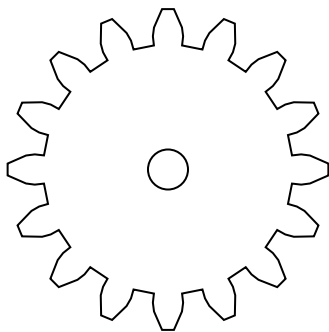

Gépelemek mechatronikai mérnököknek

Gyakorlati jegyzet

Réda Vince



Gép- és terméktervezés tanszék

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2020. október 29.

1. Igénybevételek típusai (befogott rúd)

- R_{ch} – folyáshatár
- $\sigma_N = \frac{F}{A} \leq \sigma_{\text{meg}} = \frac{R_{\text{ch}}}{n}$
- húzó-nyomó
 - $\Delta L = \frac{FL}{AE}$
 - $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$
 - $\epsilon_{\text{kereszt}} = \nu \epsilon_{\text{hossz}}$
 - Hooke törvény: $\sigma = E\epsilon$
- nyírás
 - $\tau_v = \frac{4}{3} \frac{SF}{I_x s} \approx \frac{F}{A}$
- hajlítás
 - $\sigma_H = \frac{M_H}{I} e$
 - lehajlás: $f = \frac{FL^3}{3IE}$
 - téglalap alapú hasábra $I_{xy} = \frac{ab^3}{12}$
 - kör alapú hasábra $I_{xy} = \frac{d^4 \pi}{64}$
- csavarás
 - $\tau_t = \frac{M_t}{I_p} e$
 - elcsavarodás: $\varphi = \frac{M_t L}{I_p G}$
 - kör alapú hasábra $I_p = I_x + I_y = \frac{d^4 \pi}{32}$
- felületi nyomás
 - $p = \frac{F}{A_{\perp}} \leq p_{\text{meg}}$
- összetett igénybevétel
 - HMH: $\sigma_{\text{egy}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{\text{meg}}$
 - Mohr $\sigma_{\text{egy}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_{\text{meg}}$
 - húzás vagy hajlítás esetén $\sigma = \sigma_N + \sigma_H$
 - nyírás vagy csavarás esetén csak a domináns igénybevétellel számolunk

1.1. Tartályok feszültségei

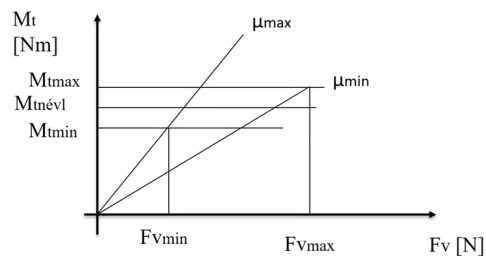
- $\sigma_t = \frac{dp}{2s}$
- $\sigma_{\text{ax}} = \frac{dp}{4s}$
- $\sigma_r = p$

2. Csavarkötések

2.1. Előfeszítő erő meghatározása

- adatok

- M10, metrikus anyát nyomatékkulccsal húzunk meg
- előírt meghúzási nyomaték 35 Nm
- nyomatékkulcs hibája $\pm 5\%$
- a súrlódási tényező $\mu \in [0.08, 0.12]$
- a menet magátmérője 7.19 mm, közepes átmérője 9.03 mm, menetemelkedése 1.5 mm
- az anya laptávolsága 16 mm
- az átmenő furat átmérője 11 mm
- Mekkora az előfeszítő erő minimális és maximális értéke?



