Università di Tor Vergata

Dipartimento di Ingegneria dell'Impresa «Mario Lucertini»

CORSI DI

PROTOTIPAZIONE VIRTUALE

PROTOTIPAZIONE VIRTUALE E SIMULAZIONE DEI SISTEMI MECCANICI

BIOPROTESI

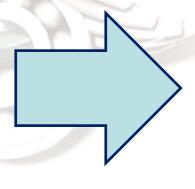
P3: La rappresentazione formale delle geometrie

Pier Paolo Valentini @ 2015

Descrivere (rappresentare) i solidi

- La rappresentazione (o schematizzazione) solida rappresenta una logica in cui sono tradotte le feature per la generazione della geometria voluta
- A partità di geometria finale possono esistere differenti modi di schematizzazione
- La schematizzazione deve contenere un approccio matematico adatto all'esecuzione efficiente di operazioni di modifica, manipolazione e visualizzazione delle geometrie compatibile con gli attuali elaboratori elettronici
- ☑ Ogni programma CAD ha al suo interno un **kernel geometrico** in grado di tradurre gli atti di modellazione in rappresentazioni matematiche delle geometrie



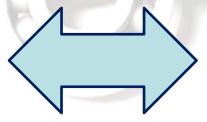


07007070070707070 70700707770707007 77707070070077770 070070070070070007

Esigenze di rappresentazione solida

- L'esigenza della rappresentazione solida si manifestò agli inizi degli anni '70 in risposta alla richiesta di formalizzazione della correttezza della modellazione geometrica per usi ingegneristici
- ☑ Rappresentazione solida valida → se l'oggetto rappresentato può esistere fisicamente
- ☑ La rappresentazione deve descrivere l'oggetto in maniera non ambigua
- ☑ La rappresentazione deve possedere le risposte per qualunque interrogazione geometrica dell'oggetto
- La rappresentazione deve essere indipendente dalla specifica implementazione al calcolatore, ma deve essere sviluppato con logica matematica

Modellazione solida



Schematizzazione Matematica

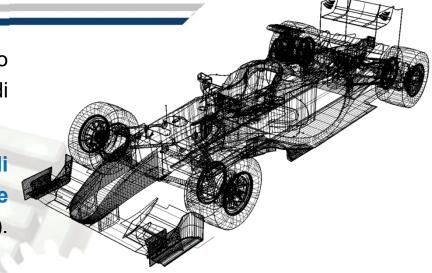
Strutture di modellazione

Tipo di modellatore	Rappresentazione	Esempi		
Wireframe	Strutture 3D descritte da vertici e lati. Assenza di superfici o volumi			
B-Rep (Boundary representation)	Strutture 3D descritte da vertici e lati e facce. Bordi definiti da funzioni esplicite $y=f(x)$ o implicite	VI Es		
CSG (Constructive Solid Geometry)	Strutture 3D descritte da operazioni topologiche utilizzando primitive geometriche	v ₂		
Octree	Strutture 3D descritte da scomposizioni di cubi organizzati secondo uno schema gerarchico			
Poligonali (mesh)	Strutture 3D descritte da scomposizioni di poligoni piani (triangolari o quadrangolari)			
iversità di Tor Vergata				

Modellatori Wireframe

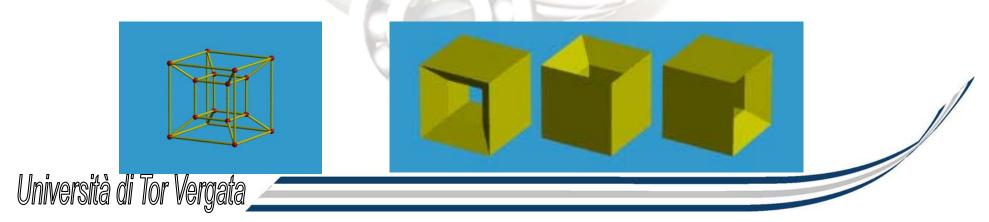
Le tecniche di modellazione Wireframe sono probabilmente tra le più antiche di rapresentazione dei solidi (1963)

Si basano sulla definizione di un insieme di vertici e un insieme di spigoli che congiungono i vertici a coppie (o anche curve).



