

# MRAC SISO

Lorenzo Rossi Matricola: 0301285

May 31, 2022

- 1 Introduzione
- 2 Modello teorico
  - Assunzioni Impianto
  - Assunzioni del modello di riferimento
- 3 Modello teorico e implementazione Simulink
  - Regressore
  - Controllore
- 4 Analisi
- 5 Conclusioni

## Assignment 5

Considerato il sistema del secondo ordine con funzione di trasferimento:

$$G(s) = k \frac{s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (1)$$

con  $k, b_0 > 0, a_1, a_0$  costanti non note e modello di riferimento:

$$y_m = \frac{1}{s + 1} r \quad (2)$$

Sia  $\Lambda(s) = s + 2$ . Quindi, verificare che tutte le assunzioni per il design di un MRAC siano soddisfatte ed effettuare simulazioni del sistema a ciclo chiuso con MRAC assumendo che

$$b_0 = 2, a_0 = 5, a_1 = -10, k = 1, r = E_1 \sin(\omega_1 t) + E_2 \sin(\omega_2 t), E_1 \neq 0, E_2 \neq 0, \omega_1 \neq \omega_2$$

# Assunzioni

- Assunzioni dell'impianto  $G(s) = k \frac{s+b_0}{s^2+a_1s+a_0} = k \frac{Z(s)}{R(s)}$ :

- $Z(s)$  è un polinomio monico di Hurwitz di grado  $m$ .

Condizione necessaria affinché il polinomio  $s + b_0$  sia di Hurwitz se i coefficienti del polinomio siano tutti positivi. Quindi:

$$b_1 > 0, b_0 > 0 \quad (3)$$

Il polinomio è di Hurwitz;

- È noto un upper bound  $N$  di grado  $n$  di  $R(s)$ : il limite è 2;
- È noto il grado relativo  $rd = n - m$  del sistema:

$$rd = 2 - 1 = 1 \quad (4)$$

- È noto il segno del guadagno ad alta frequenza  $k$ :  $\forall k > 0$

# Assunzioni

- Assunzioni del modello di riferimento  $y_m = \frac{1}{s+1}r = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)}$ :

- $Z_m(s)$  e  $R_m(s)$  sono polinomi monici di Hurwitz rispettivamente di grado  $m_m, n_m$  con  $n_m \leq N$ :

$$m_m = 0 \quad (5)$$

$$n_m = 1 \quad N = 2 \rightarrow 1 \leq 2 \quad (6)$$

- Il grado relativo del modello di riferimento  $rd_m = n_m - m_m$  è tale che  $rd_m = rd$ :

$$rd_m = 1 = rd \quad (7)$$

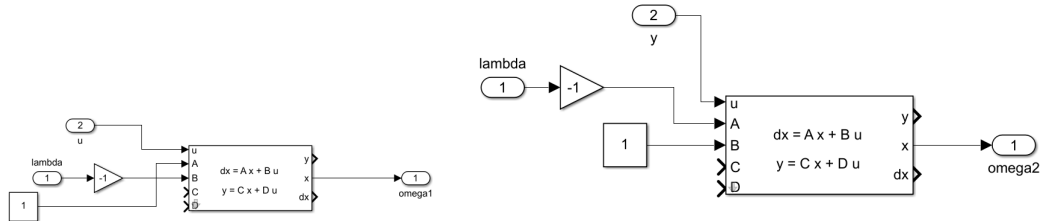
Tutte le assunzioni sono verificate.

# Modello teorico e implementazione Simulink

## • Regressore:

$$\dot{\omega}_1 = F\omega_1 + gu \quad (8)$$

$$\dot{\omega}_2 = F\omega_2 + gy \quad (9)$$



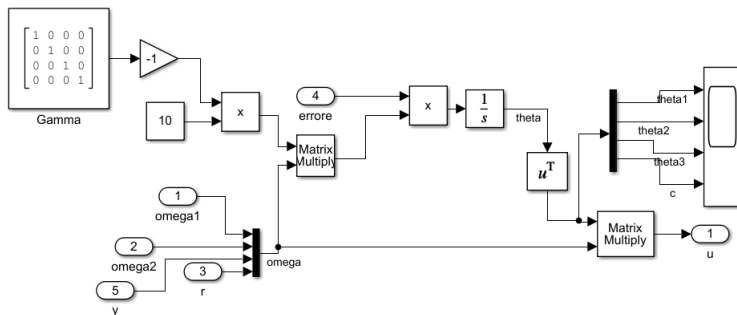
# Modello teorico e implementazione Simulink

