Teoria dei Giochi

22

$N = \{1, 2, 3\}$

$i = 1$

A_i^P

$$S_i(v) = \frac{1}{n!} \sum_{p \in P} \left(v(A_i^p) - v(A_i^p - \{i\}) \right)$$

P:

			UT. MAR
1	2	3	0
1	3	2	0
2	1	3	ρ
2	3	1	$1-\rho$
3	1	2	ρ
3	2	1	$1-\rho$

$$\Rightarrow S_i(v) = \frac{1}{6}\left(\cancel{2\rho} + 2 - \cancel{2\rho}\right) = \frac{1}{3}$$

$N = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ $\qquad p = 4216375$ $\qquad i=3$

$$\overbrace{4 \quad 2 \quad 1 \quad 6}^{A_i^p - \{i\}} \quad 3 \quad 7 \quad 5$$

$$\underbrace{4 \quad 2 \quad 1 \quad 6 \quad 3}_{A_i^p} \quad \underbrace{7 \quad 5}_{N/A_i^p}$$

$4!\,2!$

$A_i^p - \{i\} = \{1,2,4,6\}$

$(|A_i^p|-1)!\,(n-|A_i^p|)!$

$$S_i(v) = \frac{1}{n!} \sum_{p \in P} \underbrace{\left(v(A_i^p) - v(A_i^p - \{i\})\right)}$$

1246 3 57

1426 3 57

1426 3 75

....

$$S_i(v) = \sum_{T \subseteq N : i \in T} \frac{(|A_i^p|-1)!\,(n-|A_i^p|)!}{n!} \left(v(T) - v(T \setminus \{i\})\right)$$

$$2, 3, 1$$
$$3, 2, 1$$

$$S_i(v) = \sum_{T \subseteq N : i \in T} \frac{(|A_i^P|-1)!\,(n-|A_i^P|)!}{n!}\left(v(T) - v(T \setminus \{i\})\right)$$

$$N = \{1, 2, 3\}$$

$$|A_i^P| = 1 \qquad \frac{1}{n} = \frac{1}{3}$$

$$|A_i^P| = 2 \qquad \frac{1}{n!} = \frac{1}{6}$$

$$|A_i^P| = 3 \qquad \frac{1}{n} = \frac{1}{3}$$

$$i = 1$$

$$\{1\} \to |A_i^P| = 1$$
$$\{1,2\} \to |A_i^P| = \frac{1}{6}$$
$$\{1,3\} \to |A_i^P| = \frac{1}{6}$$
$$\{1,2,3\} \to |A_i^P| = \frac{1}{3}$$

$$S_i(v) = \frac{1}{3}\cdot 0 + \frac{1}{6}\cdot \rho + \frac{1}{6}\cdot \rho + \frac{1}{3}(1-\rho) = \frac{1}{3}$$

GIOCHI SEMPLICI : $v : 2^N \to \{0,1\}$

VALORE DI SHAPLEY
$\equiv$
INDICE SHUBIK
$\equiv$
INDICE DI POTERE

4 PARTITI A, B, C, D

- 10, 20, 30, 40 seggi
- maggioranza stretta $= \geq 51$ deputati x approvare legge
- vincolo mandato $=$ tutti i deputati di un partito votano allo stesso modo

$N = \{A, B, C, D\}$

$$v(T) = \begin{cases} 1 & \text{se i partiti di } T \text{ sono in grado di far approvare una legge} \equiv \# \text{ seggi dei partiti in } T > 50 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$T \subseteq N$

$\forall S,T \subseteq N : S \cap T = \emptyset \Rightarrow v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)$

$$\equiv$$

v è a valore $0, 1$

- v monotona $\quad v(Q) \geq v(R)$ se $R \subseteq Q$

- $\nexists\, S,T \subseteq N : S \cap T = \emptyset$
  $v(S) = v(T) = 1$

$$S_i(v) = \sum_{T\subseteq N\,:\, i\in T} \underbrace{\frac{(|A_i^P|-1)!\,(n-|A_i^P|)!}{n!}}\,\big(v(T) - v(T\setminus\{i\})\big)$$

$|N| = 4$

10, 20, 30, 40

10, 21, 30, 39

se $|A_i^P| = 1$ $\quad \frac{1}{4}$

se $|A_i^P| = 2$ $\quad \frac{1}{12}$

se $|A_i^P| = 3$ $\quad \frac{1}{12}$

se $|A_i^P| = 4$ $\quad \frac{1}{4}$

$S_1(v)$

$i=1$				
1/4	1	2	3	4
1/12	1 2	2 1	3 1	
	1 3	2 3	3 2	
	1 4	2 4	3 4	
1/12	1 2 3	2 1 3	3 1 2	
	1 2 4	2 1 4	3 1 4	
	1 3 4	2 3 4	3 2 4	
1/4	1 2 3 4	2 1 3 4	3 1 2 4	
	1/12	1/12 + 1/12 + 1/12 $= \frac{1}{4}$	1/12 + 1/12 + 1/12 $= \frac{1}{4}$	5/12
	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

- GIOCO MAGGIORANZA

$v(T) = 1$ se e solo se $|T| > \frac{|N|}{2}$

- GIOCO DITTATORIALE

$\exists\, i \in T$ dittatore $\qquad v(T) = 1$ se e solo se $i \in T$

- GIOCO UNANIMITÀ

$v(T) = 1$ se e solo se $T = N$

- GIOCO SEMIDITTATORIALE

$\exists\, i \in T$ semi dittatore $\qquad v(T) = 1$ se $|T| \geq 2$, $i \in T$

$v(N - \{i\}) = 1$

else 0