

# Gépelemek mechatronikai mérnököknek

## 8. témakör

Tengelyek

# Tengelyek definíciója

Azokat a gépelemeket, amelyek forgó alkatrészeket hordoznak vagy csapágyakon támaszkodva forognak, tengelyeknek nevezzük.

A tengelyeket a rászerezett tárcsákkal, dobokkal, görgőkkel együtt forgórészeknek nevezzük.

Szerkezeti kialakítás szerint a tengelyeknek két fő típusa van:

## **Hordozó tengelyek**

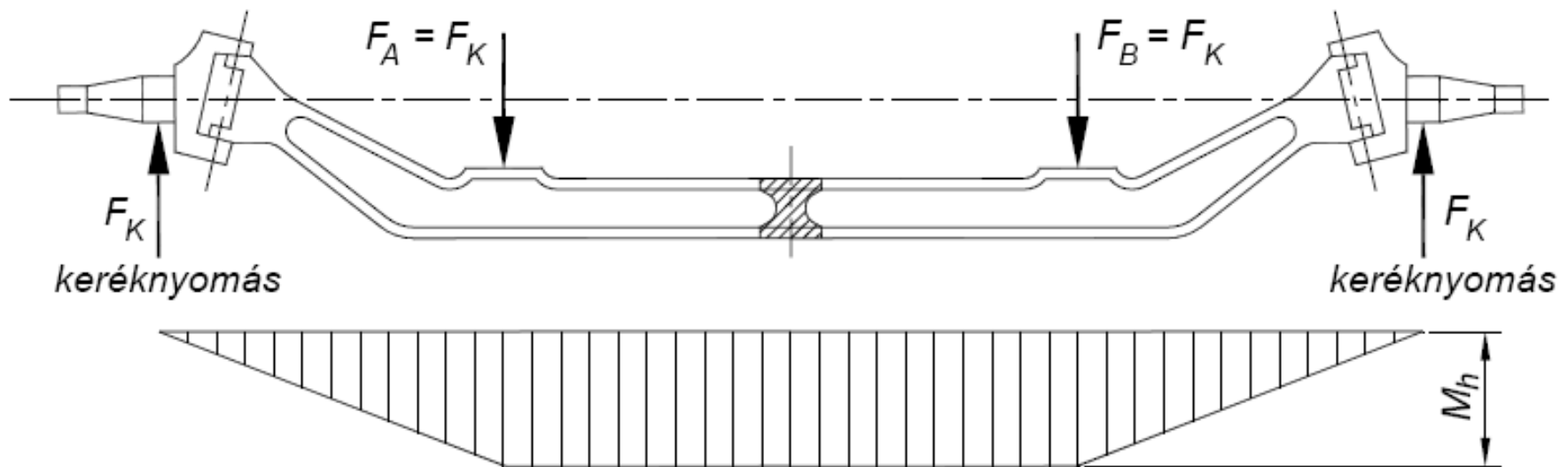
- álló hordozó tengely (a tengelyre szerelt alkatrészek forognak, pl. gépjárművek)
- forgó hordozó tengely (a tengely együtt forog a rászerezett alkatrésszel)

## **Közlő tengelyek**

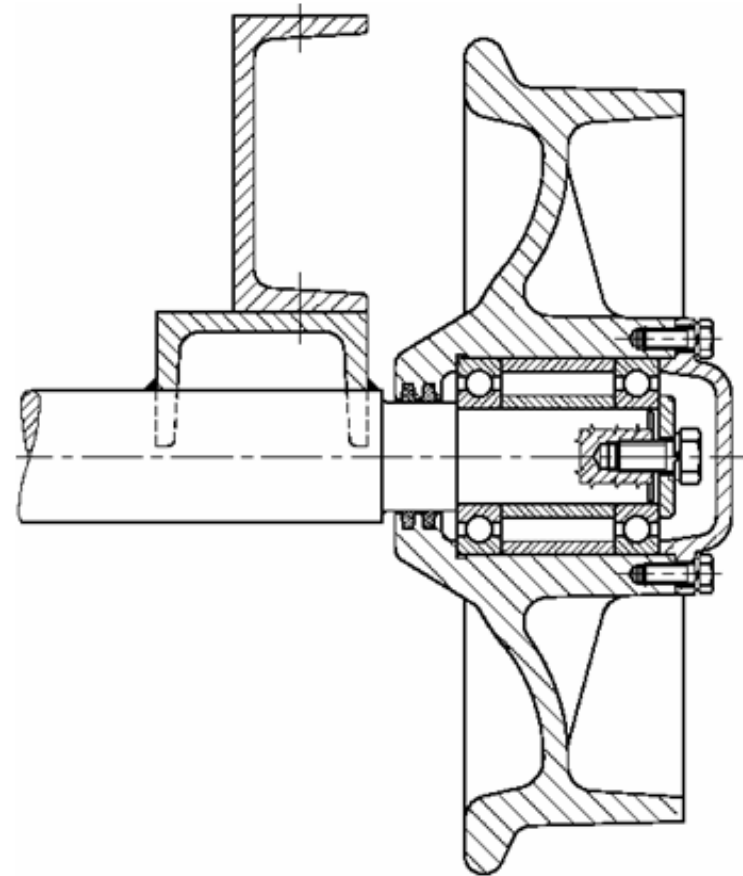
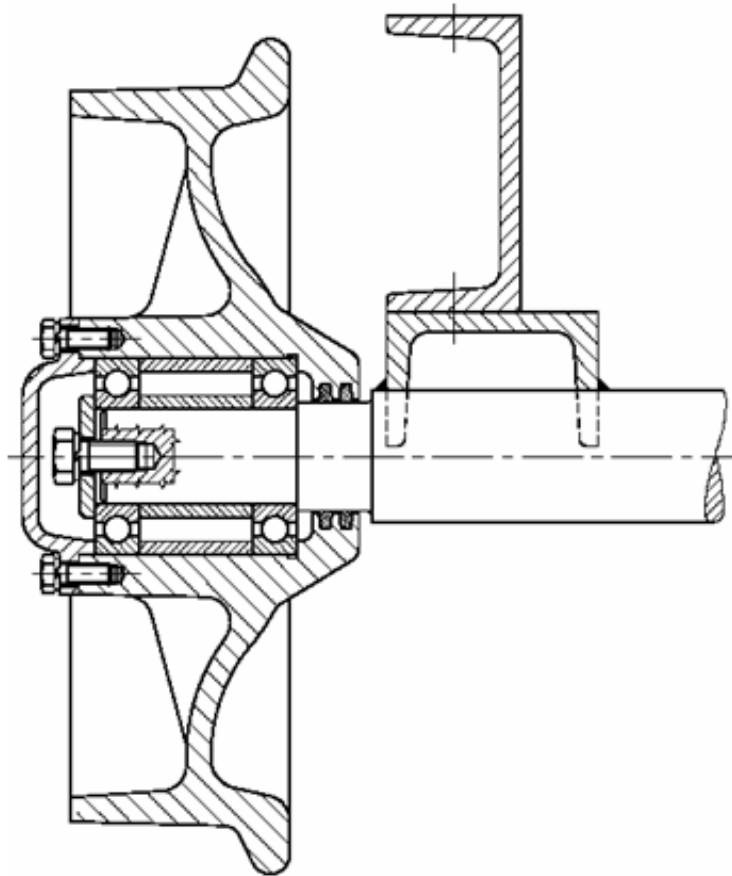
- a közlő tengelyek feladata a forgó szerkezeti elemek hordozása mellett forgatónyomaték továbbítása is. A forgatónyomatékot fogaskerékkel, csigával, lánckerékkel, szíjtárcsával, kötél-tárcsával stb. lehet a tengellyel közölni, vagy onnan elvezetni.

# Álló hordozó tengely

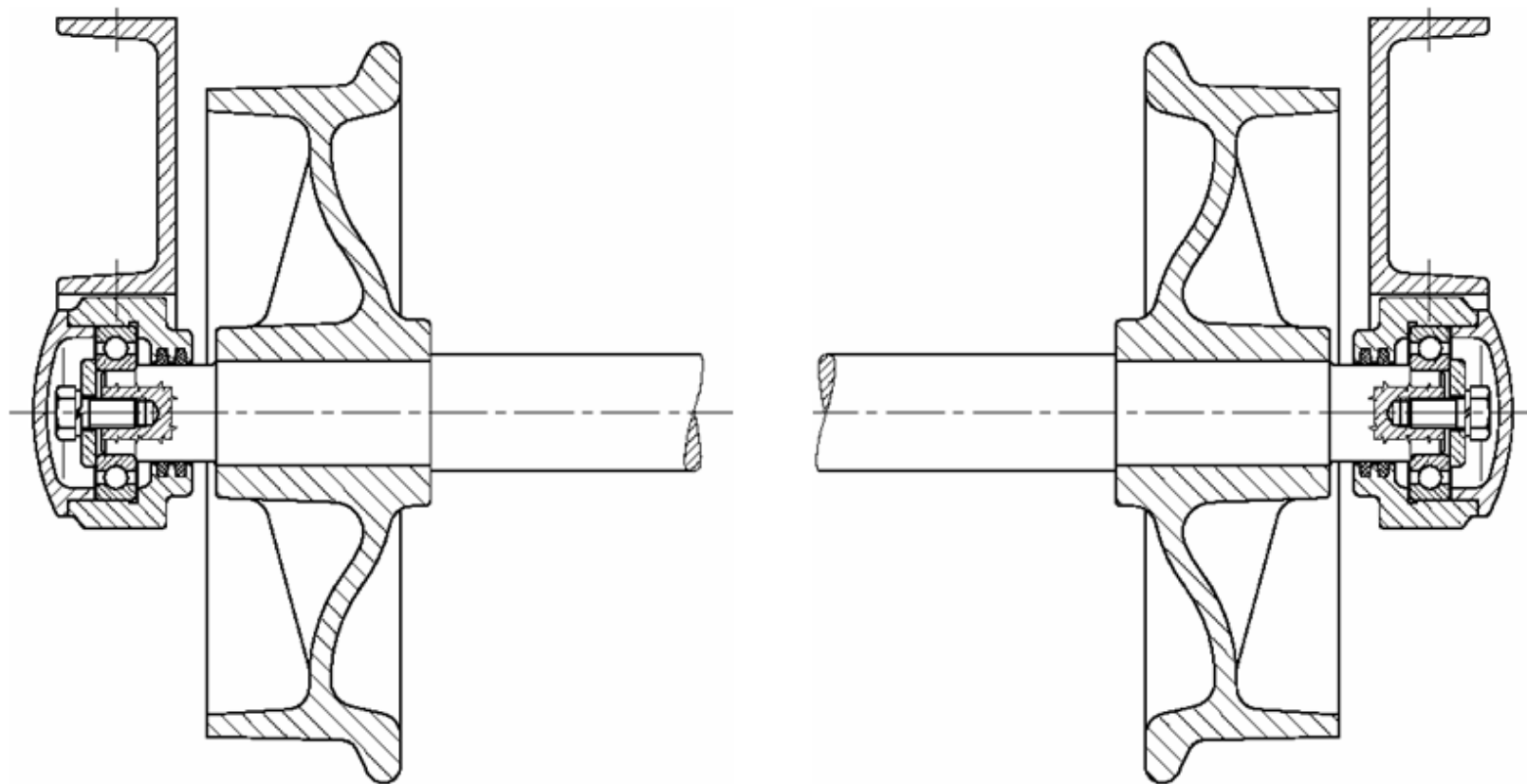
Nem kör keresztmetszetű tengely (gépjármű tengely)