☑E' possibile avere un'idea della tridimensionalità del componente (es. ingombri, preview), ma non esistono definizioni di superfici e di volumi (→ non adatto per la modellazione solida ma solo per la visualizzazione)

☑ Può generare delle rappresentazioni ambigue



Modellatori CSG

- I modellatori CSG (Constructive Solid Geometry) anche detti modellatori impliciti, si basano sulla definizione di relazioni per definire se un punto dello spazio appartiene o meno al volume solido
- ☑ Il volume racchiuso in un solido è schematizzato implicitamente in quanto tali relazioni (predicati) permettono solo un test indiretto senza esplicitare la forma del contorno

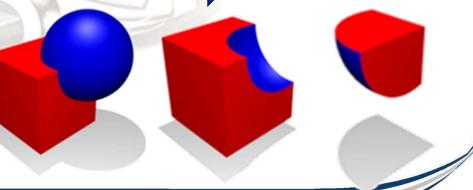
$$Solido = \{ P \mid A(P) = vero \}$$

Spesso le relazioni sono espresse da disuguaglianze algebriche per limitare porzioni spaziali

$$f = ax + by + cz + d$$

$$f \ge 0 \qquad \text{semispazio}$$

Per facilitare la creazione di geometrie, spesso più predicati vengono combinati insieme per definire delle forme base (es. sfera, cilindro, etc.) che possono esser combinate insieme per formare geometrie complesse

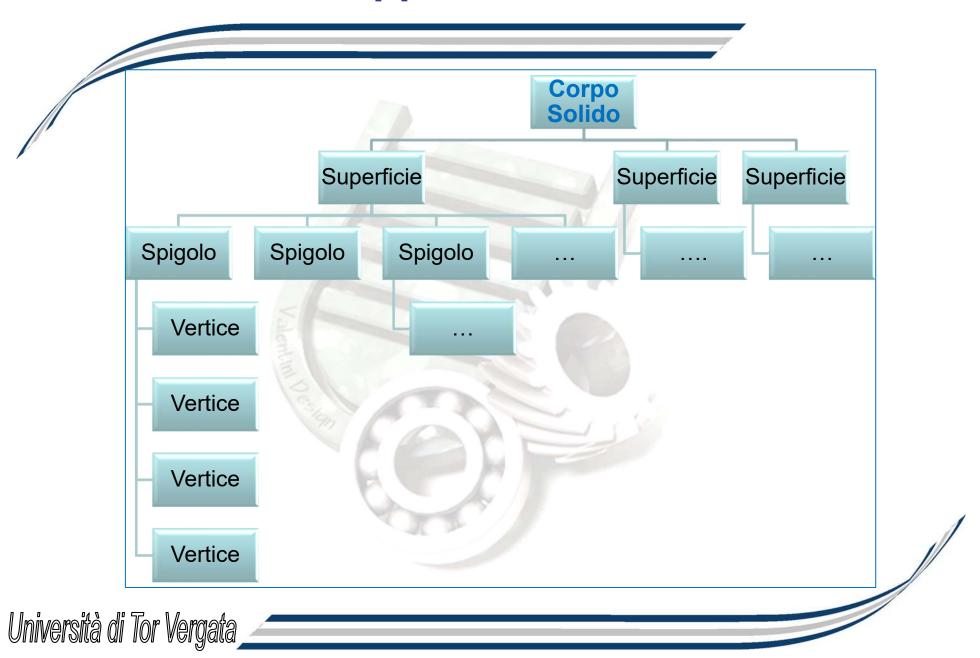


Modellatori B-REP

- Le tecniche di modellazione B-Rep (Boundary Representation) dette anche tecniche esplicite si basano sulla descrizione di solidi a partire dalle entità di contorno.
- ☑ Un solido sarà quindi descritto dalle superfici che lo compongono che delimitano il suo volume nello spazio.
- A loro volta le superfici saranno definite dagli spigoli (curvi o rettilinei) che le delimitano (anche in forma implicita)
- ✓ Ancora, gli spigoli saranno definiti da un insieme di vertici (es segmento → 2 vertici estremali)
- Un modello B-Rep dovrà quindi contenere le informazioni delle geometrie di contorno (superfici, spigoli e vertici) e le relazioni di connessione (relazioni topologiche) tra esse.