## • Controllore:

$$\theta = [\theta_1^T \quad \theta_2^T \quad \theta_3 \quad c]^T \quad (10)$$

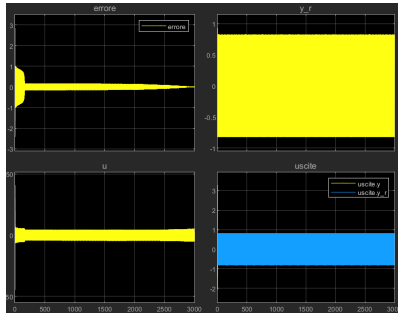
$$\omega = [\omega_1^T \quad \omega_2^T \quad y \quad y]^T \quad (11)$$

$$u = \hat{\theta}^T \omega, \quad \dot{\hat{\theta}} = -\Gamma e_1 \omega, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0 \quad (12)$$

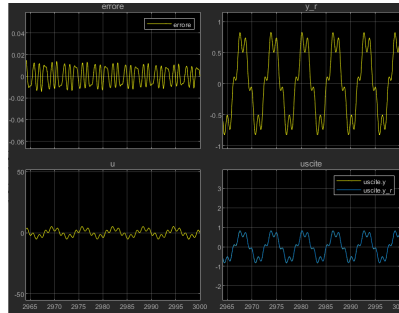


# Analisi

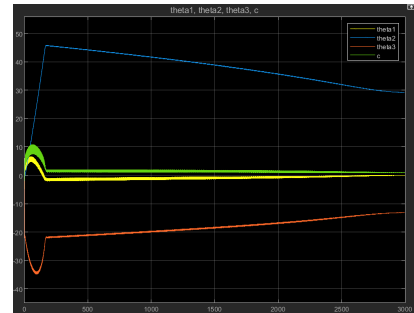
- Parametri:  $E_1 = 1, E_2 = 1, \omega_1 = 1, \omega_2 = 5, F = \text{diag}(10)$



(a) Intervallo totale



(b) Ingrandimento a convergenza

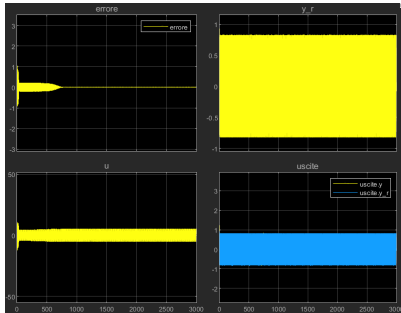


(c) Theta

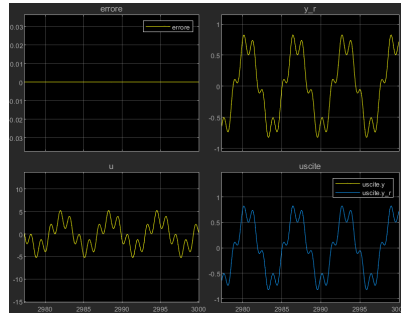


# Analisi

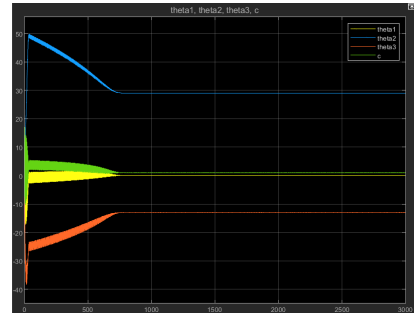
- Parametri:  $E_1 = 1, E_2 = 1, \omega_1 = 1, \omega_2 = 5, F = \text{diag}(70)$



(d) Intervallo totale



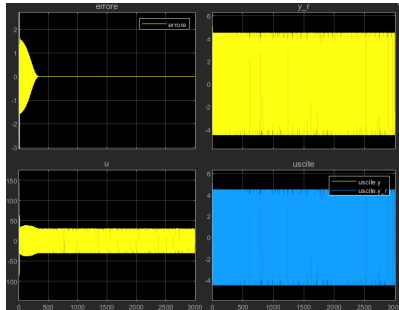
(e) Ingrandimento a convergenza



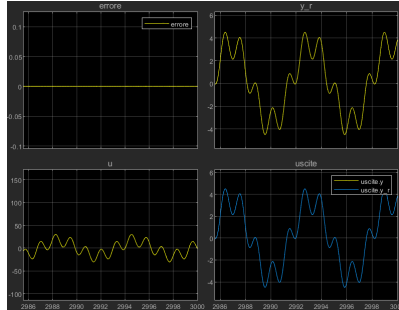
(f) Theta

# Analisi

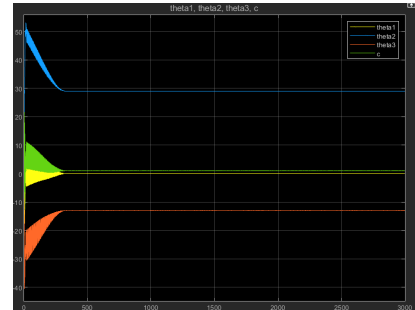
- **Parametri:**  $E_1 = 7, E_2 = 5, \omega_1 = 1, \omega_2 = 5, F = \text{diag}(10)$



