PROGETTO DI RETI

#11-12

FACILITY LOCATION : tutti i giocatori ricevevano il servizio...
ma in pratica x i giocatori il costo del servizio è determinante

N : giocatori interessati a un servizio

$\forall S \subseteq N$ abbiamo $c(S)$ costo erogazione servizio per i giocatori in S

la soluzione del problema di F.L. x i giocatori di S

privato

v_i : quanto il giocatore i è disposto a pagare per ricevere il servizio
=
valore che il giocatore i attribuisce al servizio

COST SHARING MECHANISM x UN GIOCO (N, c)

riceve $\forall i \in N$ la scommessa b_i $\equiv$ bid

decide $Q \subseteq N$ $\equiv$ insieme dei giocatori che ricevono il servizio

$Q(b)$

$\forall i \in N$ p_i $\equiv$ quanto il giocatore i va a pagare

$p_i(b)$

- no positive transfer: $p_i \geq 0 \quad \forall i \in N$
- voluntary participation: $i \notin Q \rightarrow p_i = 0$
  $i \in Q \rightarrow p_i \leq b_i$
- consumer sovereignity: $\forall i \in N, \exists b_i^* : b_i \geq b_i^* \rightarrow i \in Q$
  no matter what the others do

- $\left(c(Q) \geq \right) \sum_{i \in Q} P_i \geq \gamma \cdot c(Q)$ $\quad \gamma$ BUDGET BALANCED

GROUP STRATEGY PROOF

- $\forall\, S \subseteq N$, let v and v' two vectors of bids:

INDICATOR VECTOR di Q'

$$v_i = v_i' \quad \forall\, i \notin S$$

TRUE: $v \downarrow (Q, P)$

CHEAT: $v' \downarrow (Q', P')$

mechanism is group strategy proof

if the inequality $\underbrace{v_i q_i' - P_i'}_{\text{UTILITÀ x GIOC i IN HYP CHEAT}} \geq \underbrace{v_i q_i - P_i}_{\text{UTILITÀ x GIOC i IN HYP TRUE}}$ $\quad \forall\, i \in S \Rightarrow$

these inequalities hold tight $\;=\;$ $\forall\, i \in S$

- COSTRUIRE UN COST SHARING MECHANISM A PARTIRE DA COST SHARING SCHEME (e.g. ALGORITMO P/D per facility location)

COST SHARING SCHEME:

una funzione $\xi : N \times 2^N \to R \equiv$ per ogni $i \in N$ e per ogni coalizione $S \subseteq N$

ritorna $\xi(i, S) = 0 \quad i \notin S$

- $\sum_{i \in S} \xi(i, S) \geq \gamma \, c(S)$ γ BUDGET BALANCED

- L'ALGORITMO PRIMALE DUALE PER F.L. È UN COST SHARING SCHEME BUDGET BALANCED

MECCANISMO DI MOULIN M_ξ

$\xi(i,S)=0$
$i \notin S$

$\xi(i,S) = \alpha_i$
per il gioco
(S,c)

1. INIZIALIZZARE $S := N$
2. PER OGNI GIOCATORE $i \in N$ CALCOLIAMO $\xi(i,S)$
3. $S' := \{ i \in S : b_i \geq \xi(i,S) \}$
4. SE $S \neq S'$ allora $S := S'$ e GOTO 2
ALTRIMENTI terminiamo restituendo $(S, \xi(i,S))$

Q P

METODO PER PASSARE DA UNO SCHEMA DI C.S.
A
UN MECCANISMO DI C.S.

N.P.T. ✓
V.P. ✓
C.S. ✓

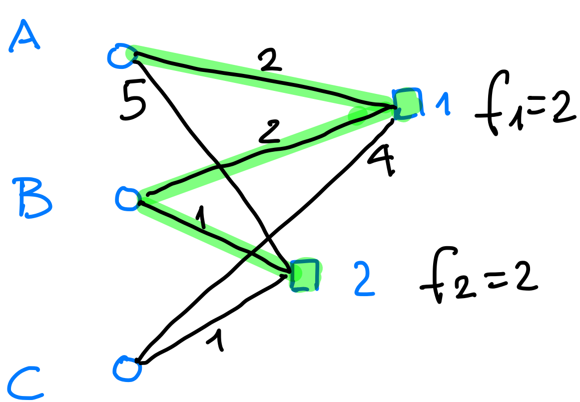
BUDGET BALANCED ✓ SE SCHEMA BUDGET BALANCED

GROUP STRATEGY PROOF ✓ SE SCHEMA È CROSS-MONOTONE

- SCHEMA CROSS MONOTONE $\equiv$ un giocatore non dovrebbe essere penalizzato se il servizio cresce

SCHEMA ξ è CROSS MONOTONE se $\forall\, S, T \subseteq N$

vale $\xi(i, S) \geq \xi(i, S \cup T) \quad \forall\, i \in S$



$S = \{A, B, C\} \rightarrow$ $\xi(A, S) = 4$, $\xi(B, S) = 2$, $\xi(C, S) = 2$

$S = \{A, B\} \rightarrow$ $\xi(A, S) = 3$, $\xi(B, S) = 3$

NELLA PROSSIMA SLIDE PRESENTIAMO
UN GIOCO COOPERATIVO AL QUALE
PROVARE AD APPLICARE I CONCETTI
DISCUSSI FIN QUI

• N giocatori ≡ aziende che producono un prodotto P
≡ offrono un servizio

S.P.G. $N=\{1,\dots,n\}$; $c_1 \le c_2 \le \dots \le c_n$

PRICE TAKER
prezzo unitario r

ogni $i \in N$ ha

1) la capacità di produrre il bene in quantità illimitata
2) ha una frazione dei consumatori $\lambda_i \in [0,1]$
   $\hookrightarrow \sum_{i \in N} \lambda_i = 1$
3) produce una unità del prodotto con costo c_i (possibil $c_i > r$)

• In assenza di cooperazione fra le aziende
utilità della azienda i $\max\{\lambda_i(r-c_i), 0\}$

4) x ogni azienda i $\exists$ un valore v_i che è il minimo guadagno x cui l'azienda è interessata a partecipare

UTILITÀ COALIZIONE $\{1,2\} = (\lambda_1+\lambda_2)\cdot(r-c_1)$

HYP $c_1 \leq r$

- UTILITÀ DI UNA QUALUNQUE COALIZIONE ?
- UTILITÀ SUPERADDITIVA ?
- NUCLEO VUOTO ?
- SE NUCLEO VUOTO $\rightarrow$ COST SHARING ?
  SE NUCLEO NON VUOTO $\rightarrow$ UNA SOLUZIONE NEL NUCLEO È UN COST SHARING
- $\exists$ un meccanismo group strategy proof $\equiv$ cost SHARING SCHEME è CROSS-MONOTONE ?