Gerarchie di rappresentazione B-REP



Formula di Eulero

Per un poliedro semplicemente connesso vale la formula di Eulero:

$$F - S + V = 2$$

- ✓ F numero delle facce
- S numero degli spigoli
- ✓ V numero dei vertici
- Per un poliedro con H fori (*genus*) vale la formula generalizzata:

$$F-S+V=2-2H=\chi$$
 Caratteristica di Eulero

- ☑ G numero di fori
- ▼ F numero delle facce
- S numero degli spigoli
- ✓ V numero dei vertici

B-Rep vs. CSG

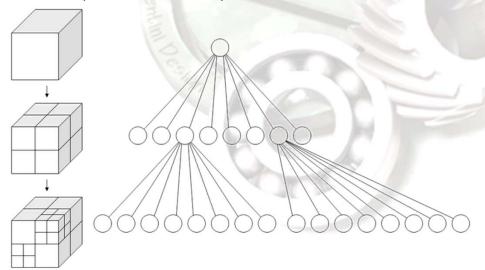
BRep		CSG
	Possibilità di visualizzare vertici, superfici e spigoli che sono direttamente identificabili nella rappresentazione	
	Rappresentazione più snella e con minori requisiti computazionali	
	Attuale impiego nei sistemi CAD professionali	
	Impiego nei modellatori approssimati (computer graphics)	

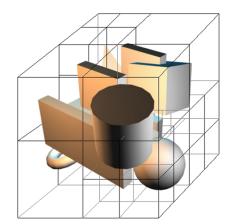
Octree \rightarrow Rappresentazioni volumetriche

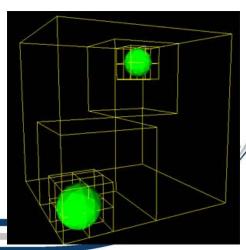
Le tecniche di rappresentazione Octree si basano su strutture gerarchiche in cui ciascun padre possiede 8 figli (cubo > vertici del cubo). La struttura gerarchica serve a suddividere (partizionare) lo spazio e verificare se ciascun elemento appartiene o meno alla definizione del solido

E' così possibile scomporre una complessa geometria solida in tanti cubi, composti a loro volta in tanti altri cubi e così via, fino alla definizione dei loro vertici.

Le rappresentazioni volumetriche sono adatte per geometrie derivanti da analisi biomediche (MRI, TAC, etc...)



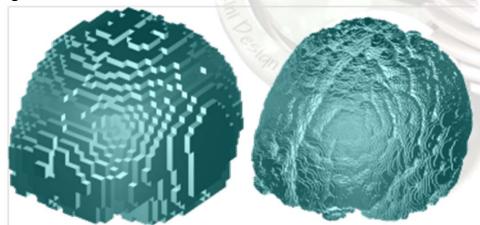




Rappresentazioni Voxel (Volumetric Pixel)

