TEORIA DEI GIOCHI

18

GIOCHI COOPERATIVI: i giocatori possono coalizzarsi

(N, v)

insieme giocatori

coalizione $\equiv \forall$ sottoinsieme di N

v funzione utilità $: 2^N \to \mathbb{R}_+$

$v(S)$ valore della coalizione

$N = \{A, B\}$

A ha prodotto 3 guanti, 2 sx e 1 dx

B ha // 3 guanti, 1 sx e 2 dx

coppia di guanti si vende a 5 euro

COALIZIONI	v
$\emptyset$	0
$\{A\}$	5
$\{B\}$	5
N	15

grande coalizione

$N = \{$ PIANISTA, BATTERISTA, CANTANTE $\}$

coalizioni	v	α
$\emptyset$	0	0
C	20	35
P	30	45
B	0	20
CP	80	80
CB	50	55
BP	65	65
CPB	$\boxed{100}$	✓

SUPER ADDITIVA

$\alpha_C = 30$
$\alpha_P = 50$
$\alpha_B = 20$
STABILE

$\alpha_C = 35$
$\alpha_P = 45$
$\alpha_B = 20$
STABILE

$\alpha_C = \alpha_P = 40$
$\alpha_B = 20$

non è stabile perché $\alpha_P + \alpha_B < v(\{P,B\})$

$(N, v : 2^N \to \mathbb{R}_+)$

GIOCHI COOPERATIVI CON UTILITÀ TRASFERIBILE

=

ogni coalizione ha un (singolo) coalizione

NUCLEO: $\left\{ x \in \mathbb{R}_+^{|N|} : \sum_{i \in N} x_i = v(N) \right.$

ALLOCAZIONE È STABILE ≡ PER OGNI COALIZIONE

$\left. \sum_{i \in S} x_i \geq v(S) \quad \forall S \subseteq N \right\}$

payoff

$v : 2^N \to \mathbb{R}_+$ è **superadditiva** se $\forall\, S, T \subseteq N$: $S \cap T = \emptyset$

S, T disgiunti

$$v(S) + v(T) \leq v(S \cup T)$$

Gioco ρ

$0 \leq \rho \leq 1$

$$v(S) = \begin{cases} 0 & \text{se } |S| \leq 1 \\ \rho & \text{se } |S| = 2 \\ 1 & \text{se } |S| = 3 \end{cases}$$

$N = \{1, 2, 3\}$

S	v
$\emptyset$	0
1	0
2	0
3	0
12	ρ
13	ρ
23	ρ
123	1

$v(S) + v(T) \leq v(S \cup T) \quad \forall S, T \subseteq N : S \cap T = \emptyset$

$v(S)+v(T)$	$v(S\cup T)$			
0	ρ	$\|S\|=1$	$\|T\|=1$	✓
ρ	1	$\|S\|=2$	$\|T\|=1$	
0	0	$\|S\|=0$	$\|T\|=1$	
ρ	ρ	$\|S\|=0$	$\|T\|=2$	

funzione superadditiva

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 &\geq \rho \quad 1,2 \\ \alpha_1 + \alpha_3 &\geq \rho \quad 1,3 \\ \alpha_2 + \alpha_3 &\geq \rho \quad 2,3 \end{aligned}$$

$2(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \geq 3\rho \equiv \rho \leq \frac{2}{3}$

$\rho = \frac{1}{2} \quad \alpha = \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$ ✓

$\rho = \frac{3}{4}$ NUCLEO VUOTO