

# PROGETTO di RETI

---

# 10 8 M

---

---

---

---



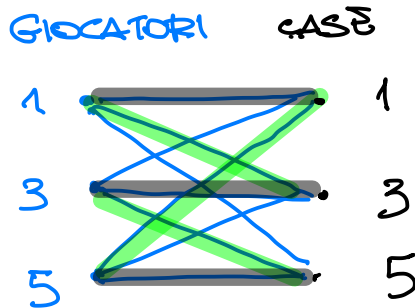
UTILITÀ TRASFERIBILE :  $\forall S \subseteq N$ , è dato  $\tau(S)$

UTILITÀ NON TRASFERIBILE :  $\forall S \subseteq N$ , è dato  $V(S)$   
un insieme di allocazioni  
ammissibili per i giocatori  
di  $S$

# HOUSE ALLOCATION PROBLEM

$$N = \{1, 2, \dots, m\}$$

- ogni giocatore possiede una casa e per semplicità giocatore  $i$  possiede casa  $i$
- ogni giocatore  $i$  ha un ordinamento sull'insieme delle case  
permutazione dell'insieme delle case  $C = \{1, \dots, n\}$  ORDINE  
TOTALE



$$S \subseteq N$$

$v(S) =$  insieme di tutti i matching tra giocatori di  $S$  e case possedute dai giocatori di  $S$

1 ————— 1

2 ————— 2

3 ————— 3

n ————— n

Gioc

CASE

NUCLEO: INSIEME DEI MATCHING  $M$  di  
CARDINALITÀ  $N$  tali che

- $\nexists$  una coalizione  $S \subseteq N$  e  
un matching  $M' \in V(S)$   
tali che:

i)  $\forall$  giocatore  $i \in S$ ,  $M'$  offre a  $i$   
una casa non peggiore di quella  
offerta da  $M$

ii) per almeno un giocatore  $j \in S$ ,  
 $M'$  offre una casa migliore  
di quella offerta da  $M$

1 : 3, ... ✓

2 : ~~5~~, ~~4~~, ~~7~~, ...

3 : 5, ... ✓

4 : ~~6~~, ~~1~~, ~~5~~, 8, ... ✓

5:1, ... ✓

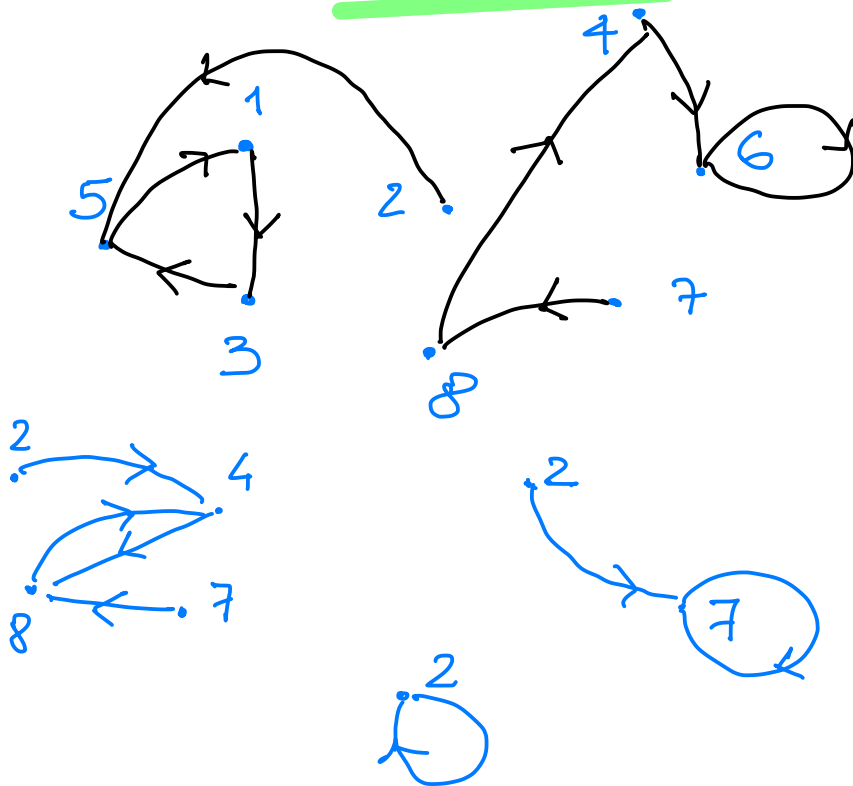
6:6, ... ✓

7: ~~8~~, ~~3~~, ~~5~~, 7, ...