1. ábra. Klein-diagram

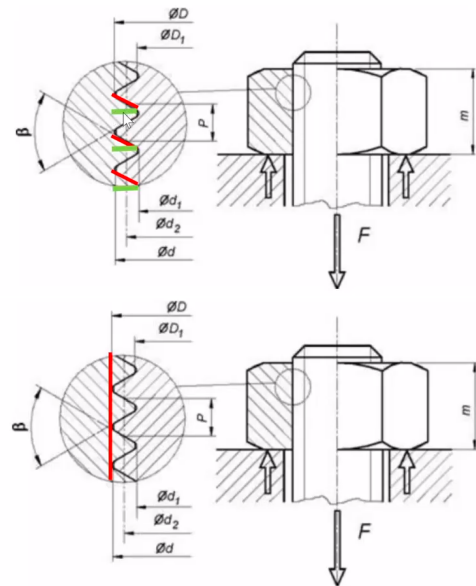
- megoldás

- $M_t = M_v + M_a$
- meneteken ébredő súrlódásból eredő nyomaték: $M_v = F_k \frac{d_2}{2} = F_v \tan(\alpha + \rho') \frac{d_2}{2}$
- homlokfelületen fellépő súrlódásból eredő nyomaték: $M_a = F_v \frac{d_a}{2} \mu_a$
- menetemelkedési szög: $\alpha = \arctan \frac{P}{d_2 \pi}$
- látszólagos súrlódási félkúpszög: $\rho' = \arctan \frac{\mu}{\cos \beta}$
- $\beta = \begin{cases} 60^\circ - \text{metrikus menet} \\ 55^\circ - \text{Whitworth/csőmenet} \\ 30^\circ - \text{trapézmenet} \end{cases}$
- $d_a = \frac{D+s}{2} = 13.5 \text{ mm}$ (s az anya laptávolsága)
- $\alpha = 3.027^\circ$
- $\rho'_{\min} = 5.28^\circ$
- csavarkötés akkor önzáró, ha $\rho' > \alpha$
- $F_{v \min} = 19783 \text{ N}$
- $F_{v \max} = 30649 \text{ N}$

2.2. Anya magasság számítása

- adatok
 - M20-as csavarkötés
 - $F_v = 60000 \text{ N}$
 - a megengedhető felületi nyomás $p_{\text{meg}} = 80 \text{ MPa}$
 - a maximális csúsztatófeszültség $\tau_{\text{meg}} = 190 \text{ MPa}$
 - $d_2 = 18.376 \text{ mm}$, $d_3 = 16.933 \text{ mm}$, $P = 2.5 \text{ mm}$
 - Mekkora legyen az anya magassága?

- megoldás
 - $p = \frac{F}{A_p} \leq p_{\text{meg}}$
 - $A_p = \left(\frac{d^2 \pi}{4} - \frac{d_3^2 \pi}{4} \right) i = 750 \text{ mm}^2$
 - $i_p = 8.4 \text{ menet}$
 - $A_\tau = d \pi p i$
 - $\tau_{\text{meg}} = \frac{F}{A_\tau} \rightarrow A_\tau = 315.8 \text{ mm}^2$
 - $i_\tau = 2 \text{ menet}$
 - $\text{ceil}[\max(i_p, i_\tau)] = 9 \text{ menet}$



2. ábra. Nyomott és nyírt terület

2.3. Csavar méretezése megnyúlásra

- adatok
 - M16-os magragyengített csavar
 - L hosszon a csavarszár átmérője d_5 -re csökken
 - Mekkora nyomatékkal kell meghúzni hogy a megnyúlás $\Delta L = 0.075 \text{ mm}$ -es legyen?
 - Mekkora a csavar minimális szakítószilárdsága?

