


TEORIA DEI GIOCHI

23



$$S_i(v) = \sum_{p \in P} \frac{(\sigma(A_i^p) - \sigma(A_i^p - \{i\}))}{n!} \leftarrow \begin{array}{l} 1-1 \\ 0-0 \\ 1-0 \\ 0-1 \end{array} \quad \text{X SUPER ADT}$$

$$= \frac{1}{n!} \# \text{ permutazione } p : A_i^p \text{ è vincente e } A_i^p - \{i\} \text{ no}$$

- MOLTO SPESSO IL VALORE $\sigma(A_i^p)$ dipende dalla CARDINALITÀ di A_i^p

- GIOCO DI MAGGIORANZA

$$\frac{1}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 n-1 n = 11
POSIZIONI

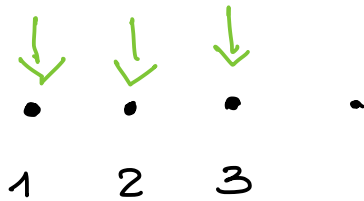
$$\sigma(T) = 1 \text{ se esdorse } |T| > \frac{n}{2}$$

$$\sigma(T) = 0 \text{ else}$$

$$P = \text{PERMUTAZIONI IN cui } |A_i^p| = 1 \cup \text{PERMUTAZIONI IN cui } |A_i^p| = 2 \dots$$

$$\text{PERMUTAZIONI IN cui } |A_i^p| = n$$

GIOCO DITTATORIALE



$$\exists j \in N : v(T) = 1 \text{ se e solo se } j \in T$$



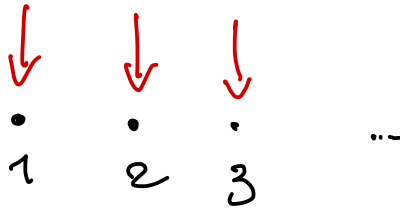
n-1 n

POSIZIONI

$$S_j(v) = 1 \rightarrow S_i(v) = 0 \quad i \neq j$$

GIOCO UNANIMITA'

$i \in N$



$$v(T) = 1 \text{ se e solo se } T = N$$

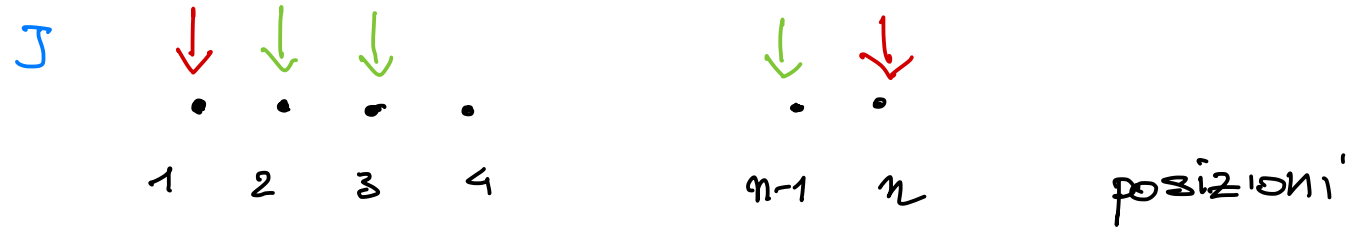


$$S_i(v) = \frac{1}{n}$$

Gioco (SEMI-)DITTATORIALG

$$\exists j \in N : v(T) = 1 \quad \text{se} \quad \begin{cases} |T| \geq 2 \text{ e } j \in T \\ T = N - \{j\} \end{cases}$$

0 else



permutazioni per cui j è determinante $(n-2) \cdot (n-1)!$

$$S_j(\sigma) = \frac{(n-2) \cdot (n-1)!}{n!} = \frac{n-2}{n}$$

$$S_i(\sigma) = \frac{1 - \left(\frac{n-2}{n}\right)^{n!}}{n-1} = \frac{2}{n(n-1)} \quad i \neq j$$