# Álló hordozó tengely

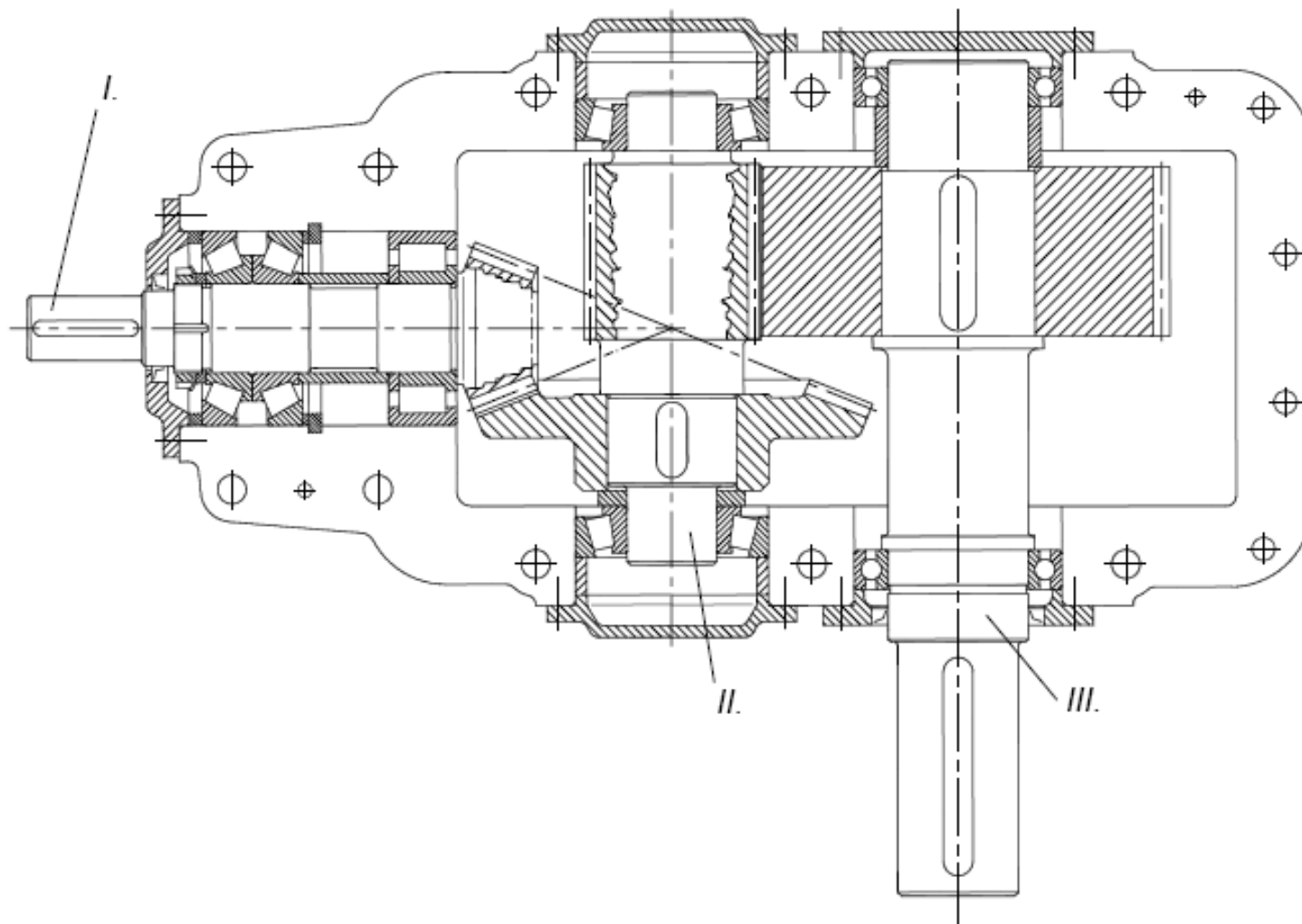


# Forgó hordozó tengely



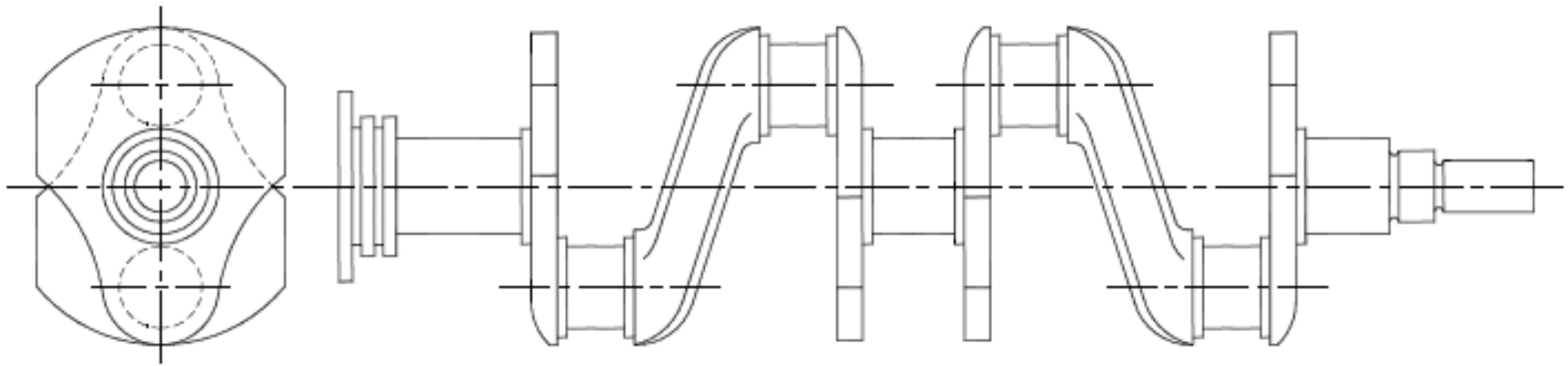
# Közlő tengely

Fogaskerék hajtómű



# Különleges közlő tengely

Belsőégésű motor forgattyús tengelye



# Tengely anyaga

A tengelyek anyaga leggyakrabban **acél**, ritkábban **acélöntvény**. Normál üzemi körülmények között a tengelyek anyaga általános rendeltetésű szerkezeti acélok (az MSz EN 500).

Nagyobb igénybevételű helyekre a tengelyeket ötvözetlen vagy ötvözött nemesíthető acélból készítik (MSz EN 10083).

A tengely felületét kopásállóvá lehet tenni betétben edzhető acél (MSz EN 10084) használatával.

A tengelyek szinte kivétel nélkül fárasztó igénybevételnek vannak kitéve, ezért indokolt olyan technológiai eljárásokat alkalmazni, amelyek az élettartamot növelik: betétedzés, lángedzés, indukciós edzés, nitridálás, görgőzés, sörétezés, keménykrómozás, stb.



# Tengelyek igénybevétele

## Álló hordozó tengelyek

Keresztmetszetük rendszerint kör, különleges esetekben I szelvény vagy szekrényes tartó. Jellemző igénybevételük a **hajlítás**. A fárasztó igénybevétel jellege **lúktető**.

## Forgó hordozó tengelyek

Keresztmetszetük szinte kivétel nélkül kör, vagy körgyűrű. Fárasztó igénybevétel jellege **forgóhajtogatás**.

## Közlő tengelyek

A közlő tengelyek keresztmetszete kör, vagy körgyűrű. Jellemző igénybevételük a **hajlítás** és a **csavarás**. Fárasztó igénybevétel jellege **forgóhajtogatás**, és felléphet általános lengő csavarás is.

# Forgó hordozó tengelyek tervezése

Jellemző igénybevételük a forgóhajtogatás:

Tervezésük megegyezik az álló hordozó tengelyek tervezésével:

1. Előtervezés: statikus terhelést felételezve a tengely anyagra megengedett feszültségből és a hajlításból származó feszültségből a tengely jellemző méretének (átmérőjének esetleg falvastagságának) meghatározása;
2. A tengely kialakításának meghatározása a beépítési és működési feltételeknek megfelelően.
3. Ellenőrzés:
  - alakváltozásra;
  - kifáradásra;
  - kritikus fordulatszámra.

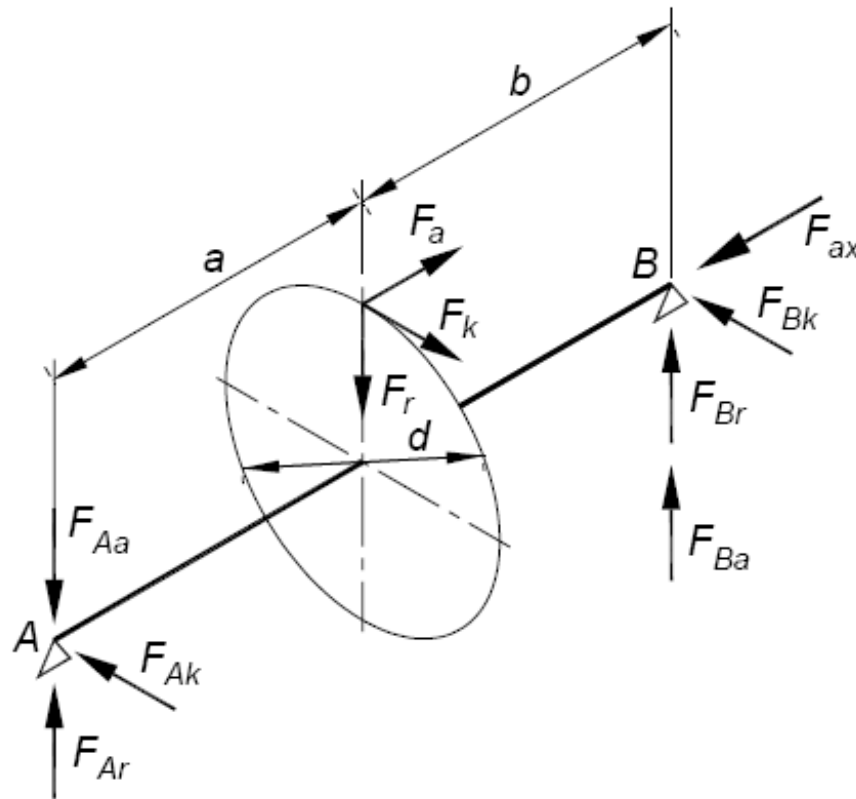
# Közlő tengelyek tervezése

Jellemző igénybevételük csavarás és forgóhajtogatás.

Tervezésük lépései:

1. Előtervezés: statikus terhelést felételezve a tengely anyagára megengedett feszültségből és a csavarásból származó feszültségből a tengely jellemző méretének (átmérőjének) meghatározása;
2. A tengely kialakításának meghatározása a beépítési és működési feltételeknek megfelelően.
3. Ellenőrzés:
  - összetett statikus igénybevételre;
  - alakváltozásra;
  - **kifáradásra;**
  - kritikus fordulatszámra.

# 1. Ellenőrzés összetett statikus igénybevételre



$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_h^2 + 3\tau_{cs}^2}$$

$$\sigma_{red} \leq \sigma_{red \text{ meg}}$$

## 2. A tengelyek ellenőrzése alakváltozásra

A tengelyek rugalmas lehajlásának, elcsavarodásának mértéke egyes esetekben az üzemvitel szempontjából fontos lehet.

- fogaskerék kapcsolódásoknál a lehajlás helytelen kapcsolódást eredményez;
- villanymotoroknál, szivattyú vagy turbina járókerekeknél a forgórész deformációja a radiális rés nagyságát befolyásolja;
- tengelytömítések, csapágyak működését, élettartamát befolyásolja.

A tengelyek megengedhető rugalmas alakváltozására általános érvényű előírások nincsenek, mindig egyedileg kerül meghatározásra.