- megoldás
 - $\Delta L = \frac{F_v L}{AE} \rightarrow F_v = AE \frac{\Delta L}{L}$
 - $A = \frac{d_5^2 \pi}{4} = 113.1 \text{ mm}^2$
 - $F_v = 18176 \text{ N}$
 - A 2.1-es alszakasz alapján $M_t = 38844 \text{ Nmm}$
 - $\sigma = \frac{F}{A} = 160.7 \text{ MPa}$

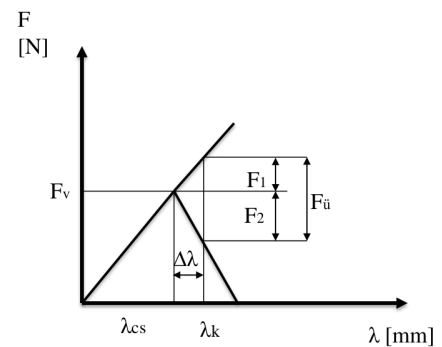
- $\tau = \frac{M_\tau}{I_p} e = \frac{M_t}{\frac{d_3^4 \pi}{32}} \frac{d_5}{2} = 114.5 \text{ MPa}$
- itt vagy a tömör (d_3), vagy a névleges (d_2) átmérővel számolunk
- $\sigma_{\text{MHM}} = 255.3 \text{ MPa}$

2.4. Külső lazítás

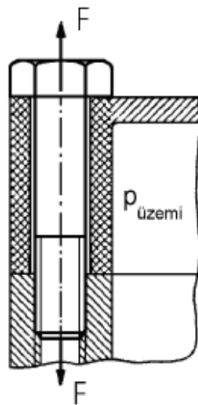
• megoldás

- a csavar megnyúlása (menet + szár) $\lambda_{\text{cs}} = \frac{F_v l_1}{A_1 E_1} + \frac{F_v l_2}{A_2 E_2}$
- a csavar rugómerevsége $s_{\text{cs}} = \frac{F_{\text{cs}}}{\lambda_{\text{cs}}}$
- a közrefogott elemek rugómerevsége (kúp közelítés)

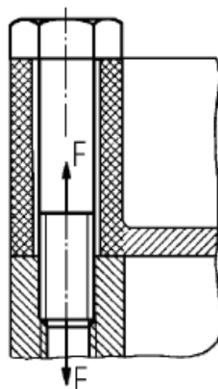
$$\lambda_k = \frac{E_2 (D^2 - d^2) \pi}{h \cdot 4}$$
- $F_1 = \frac{s_{\text{cs}}}{s_{\text{cs}} + s_k} F_{\text{ü}}$
- $F_2 = \frac{s_k}{s_{\text{cs}} + s_k} F_{\text{ü}}$
- $F_{\text{krit}} = \frac{s_{\text{cs}} + s_k}{s_k} F_v$
- F_{krit} növelhető keményebb csavarral, vagy lágyabb közrefogott elemekkel



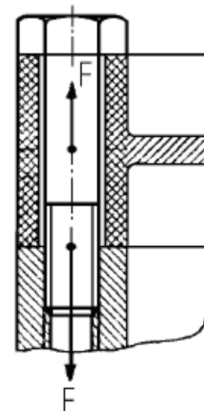
3. ábra. Külső lazítás



külső lazítás



belső lazítás



közbelső lazítás

4. ábra. Lazítás konstrukciós példák

3. Alakkal záró kötések

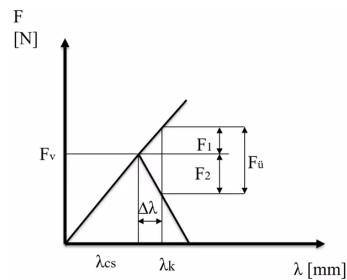
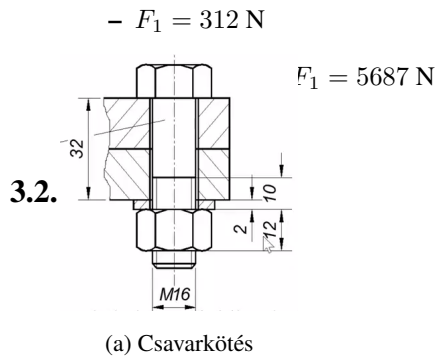
3.1. Előfeszítési háromszög

- adatok

- $F_{\max} = 6000 \text{ N}$
- $\mu = 0.14$
- a közrefogott elemeket egy csőnek tekintjük, $d_{\text{cs}} = 18 \text{ mm}$,
 $D_{\text{cs}} = 45 \text{ mm}$ méretekkel
- $d_2 = 14.701 \text{ mm}$
- a kritikus lazító erő az üzemi erő kétszerese
- Mekkora a beállított előfeszítő erő?
- Mekkora lesz a csavarban ébredő legnagyobb erő?