8 : 4, 5, 1, ... ✓

## TOP TRADING CYCLE ALGORITHM

- individuos 1:1 unico matching hel nucleo

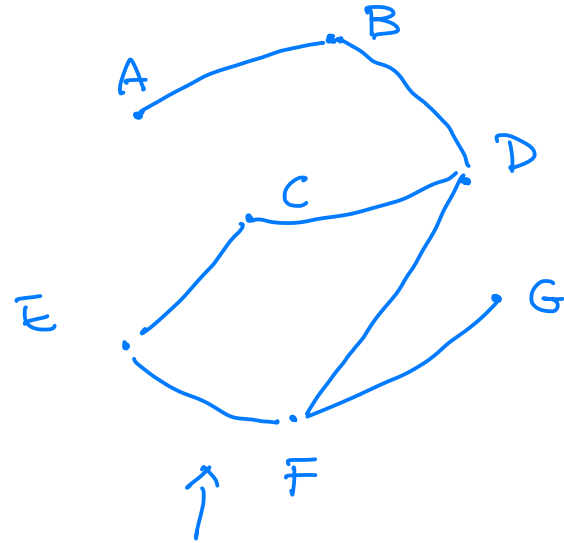
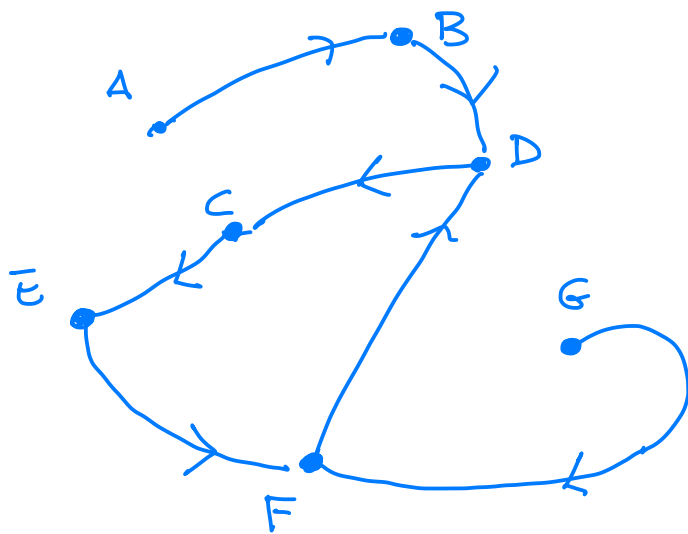
 $1 \rightarrow 3$  $3 \rightarrow 5$  $5 \rightarrow 1$ 
$$6 \rightarrow 6$$