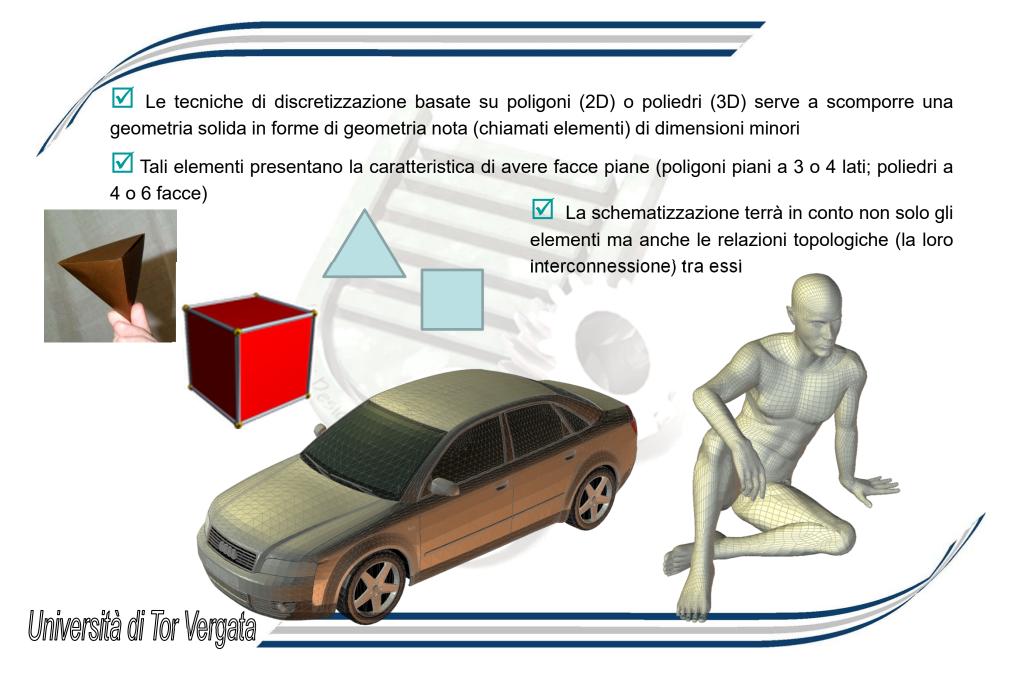
- La rappresentazione volumetrica a pixel può essere vista come estensione al caso 3D di una immagine 2D.
- L'immagine 2D è composta da diversi elementi quadrati pixel che ne contengono le informazioni
- Il Voxel è composto da una serie di elementi cubiformi che ne contengono le informazioni (es. C'è materia o no).
- In questo modo è possibile descrivere una geometria tridimensionale non con delle entità geometriche e delle coordinate ma con delle relazioni di riempimento spaziale

☑ In combinazione con le rappresentazioni Octree sono comunemente impiegati nelle diagnostiche digitali.



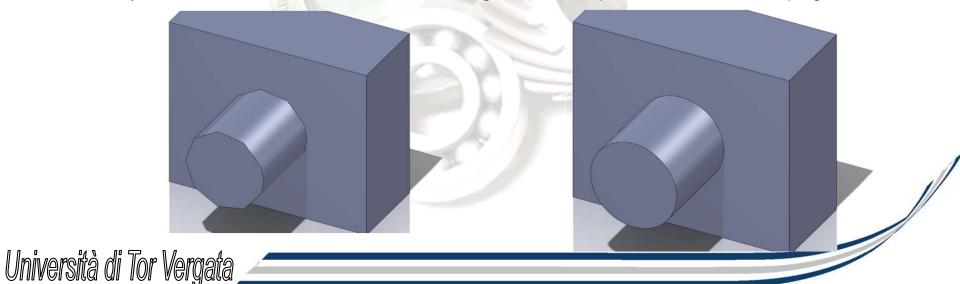


Mesh Poligonali/Poliedriche



Modellazione e visualizzazione

- In un modellatore solido le informazioni immagazzinate per la modellazione NON coincidono con quelle per la visualizzazione
- Per la visualizzazione non servono i requisiti di precisione ed esattezza, pertanto è sufficiente ua rappresentazione approssimata
- Il modello visualizzato sarà pertanto sempre trasformato in mesh triangolare, compatibile con le librerie grafiche delle attuali schede video (Open GL, DirectX)
- L'accuratezza della semplificazione dipende dalle prestazioni del sistema grafico (memoria) e dalla velocità di processamento. Sarà pertanto possibile vedere degli artefatti grafici (imprecisioni ed errori) che non vanificano un'esatta descrizione geometrica, dipendente dal kernel impiegato



Metodologie di visualizzazione

- Per offrire l'aspetto tridimensionale degli oggetti nella visualizzazione si possono utilizzare differenti tipi di aspetti:
- **Wireframe**

- ☑ Wireframe a bordi nascosti (z buffer)
- ☑ Ombreggiatura con o senza bordi (shading)

Legge di Lambert (1760) : L'intensità di luce riflessa da una superficie è proporzionale al coseno dell'angolo di incidenza tra la normale e il raggio di luce

$$I(\theta) = I(0) \rho \cos(\theta)$$

Tecniche avanzate (ombre, occlusioni e riflessi) [solo per CAD moderni e prestazionali]