- megoldás

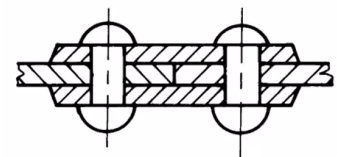
- $F_{\text{ü}} = \frac{2F}{n} = 3000 \text{ N}$ (egy csavarra)
- $F_{\text{krit}} = 2F_{\text{ü}} = 6000 \text{ N}$
- $F_1 = \frac{s_{\text{cs}}}{s_{\text{cs}} + s_{\text{k}}} F_{\text{ü}}$
- $F_2 = \frac{s_{\text{k}}}{s_{\text{cs}} + s_{\text{k}}} F_{\text{ü}}$
- s_{cs} és s_{k} a csavar és a közrefogott elemek rugómerevsége
- csavar rugómerevsége
 - * $s_{\text{cs}} = \frac{F_{\text{v}}}{\lambda_{\text{cs}}} = \frac{E}{\sum \frac{l_i}{A_i}}$
 - * menetes rész
 - $A_{\text{m}} = \frac{d_2^2 \pi}{4} = 169.74 \text{ mm}^2$
 - $l_{\text{m}} = 14 \text{ mm}$
 - * menet nélküli rész
 - $A_{\text{nm}} = \frac{d^2 \pi}{4} = 201.06 \text{ mm}^2$
 - $l_{\text{nm}} = 24 \text{ mm}$
 - * $s_{\text{cs}} = 1.02 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$
- közrefogott elemek rugómerevsége
 - * $s_{\text{k}} = \frac{A_{\text{k}} E}{l_{\text{k}}}$
 - * $A_{\text{k}} = 1336 \text{ mm}^2$
 - * $s_{\text{k}} = 8.77 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$
- $F_{\text{v}} = 5375 \text{ N}$



5. ábra. Csavarkötés méretezése

• adatok

- a lemez vastagsága $v = 20 \text{ mm}$
- $d_{\text{szegecs}} = 5 \text{ mm}$
- $\tau_{\text{max}} = 70 \text{ MPa}$
- $p_{\text{max}} = 140 \text{ MPa}$
- $\sigma_{\text{max}} = 190 \text{ MPa}$
- a lemez szélessége $l = 60 \text{ mm}$
- Mekkora a maximális húzóerő?



6. ábra. Hevederes szegescskötés

• megoldás (átlapolt szegescskötés, járulékos hajlítás nélkül)

– nyíró igénybevétel

$$* \tau = \frac{T_\tau}{A_\tau}$$

$$* A_\tau = \frac{d^2 \pi}{4} z = 78.5 \text{ mm}^2$$

$$* F_\tau^{\text{max}} = \tau_{\text{meg}} A_\tau = 5495 \text{ N}$$

– felületi nyomás

$$* p = \frac{F_p}{A_p}$$

$$* A_p = dvz = 400 \text{ mm}^2$$

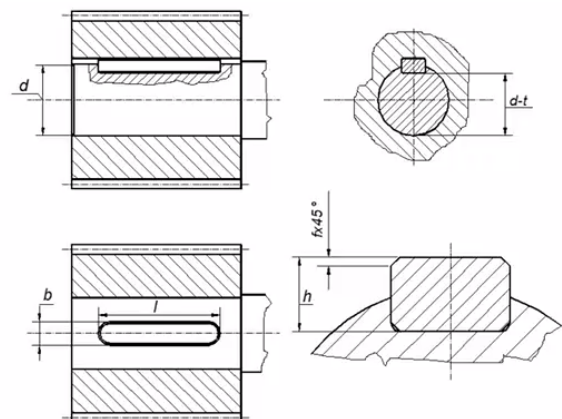
$$* F_p^{\text{max}} = p_{\text{meg}} A_p = 56000 \text{ N}$$