Az általános gépgyártásban a szokásos rugalmas lehajlás megengedett értéke:  $f \leq 0,00035l$

# A tengelyek ellenőrzése alakváltozásra

További feltétel a rugalmas alakváltozások korlátozására, hogy a keresztmetszet szögelfordulása a csapágyak alatt nem zavarja a csapágyazások üzemét.

$$\beta \leq 0,05^\circ$$

Az elcsavarodás mértékére a következő előírás a szokásos:

$$\varphi [^\circ] \leq 0,005l[mm]$$

### 3. A tengelyek ellenőrzése kritikus fordulatszámra

Rugalmasságuk következtében a forgórészek lengőrendszerek, amelyeket a centrifugális erők, és/vagy a külső erőhatások, nyomatékingadozások gerjesztenek. Ha a gerjesztő hatás lengésszáma megegyezik a tengely sajátfrekvenciájával, fellép a rezonancia jelensége.

A sajátfrekvenciának megfelelő fordulatszámot kritikus fordulatszámnak nevezzük. Az üzemi fordulatszámnak nem szabad a kritikus fordulatszám környezetébe esnie, mert a fellépő erős rezgések károsíthatják a berendezést, sőt az egyes szerkezeti elemek töréséhez is vezethetnek.

# A hajlítólengések vizsgálata

A tengelyre szerelt tárcsa  $S$

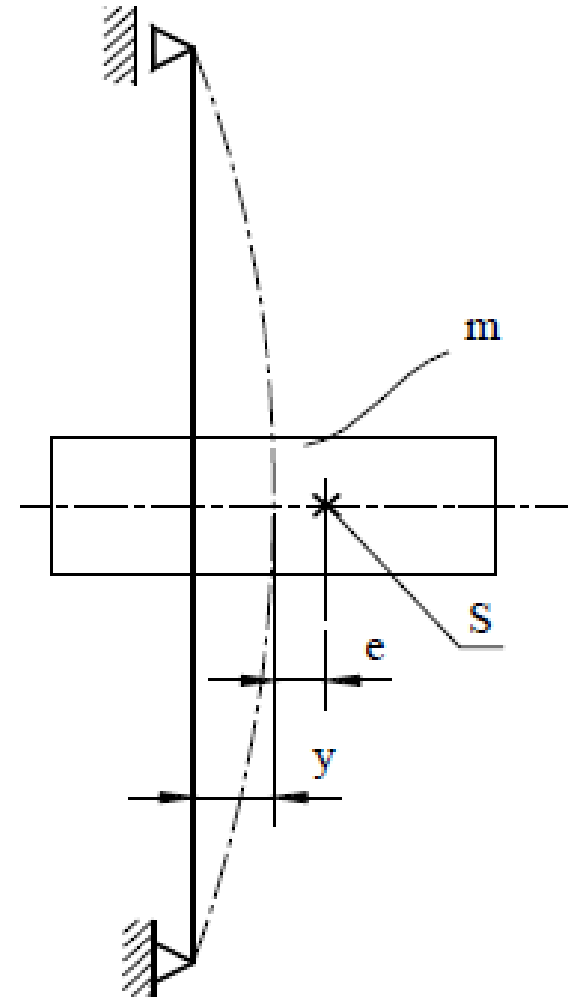
tömegközéppontja a forgási tengelytől  $e$  távolságra helyezkedik el. Ha a tengely  $\omega$  szögsebességgel forog, a centrifugális erő hatására a tengely középvonalának rugalmas lehajlása  $y$ .

A rugalmas visszatérítő erő és a centrifugális erő egyensúlya:

$$sy = m(y + e)\omega^2$$

Ebből:

$$y = \frac{m\omega^2}{s - m\omega^2} e$$





# A kritikus szögsebesség

Vizsgáljuk meg:  $y = \frac{m\omega^2}{s - m\omega^2}e$

Ha az  $s - m\omega^2$  a nullához közelítene, akkor az  $y$  a végtelenhez.

Azt a szögsebességet, amelynél a rugalmas alakváltozás végtelen, kritikus szögsebességnek nevezzük:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{s}{m}}$$

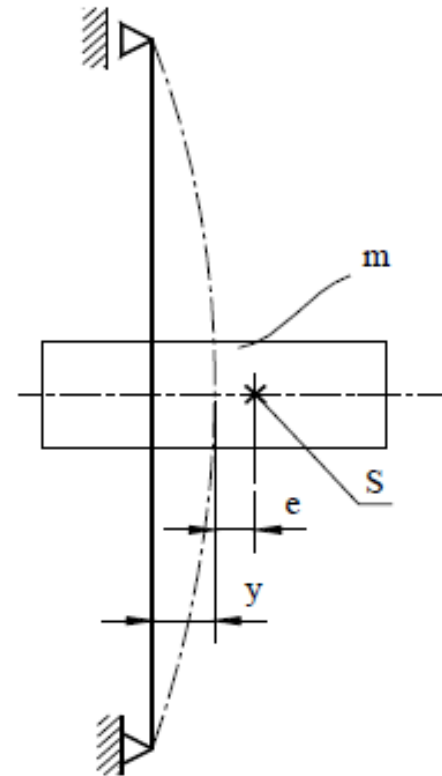
# A nagyítási tényező

A fogórész dinamikai viselkedésére jellemző, hogy a forgás előtti  $e$  excentricitás milyen mértékben nőtt meg a forgás hatására, azaz az mekkora a nagyítási tényező.

$$\nu \equiv \frac{y+e}{e}$$

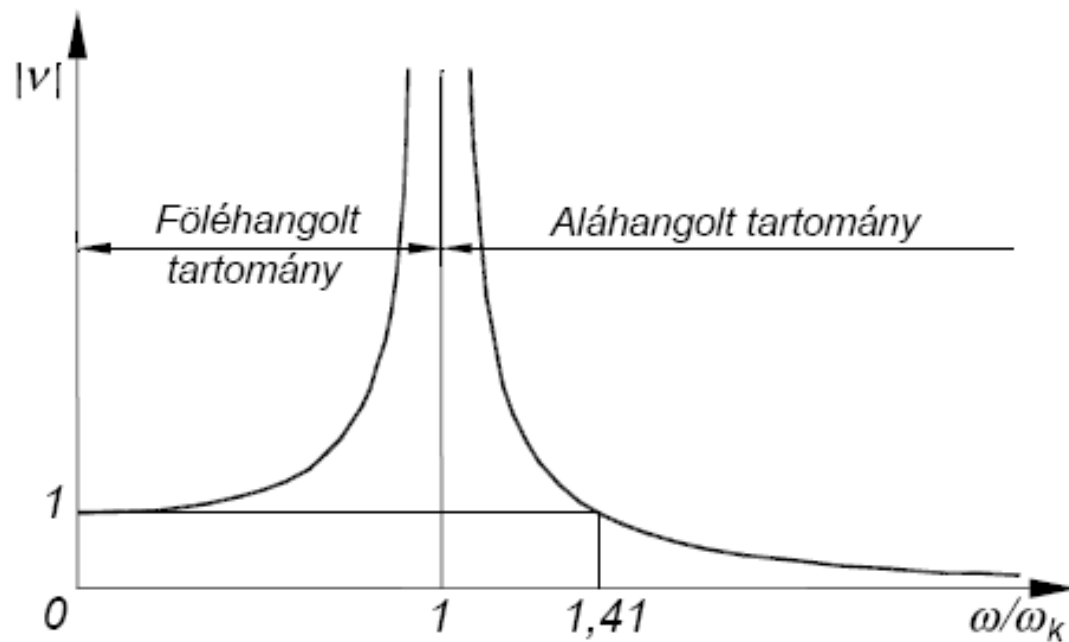
Behelyettesítve:

$$\nu = \frac{y+e}{e} = \frac{\frac{m\omega^2}{s-m\omega^2}e+e}{e} = \frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2}$$



# A rezonanciagörbe

A nagyítási tényező abszolút értékének változása az  $\omega/\omega_k$  függvényében a rezonancia görbét adja.

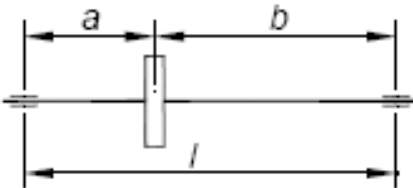
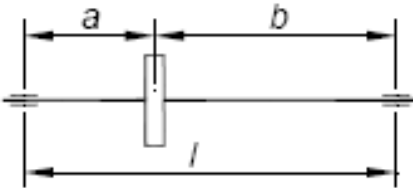
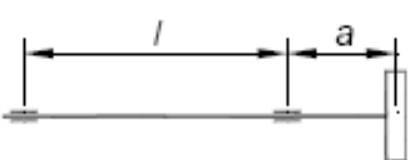


Az  $\omega/\omega_k > 1,41$  tartományban a tengely önmagától központos helyzetbe áll be, és nyugodtabban jár, mint a föléhangolt tartományban.

# Tengelyek rugómerevségének meghatározása

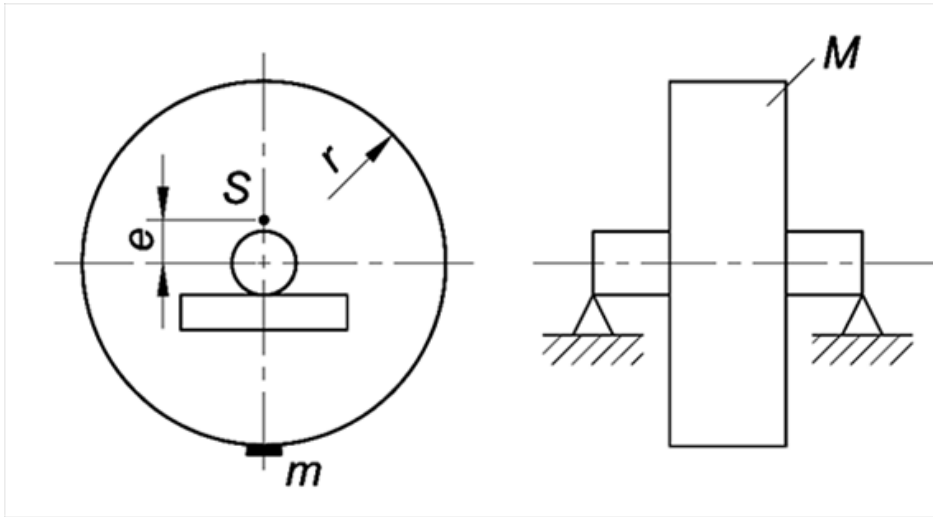
Az  $s$  rugómerevséget a tengelyre szerelt tárcsa súlyerejéből és a súlyerőhöz tartozó rugalmas lehajlásból lehet meghatározni:

$$s = \frac{G}{f}$$

Elrendezési vázlat	Összefüggés
	$s = \frac{3IEl}{a^2b^2}$
	$s = \frac{48IE}{l^3}$
	$s = \frac{3IE}{a^2(a+l)}$

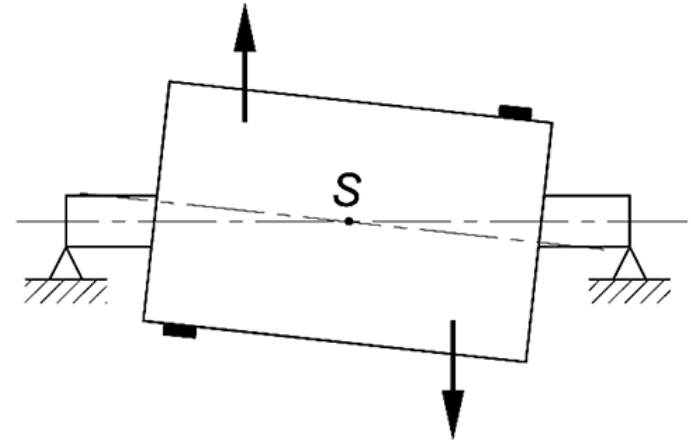
# Kiegyensúlyozás

## Statikus kiegyensúlyozás



a forgórész súlypontja nem esik a forgástengelybe, de az egyik súlyponti tehetetlenségi főtengely a forgástengellyel párhuzamos

## Dinamikus kiegyensúlyozás



a forgórész súlypontja a forgástengelybe esik ugyan, de a tehetetlenségi főtengely szöget zár be a forgástengellyel

# A torzióslengések vizsgálata

A torziós lengések sajátfrekvenciája egytömegű lengőrendszer esetén az alábbiaknak megfelelően számítható:

$$\omega_{tk} = \sqrt{\frac{s_t}{\Theta}}$$

ahol  $s_t$  a tengely torziós rugómerevsége,  $\Theta$  pedig a tengelyre szerelt forgórész tehetetlenségi nyomatéka.

