST RESPONSE RISPETTO IL FOLLOWER ⟹ NON SEMBREREBBE UN E.N.
  - MENTRE EQUILIBRIO DI COURNOT CONTINUA AD AVERE QUESTA CARATTERISTICA DI INCROCIARE BEST RESPONSE

SEMBREREBBE ESSERCI UNO SCARTO TRA CONCETTO "ALGEBRICO" DI EQUILIBRIO NASH E CONCETTO INTUITIVO!

GIOCO SEQUENZIALE O DINAMICO
(CON 2 GIOCATORI)

: UN GIOCATORE GIOCA LA SUA STRATEGIA PRIMA DELL'ALTRO GIOCATORE

- ALMENO 2 ITERAZIONI
- IL GIOCATORE CHE GIOCA PER SECONDO DEVE AVERE ALCUNE INFORMAZIONI SULLA SCELTA DEL PRIMO GIOCATORE... ALTRIMENTI NO SEQUENZIALITÀ!

TRIS
SCACCHI
GO
BLUFFING GAME
KUHN'S POKER
POKER
...

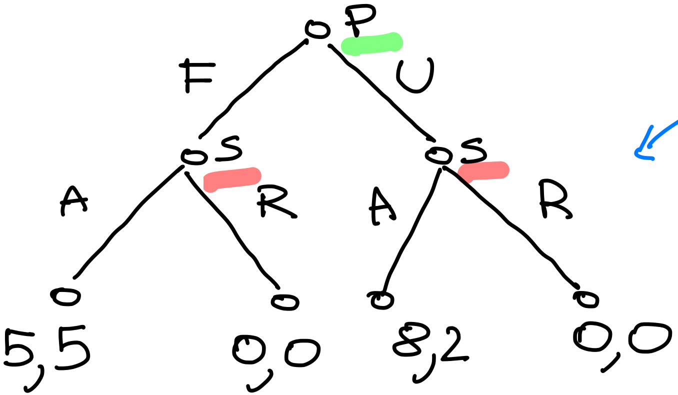
} NON DETERMINISTICI

- I GIOCHI DINAMICI SONO IN GENERE DEFINITA IN FORMA ESTENSIVA CON UN DIAGRAMMA AD ALBERO

ULTIMATUM GAME

- 2 GIOCATORI : PROPONENTE E RICEVENTE .
  - IL PROPONENTE PROPONE COME DIVIDERE UNA CERTA SOMMA E PUÒ PROPORRE 2 DIVISIONI : FAIR, UNFAIR
  - IL RICEVENTE PUÒ ACCETTARE LA PROPOSTA O RESPINGERLA: SE LA RESPINGE PAYOFF NULLO PER ENTRAMBI
- STRATEGIE PRIMO GIOCATORE : FAIR, UNFAIR
  STRATEGIE SECONDO GIOCATORE : ACCEPT, REJECT
- PAYOFF ... VEDIAMOLI SU DIAGRAMMA AD ALBERO

GIOCO SEQUENZIALE !



FORMA ESTENSIVA
CON DIAGRAMMA
AD ALBERO

	ACCEPT ANYWAY	REJECT ANYWAY	ACCEPT IFF FAIR	ACCEPT IFF UNFAIR
F	5,5			
U			0,0	