

# OTTIMIZZAZIONE NEI SISTEMI DI CONTROLLO 1

Esame 22 Luglio 2019

1. Si consideri il seguente problema di controllo ottimo:

$$\min_u J(u) = \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty (3x(t)^2 + 2u(t)^2) dt \right\}, \quad s.t. \quad \dot{x} = 2x - u, \quad (1)$$

- a) Calcolare il costo della legge di controllo  $\bar{u} = 3x$  a partire dalla condizione iniziale  $x(0) = -1$ . [3 PUNTI]
- b) Confrontare il costo di  $\bar{u}$  con il costo della soluzione  $u^*$  del problema di controllo ottimo (1). [4 PUNTI]

2. Si consideri il seguente problema di controllo ottimo:

$$\min_u J(u) = \left\{ \frac{1}{2} \int_1^2 u(t)^2 dt + \frac{1}{2} x(2)^2 \right\}, \quad s.t. \quad \dot{x} = \alpha x + u, \quad (2)$$

- a) Determinare la soluzione ottima del problema (2) in funzione del parametro  $\alpha > 0$ . [4 PUNTI]
- b) Determinare il costo ottimo a partire dalla condizione iniziale  $x(1) = 2$  per il valore  $\alpha = 0.5$ . [2 PUNTI]

3. Si consideri il seguente problema di controllo ottimo:

$$\min_u J(u) = \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty (3x_1(t)^2 + 2x_1(t)x_2(t) + x_2(t)^2 + u(t)^2) dt \right\}, \quad s.t. \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 \end{cases} \quad (3)$$

- a) Dire, motivando la risposta, se  $\bar{u} = -2x_1 - x_2$  è la soluzione ottima del problema (3). [3 PUNTI]
  - b) In caso contrario, dire se esiste un costo *significativo* modificato rispetto al quale  $\bar{u}$  è la soluzione ottima. [3 PUNTI]
4. Dare la definizione di *Value iteration* in un problema di reinforcement learning. Eseguire un passo di value iteration per il problema rappresentato in figura (pagina seguente) con  $\gamma = 0.5$  e partendo dalla stima iniziale della funzione valore data da  $v_0 = [1, -1, 2, 1]^\top$ , descrivendo brevemente i passi eseguiti. [6 PUNTI]
5. Descrivere brevemente l'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman. Dimostrare che l'equazione HJB fornisce condizioni sufficienti di ottimalità. [6 PUNTI]

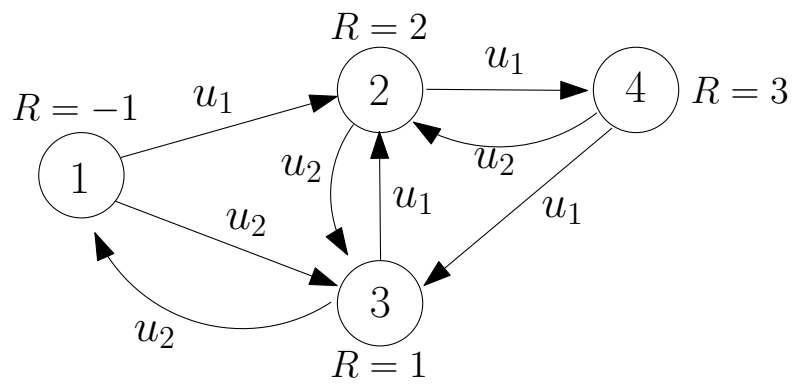


Figure 1: figura Domanda 4.