

OTTIMIZZAZIONE NEI SISTEMI DI CONTROLLO 1

COMPITO A

Esonero 22 Giugno 2018

1. Si consideri il seguente gioco differenziale scalare a due giocatori:

$$\begin{aligned} \min_{u_1} J_1(u_1, u_2) &= \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty (a^2 x(t)^2 + u_1(t)^2 - u_2(t)^2) dt \right\}, \\ \min_{u_2} J_2(u_1, u_2) &= \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty (-a^2 x(t)^2 + u_2(t)^2 - u_1(t)^2) dt \right\}, \end{aligned} \quad s.t. \quad \dot{x} = ax + \sqrt{2}u_1 - u_2 \quad (1)$$

- (a) Determinare i valori del parametro $a \geq 0$ per cui esiste un equilibrio di Nash del gioco (1) [6 PUNTI]
- (b) Scrivere le strategie di equilibrio in funzione di a [3 PUNTI]
- (c) Se $a = 1$ è ammissibile, calcolare il costo del giocatore 2 a partire dalla condizione iniziale $x(0) = 1$. [2 PUNTI]

2. Si consideri il seguente gioco differenziale scalare a due giocatori:

$$\begin{aligned} \min_{u_1} J_1(u_1, u_2) &= \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty (-x(t)^2 + 2u_1(t)^2) dt \right\}, \\ \min_{u_2} J_2(u_1, u_2) &= \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty (-2x(t)^2 + u_2(t)^2) dt \right\}, \end{aligned} \quad s.t. \quad \dot{x} = \sqrt{2}u_1 - u_2 \quad (2)$$

- (a) Determinare il numero e il valore di tutti gli equilibri di Nash del gioco differenziale (2). [7 PUNTI]
 - (b) Per ciascun equilibrio, dire se è più conveniente per il giocatore 1 o per il giocatore 2, motivando la risposta. [3 PUNTI]
3. Dare la definizione di gioco differenziale non-cooperativo e di equilibrio di Nash su orizzonte finito. Discutere i passaggi fondamentali per derivare le condizioni che forniscono un equilibrio di Nash nel caso ad orizzonte finito. [10 PUNTI]