– különlegességek: szállítófeszültség

- * lemez felület: $A_\sigma = v(l - zd) = 1800 \text{ mm}^2$
- * $F_\sigma = \sigma_{\text{meg}} A_\sigma = 152000 \text{ N}$
- $F_{\text{meg}} = \min(F_i) = F_\tau = 5495 \text{ N}$
- megoldás (hevederes szegecskötés)
 - átlapoló lemezek vastagsága $v_2 = 6 \text{ mm}$
 - nyíró igénybevétel
 - * $A_\tau = 157 \text{ mm}^2$
 - * $F_\tau^{\text{max}} = 10990 \text{ N}$
 - felületi nyomás
 - * $A_{p1} = dvz = 400 \text{ mm}^2$
 - * $A_{p2} = 2dv_2z = 240 \text{ mm}^2$
 - * $F_p^{\text{max}} = p_{\text{meg}} A_p^{\text{min}} = 31600 \text{ N}$
 - különlegességek: szállítófeszültség
 - * lemez felület: $A_{\sigma 1} = v(l - zd) = 800 \text{ mm}^2$
 - * lemez felület az átlapolásban: $A_{\sigma 2} = 2v_2(l - zd) = 480 \text{ mm}^2$
 - * $F_{\sigma 1} = 342000 \text{ N}$
 - * $F_{\sigma 2} = 91200 \text{ N}$
 - $F_{\text{meg}} = \min(F_i) = F_\tau = 10990 \text{ N}$

3.3. Reteszkötés

- adatok
 - $d = 60 \text{ mm}$
 - $l = 140 \text{ mm}$
 - $b = 18 \text{ mm}$
 - $h = 11 \text{ mm}$
 - $t = 6 \text{ mm}$
 - $f = 0.6 \text{ mm}$
 - átvitt nyomaték: $T = 1400 \text{ Nm}$
 - Mekkora a kötés igénybevételei?



7. ábra. Reteszkötés méretei

- megoldás
 - felületi nyomás

$$* F = \frac{2T}{d} = 46667 \text{ N}$$

$$* A_p = (h - t - f)(l - h) = 537 \text{ mm}^2$$

$$* p = \frac{F}{A_p} = 86.9 \text{ MPa}$$

– nyírás

$$* A_\tau = bl = 2520 \text{ mm}^2$$

$$* \tau = \frac{F}{A_\tau} = 18.5 \text{ MPa}$$

– különlegességek elemzése

$$* \text{ a tengelyben ébredő feszültség: } \tau = \frac{T}{I_p} \frac{d}{2} = 33 \text{ MPa}$$

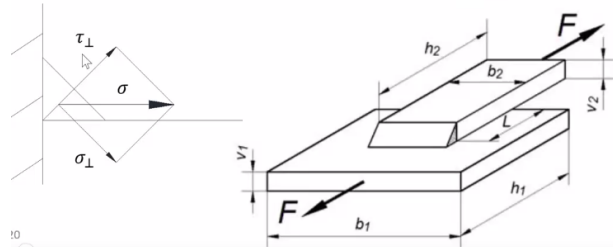
$$* I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = 1272.345 \text{ mm}^4 \text{ (bevágás elhanyagolva)}$$

4. Hegesztés, szegkötés

4.1. Hegesztés

- adatok

- $F = 75 \text{ kN}$
- $\sigma_{\text{meg}} = 80 \text{ MPa}$
- $b_1 = 200 \text{ mm}, b_2 = 100 \text{ mm}$
- $h_1 = 300 \text{ mm}, h_2 = 200 \text{ mm}$
- $v_1 = 15 \text{ mm}, v_2 = 18 \text{ mm}$
- $L = 125 \text{ mm}$