6 uomini

3 donne

U uomini

D donne

$$N = U \cup D$$

$$|N| = 9$$

$$v(T) = 1$$

$$v(T) = 0 \text{ else}$$

se e solo se $|T \cap U| \geq 4$

$$\text{e } |T \cap D| \geq 2$$

maggioranza
stretta uomini

maggioranza
donne

U_3
 \equiv
(



posizioni

$i \in U$

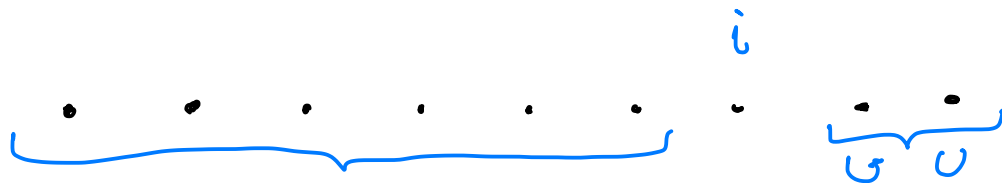
3 uomini
2 donne

$$5! 3! \binom{5}{3} \cdot \binom{3}{2}$$

#permutazioni in
cui i è in 6° posiz.
ed è donna.

U_2 U_4 U_6 D_1 D_2
 U_2 U_4 U_6 D_1 D_2
 U_4 U_2 U_6 D_1 D_2

D_3 U_5 U_1
 U_5 D_3 U_1
 U_5 D_3 U_1



3 uomini

3 donne

$$\binom{5}{3} \binom{3}{3} 6! 2!$$

permutazioni: i è a + posizione
eol è determinato

$$S_u(v) =$$

$$\frac{5! 3! \binom{5}{3} \binom{3}{2} + \binom{5}{3} \binom{3}{3} 6! 2!}{9!} \quad \frac{25}{262}$$

$$S_d(v) = \frac{1 - 6 S_u(v)}{3}$$

$$\frac{34}{262}$$

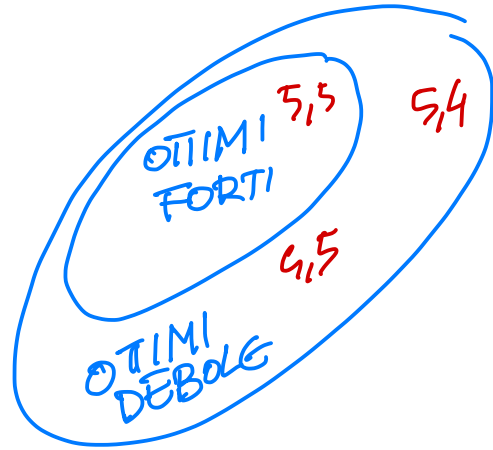
MAX

5,5
5,4

4,5
~~3,3~~

— OTTIMO (DEBOLE)
SECONDO
PARETO

— OTTIMO FORTE
SECONDO
PARETO



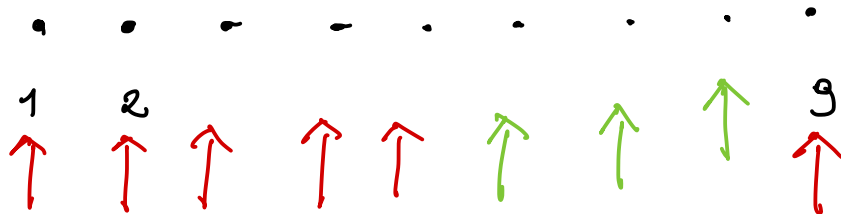
PUNTO NON È O.F.S.P.

SE \exists un ALTRO STATO DEL GIOCO IN CUI

TUTTI I GIOCATORI NON PEGGIOR IL PAYOFF
E ALMENO UNO LO MIGLIORA

5 uomini e una donna

$i \in D$



permutazioni in cui i è la 6^a posizione ed è determinata

// // // // //
 // // // // //
 // // // // //
 // // // // //

7^2
 8^2

$$S_d(V) = \binom{6}{4} \binom{2}{1} 5! 3! + \binom{6}{5} \binom{2}{1} 6! 2! + \binom{6}{6} \binom{2}{1} 7! 1!$$

$$9!$$

$$\binom{6}{4} \binom{2}{1} 5! 3!$$

$$\binom{6}{5} \binom{2}{1} 6! 2!$$

$$\binom{6}{6} \binom{2}{1} 7! 1!$$