## 4. Tengelyek ellenőrzése kifáradásra

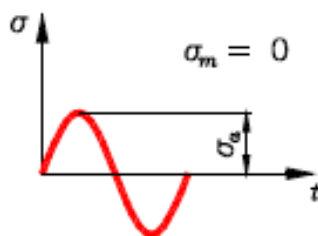
Évszázados tapasztalat, hogy az acél alkatrészekben bizonyos feszültség szint fölött, noha statikus igénybevételre megfeleltek, ismétlődő igénybevétel hatására repedések jelennek meg, majd a repedések a keresztmetszet mentén növekednek, és végső stádiumban, amikor a megmaradó keresztmetszet lecsökken a statikus szilárdság határára, az alkatrészek eltörnek.

A repedés terjedési felülete sima, kagylós jellegű (majd tartalmaz egy szemcsés, ridegen tört részt is).

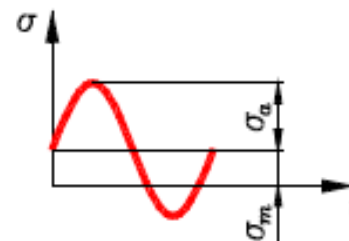


# Tengelyek ismétlődő igénybevétele

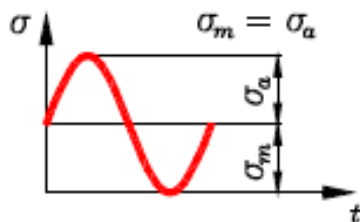
Ismétlődő igénybevétel esetén az állandó amplitúdójú szinuszos igénybevétellel foglalkozunk, az összetettebb igénybevételi lefutások (sorbafejtéssel) visszavezethetők erre az esetre.



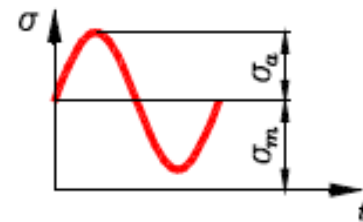
Tiszta lengő igénybevétel



Lengő igénybevétel



Tiszta lüktető igénybevétel

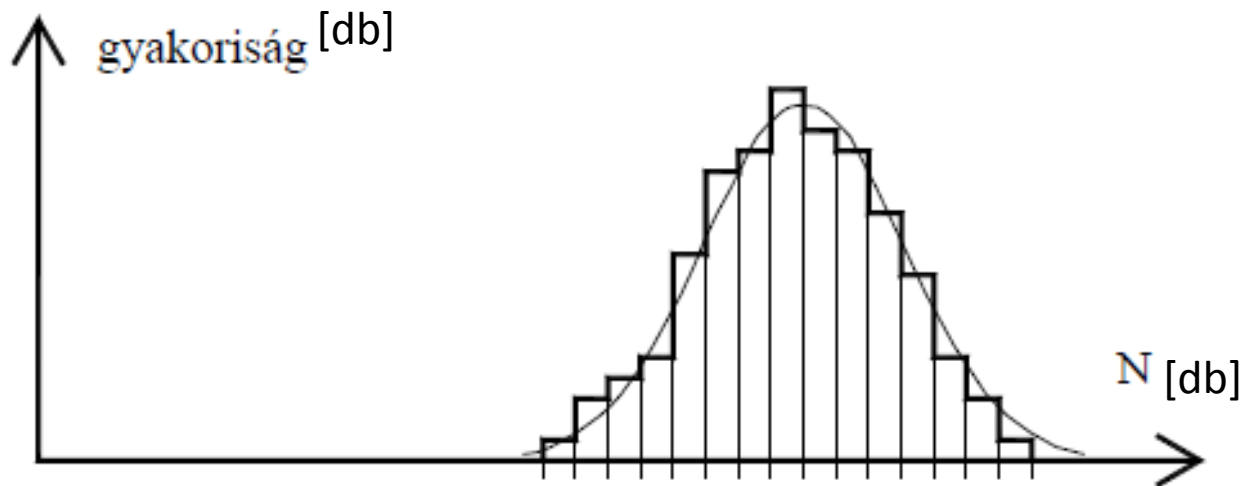


Lüktető igénybevétel



# Kifáradás statisztikai megközelítése

A repedés megjelenési idejének bizonytalansága és a terjedési sebesség eltérései miatt az alkatrészek, de még a laboratóriumi fárasztóvizsgálat céljára készített acél próbatestek élettartama is nagy szóródást mutat.

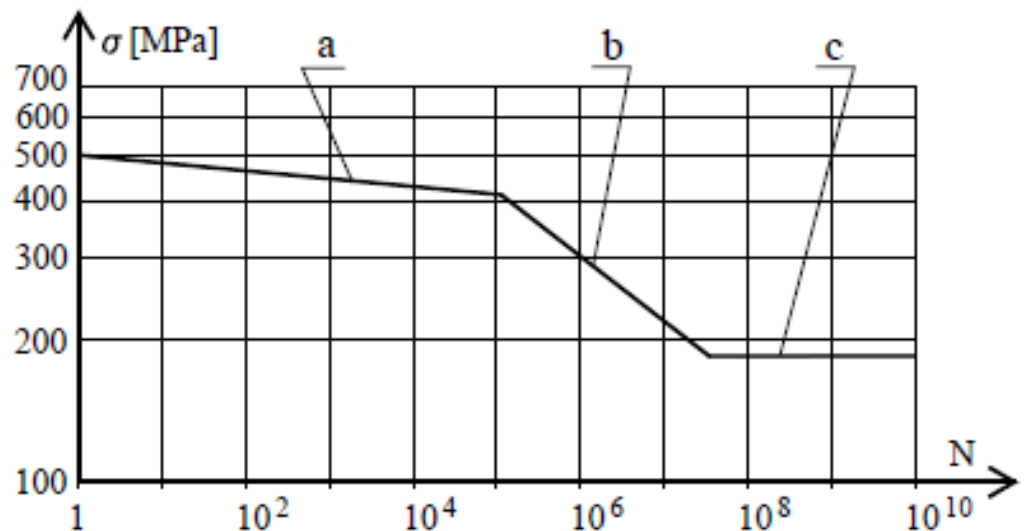


# A Wöhler-görbe

Az alábbi diagram a 10 %-os törési valószínűséghez tartozó terhelési ciklusszámok függvényében ábrázolja tiszta lengő igénybevételnél a törési keresztmetszetben ébredő feszültség-amplitúdókat az Fe490-2 jelű acél esetén:

A diagramnak 3 jellegzetes szakasza van:

- a = kisciklusú szakasz,
- b = élettartam szakasz,
- c = kifáradási határ.



# Megjegyzések a Wöhler-görbéhez

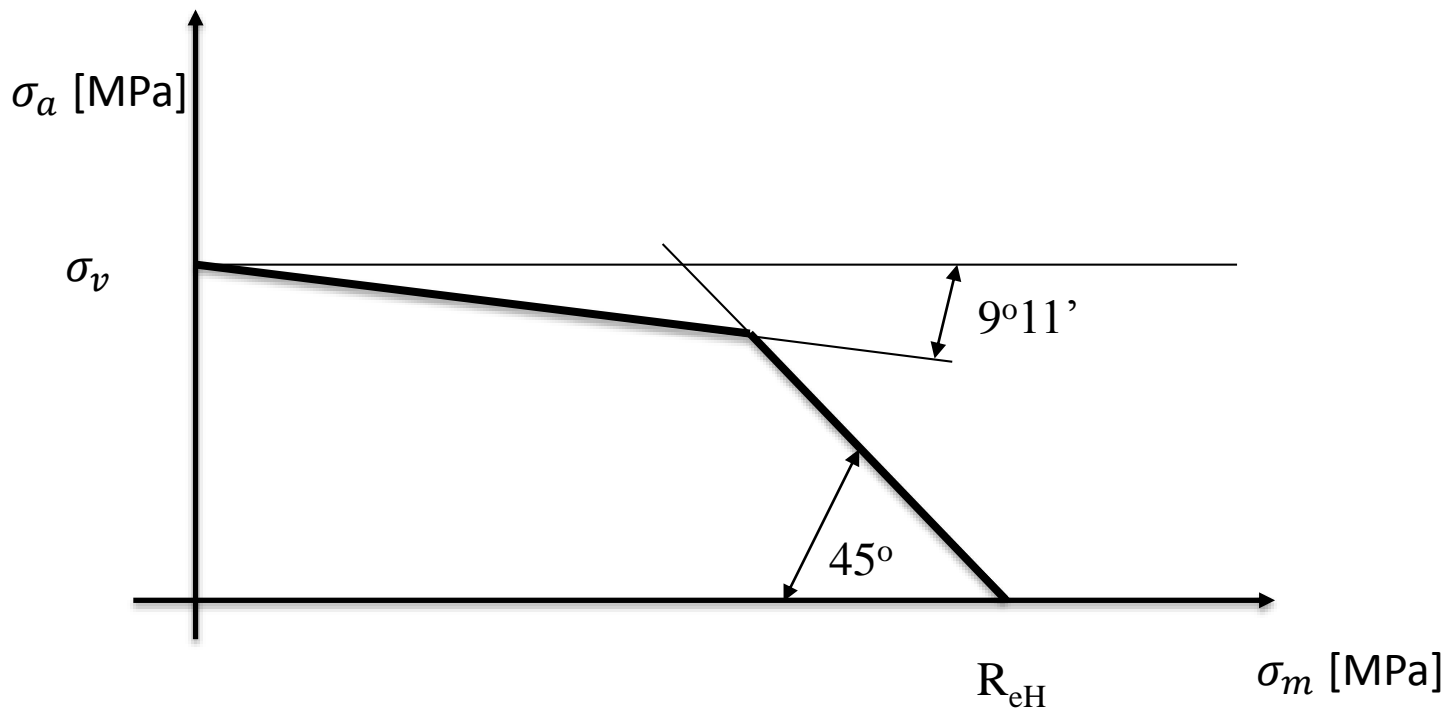
1. A kisciklusú szakaszt, amely a szakító szilárdságból indul, a gépészeti gyakorlatban nem használjuk. Ezen a szakaszon statikus terhelésre méretezünk.
2. A kifáradási határ ( $\sigma_v$ ) elsősorban acélokra jellemző. Más fémeknek nincs jellegzetes kifáradási határa. A kifáradási határ jellemzője, hogy az alatta lévő feszültség szinten az alkatrészek gyakorlatilag korlátlan élettartamúak.
3. Ennek megfelelően két alapvető méretezési eljárást használunk:
  - méretezés élettartamra;
  - méretezés kifáradási határra.