8. ábra. Sarokvarrat

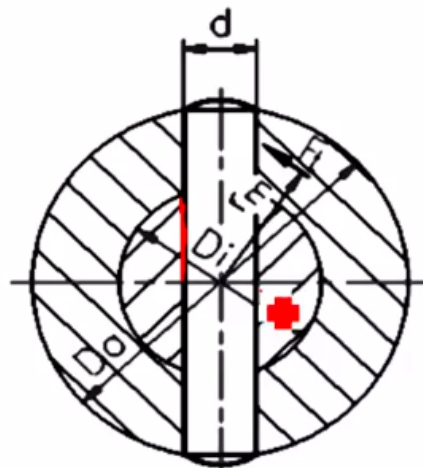
- megoldás

- fő igénybevétel húzás
- varrat gyökmérete $a = \frac{\sqrt{2}}{2} v_2 = 12.73 \text{ mm}$
- varrat keresztmetszete $A = a(b_2 - 2a) = 949 \text{ mm}^2$
- feszültség $\sigma = \frac{F}{A} = 79 \text{ MPa}$
- $\sigma_{\perp} = \tau_{\perp} = 55.9 \text{ MPa}$
- $\sigma_{\text{ö}} \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2 - \sigma_{\perp} \sigma_{\parallel} + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3\tau_{\perp}^2} = 111.8 \text{ MPa}$
- $\sigma < \sigma_{\text{meg}} \Rightarrow$ nem felel meg
- anyagot, jósaágtényezőt lehet változtatni

4.2. Szegkötés

- adatok

- $d = 8 \text{ mm}$
- $D_a = 60 \text{ mm}$
- $D_i = 30 \text{ mm}$
- szeg megengedett feszültségei
 - * $\tau_{\max} = 95 \text{ MPa}$
 - * $p_{\max} = 190 \text{ MPa}$
- tengelyre megengedett csúsztatófeszültség 360 MPa
- bírja-e a kötés a 450 Nm -es csavaró nyomatékot?



9. ábra. Szegkötés

- megoldás

- nyírás

- * $F_\tau = \frac{M_t}{\frac{D_i}{2}} = 30 \text{ N}$
- * $A_\tau = \frac{2d^2\pi}{4} = 100.6 \text{ mm}^2$
- * $\tau_v = \frac{F_\tau}{A_\tau} = 298 \text{ MPa} > \tau_{\text{meg}}$
- * nyírásra nem felel meg

- felületi nyomás 1

- * $F_{p1} = \frac{M_t}{\frac{D_i + D_a}{4}} = 20 \text{ kN}$
- * $A_{p1} = 2 \frac{D_a - D_i}{4} d = 240 \text{ mm}^2$
- * $p_1 = \frac{F_{p1}}{A_{p1}} = 83.3 \text{ MPa} < p_{\text{meg}}$
- * megfelel

- felületi nyomás 2

- * $F_{p2} = \frac{M_t}{\frac{D_i + D_a}{4}} = 60 \text{ kN}$
- * $A_{p2} = 2 \frac{D_a - D_i}{4} d = 240 \text{ mm}^2$
- * $p_2 = \frac{F_{p2}}{A_{p2}} = 250 \text{ MPa} > p_{\text{meg}}$
- * nem felel meg

- vagy méreteket kell növelni, vagy erősebb anyagot választani

- különlegességek

- * tengely poláris másodrendű nyomatéka $I_p = \frac{D_i^2 \pi}{32} = 7.95 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$
- * $\tau = \frac{M_t}{I_p} e = 84.9 \text{ MPa} < \tau_{\text{meg}}$
- * ha közel van a határértékhez, I_p -nél nem hanyagolhatjuk el a kivágást