OTTIMIZZAZIONE NEI SISTEMI DI CONTROLLO 1

Esame 16 Settembre 2019

1. Si consideri il seguente problema di controllo ottimo:

$$\min_u J(u) = \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (3x_1(t)^2 + 2x_1(t)x_2(t) + x_2(t)^2 + u(t)^2) dt \right\}, \qquad s.t. \qquad \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x}_1 & = & -2x_1 + u \\ \dot{x}_2 & = & ax_1 - u \end{array} \right. \tag{1}$$

   a) Determinare, se esiste, un valore di a tale che la legge di controllo $\bar{u} = x_2$ sia ottima per il problema (1), sapendo che la funzione valore associata $\bar{V}$ soddisfa $\frac{\partial \bar{V}}{\partial x_1} = x_1 + x_2$. [4 PUNTI]
   b) Determinare il minimo costo ottenibile per il problema (1) a partire dalla condizione iniziale $x(0) = [-1, 2]^\top$. [2 PUNTI]

2. Si consideri il seguente problema di controllo ottimo:

$$\min_u J(u) = \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (3x_1(t)^2 + 4x_1(t)x_2(t) + 3x_2(t)^2 + u(t)^2) dt \right\}, \qquad s.t. \qquad \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x}_1 & = & x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 & = & -x_2 + u \end{array} \right. \tag{2}$$

   (a) Si determini una legge di controllo in retroazione dallo stato $u_0 = K_0 x$ tale che gli autovalori di $S_0 = A + BK_0$ siano $\{-2, -1\}$. [3 PUNTI]
   (b) Determinare le condizioni iniziali $[x_1(0), x_2(0)]^\top$, se esistono, dalle quali il costo della legge di controllo u_0 sia esattamente pari a 3. [3 PUNTI]

3. Si consideri il seguente problema di controllo ottimo:

$$\min_u J(u) = \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{1} u(t)^2 dt + \frac{1}{2} x_1(1)^2 + \frac{1}{2} x_2(1)^2 \right\}, \qquad s.t. \qquad \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x}_1 & = & x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 & = & -2x_2 + u \end{array} \right. \tag{3}$$

   Determinare il costo della soluzione ottima di (3) a partire dalla condizione iniziale $x(0) = [1, 0]^\top$. [7 PUNTI]

4. Enunciare e dimostrare il *Principio di Ottimalità*. [6 PUNTI]

5. Discutere il problema del tracking e della reiezione di disturbi noti. [6 PUNTI]