# Méretezés kifáradási határra

- Acéloknál a Wöhler görbe vízszintes szakasza alatti feszültség szinten gyakorlatilag korlátlan igénybevétel után sem következik be törés.
- A kifáradási határra való méretezésnél azt vizsgáljuk, hogy a mértékadó feszültség a kifáradási határnál kisebb-e.
- Az alkatrész terhelése a legnagyobb és legkisebb ismétlődő feszültség között felvett szinuszos függvényekkel közelíthető.
- A kifáradás domináns oka a feszültség lengése, a kifáradási határ is általában mint egy lengés amplitúdó van megadva.
- A méretezés legnagyobb problémája a méretezéshez használatos kifáradási határállapot jellemző meghatározása.

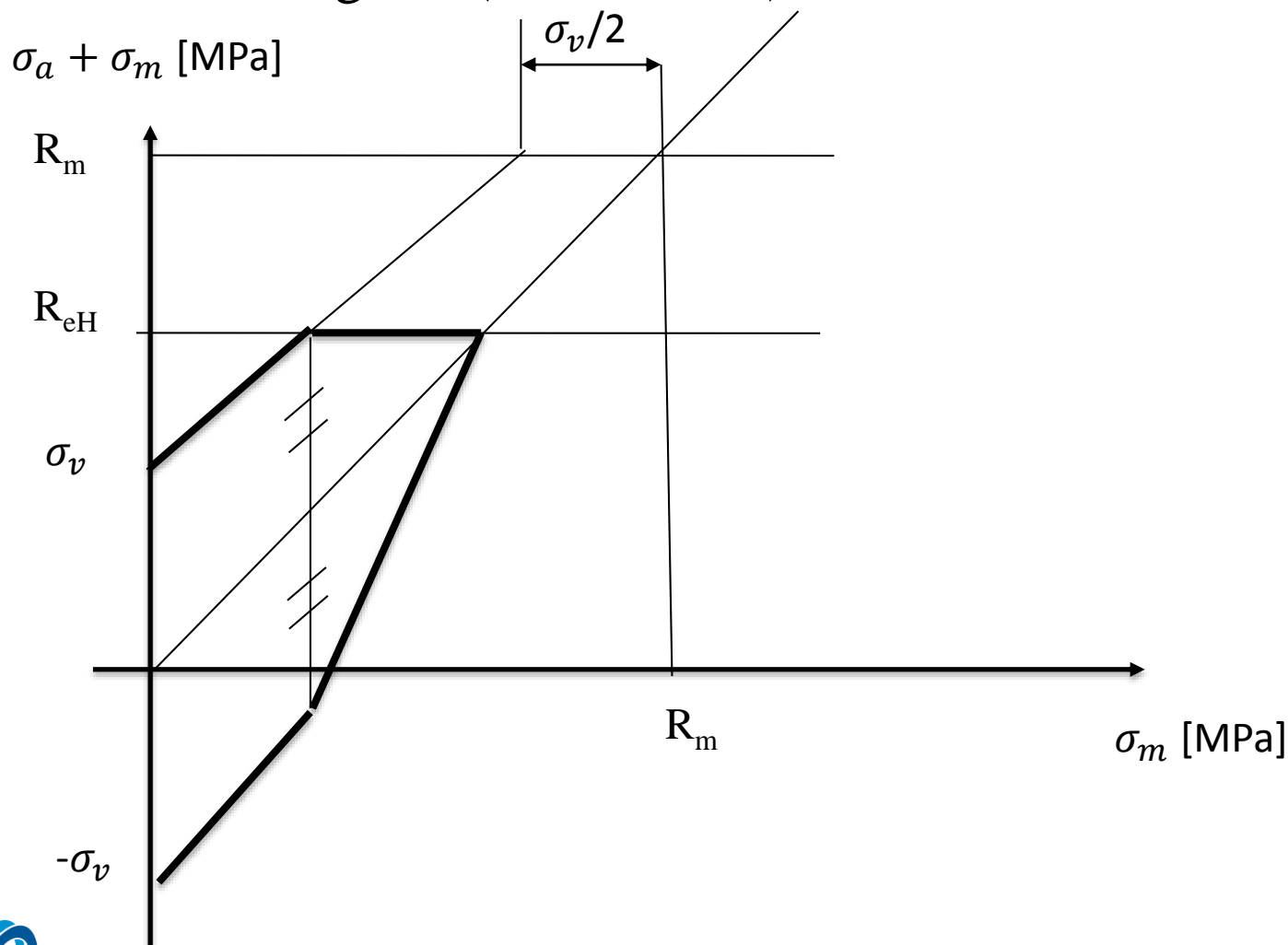
# Ellenőrzés kifáradásra 1.

A Haigh-diagram

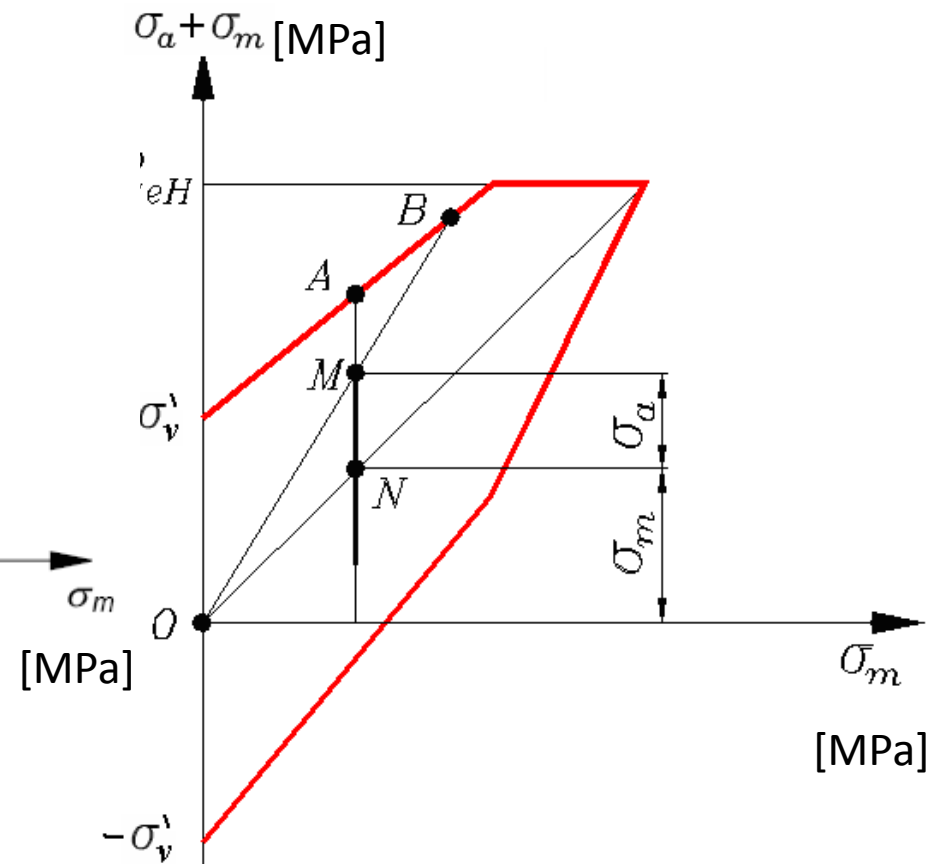
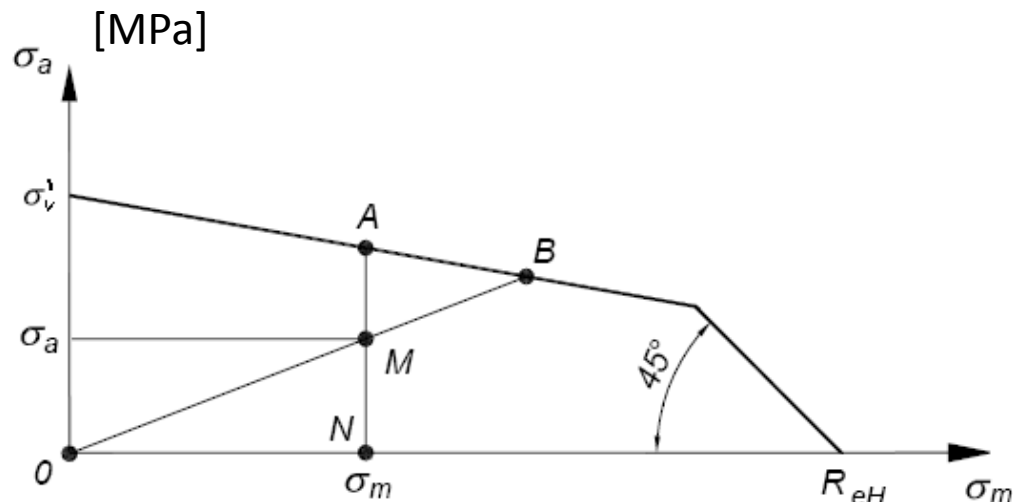


# Ellenőrzés kifáradásra 2.

A Smith-diagram (VDI szerint)



# Biztonsági tényezők



ha  $\sigma_m = \text{áll.}$   $n = \frac{NA}{NM}$

ha  $\sigma_m / \sigma_a = \text{áll.}$   $n = \frac{OB}{OM}$

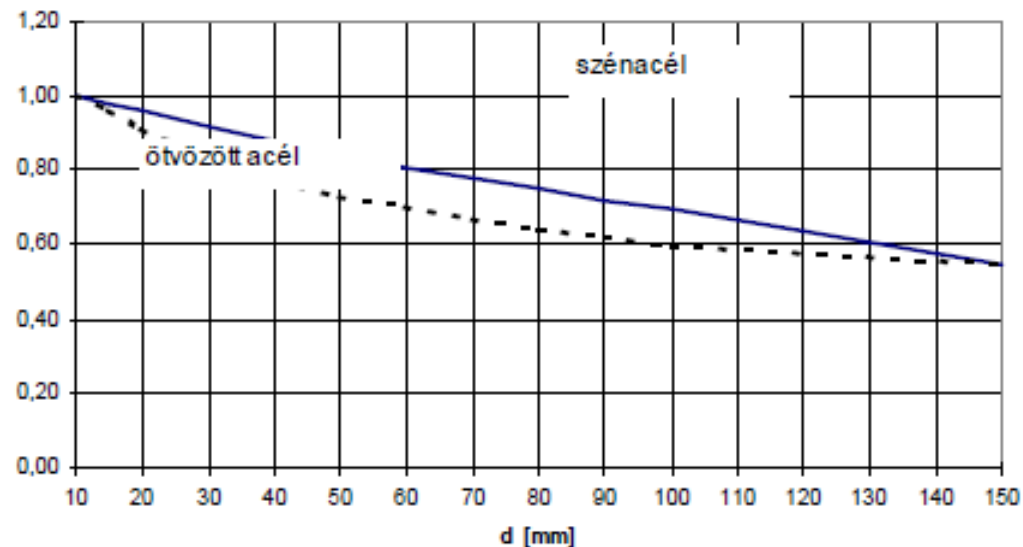
# Biztonsági terület szerkesztése alkatrészekre

A kífáradási határt csökkenti az alkatrész abszolút mérete, a felületi érdesség és a keresztmetszet változása:

$$\sigma_v \Rightarrow \sigma_v' = \frac{b_1 b_2}{\beta_k} \sigma_v$$

ahol  $b_1$  a mérettényező,  
 $b_2$  a felületi érdesség tényező,  
 $\beta_k$  a gátlástényező.