(g) Intervallo totale



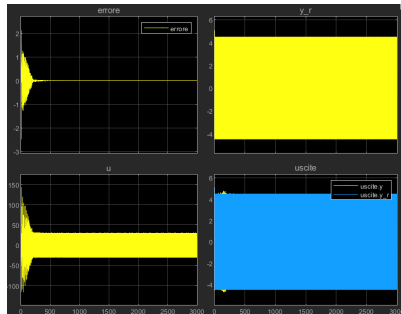
(h) Ingrandimento a convergenza



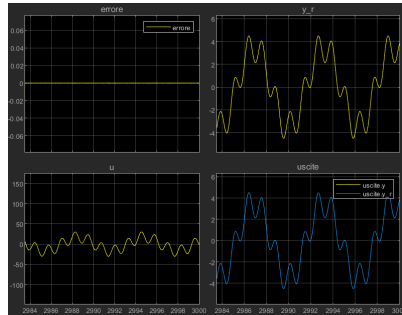
(i) Theta

# Analisi

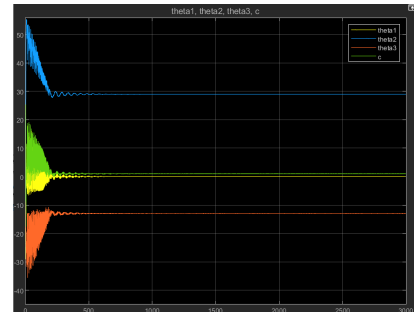
- Parametri:  $E_1 = 7, E_2 = 5, \omega_1 = 1, \omega_2 = 5, F = \text{diag}(70)$



(j) Intervallo totale



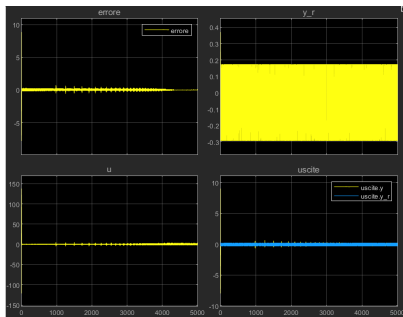
(k) Ingrandimento a convergenza



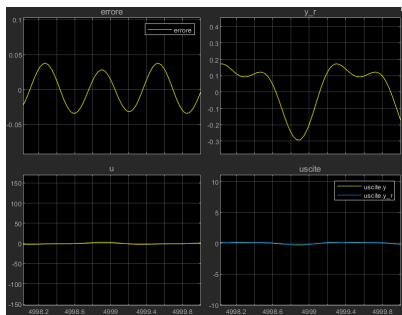
(l) Theta

# Analisi

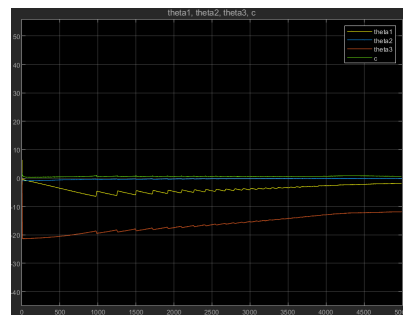
- **Parametri:**  $E_1 = 1, E_2 = 1, \omega_1 = 5, \omega_2 = 10, F = \text{diag}(1)$



(m) Intervallo totale



(n) Ingrandimento a tempo finale



(o) Theta

# Conclusioni

L'errore, come ci aspettiamo dalla teoria, tende asintoticamente a zero nel tempo di simulazione scelte. Ne fa eccezione l'ultima simulazione proposta in cui, sebbene l'errore sia diminuito, non è giunto ancora a 0. Inoltre, i risultati proposti variano notevolmente in base alla scelta in base alle frequenze, le ampiezze scelte ed ai valori di  $\Gamma$ . In particolare, a valori bassi di  $\Gamma$  corrisponde un transitorio più regolare con tempi di risposta maggiori e con stime dei parametri più lente; al contrario, per valori alti di  $\Gamma$  si ha un transitorio meno regolare, con tempi di risposta minori, azioni di controllo più intense e stime dei parametri più veloci.