Teoria dei Giochi – Prova del 6 Dicembre 2016

Cognome, Nome, email: ____________________

Consegnare esclusivamente questo foglio. NGR $\equiv$ Non è richiesto di giustificare la risposta.

Esercizio 1 Si consideri un gioco non cooperativo finito, ovvero un gioco per cui sia l'insieme dei giocatori che l'insieme delle strategie a disposizione di ciascun giocatore sono finiti. Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o è falsa. **NGR**. Penalità per riposte errate.

1 Per ogni giocatore esiste almeno una strategia debolmente dominante. ☐ VERO ☐ FALSO

2 Per ogni giocatore esiste almeno una strategia conservativa. ☐ VERO ☐ FALSO

3 Esiste sempre almeno un equilibrio di Nash. ☐ VERO ☐ FALSO

4 (*) Ogni strategia dominante per il gioco (puro) rimane tale anche in strategia mista. ☐ VERO ☐ FALSO

5 Ogni strategia conservativa per il gioco (puro) rimane tale anche in strategia mista. ☐ VERO ☐ FALSO

6 In strategia mista esiste sempre un equilibrio di Nash. ☐ VERO ☐ FALSO

7 Se il gioco è antagonistico, in strategia mista esiste sempre un equilibrio di Nash. ☐ VERO ☐ FALSO

Esercizio 2 È dato un gioco non cooperativo finito e antagonistico, una strategia mista ξ_1 per il primo giocatore e una strategia mista ξ_2 per il secondo. Siano inoltre $\tilde{C}_1(\xi_1)$ e $\tilde{C}_2(\xi_2)$ quanto paga nel caso peggiore ciascuno dei 2 giocatori se gioca la corrispondente strategia. Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o è falsa. **NGR**. Penalità per riposte errate.

1 Può capitare che $\tilde{C}_1(\xi_1)$ e $\tilde{C}_2(\xi_2)$ siano entrambi negativi. ☐ VERO ☐ FALSO

3 Può capitare che $\tilde{C}_1(\xi_1) = 4$ e $\tilde{C}_2(\xi_2) = -1$. ☐ VERO ☐ FALSO

4 Può capitare che $\tilde{C}_1(\xi_1) = 1$ e $\tilde{C}_2(\xi_2) = -4$. ☐ VERO ☐ FALSO

5 Può capitare che $\tilde{C}_1(\xi_1) = 4$, $\tilde{C}_2(\xi_2) = -1$ e che il valore del gioco sia 2. ☐ VERO ☐ FALSO

6 Può capitare che $\tilde{C}_1(\xi_1) = 1$, $\tilde{C}_2(\xi_2) = -4$ e che il valore del gioco sia 2. ☐ VERO ☐ FALSO

7 Può capitare che $\tilde{C}_1(\xi_1) = 4$, $\tilde{C}_2(\xi_2) = -1$ e che il valore del gioco sia 0. ☐ VERO ☐ FALSO

8 Può capitare che $\tilde{C}_1(\xi_1) = 1$, $\tilde{C}_2(\xi_2) = -4$ e che il valore del gioco sia 0. ☐ VERO ☐ FALSO

9 Se il gioco (puro) ha una matrice dei payoff antisimmetrica, allora $\tilde{C}_1(\xi_1)$ e $\tilde{C}_2(\xi_2)$ sono sempre entrambi non negativi. ☐ VERO ☐ FALSO

Esercizio 3 Si consideri la seguente matrice dei payoff per un gioco in forma di minimizzazione, dove y è un qualunque numero intero (positivo o negativo):

Giocatore 2

Giocatore 1		A	B	C
	F	$0,5$	$2y+1,6$	$6-2y,4y+1$
	E	$y-2,5-2y$	$4,2$	$5,3$
	D	$1,2y+3$	$5,5$	$7-2y,6-2y$

3.1 Dire per quali valori di y esistono equilibri di Nash del gioco (se ve ne sono) e quali sono. **NGR**.

3.2 Per ciascun giocatore, dire per quali valori di y esistono strategie debolmente dominanti (se ve ne sono) e quali sono. **NGR**.

3.3 Porre adesso $y = 0$ e dire quali sono i vettori di strategie ottimi deboli secondo Pareto (se ve ne sono) in questo caso. **NGR**.

Esercizio 4 Nel consiglio di amministrazione di una società siedono 6 uomini e 2 donne. Una decisione viene assunta se e solo se a suo favore vota sia la maggioranza stretta degli uomini (cioè almeno 4 uomini) che entrambe le donne.

4.1 Se il gioco si può formulare come un gioco cooperativo, dire qual è il valore di Shapley di ciascun giocatore. Illustrare la risposta sinteticamente nel seguito.

4.2 Dire se il vettore dei valori di Shapley indicati al punto 4.2 è nel nucleo: se lo è, è sufficiente rispondere "SI"; se non lo è, esibire una coalizione per cui il vettore non è stabile.

Esercizio 5 Considera il seguente gioco non cooperativo. I giocatori sono tre: A, B, C e ciascun giocatore deve scegliere un numero intero compreso tra 1 e 100. La regola per determinare il payoff dei giocatori è la seguente:

- se tutti e tre i giocatori hanno scelto un numero diverso, vince il gioco il giocatore che ha scelto il numero più basso, che riceve un euro da entrambi gli altri due giocatori;
- se due giocatori hanno scelto uno stesso numero e il terzo giocatore ha scelto un numero diverso, vince il gioco quest'ultimo che riceve un euro da entrambi gli altri due giocatori;
- se tutti e tre i giocatori hanno scelto lo stesso numero il payoff è 0 per tutti e tre i giocatori.

5.1 Indica le strategie debolmente dominanti di ciascun giocatore, se esistono. Illustrare la risposta sinteticamente nel seguito.

5.2 Indica gli equilibri di Nash del gioco, se esistono. Illustrare la risposta sinteticamente nel seguito.