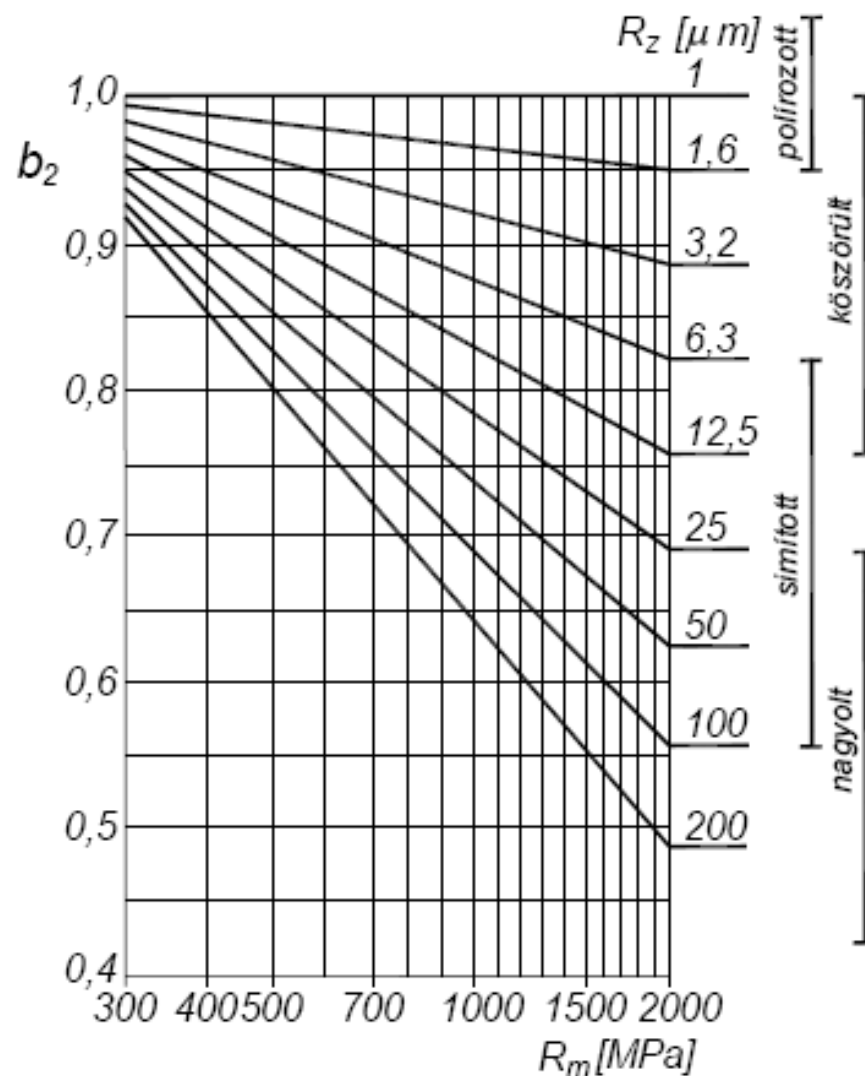
## 1. Mérettényező





# Biztonsági terület szerkesztése alkatrészekre

Felületi érdesség  
tényező



# Biztonsági terület szerkesztése alkatrészekre

## Gátlástényező

A feszültséggyűjtő helyek kifáradás-csökkentő hatását a gátlástényezővel vesszük figyelembe

$$\beta_k \approx 1 + \eta_k (\alpha_k - 1)$$

ahol

$\alpha_k$  az alaktényező

$\eta_k$  az érzékenységi tényező

Tájékoztató jelleggel:

Anyag:	$\eta_k$
Szénacél	0,4 ... 0,8
Nemesített acél	0,6 ... 0,9
Rugóacél	0,9 ... 1,0
Könnyű fémek	0,3 ... 0,6

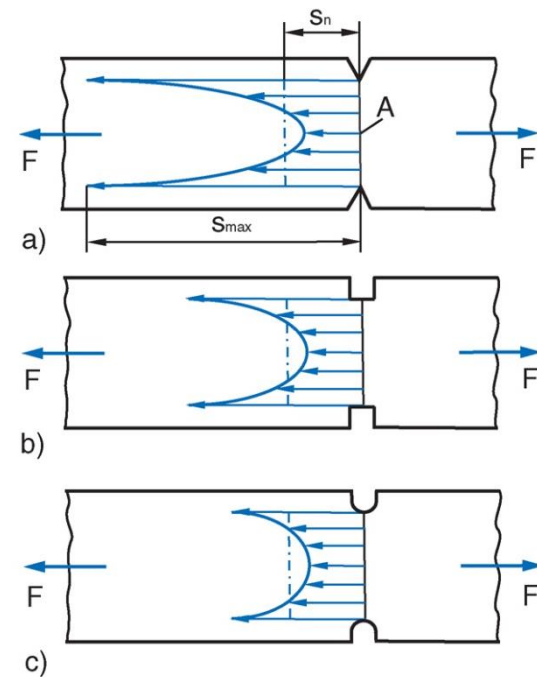
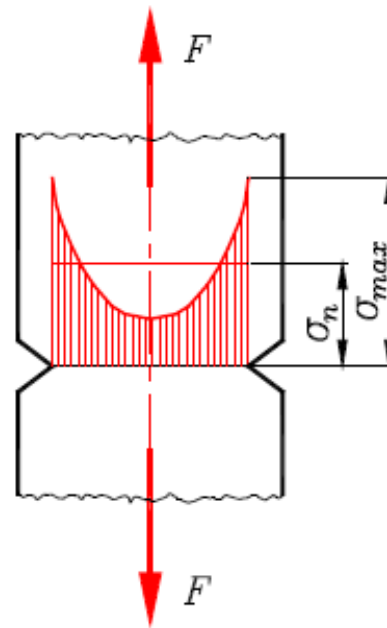
# Biztonsági terület szerkesztése alkatrészekre

Az alaktényező függ a mérettől, a geometriai kialakítástól, de nem függ az anyagtól.

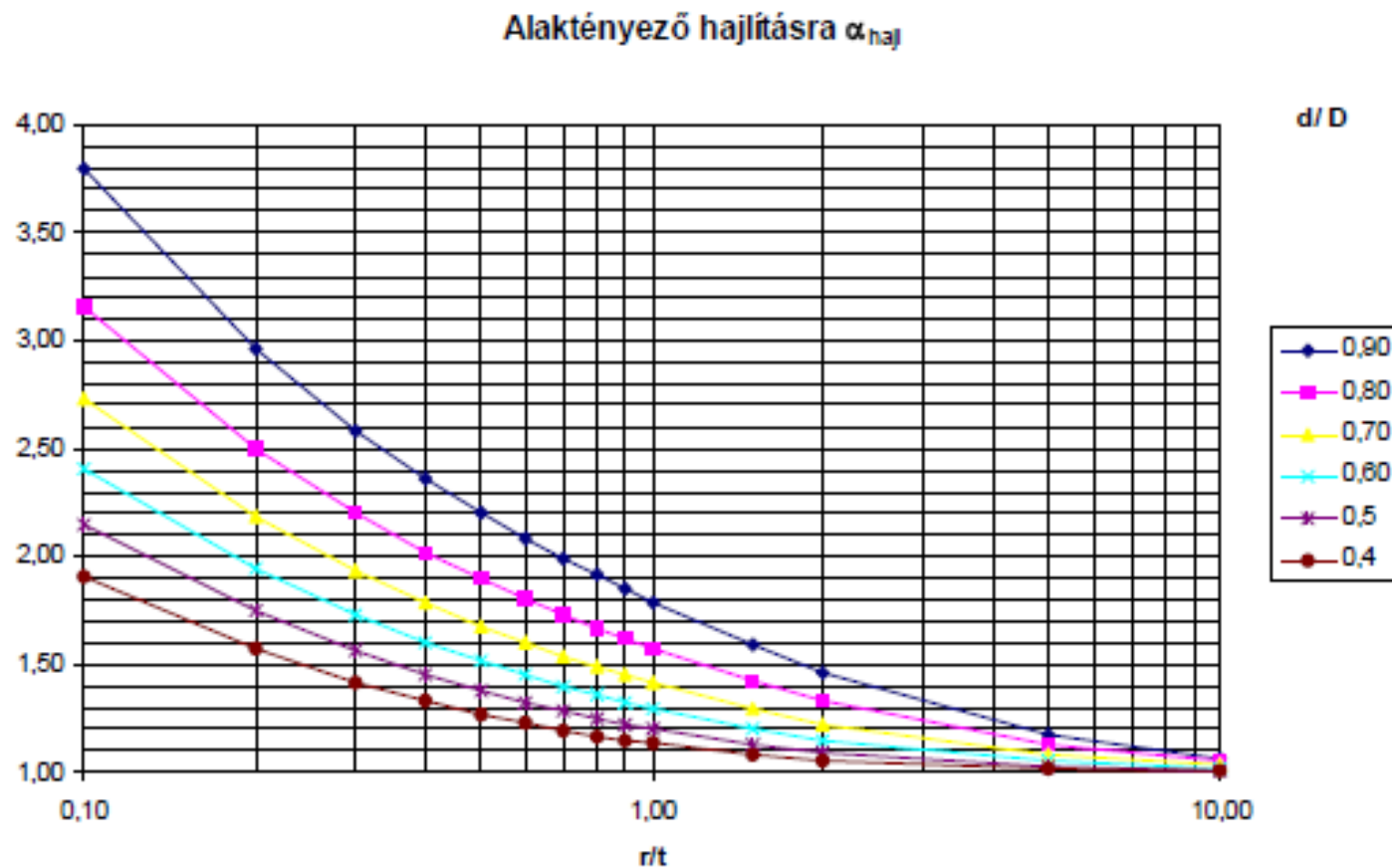
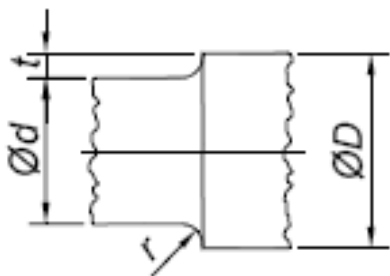
Az alaktényezőket szabványok és szakkönyvek tartalmazzák.