4  $\rightarrow$  8

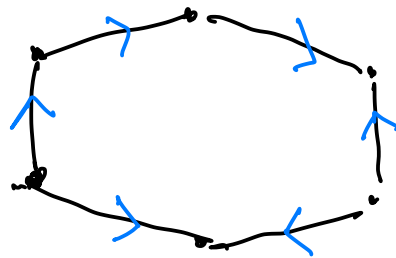
8 → 4

$$7 \rightarrow 7$$

2 → 2



GRAFO  $n$  vertici e  $n$  spigoli



# STABLE MARRIAGE

U insieme uomini  
D insieme donne

- $2n$  giocatori  $n$  uomini e  $n$  donne

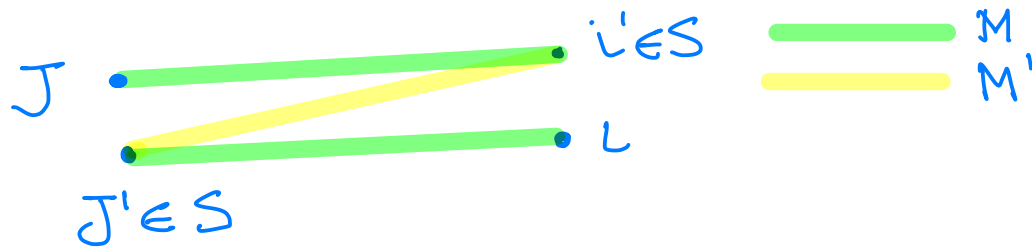
obiettivo: trovare un matching stabile

- per ogni uomo è data una graduatoria sulle donne  
ordine totale o permutazione sugli uomini
- per ogni donna "  
"

M MATCHING DI CARDINALITÀ  $n$  STABILE se  $\nexists$  coalizione

$S: |S \cap U| = |S \cap D|$  e un matching  $M' \in V(S)$ :

- $M'$  assegna a ogni  $j \in S$  un partner non peggiore di  $M$
- $M'$  assegna a  $j' \in S$  un partner migliore di  $M$



$\Rightarrow$  anche  $i'$  preferisce  $J'$  a  $J$

$\equiv$

$M$  è un matching stabile se e solo se  $\nexists i' \in U, j' \in D$ :

$i'$  preferisce  $j'$  al partner che  $M$  gli assegna  
 $j'$  preferisce  $i'$  al " "  $M$  le assegna



NUCLEO DI S.M.

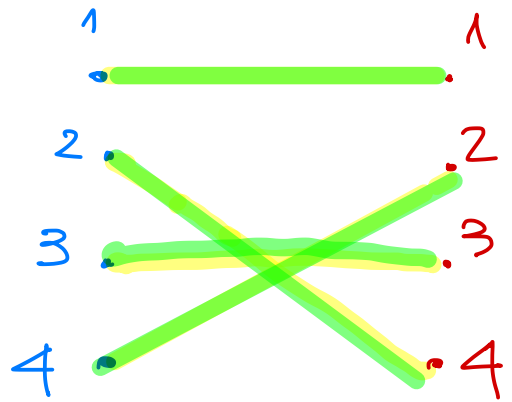
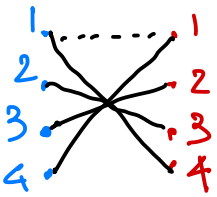
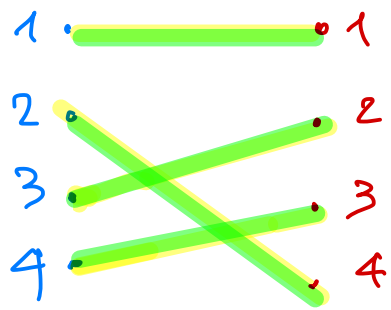
sempre non vuoto, in generale  $\exists$  + soluzioni nel nucleo

GALE SHAPLEY

algoritmo per individuare matching stabile

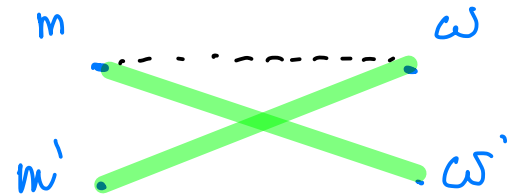
UOMINI

- 1 ~~1~~, 3, 4
- 2 4, 1, 2, 3
- 3 ~~1~~, 3, 2, 4
- 4 2, 3, 1, 4



DONNE

- 1 1, 3, 2, 4
- 2 3, 4, 1, 2
- 3 4, 2, 3, 1
- 4 ~~3~~, 2, 1, 4



GALE SHAPLEY INDIVIDUA UN UNICO MATCHING A PARTIRE DA U

//

//

//

// DA D

- IL MECCANISMO GALE SHAPLEY SE LANCiato DA U  
È STRATEGY PROOF X GLI UOMINI

- // // DA D  
// X LE DONNE