Az alaktényező értelmezése:

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}$$

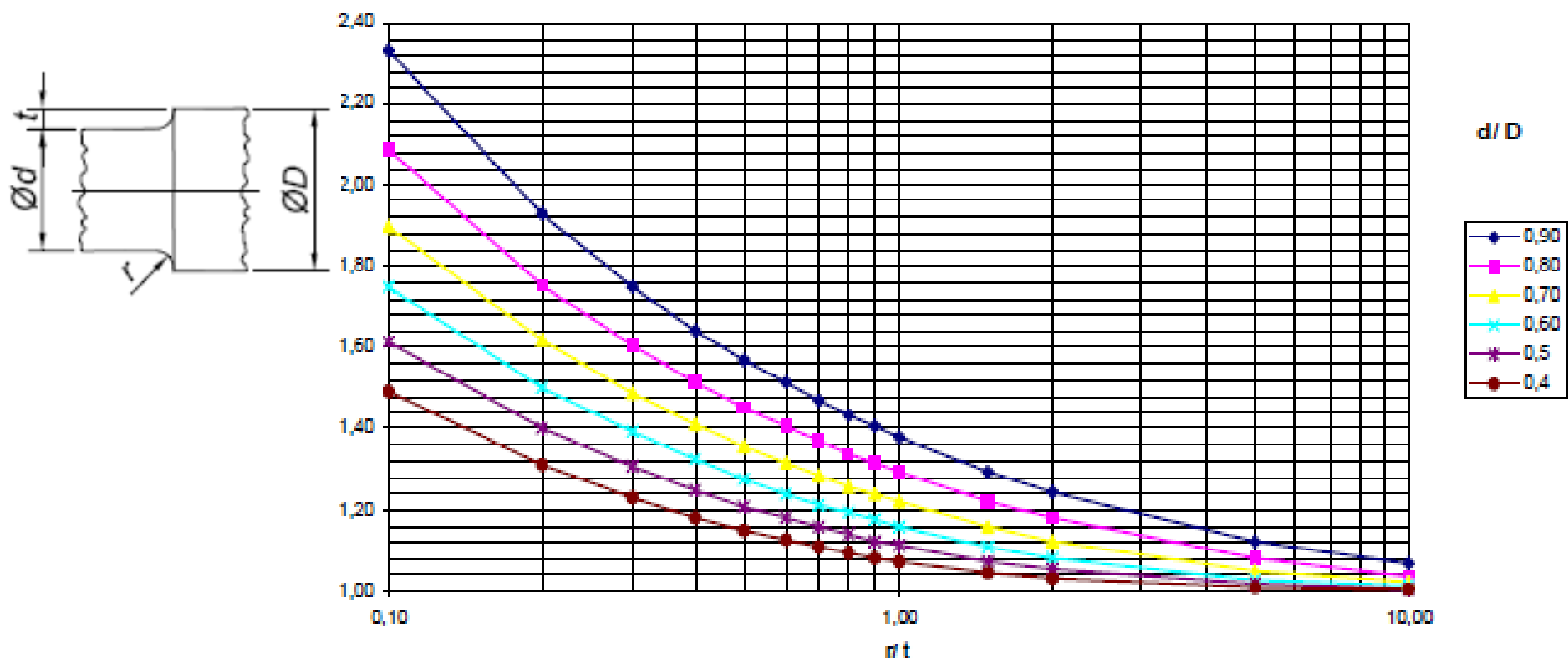


# Biztonsági terület szerkesztése alkatrészekre



# Biztonsági terület szerkesztése alkatrészekre

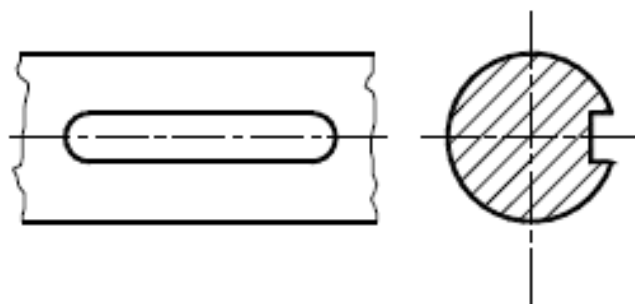
Alaktényező csavarásra  $\alpha_{csav}$



# Biztonsági terület szerkesztése alkatrészekre

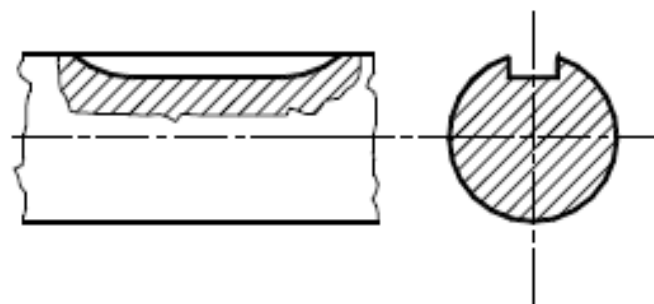
A gátlástényező értékei szabványos reteszhorony esetén

ujjmaróval készült reteszhorony



$R_m$ [MPa]	$\beta_{hajl}$	$\beta_{csav}$
400	1,6	1,4
500	1,7	1,5
600	1,9	1,6
800	2,2	1,7
1000	2,4	1,8
1300	2,6	1,9

tárcsamarával készült reteszhorony

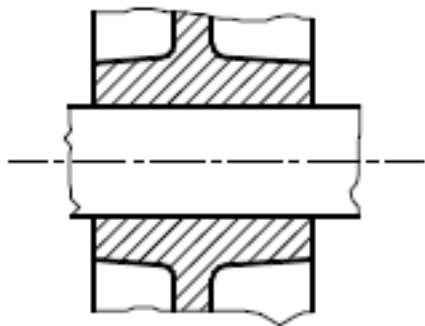


$R_m$ [MPa]	$\beta_{hajl}$	$\beta_{csav}$
400	1,25	1,4
500	1,35	1,5
600	1,5	1,6
800	1,7	1,7
1000	1,9	1,8
1300	2,1	1,9

# Biztonsági terület szerkesztése alkatrészekre

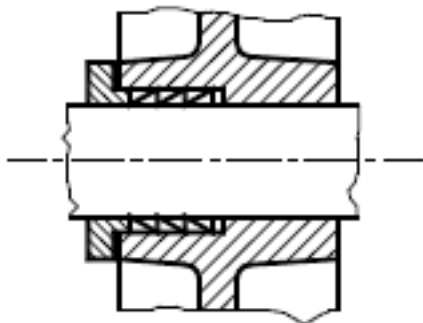
A gátlástényező értékei szoros illesztésű tengelykötés esetén

Szorosan illesztett agy hengeres vagy kúpos tengelyen



$R_m$ [MPa]	$\beta_{hajl}$	$\beta_{csav}$	$\beta_{hajl}$	$\beta_{csav}$
	retesz nélkül		retesszel	
500-800	1.7~2.1	1.3~1.7	2.3~2.5	1.4~1.8

Szorítógyűrűvel felerősített agy



$R_m$	$\beta_{hajl}$	$\beta_{csav}$
500-600	~1.5	~1.15

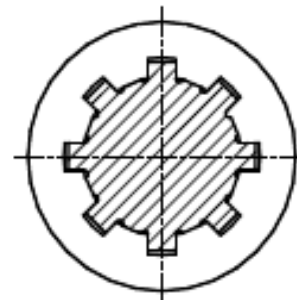
# Biztonsági terület szerkesztése alkatrészekre

A gátlástényező értékei bordás és fogazott tengely esetén

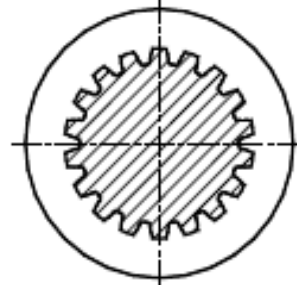
Bordás tengely

$R_m$ [MPa]	$\beta_{hajl}$	$\beta_{csav}$	
		egyenes	evolvens
400	1,35	2,1	1,4
500	1,45	2,25	1,43
600	1,55	2,36	1,46
700	1,6	2,45	1,49
800	1,65	2,55	1,52
900	1,7	2,65	1,55
1000	1,72	2,7	1,58
1200	1,75	2,8	1,6

Egyenes profil



Evolvens profil





# Ellenőrzés összetett igénybevételre

Redukált közép feszültségek és redukált amplitúdók számítása.

A redukált közép feszültségek:

$$\sigma_{mr} = \sqrt{\sigma_m^2 + a_F^2 \tau_m^2}$$

$$\tau_{mr} = \sqrt{\frac{\sigma_m^2}{a_F^2} + \tau_m^2}$$

ahol

$$a_F = \frac{R_{eH}^h}{R_{eH}^{cs}}$$

A redukált amplitúdók:

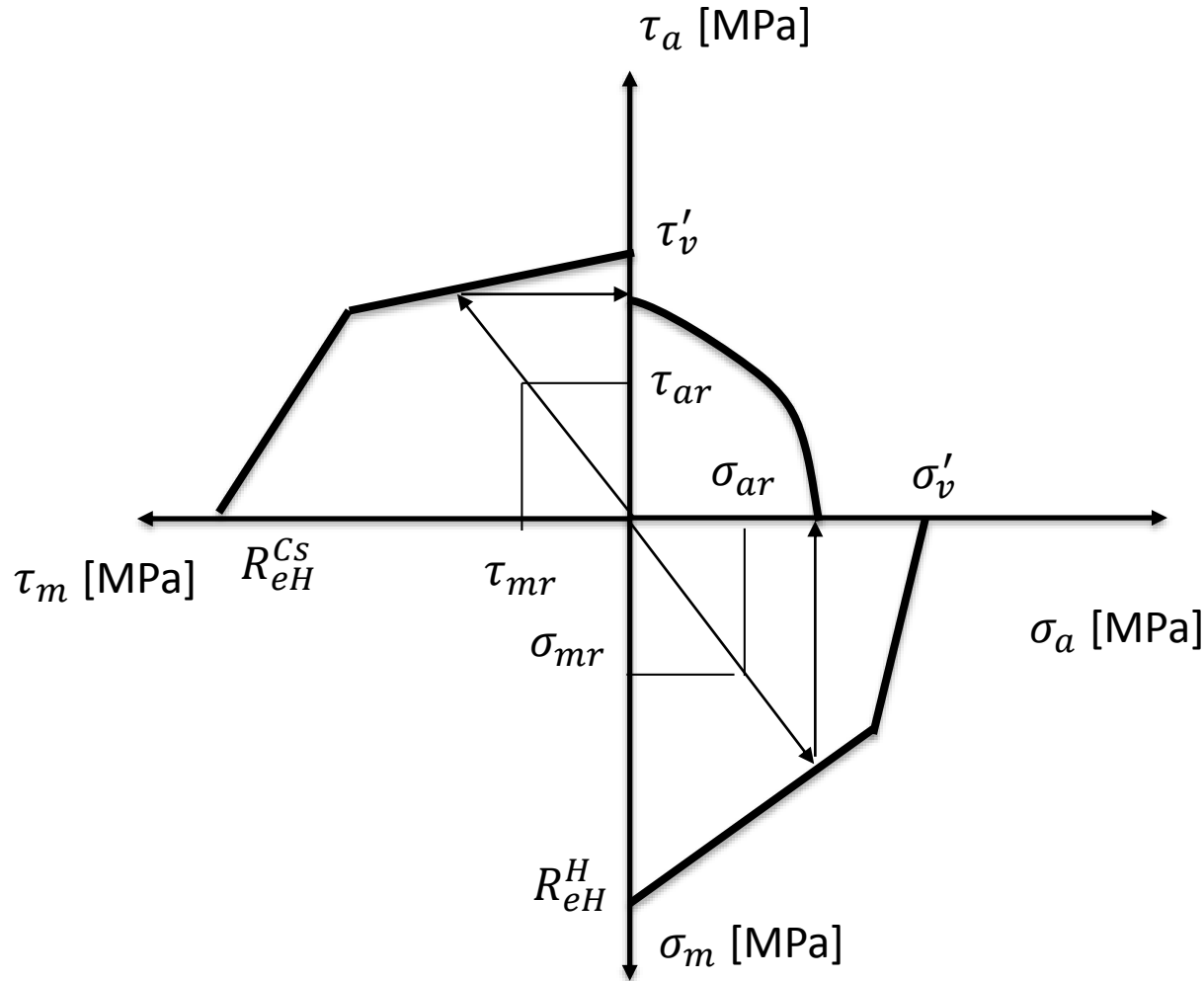
$$\sigma_{ar} = \sqrt{\sigma_a^2 + a_v^2 \tau_a^2}$$

$$\tau_{ar} = \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a_v^2} + \tau_a^2}$$

ahol

$$a_v = \frac{\sigma_v^h}{\tau_v^{cs}}$$

# Biztonsági terület összetett IV esetén



Biztonsági tényezők:

ha  $\sigma_a = \text{áll.}$   $n = \frac{EA}{EM}$

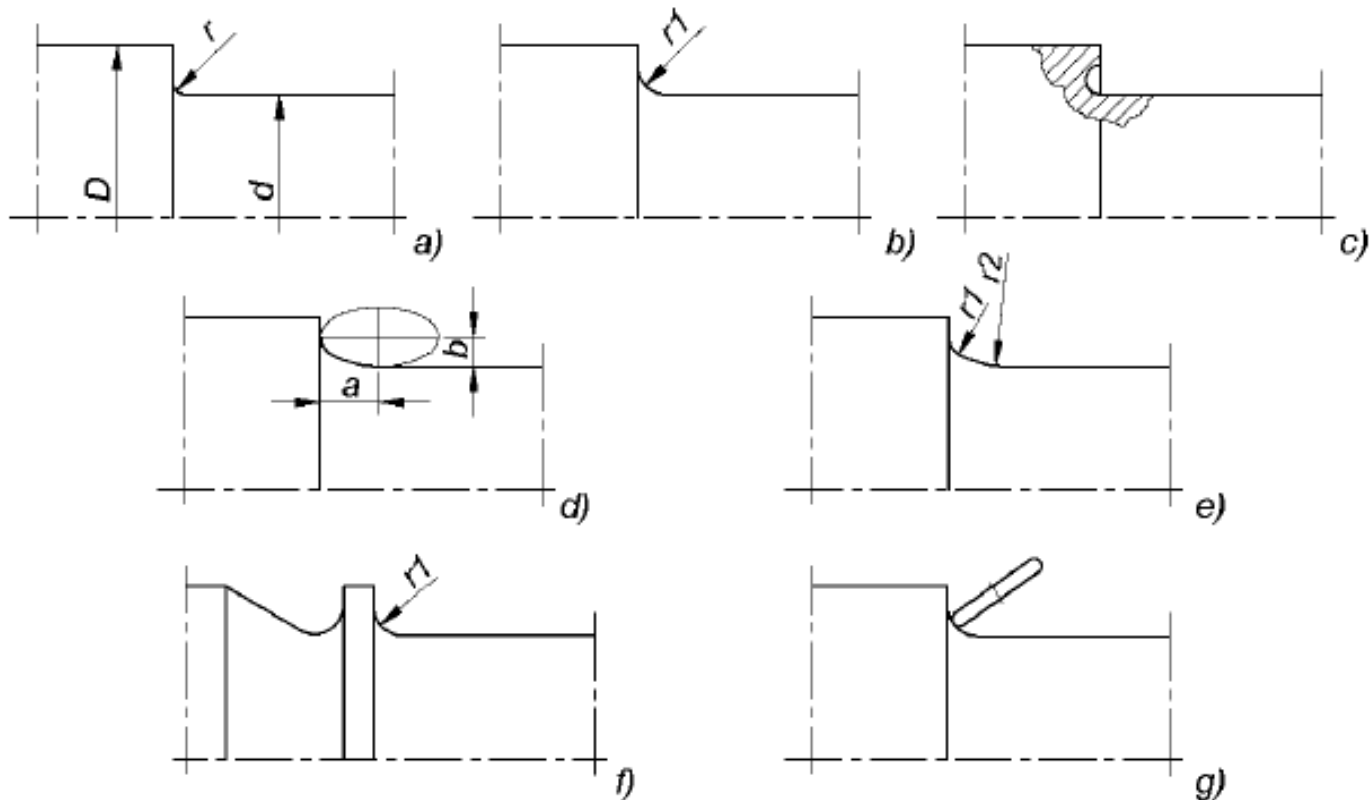
ha  $\tau_a = \text{áll.}$   $n = \frac{DC}{MM}$

ha  $\sigma_a/\tau_a = \text{áll.}$   $n = \frac{OB}{OM}$

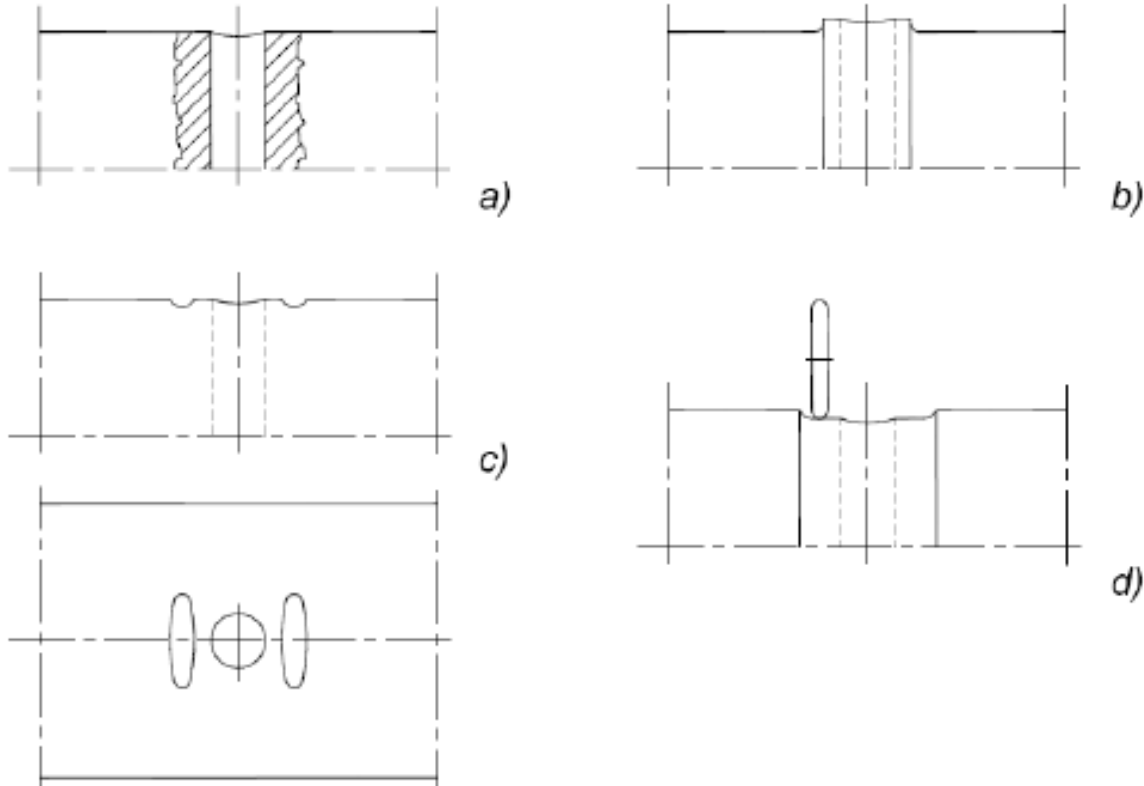
# A feszültséggyűjtő-hatás csökkentése

A feszültséggyűjtő hatás csökkenthető:

- helyi méretnöveléssel;
- jó átmenet kialakításával;
- maradó nyomófeszültség bevitelével.

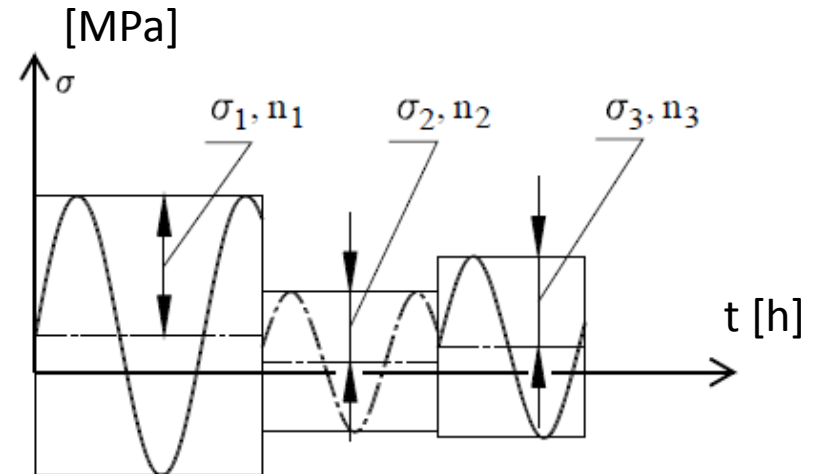
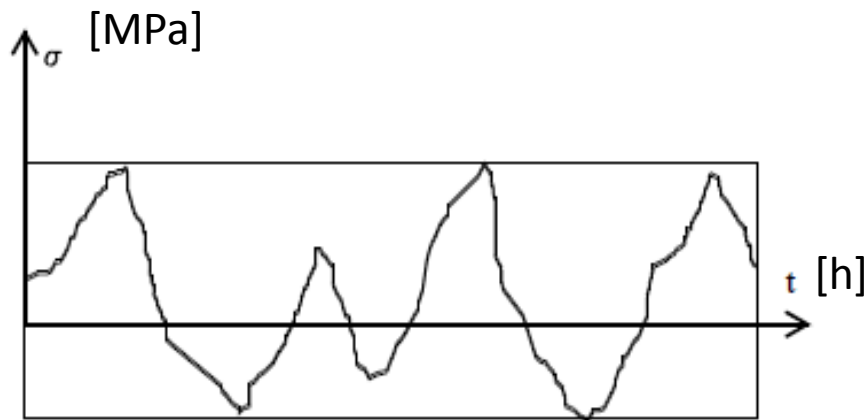


# Keresztfurat okozta feszültségcsúcsok csökkentésének lehetőségei

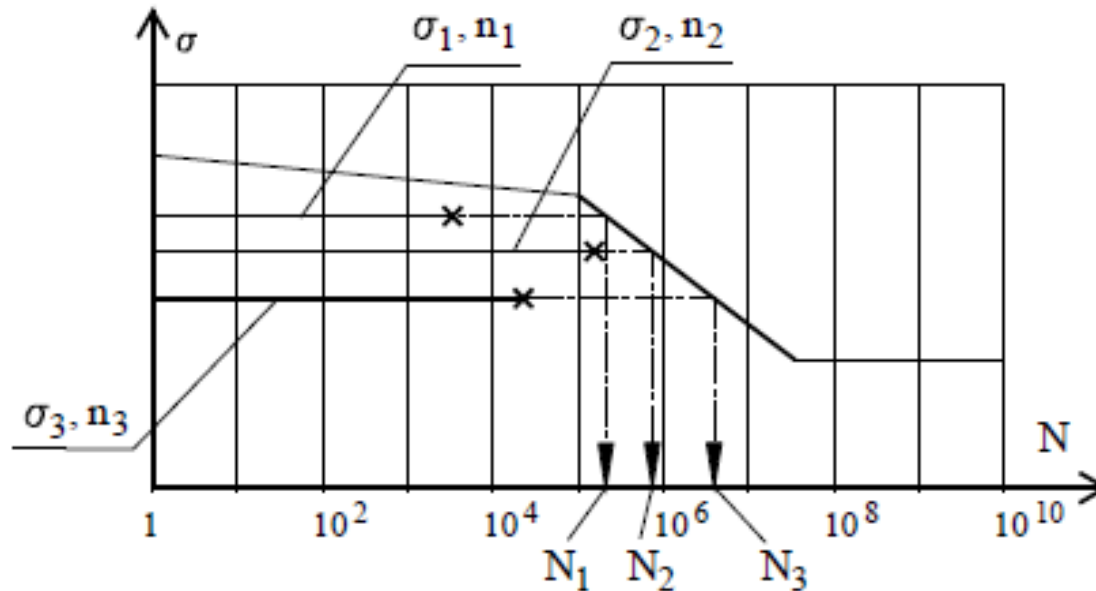


# Méretezés élettartamra

Első lépésben meg kell határozni a veszélyes keresztmetszetben ébredő feszültség időbeli változását.



# Méretezés élettartamra



**Palmgren-Miner** féle lineáris halmozódó károsodás elve szerint nem következik be a felvett időtartam alatt törés, ha fennáll az alábbi egyenlőtlenség:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} \leq 1$$

Köszönöm a figyelmet!